



**UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE SAN LUIS POTOSÍ
INSTITUTO DE FÍSICA
MANUEL SANDOVAL VALLARTA**

**LA CORRIENTE AXIAL DE BARIONES
EN TEORÍA DE PERTURBACIONES
QUIRALES PARA N_c GRANDE**

TESIS

Para obtener el grado de
Doctora en Ciencias
Presenta:

M. en C. María de los Ángeles Hernández Ruiz

Director de tesis
Dr. Rubén Flores Mendieta

San Luis Potosí, S.L.P., México, diciembre 2012.



UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE SAN LUIS POTOSÍ
POSGRADO EN CIENCIAS (FÍSICA)



**EXAMEN DE GRADO
DOCTORADO EN CIENCIAS (FÍSICA)**

SUSTENTANTE:

M. en C.

María de los Ángeles Hernández Ruiz

TÍTULO:

**“La corriente axial de bariones en teoría
de perturbaciones quirales para N_c grande”**

JURADO QUE ACEPTA LA TESIS:

Dr. Rubén Flores Mendieta (Asesor)

Dr. Jürgen Engelfried

Dr. Antonio Morelos Pineda

Dr. Ricardo Alberto Guirado López

Dr. Christoph P. Hofmann (Examinador Externo)
Facultad de Ciencias, Universidad de Colima.

San Luis Potosí, S.L.P., a 13 de diciembre, 2012.

Dr. Miguel Ángel Ojeda López
Coordinador del Posgrado en
Ciencias (Física)

Instituto de Física

La corriente axial de bariones en teoría de perturbaciones quirales para N_c grande

Resumen

En este trabajo de tesis calculamos el operador de corriente axial para bariones en un formalismo combinado entre la teoría de perturbaciones quirales y la expansión $1/N_c$, donde N_c es el número de colores. En este cálculo se consideran diagramas de Feynman a orden de un loop, con estados intermediarios octete y decuplete. Obtenemos correcciones al operador de corriente axial a nivel de un loop y con rotura de simetría de sabor perturbativa. Las primeras correcciones vienen de los diagramas de Feynman, entonces hablamos de una rotura de simetría implícita en el límite quiral $m_q \rightarrow 0$, donde m_q es la masa del quark y las segundas correcciones se obtienen al ignorar la rotura de isoespín y en ese caso se incluye la rotura de simetría $SU(3)$ perturbativa a primer orden, conduciendo a una rotura de simetría explícita. Los elementos de matriz de las componentes espaciales del operador axial entre los estados de la simetría espín sabor, dan los valores usuales de los acoplamientos axial vector. Para el octete de bariones, los acoplamientos axial vector son g_A , tal como están definidos en los experimentos en decaimientos semileptónicos de bariones, donde $g_A \approx 1.27$ para el decaimiento beta del neutrón. Para los decaimientos fuertes de bariones los acoplamientos axial vector son g , los cuales son extraídos de las anchuras de los decaimientos fuertes del decuplete de bariones al octete de bariones y piones. El cálculo de este trabajo nos permite realizar diferentes ajustes por mínimos cuadrados, es decir, ajustando nuestras expresiones analíticas con los datos experimentales podemos hacer la comparación entre la teoría y el experimento. Encontramos que la comparación de nuestros resultados teóricos con el experimento tiene una total consistencia.

Contenido

1	La Cromodinámica Cuántica QCD	11
1.1	El desarrollo de la QCD	11
1.2	El Lagrangiano de la QCD	14
1.2.1	Efectos cuánticos	18
1.3	Simetrías y leyes de conservación	19
1.3.1	La simetría quiral	22
1.4	Corrientes de simetría como corrientes físicas	25
2	Teorías de Campo Efectivas	29
2.1	Teoría de perturbaciones quirales para bariones pesados	30
2.1.1	La corriente axial para bariones en teoría de perturbaciones quirales	32
2.2	QCD en el límite $N_c \rightarrow \infty$	36
2.3	Propiedades estáticas de bariones	38
2.3.1	Masa de los bariones	39
2.3.2	El acoplamiento axial	41
2.3.3	Momento magnético de bariones	41
2.4	El Lagrangiano quiral para bariones en el límite $N_c \rightarrow \infty$	43
3	Renormalización de la Corriente Axial Vector de Bariones	47
3.1	La corriente axial de bariones a nivel árbol	48
3.2	Correcciones a un loop a la corriente axial de bariones	49
3.2.1	Correcciones a un loop: Diagramas Fig. 2.1(a-c)	49
3.2.2	Correcciones a un loop: Diagrama Fig. 2.1(d)	55
3.2.3	Corrección total a un loop	56
3.3	Correcciones con rotura de simetría SU(3) perturbativa	57
3.3.1	Contribución de sabor singlete	57
3.3.2	Contribución de sabor octete	58
3.3.3	Contribución de sabor $\mathbf{10} + \overline{\mathbf{10}}$	58
3.3.4	Contribución de sabor 27	59
3.4	Corrección total de la corriente axial vector	60

4	Resultados Numéricos	61
4.1	Aspectos teóricos de los decaimientos semileptónicos de bariones	61
4.1.1	Propiedades del elemento de matriz de bariones	61
4.2	Razón diferencial de decaimiento	66
4.3	Observables integrados	67
4.4	Correcciones radiativas	68
4.5	Datos experimentales acerca de DSB	69
4.6	Los Ajustes con los datos experimentales	70
4.6.1	Ajustes de los datos sobre decaimientos semileptónicos de bariones: Efectos de correcciones a un loop	71
4.6.2	Ajuste de datos sobre los decaimientos β y fuertes de bariones: inclusión de ambas correcciones, quirral y con rotura parturbativa	76
5	Conclusiones	81
A	La Función $F(m_\Pi, \Delta, \mu)$	83
B	Cálculo de la Estructura Conmutador/Anticonmutador	85
C	Reducción de los Operadores de Bariones	89
C.1	La evaluación de la estructura conmutador/anticonmutador con una inserción de masa	89
C.2	La evaluación de la estructura de conmutadores con dos inserciones de masa	93
D	Contribuciones de sabor 8 y 27 para g_A	97
E	Elementos de matriz de los operadores de bariones	109

Introducción

En la actualidad el estudio de las propiedades estáticas de los bariones en teoría de perturbaciones quirales y en el límite de N_c grande, ha sido impulsado por el desarrollo de las teorías de campo efectivas. Con esta motivación, en este trabajo de tesis se estudia la renormalización de la corriente axial vector de bariones a orden de un loop, en el contexto de una expansión combinada: Este poderoso método consiste, en considerar la combinación entre la teoría de perturbaciones quirales con la expansión $1/N_c$ [1, 2]. Así, podemos describir las interacciones, entre el octete de bariones de espín $\frac{1}{2}$ y el decuplete de bariones de espín $\frac{3}{2}$ con el octete de bosones pseudoescalares de Goldstone, más la contribución del bosón η' .

El objetivo principal de este trabajo, es determinar correcciones a nivel de un loop y con rotura de simetría $SU(3)$ perturbativa, sobre los acoplamientos axial vector g_A y g , para los decaimientos semileptónicos del octete de bariones y para los decaimientos fuertes del decuplete de bariones a piones respectivamente, cuando $N_c = 3$. La contribución más importante en este trabajo es el cálculo de la corriente axial vector para el caso no degenerado, es decir, $\Delta/m_\Pi \neq 0$, donde Δ es la diferencia de masas octete-decuplete y m_Π son las masas de los piones, kaones y η (los bosones pseudoescalares de Goldstone). Las expresiones que se obtienen a este orden, contienen inserciones de masa de bariones a través del operador \mathcal{M} y de esta manera los términos conducen al caso no degenerado. Para el desarrollo de este trabajo, seguimos el formalismo como se ha presentado en la Ref. [2] y utilizamos el Lagrangiano quiral $1/N_c$ para bariones al orden más bajo, el cual está dado en Ref. [1]. Esta formulación Lagrangiana da origen a importantes desarrollos en el estudio de la estructura espín sabor de bariones en la expansión $1/N_c$.

La generalización de la Cromodinámica Cuántica (QCD), desde $N_c = 3$ hasta $N_c \gg 3$ colores es lo que conocemos como el límite de N_c grande. El sector de bariones para el límite de N_c grande presenta una simetría contraída espín sabor $SU(2N_f)$, donde N_f es el número de sabores de los tres quarks ligeros, u , d y s . La simetría contraída espín sabor contenida en $SU(6)$ nos permite clasificar estados de bariones y elementos de matriz de operadores bariónicos [1, 3], de esta manera, es posible calcular las propiedades estáticas de bariones en la expansión $1/N_c$ [4, 5]. Las cantidades físicas que se han calculado en este formalismo son, las masas de bariones [1, 6, 7], los momentos magnéticos de bariones

[8, 9, 10, 11, 12] y la corriente axial vector de bariones [2, 13, 14, 15, 16]. En el límite de N_c grande los estados bariónicos octete y decuplete pueden ser degenerados, la diferencia de masas Δ entre las masas del octete de bariones M_B y decuplete de bariones M_T están dadas por $\Delta \equiv M_T - M_B \propto 1/N_c$.

Como sabemos, la QCD se comporta de forma muy distinta a altas y a bajas energías; es decir, mientras los quarks disfrutan de libertad asintótica a cortas distancias y la teoría de perturbaciones es aplicable; a largas distancias quedan confinados dentro de hadrones y su evolución se vuelve altamente no perturbativa. Esto hace muy difícil realizar un análisis de la dinámica de QCD en términos de quarks y gluones. Para dar solución a este problema, G. 't Hooft [17], se dió cuenta que QCD tiene un parámetro oculto N_c , el número de color y que la teoría se simplifica, en el límite $N_c \rightarrow \infty$. En el límite de N_c grande, un barión es un estado confinado de N_c quarks y llega a ser un estado con un número infinito de quarks. Por otra parte, las predicciones de QCD en el límite $N_c \rightarrow \infty$ satisfacen relaciones de simetría espín sabor contenidas en $SU(6)$ para los quarks ligeros. Estas relaciones de simetría son las mismas que aquellas obtenidas en el modelo de quarks no relativista, el cual da un grupo idéntico y así podemos obtener resultados teóricos en el límite de N_c grande.

Por otra parte, la teoría de perturbaciones quirales explota la simetría del Lagrangiano de QCD bajo transformaciones de $SU(3)_L \times SU(3)_R \times U(1)$ de los tres sabores de quarks ligeros en el límite $m_q \rightarrow 0$, donde m_q es la masa del quark. El vacío de QCD se alinea en una cierta dirección en el espacio de simetría interno que representan las transformaciones quirales, entonces hablamos de una rotura espontánea del grupo de simetría global $SU(3)_L \times SU(3)_R \times U(1)$ a un subgrupo diagonal $SU(3) \times U(1)$. La rotura espontánea tiene una consecuencia muy importante, la aparición del octete pseudoescalar de bosones de Goldstone. Puesto que los quarks u , d y s tienen una pequeña masa, la simetría del Lagrangiano no es exacta. Los observables físicos pueden ser expandidos orden por orden en potencias de p^2/Λ_χ^2 y m_Π^2/Λ_χ^2 , o equivalentemente, m_q/Λ_χ donde p es el momento del mesón y Λ_χ es la escala de rotura de la simetría quiral.

Adicionalmente, la teoría de perturbaciones quirales puede extenderse para incluir grados de libertad fermiónicos, tales como los bariones, cuyas propiedades bajo la transformación quiral fijan sus acoplamientos a los mesones y es conveniente considerar al campo de bariones estáticos dependiente de la velocidad, este formalismo se conoce como, la teoría de perturbaciones quirales para bariones pesados [18, 19].

A partir de la información experimental disponible en los decaimientos semileptónicos de bariones y de los decaimientos fuertes de bariones a piones [20] podemos determinar las constantes de acoplamiento mesón-barión, el análisis numérico del cálculo consiste en hacer ajustes, mediante técnicas de minimización, con los datos experimentales y los parámetros de la expansión $1/N_c$.

Este trabajo está estructurado de la siguiente manera. En el Capítulo 1, presentamos los fundamentos de la teoría de las interacciones fuertes. En el Capítulo 2, incorporamos la teoría de campo efectiva con el Lagrangiano quiral efectivo para bariones $1/N_c$ al or-

den más bajo. En el Capítulo 3, presentamos el formalismo combinado entre la teoría de perturbaciones quirales y la expansión $1/N_c$. Calculamos el operador de corriente axial vector y lo presentamos en términos de las contribuciones de sabor singulete, octete, $\mathbf{10} + \overline{\mathbf{10}}$ y $\mathbf{27}$, a un loop y con rotura de simetría $SU(3)$ perturbativa a primer orden. En el Capítulo 4, hacemos un análisis numérico detallado, realizando ajustes por mínimos cuadrados de las expresiones teóricas con la información experimental disponible. Finalmente, en el Capítulo 5 presentamos las conclusiones correspondientes de este trabajo. Los detalles técnicos se consideran en cinco apéndices. El Apéndice A, contiene las integrales a un loop para los diagramas de Feynman respectivos. El Apéndice B, contiene el cálculo de uno de los términos de las estructuras conmutador/anticommutador de operadores de bariones. El Apéndice C, la reducción de los operadores de bariones, en el Apéndice D, escribimos las ecuaciones completas de las contribuciones de sabor $\mathbf{8}$ y $\mathbf{27}$ para el acoplamiento axial g_A y finalmente el Apéndice E, contiene los elementos de matriz de los operadores bariónicos.

Capítulo 1

La Cromodinámica Cuántica QCD

La parte del Modelo Estándar que describe las interacciones fuertes entre quarks a través del intercambio de gluones es la Cromodinámica Cuántica (QCD). Ésta es una teoría de norma no abeliana basada en el grupo $SU(3)$. La QCD postula que la fuerza es debida al color de los quarks y los gluones son los bosones de norma, los cuales son partículas sin masa y de espín 1; debido a la naturaleza no abeliana del grupo de norma, los gluones también tienen color como los quarks. Un gluón acopla a dos quarks con color, pero conserva el sabor (la interacción responsable del cambio de sabor es la interacción débil de corriente cargada). Además, también existen acoplamientos entre gluones, lo que explica el corto alcance de la interacción. Todas estas propiedades quedan perfectamente descritas por la QCD. El contenido de este capítulo se basa en las Refs. [21, 22].

1.1 El desarrollo de la QCD

Actualmente el espectro hadrónico está compuesto por cientos de partículas que pueden clasificarse en dos grandes grupos dependiendo de su espín: los **mesones** con espín entero (bosones) y los **bariones** con espín semientero (fermiones).

El estudio de la interacción fuerte, responsable de la existencia de los núcleos atómicos, ha ido cambiando nuestra concepción de la materia al nivel más básico. Las mediciones experimentales se han mejorado y comprueban las interacciones entre los quarks; de esta manera permitieron las primeras pruebas cuantitativas de la QCD, es decir, lo que empezó siendo física nuclear, se desarrolló rápidamente en una nueva disciplina, al descubrirse experimentalmente la existencia de una numerosa familia de partículas que interactúan fuertemente, los llamados hadrones de los que el protón y el neutrón solo son los miembros más representativos. Después de una serie de experimentos en colisiones muy inelásticas se estableció la realidad física de los quarks.

Los quarks se unen en **estados ligados** para formar hadrones. Éstos permiten entender de forma sencilla la totalidad del espectro hadrónico a partir de dos reglas básicas:

1. Los **mesones** son estados compuestos por un quark y un antiquark $q\bar{q}$. Son bosones con espín entero $J = 0, 1, 2, \dots$
2. Los **bariones** están formados por tres quarks qqq . Son fermiones con espín semientero $J = \frac{1}{2}, \frac{3}{2}, \dots$

Si bien los quarks son los constituyentes fundamentales de la materia, nunca se han detectado en estado libre. Sólo se pueden observar combinaciones de quarks y de acuerdo con la simetría $SU(3)$, son estados neutros de color. Conocemos seis tipos o sabores distintos de quarks, más sus correspondientes antiquarks con cargas opuestas. En la Tabla 1.1 listamos los seis sabores de quarks con su correspondiente carga eléctrica Q , la cual, es una fracción de la carga eléctrica del electrón.

Tabla 1.1: Tipos o sabores de quarks.

$Q = +\frac{2}{3}e$	u (up)	c (charm)	t (top)
$Q = -\frac{1}{3}e$	d (down)	s (strange)	b (beauty)

El Modelo de Quarks establece la relación entre los estados hadrónicos propuestos a partir de la combinación de quarks (o antiquarks). Por otra parte, la función de onda orbital de los quarks en los bariones debe ser totalmente simétrica. Esto es porque corresponden a los sistemas más ligados de tres quarks, al menos los que aparecen en multipletes a energías más bajas, como el octete con espín $\frac{1}{2}$ y el decuplete con espín $\frac{3}{2}$. Si la función no fuera simétrica, existirían nodos en la función de onda cuando las coordenadas de dos de los quarks coincidieran. Estos nodos aumentarían la energía cinética y reducirían el efecto de atracción de los quarks. Por otro lado, el momento angular orbital de los tres quarks, en su centro de masas, debe ser $L = 0$. Si no es así, la función de onda se anularía en ciertas direcciones, de forma análoga a los armónicos esféricos con $L \neq 0$.

Gell-Mann (1961, 1964) y Neeman (1961) clasificaron a los hadrones conocidos de acuerdo a representaciones del grupo $SU(3)$ de sabor. En la Fig. 1.1 tenemos el octete de bariones de espín $\frac{1}{2}$ y paridad positiva. Los ocho bariones más ligeros pueden organizarse en un hexágono con dos partículas en su centro. En la Fig. 1.1 el octete de mesones son de espín cero. Los ocho mesones más ligeros pueden distribuirse en un hexágono con dos partículas en el centro. Por otra parte, en la Fig. 1.2 se presenta el decuplete de bariones de espín $\frac{3}{2}$. Diez bariones pesados se organizan en un triángulo.

El protón, por ejemplo, corresponde a la combinación **uud**, mientras que el neutrón es un estado **udd**. Sin embargo, el barión Δ^{++} está formado por tres quarks **u** con momento angular orbital relativo $L = 0$; tiene espín $J = \frac{3}{2}$ y, por tanto, el estado con

Octete de bariones			Octete de mesones		
n	p		K^0	K^+	
Σ^-	Λ, Σ^0	Σ^+	π^-	π^0, η	π^+
Ξ^-	Ξ^0		K^-	\bar{K}^0	

Fig. 1.1: Bariones de espín $\frac{1}{2}$ y mesones de espín cero.

polarización $J_z = +\frac{3}{2}$ corresponde a $\mathbf{u}^\uparrow \mathbf{u}^\uparrow \mathbf{u}^\uparrow$ con los espines de los tres quarks alineados en la misma dirección. Esta función de onda es simétrica, dando lugar a un estado Δ^{++} con la estadística equivocada (bosón en lugar de fermión).

El problema de la estadística es general y afecta a todos los bariones. Su resolución exige introducir un nuevo número cuántico, el “color”. Cada sabor de quark tiene $N_c = 3$ posibles colores: q^α , $\alpha = 1, 2, 3$ (rojo, verde, azul). Esto permite antisimetrizar las funciones de onda bariónicas en el espacio de color, restituyendo así la estadística correcta. Los bariones y mesones corresponden a las combinaciones neutras de color

$$B = \frac{1}{\sqrt{6}} \epsilon_{\alpha\beta\gamma} | q^\alpha q^\beta q^\gamma \rangle, \quad (1.1)$$

$$M = \frac{1}{\sqrt{3}} \delta_{\alpha\beta} | q^\alpha q^\beta \rangle. \quad (1.2)$$

La razón por la que los quarks son partículas que no se pueden observar libres, sino que están siempre confinados al interior de bariones o mesones, hay que buscarla en las características peculiares de la interacción fuerte, es decir, la interacción fuerte está caracterizada por dos importantes propiedades que a primera vista parecen contradictorias:

1. **Confinamiento.** Lo que observamos de forma directa son hadrones y no quarks. Por tanto, la interacción entre los quarks tiene que ser sumamente fuerte para mantenerlos siempre confinados en el interior de los hadrones. Este comportamiento implica que es necesaria una enorme cantidad de energía para separar dos quarks. Por ejemplo, el par quark-antiquark que forma un mesón. Se crea una cuerda de fuerza fuerte entre ellos hasta el punto de que llegado un cierto momento es

Decuplete de bariones				Contenido de quarks			
Δ^-	Δ^0	Δ^+	Δ^{++}	ddd	ddu	duu	uuu
	Σ^{*-}	Σ^{*0}	Σ^{*+}	dds	dus	uus	
	Ξ^{*-}	Ξ^{*0}		dss	uss		
	Ω^-				sss		

Fig. 1.2: Representación del decuplete de bariones con espín $\frac{3}{2}$ de acuerdo a la clasificación del grupo SU(3) de sabor.

energéticamente favorable la creación de un nuevo par quark-antiquark, por lo que el estado final es de dos mesones, en lugar de conseguir quarks libres. De hecho creemos que es literalmente imposible tener quarks como estados asintóticos. El color es un número cuántico escondido ya que todos los hadrones conocidos son neutros de color.

2. **Libertad asintótica.** Los experimentos realizados a altas energías nos muestran que los quarks se comportan como partículas casi libres. Es decir, cuando la distancia que separa dos quarks se hace muy pequeña, la intensidad de la interacción, en lugar de hacerse mayor, disminuye. Por ello, cuando están muy próximos, los quarks se comportan como si estuvieran libres. Este peculiar comportamiento se denomina libertad asintótica y fue el descubrimiento de David Gross, Frank Wilczek y David Politzer por el que fueron galardonados con el premio Nobel de física en 2004. No existe contradicción entre esta propiedad y la anterior porque el confinamiento se activa sólo a largas distancias, del orden del radio de un hadrón típico. A muy cortas distancias los quarks son casi libres.

1.2 El Lagrangiano de la QCD

La evidencia a favor de una teoría de campo de las interacciones fuertes tiene argumentos muy sólidos. Entre ellos se encuentran los siguientes:

- Los hadrones están compuestos de quarks y tienen carga fraccionaria.

- Los quarks son fermiones con espín $\frac{1}{2}$ y de distintos colores.
- Sabemos que el color exhibe una simetría SU(3).
- Los quarks sienten la interacción fuerte.
- Además de los quarks hay partones adicionales en el núcleo.
- Los partones no sienten la interacción electromagnética ni la débil.

El Lagrangiano de la QCD está dado por la ecuación siguiente

$$\mathcal{L}_{\text{QCD}} = -\frac{1}{4}G_{\mu\nu}^a G^{a\mu\nu} + \bar{\psi}(x)(i\gamma^\mu D_\mu - \hat{m})\psi(x), \quad (1.3)$$

donde

$$\psi(x) = \begin{pmatrix} u(x) \\ d(x) \\ s(x) \\ c(x) \\ t(x) \\ b(x) \end{pmatrix}, \quad (1.4)$$

representa el campo de quarks con seis sabores y con tres colores implícitos. Las masas de los quarks están agrupadas en la matriz de masa \hat{m} definida por

$$\hat{m} = \text{diag}(m_u, m_d, m_s, m_c, m_t, m_b) \quad (1.5)$$

en el espacio de sabor. La derivada covariante

$$D_\mu = \partial_\mu - ig_s T^a A_\mu^a, \quad (1.6)$$

está relacionada con los campos gluónicos A_μ^a (con el índice de color $a = 1, \dots, 8$) y

$$G_{\mu\nu}^a = \partial_\mu A_\nu^a - \partial_\nu A_\mu^a + g_s f^{abc} A_\mu^b A_\nu^c, \quad (1.7)$$

es el tensor de campo gluónico y g_s la constante de acoplamiento de la interacción fuerte. Podemos darnos cuenta que la masa de un quark es independiente de su color.

En la Ec. (1.6), T^a representa a los 8 generadores del grupo SU(3) contenidos en el Lagrangiano de QCD, es decir, $T^a = \lambda^a/2$, con λ^a las matrices de Gell-Mann, las cuales son,

$$\lambda^1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad \lambda^2 = \begin{pmatrix} 0 & -i & 0 \\ i & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad \lambda^3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

$$\lambda^4 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad \lambda^5 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -i \\ 0 & 0 & 0 \\ i & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad \lambda^6 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix},$$

$$\lambda^7 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -i \\ 0 & i & 0 \end{pmatrix}, \quad \lambda^8 = \sqrt{\frac{1}{3}} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -2 \end{pmatrix}.$$

El grupo SU(3) es de rango dos, los generadores diagonales son λ^3 y λ^8 con vectores propios simultáneos,

$$R = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad G = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Las constantes de estructura del grupo SU(3) están dadas por f^{abc} y están contenidas en la Ec. (1.7); éstas se definen a través de las relaciones (1.8)

$$[T^a, T^b] = i f^{abc} T^c, \quad (1.8)$$

y son totalmente antisimétricas bajo el intercambio de dos de sus índices [21]. Sus valores son listados en la Tabla 1.2. Podemos derivar también relaciones de anticonmutación,

$$\{T^a, T^b\} = \frac{1}{3} \delta^{ab} \mathbb{I} + \frac{1}{2} d^{abc} \lambda^c, \quad (1.9)$$

donde \mathbb{I} denota la matriz identidad de 3×3 y las constantes d^{abc} son simétricas en los tres índices. Los valores de las constantes de estructura se listan en la Tabla 1.2.

El Lagrangiano de la QCD dado en la Ec. (1.3) es invariante ante transformaciones de norma SU(3) en el espacio de color. Por el carácter no abeliano del grupo de norma, la QCD tiene ciertas características que la diferencian de las teorías de norma abelianas como la Electrodinámica Cuántica (QED). Algunas particularidades son:

1. El Lagrangiano de la QCD contiene acoplamientos gluónicos (vértices de tres y cuatro gluones). Los gluones transportan carga de color.
2. La QCD es asintóticamente libre, es decir, el acoplamiento se debilita a cortas distancias o equivalentemente a momentos grandes.
3. Inversamente, el acoplamiento se vuelve intenso a bajos momentos. Por tal motivo, no es posible aplicar teoría de perturbaciones en la QCD para describir hadrones de masas menores que 2 GeV.

Tabla 1.2: Los valores no nulos de las constantes f^{abc} y d^{abc} .

(abc)	f^{abc}	(abc)	d^{abc}
123	1	118	$1/\sqrt{3}$
147	$1/2$	146	$1/2$
156	$-1/2$	157	$1/2$
246	$1/2$	228	$1/\sqrt{3}$
257	$1/2$	247	$-1/2$
345	$1/2$	256	$1/2$
367	$-1/2$	338	$1/\sqrt{3}$
458	$\sqrt{3}/2$	344	$1/2$
678	$\sqrt{3}/2$	355	$1/2$
		366	$-1/2$
		377	$-1/2$
		448	$-1/2\sqrt{3}$
		558	$-1/2\sqrt{3}$
		668	$-1/2\sqrt{3}$
		778	$-1/2\sqrt{3}$
		888	$-1/\sqrt{3}$

Los acoplamientos entre bosones de norma son característicos de una teoría de norma basada en un grupo no abeliano donde los bosones de norma llevan la carga de interacción. –El color en el caso de QCD– y de este modo es posible acoplarse directamente ellos mismos. La parte fermiónica del lagrangiano es una suma sobre todos los sabores de quarks, un término de campo libre y un término para el acoplamiento quark-gluón.

La QCD es una teoría simple y en principio, enormemente predictiva, ya que tiene un único parámetro libre: la constante fundamental de la interacción fuerte

$$\alpha_s \equiv g_s^2/(4\pi). \quad (1.10)$$

A pesar de su simplicidad e indiscutible elegancia matemática, parece a primera vista una teoría extraordinariamente alejada del mundo real. ¿Cómo podemos pretender describir las interacciones entre hadrones y la estructura de los núcleos, donde los quarks y gluones son totalmente invisibles? ¿Por qué una teoría conceptualmente tan simple exhibe un espectro tan extraordinariamente complejo a largas distancias? De hecho, si despreciamos las masas de los quarks, la QCD no contiene ningún parámetro con dimensiones.

1.2.1 Efectos cuánticos

Cuánticamente, el fotón intermediario puede dar lugar a la creación y posterior aniquilación de pares virtuales electrón-positrón, que actúan como pequeños dipolos modificando la interacción. Las correcciones cuánticas más importantes están asociadas con esta autoenergía del fotón

$$\begin{aligned} T(Q^2) &\sim \frac{\alpha}{Q^2} \{1 - \Pi(Q^2) + \Pi(Q^2)^2 + \dots\} = \frac{\alpha}{Q^2} \frac{1}{1 + \Pi(Q^2)} \\ &\sim \frac{\alpha(Q^2)}{Q^2}. \end{aligned} \quad (1.11)$$

donde Q^2 es el momento transferido en la amplitud de colisión $T(Q^2) \sim \alpha/Q^2$. Esto define un acoplamiento efectivo (“running”) que depende logarítmicamente de Q^2

$$\alpha(Q^2) = \frac{\alpha(Q_0^2)}{1 - \frac{\beta_1}{2\pi} \alpha(Q_0^2) \ln(Q^2/Q_0^2)}. \quad (1.12)$$

La constante usual de estructura fina, medida a bajas energías, corresponde a $\alpha = \alpha(m_e^2)$. En Electrodinámica Cuántica (QED) $\beta_1 = 2/3 > 0$. Por lo tanto, la intensidad de la interacción electromagnética aumenta (disminuye) con la energía (distancia). Intuitivamente, el vacío cuántico de QED se comporta como un medio dieléctrico polarizado, donde los dipolos formados por los pares virtuales e^-e^+ apantallan la carga eléctrica. Aunque α es pequeña, la enorme diferencia entre la masa del electrón ($m_e = 0.51$ MeV) y la del bosón electrodébil Z ($M_Z = 91$ GeV) hace que este efecto cuántico sea muy relevante para los experimentos de precisión realizados en el acelerador europeo LEP (CERN, Ginebra),

$$\alpha^{-1}(m_e^2) = 137.036 > \alpha^{-1}(M_Z^2) = 128.95 \pm 0.05 \quad (1.13)$$

En QCD ocurre algo muy similar. El gluón que media la interacción fuerte entre dos quarks genera pares quark-antiquark que apantallan la intensidad de la fuerza de color. Sin embargo, debido a las auto-interacciones del campo gluónico, también se producen pares virtuales gluón-gluón con el efecto contrario. El acoplamiento efectivo resultante para la interacción fuerte tiene formalmente la misma dependencia en Q^2 dada por la Ec. (1.11), pero con un coeficiente β_1 negativo

$$\beta_1 = \frac{2N_f - 11N_c}{6} < 0. \quad (1.14)$$

La contribución positiva proporcional al número de sabores de quarks N_f está generada por los pares quark-antiquark, mientras que las auto-energías gluónicas introducen el término negativo adicional proporcional al número de colores N_c . Como $\beta_1 < 0$, la

intensidad de la interacción disminuye (aumenta) al aumentar la energía (distancia). Esto demuestra que la libertad asintótica de la interacción fuerte a altas energías es una consecuencia de la dinámica de QCD. Este hecho crucial, característico de las teorías de Yang-Mills, fue descubierto por Gross, Wilczek y Politzer en 1973. El fuerte aumento de la interacción a bajas energías hace también muy plausible el confinamiento de los quarks. No obstante, como los cálculos perturbativos dejan de tener validez cuando α_s se hace muy grande, la demostración matemática de esta última propiedad sigue planteando enormes dificultades técnicas, aunque ha sido establecida mediante simulaciones numéricas.

Dado que α_s es una cantidad adimensional, su dependencia en Q^2 debe venir normalizada por otro parámetro dimensional. Éste se denota convencionalmente como Λ_{QCD} y representa físicamente aquella escala energética donde el acoplamiento “running” a que antes nos hemos referido se hace de orden unidad. Por lo tanto Λ_{QCD} establece un límite inferior absoluto a la validez de la teoría de perturbaciones, que aproximadamente es del orden de una escala hadrónica típica. Éste es el parámetro dimensional que la mecánica cuántica introduce en una teoría que clásicamente es independiente de cualquier otra escala y que nos permite hablar de cortas y largas distancias.

1.3 Simetrías y leyes de conservación

Partiendo de las simetrías que posee el Lagrangiano que describe el sistema es posible construir la teoría y describir las interacciones que hay entre las partículas del espectro. Es decir, las simetrías juegan un papel fundamental en física teórica dado que están detrás de las propiedades que caracterizan un sistema físico. Por ello, en esta sección se presentan algunos aspectos importantes sobre simetrías y leyes de conservación.

El lenguaje matemático natural de las simetrías es la teoría de grupos. De la isotropía y homogeneidad del espacio-tiempo, se supone como grupo de simetría de los sistemas físicos fundamentales el grupo de Poincaré, es decir, invarianza bajo traslaciones y transformaciones de Lorentz. Las funciones de estado de las partículas deben llevar entonces representaciones de este grupo y estarán clasificadas por sus operadores de Casimir [23].

De hecho las simetrías son una herramienta muy valiosa para construir una Teoría de Campo Efectiva como se presenta en el siguiente capítulo.

Teorema de Noether

La simetría tiene una relación directa con las leyes de conservación. Fue en 1918 cuando Emmy Noether (1882-1935) pudo probar que *simetría implica leyes de conservación*. El teorema de Noether se basa en las propiedades de invariancia del Lagrangiano de un sistema bajo la acción de ciertas transformaciones de simetría. A las leyes de conservación que obedece dicho sistema, se les llama también “principios”.

Para un sistema descrito por el Lagrangiano L ,

$$L = \int d^3x \mathcal{L}(\phi_i(x), \partial_\mu \phi_i(x)), \quad (1.15)$$

donde \mathcal{L} es la densidad Lagrangiana, con la ecuación de movimiento

$$\partial_\mu \frac{\delta \mathcal{L}}{\delta(\partial_\mu \phi_i)} - \frac{\delta \mathcal{L}}{\delta \phi_i} = 0. \quad (1.16)$$

La cantidad más importante para un sistema mecánico es la acción,

$$S = \int L dt. \quad (1.17)$$

Cualquier transformación de simetría continua para la cual la acción es invariante implica la existencia de una corriente conservada

$$\partial^\mu J_\mu(x) = 0, \quad (1.18)$$

con la carga definida por

$$Q(t) = \int d^3x J_0(x) \quad (1.19)$$

y que es una constante de movimiento

$$\frac{dQ}{dt} = 0, \quad (1.20)$$

porque el término de la superficie en el infinito es despreciablemente pequeño.

Por otra parte, los campos $\phi_i(x)$ se transforman de la misma manera para todos los puntos x del espacio-tiempo. La densidad Lagrangiana \mathcal{L} es invariante bajo algunos grupos de simetría, es decir, bajo las transformaciones infinitesimales

$$\phi_i(x) \rightarrow \phi'_i(x) = \phi_i(x) + \delta \phi_i(x), \quad (1.21)$$

con

$$\delta \phi_i(x) = i \mathcal{E}^a T_{ij}^a \phi_j(x), \quad (1.22)$$

donde \mathcal{E}^a (independientes de x) son parámetros pequeños y T^a son un conjunto de matrices que satisfacen el álgebra de Lie del grupo de norma,

$$[T^a, T^b] = i f^{abc} T^c \quad (1.23)$$

y f^{abc} son las constantes de estructura del grupo de norma. El cambio en la densidad Lagrangiana está dado por

$$\delta\mathcal{L} = \frac{\delta\mathcal{L}}{\delta\phi_i}\delta\phi_i + \frac{\delta\mathcal{L}}{\delta(\partial_\mu\phi_i)}\delta(\partial_\mu\phi_i). \quad (1.24)$$

Usando la ecuación de movimiento y el hecho de que ∂_μ y δ conmutan

$$\delta(\partial_\mu\phi_i) \equiv \partial_\mu\phi'_i - \partial_\mu\phi_i = \partial_\mu(\delta\phi_i), \quad (1.25)$$

podemos escribir $\delta\mathcal{L}$ como

$$\begin{aligned} \delta\mathcal{L} &= \partial_\mu \frac{\delta\mathcal{L}}{\delta(\partial_\mu\phi_i)}\delta\phi_i + \frac{\delta\mathcal{L}}{\delta(\partial_\mu\phi_i)}\partial_\mu(\delta\phi_i) \\ &= \partial_\mu \left[\frac{\delta\mathcal{L}}{\delta(\partial_\mu\phi_i)}\delta\phi_i \right] \\ &= \mathcal{E}^a \partial_\mu \left[\frac{\delta\mathcal{L}}{\delta(\partial_\mu\phi_i)} iT_{ij}^a \phi_j \right]. \end{aligned} \quad (1.26)$$

Claramente si el Lagrangiano es invariante bajo la transformación

$$\phi_i(x) \rightarrow \phi'_i(x) = \phi_i(x) + \delta\phi_i(x),$$

donde

$$\delta\phi_i(x) = i\mathcal{E}^a T_{ij}^a \phi_j(x),$$

entonces $\delta\mathcal{L} = 0$ implica una corriente conservada dada por

$$\partial^\mu J_\mu^a = 0 \quad (1.27)$$

con

$$J_\mu^a = -i \frac{\delta\mathcal{L}}{\delta(\partial^\mu\phi_i)} T_{ij}^a \phi_j. \quad (1.28)$$

Con este procedimiento se ha encontrado una corriente conservada, J_μ^a , cuya existencia es consecuencia de la invariancia de la acción bajo las transformaciones de $\phi_i(x)$. Lo anterior implica la conservación de una carga $Q(t)$.

$$\frac{dQ(t)}{dt} = 0, \quad \text{donde} \quad Q(t) = \int d^3x J_0(x).$$

Este resultado se conoce con el nombre de Teorema de Noether, el cual juega un papel muy importante en teoría de campo y física de partículas. Este teorema da cuenta de la conservación de la energía, momento lineal, momento angular y de números cuánticos que poseen las partículas tales como carga, isospín, color, etc.

1.3.1 La simetría quiral

En la simetría SU(3) de sabor los mesones pseudoescalares, los mesones vectoriales y los bariones son ordenados en representaciones de singletes y octetes, es decir, las raíces de la simetría quiral hay que buscarlas en *el álgebra de corrientes* y en la clasificación de hadrones de Gell-Mann.

No se sabe cuales son las fuerzas fundamentales que rompen las simetrías de los bariones. Lo que generalmente se hace, es ver como se transforma bajo un determinado grupo G (simetría de norma) la parte no simétrica del Hamiltoniano y de esa manera obtener información sobre la dinámica del sistema. Debido a esto es conveniente descomponer el operador Hamiltoniano en dos partes:

$$\mathcal{H} = \mathcal{H}_0 + \lambda \mathcal{H}', \quad (1.29)$$

donde \mathcal{H}_0 es la parte simétrica y \mathcal{H}' la parte que rompe esta simetría. De acuerdo con el Teorema de Noether podemos relacionar la conservación de la corriente $J_a^\mu(x)$ con la invariancia del Hamiltoniano \mathcal{H}_0 ,

$$Q_a(x_0) = \int J_a^0(x) d^3x. \quad (1.30)$$

En el caso de que $\lambda = 0$, las cargas $Q_a(x_0)$ son independientes del tiempo y por tanto se conservan.

La teoría más importante sobre las simetrías aproximadas fue postulado por Gell-Mann [24]. De acuerdo a esta teoría los operadores forman una representación del grupo de simetría considerando

$$[Q_a(x_0), Q_b(x_0)] = if_{abc} Q_c(x_0). \quad (1.31)$$

Existen dos maneras de que una simetría del Hamiltoniano \mathcal{H}_0 sea realizada

- La realización de Wigner-Weyl,

$$Q_a(x_0)|0\rangle = 0. \quad (1.32)$$

- La realización de Nambu-Goldstone

$$Q_a(x_0)|0\rangle \neq 0. \quad (1.33)$$

En la realización de Wigner-Weyl la simetría se manifiesta directamente en el espectro del Hamiltoniano \mathcal{H}_0 como una degeneración de los multipletes, si $\lambda = 0$.

De la realización de Nambu-Goldstone se sigue la existencia de bosones con masa cero si $\lambda = 0$ y no mostrará ninguna degeneración en la estructura de los multipletes.

A este tipo de realización se le denomina rotura espontánea de la simetría. En este caso particular los operadores de carga $Q_a(x_\mu)$ no son definidos o mejor dicho no son normalizables.

Gell-Mann hizo un postulado adicional el cual establece que los generadores $Q_a(x_0)$ de las simetrías hadrónicas coinciden con las cargas, las cuales están relacionadas con las corrientes en las interacciones débiles y electromagnéticas. Además postuló que las corrientes débiles también cumplen relaciones similares de conmutación.

$$\delta(x_0 - y_0) [J_a^0(x), J_b^0(y)] = i\delta^4(x - y) f_{abc} J_c^0(x), \quad (1.34)$$

donde $J_a^0(x)$ son las corrientes débiles. Esto significa que las interacciones débiles nos pueden servir para informarnos sobre las simetrías y sobre la rotura de las simetrías de las interacciones fuertes. De estas ideas se originó el *álgebra de corrientes* en física de partículas.

Del decaimiento β fueron postuladas la existencia de las corrientes vectoriales y corrientes axiales (Teoría V-A) por Feynman, Gell-Mann, Marshak y Sudarshan.

Gell-Mann Postuló también para las corrientes vectoriales y axiales un álgebra similar a la ecuación (1.34)

$$\begin{aligned} \delta(x_0 - y_0) [V_a^0(x), V_b^0(y)] &= i f_{abc} V_c^0(x) \delta^4(x - y), \\ \delta(x_0 - y_0) [V_a^0(x), A_b^0(y)] &= i f_{abc} A_c^0(x) \delta^4(x - y), \\ \delta(x_0 - y_0) [A_a^0(x), A_b^0(y)] &= i f_{abc} V_c^0(x) \delta^4(x - y). \end{aligned} \quad (1.35)$$

Ahora podemos definir nuevos operadores de carga,

$$\begin{aligned} F_a(x) &= \int d^3x V_a^0(x), \\ F_a^5(x_0) &= \int d^3x A_a^0(x). \end{aligned} \quad (1.36)$$

Estas cargas generan el álgebra de Lie de $SU(3)_L \times SU(3)_R$.

$$\begin{aligned} [F_a(x_0), F_b(x_0)] &= i f_{abc} F_c(x_0), \\ [F_a(x_0), F_b^5(x_0)] &= i f_{abc} F_c^5(x_0), \\ [F_a^5(x_0), F_b^5(x_0)] &= i f_{abc} F_c(x_0). \end{aligned} \quad (1.37)$$

Para observar mejor la estructura de esta álgebra de Lie $SU(3)_L \times SU(3)_R$ podemos definir unos nuevos operadores $F^\pm(x_0)$ donde

$$F_a^\pm(x_0) = \frac{1}{2} [F_a(x_0) \pm F_a^5(x_0)]; \quad (1.38)$$

reemplazando en las relaciones de conmutación Ec. (1.37) obtendremos las siguientes relaciones

$$\begin{aligned} [F_a^\pm(x_0), F_b^\pm(x_0)] &= if_{abc}F_c^\pm(x_0), \\ [F_a^+(x_0), F_b^-(x_0)] &= 0. \end{aligned} \quad (1.39)$$

Esto demuestra que los generadores $F_a(x_0)$ y $F_a^5(x_0)$ generan el producto directo $SU(3)_L \times SU(3)_R$ y en este caso se habla de **las simetrías quirales**.

La simetría $SU(3)$ exige que todas las partículas que pertenecen al mismo multiplete posean la misma masa. Las simetrías quirales $SU(3)_L \times SU(3)_R$ no exigen multipletes de partículas pero en cambio poseen ocho mesones pseudoescalares (Teorema de Goldstone), es decir, tres piones (π^0 , π^+ y π^-), cuatro kaones (K^0 , \bar{K}^0 , K^+ y K^-) y η , como se muestra en la Fig. 1.1(b).

Supongamos que el Hamiltoniano \mathcal{H} posea la simetría quiral. Esto significa

$$[F_a^\pm, \mathcal{H}] = 0. \quad (1.40)$$

Supongamos adicionalmente que el operador de carga $F_a(x_0)$ deja invariante el vacío, esto es

$$F_a(x)|0\rangle = 0. \quad (1.41)$$

Pero nosotros no podemos hacer la misma suposición para las cargas axiales ya que en el espectro hadrónico no se encuentran en el mismo multiplete partículas con diferente paridad. En lugar de hacer esta suposición, supondremos que el vacío no es invariante bajo la simetría quiral $SU(3)_L \times SU(3)_R$. Esto significa que:

$$F_a^5(x)|0\rangle \neq 0. \quad (1.42)$$

De aquí se obtiene el teorema de Goldstone por el cual en la simetría quiral $SU(3)_L \times SU(3)_R$ los mesones pseudoescalares deben de tener masa igual a cero. Naturalmente nosotros sabemos que en el mundo físico todos los mesones poseen masa. Esto significa que la simetría quiral $SU(3)_L \times SU(3)_R$ no puede ser exacta.

La simetría quiral en el vacío de QCD

Para ampliar el tema de que el vacío de la QCD no es invariante bajo la simetría quiral, fijemos nuestra atención en el papel fundamental que juegan las simetrías globales de QCD, en particular la simetría quiral asociada con el número cuántico de sabor. Si despreciamos las masas de los quarks, lo cual es una aproximación excelente para los quarks u y d y bastante buena para el s , el Lagrangiano de QCD asociado a estos tres quarks ligeros

$$\mathcal{L} = \bar{q}i\gamma^\mu D_\mu q = \bar{q}_L i\gamma^\mu D_\mu q_L + \bar{q}_R i\gamma^\mu D_\mu q_R, \quad q \equiv (u, d, s), \quad (1.43)$$

es invariante bajo transformaciones unitarias en el espacio de los tres sabores de los quarks, ya que sus interacciones son idénticas. Los hadrones que pertenecen a un mismo multiplete tienen aproximadamente la misma masa e idénticos espines, paridades, número bariónico, etc.

Sin embargo, el Lagrangiano Ec. (1.43) posee demasiadas simetrías. Al separar los quarks sus quiralidades izquierda y derecha (la quiralidad es un número cuántico que en el caso de fermiones sin masa coincide exactamente con la helicidad, o proyección del momento angular en la dirección del movimiento), observamos que hay dos simetrías $SU(3)$ independientes para las dos quiralidades. Esto implicaría una duplicidad de multipletes hadrónicos con paridades opuestas que no existe en el espectro observado.

La discrepancia entre las simetrías del Lagrangiano (la interacción) y del espectro se debe a que el estado fundamental —el vacío— de QCD no respeta la simetría quiral. El vacío de QCD se alinea en una cierta dirección en el espacio de simetría interno que representan las transformaciones quirales. En términos matemáticos hablamos de una rotura espontánea del grupo de simetría global $SU(3)_L \times SU(3)_R$ a su subgrupo diagonal $SU(3)_V$.

En términos físicos, la rotura espontánea tiene una consecuencia muy importante, la aparición de ocho mesones pseudoescalares (paridad negativa) sin masa. Puesto que los quarks u , d y s tienen una pequeña masa, la simetría del Lagrangiano no es exacta y estas ocho partículas adquieren una masa si bien muy pequeña en comparación con los restantes hadrones. La rotura espontánea de simetría implica propiedades muy peculiares para estas partículas, cuya dinámica a bajas energías puede predecirse de forma rigurosa mediante argumentos basados únicamente en la simetría subyacente. La confirmación experimental de todas estas predicciones ha demostrado inequívocamente el fenómeno de rotura espontánea de la simetría quiral en el vacío de QCD.

1.4 Corrientes de simetría como corrientes físicas

El álgebra de corriente que representa simetrías de la interacción fuerte puede ser probada directamente en electromagnetismo o en procesos de interacción débil que involucren hadrones. Las corrientes de simetría son justamente las corrientes físicas que aparecen en electromagnetismo e interacciones débiles, es decir, las mismas corrientes de Noether o combinaciones lineales de ellas aparecen en el Lagrangiano de interacción.

Corriente electromagnética

La corriente electromagnética $J_\lambda^{\text{em}}(x)$ está acoplada al campo del fotón $A_\lambda(x)$ en el Lagrangiano de interacción dado por

$$\mathcal{L}^{\text{em}} = eJ_\lambda^{\text{em}}A^\lambda, \quad (1.44)$$

donde e es la constante de acoplamiento (carga eléctrica). Separando la corriente en dos partes, una leptónica y otra hadrónica, tenemos

$$J_\lambda^{\text{em}} = J_{l\lambda}^{\text{em}} + J_{h\lambda}^{\text{em}}. \quad (1.45)$$

La corriente leptónica se puede escribir directamente en términos de los campos de los leptones cargados mientras que la parte hadrónica se puede expresar en términos de campos de quarks.

La corriente electromagnética es una corriente de simetría y se conserva en todas las interacciones conocidas. El operador de carga hadrónico

$$Q_h^{\text{em}} = \int J_{h0}^{\text{em}} d^3x \quad (1.46)$$

obedece las relaciones de Gell-Mann-Nishijima

$$Q_h^{\text{em}} = I_z + \frac{Y}{2}, \quad (1.47)$$

donde I_z es la tercera componente de isoespín y Y es la hipercarga. Esto implica una relación similar para las corrientes correspondientes

$$J_{h\lambda}^{\text{em}} = J_\lambda^3 + \frac{1}{2} J_\lambda^Y. \quad (1.48)$$

Corriente débil

En interacciones débiles la corriente juega un papel similar a J_λ^{em} en la interacción electromagnética. Estas dos interacciones están unificadas en teorías de norma modernas y son miembros de un mismo multiplete. La corriente débil cargada J_λ se acopla al campo W_λ del bosón vectorial intermediario cargado como

$$\mathcal{L}^W = g_s J_\lambda W^\lambda + \text{h.c.}, \quad (1.49)$$

donde g_s es la constante de acoplamiento, es decir, $g_s \sin\theta_W = e$. De aquí tenemos el Lagrangiano efectivo a bajas energías para una interacción corriente-corriente,

$$\mathcal{L}_{\text{eff}} = -\frac{G_F}{\sqrt{2}} J_\lambda^\dagger J^\lambda + \text{h.c.}, \quad (1.50)$$

donde $G_F = \frac{\sqrt{2}g_s^2}{8M_W^2} \simeq 1.17 \times 10^{-5} \text{ GeV}^{-2}$, es la constante de Fermi. La corriente débil J_λ puede separarse también en partes leptónica y hadrónica

$$J^\lambda = J_l^\lambda + J_h^\lambda, \quad (1.51)$$

con

$$J_l^\lambda = \bar{\nu}_e \gamma^\lambda (1 - \gamma_5) e + \bar{\nu}_\mu \gamma^\lambda (1 - \gamma_5) \mu + \dots \quad (1.52)$$

La Ec. (1.52) posee explícitamente la estructura $V - A$ tal y como fue postulada por Feynman y Gell-Mann e independientemente por Sudarshan y Marshak. En dicha ecuación, $\nu_e(x)$ y $\nu_\mu(x)$ son los operadores de campo para los neutrinos mientras que e y μ representan los correspondientes operadores de campo para los leptones cargados electrón y muón, respectivamente. La corriente hadrónica J_h^λ , escrita también en la forma $V - A$, está dada por

$$J_h^\lambda = [(V_1^\lambda + iV_2^\lambda) - (A_1^\lambda + iA_2^\lambda)] \cos \theta_c + [(V_4^\lambda + iV_5^\lambda) - (A_4^\lambda + iA_5^\lambda)] \sin \theta_c, \quad (1.53)$$

donde θ_c es el ángulo de Cabibbo. Los subíndices en los operadores de corrientes vector y axial vector son índices del octete de $SU(3)$. Existen varias reglas de selección y relaciones de simetría implicadas por las propiedades de transformación bajo $SU(2)$ y $SU(3)$ de las corrientes hadrónicas (Modelo de Cabibbo) que han sido probadas en procesos semileptónicos débiles. Las corrientes de isospín son aproximadamente conservadas. Este hecho se conoce como *hipótesis de la corriente vectorial conservada* (CVC).

Conociendo los elementos de matriz de la corriente electromagnética, los cuales están relacionados directamente con los factores de forma, podemos predecir los correspondientes factores de forma del sector $\Delta S = 0$ en procesos semileptónicos de bariones a través de rotaciones de isospín. Análogamente, los factores de forma débiles para el sector $|\Delta S| = 1$ se pueden fijar por rotaciones de $SU(3)$, dado que esas corrientes vectoriales son miembros del mismo multiplete. Las corrientes vector y axial vector satisfacen el álgebra de Lie $SU(3)_L \times SU(3)_R$ Ec. (1.37).

Capítulo 2

Teorías de Campo Efectivas

Las teorías de campo efectivas proporcionan una herramienta muy poderosa para analizar las consecuencias de la simetría quiral. La idea, que en realidad es aplicable a cualquier descripción efectiva de QCD o de cualquier otra teoría de campos, es la siguiente: Si estamos interesados en describir la física hasta una escala de energía y momento Λ_χ , solamente necesitamos retener como grados de libertad explícitos aquellos que pueden producirse cuando en un proceso los 4-momentos externos son menores que Λ_χ ; es decir, aquellas partículas que son ligeras comparadas con Λ_χ . La información sobre los grados de libertad más pesados queda incluida en las constantes de acoplamiento del Lagrangiano efectivo local que describe la física de bajas energías. Si las simetrías son suficientemente restrictivas, sólo podrán existir en el Lagrangiano efectivo un número muy pequeño de términos con la dimensión adecuada a una densidad Lagrangiana.

En teorías no perturbativas (como la QCD a bajas energías) es posible construir una teoría de campo efectiva predictiva para fenómenos a bajas energías combinando una serie de potencias de operadores con las restricciones de simetría bajo la teoría dada (como el Lagrangiano quiral para piones físicos). Las teorías de campo efectivas nos sirven para estudiar el comportamiento de un sistema a una escala determinada de forma más simple que la teoría fundamental que está por encima. Se necesita ir añadiendo más y más términos a la teoría efectiva, generando así una expansión controlada por un parámetro Λ_χ , característico de una escala más alta. A medida que aumentamos la potencia de Λ_χ en el denominador, operadores de dimensiones más altas son introducidos en la teoría efectiva. Consideremos ahora que nuestro problema físico involucra partículas ligeras que interactúan entre sí a través del intercambio de otra partícula de masa M mucho mayor. Si la energía característica es mucho menor que M , podemos reemplazar el intercambio no-local de la partícula pesada (es decir el propagador) por una torre de interacciones locales entre las partículas ligeras. El conjunto de operadores así generado es en principio infinito en número y de dimensión creciente, de manera que se requieren infinitos contratérminos para absorber las divergencias. A un determinado orden en $1/\Lambda_\chi$ sólo un número finito de operadores de la expansión del Lagrangiano efectivo

contribuyen al proceso físico, con lo que un número finito de contratérminos es suficiente [25]. Entonces, podemos recuperar el poder predictivo de la teoría obteniendo resultados con una precisión limitada.

2.1 Teoría de perturbaciones quirales para bariones pesados

La teoría de perturbaciones quirales es la teoría de campo efectiva para los mesones ligeros de la QCD. Dado que estos estados son los pseudobosones de Goldstone de la simetría quiral $SU(3)_L \times SU(3)_R$ espontáneamente rota, es decir, la teoría de perturbaciones quirales explota la simetría del Lagrangiano de QCD bajo transformaciones de $SU(3)_L \times SU(3)_R \times U(1)$ de los tres sabores de quarks ligeros en el límite $m_q \rightarrow 0$, donde m_q es la masa del quark. El vacío de QCD se alinea en una cierta dirección en el espacio de simetría interno que representan las transformaciones quirales, entonces hablamos de una rotura espontánea del grupo de simetría global $SU(3)_L \times SU(3)_R \times U(1)$ a un subgrupo diagonal $SU(3) \times U(1)$. La rotura espontánea tiene una consecuencia muy importante, la aparición del octete pseudoescalar de bosones de Goldstone. La simetría del Lagrangiano no es exacta, puesto que los quarks u , d y s tienen una pequeña masa.

Adicionalmente, la teoría de perturbaciones quirales puede extenderse para incluir grados de libertad fermiónicos, tales como los bariones, cuyas propiedades bajo la transformación quiral fijan sus acoplamientos a los mesones y es conveniente considerar al campo de bariones estáticos dependiente de la velocidad, este formalismo introducido por Jenkins y Manohar se conoce como *Teoría de Perturbaciones Quirales para Bariones Pesados* [18, 19].

El Lagrangiano efectivo al más bajo orden [18] está dado por la siguiente ecuación,

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{\text{barión}} = & i \text{Tr} \bar{B}_v (v \cdot \mathcal{D}) B_v - i \bar{T}_v^\mu (v \cdot \mathcal{D}) T_{v\mu} + \Delta \bar{T}_v^\mu T_{v\mu} + 2D \text{Tr} \bar{B}_v S_v^\mu \{ \mathcal{A}_\mu, B_v \} \\ & + 2F \text{Tr} \bar{B}_v S_v^\mu [\mathcal{A}_\mu, B_v] + \mathcal{C} (\bar{T}_v^\mu \mathcal{A}_\mu B_v + \bar{B}_v \mathcal{A}_\mu T_v^\mu) + 2 \mathcal{H} \bar{T}_v^\mu S_v^\nu \mathcal{A}_\nu T_{v\mu}, \end{aligned} \quad (2.1)$$

donde D , F , \mathcal{C} y \mathcal{H} son los coeficientes quirales, es decir, los acoplamientos pión-barión y Δ es la diferencia de masas entre las masas invariantes de $SU(3)$ del octete de bariones, M_B y decuplete de bariones M_T dadas por $\Delta \equiv M_T - M_B$, además B_v y T_v^μ son campos nuevos con 4-velocidad definida v^μ ; así, tenemos que los campos de bariones dependen de la velocidad [18].

Para construir el Lagrangiano efectivo Ec. (2.1) que describe las interacciones de mesones y bariones se consideran los campos siguientes:

1. El campo de pseudobosones de Goldstone contenido en la matriz

$$\xi = \exp \left(\frac{i\Pi}{f} \right), \quad (2.2)$$

donde $f \approx 93$ MeV es la constante de decaimiento del pión; explícitamente

$$\Pi = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}}\pi^0 + \frac{1}{\sqrt{6}}\eta & \pi^+ & K^+ \\ \pi^- & -\frac{1}{\sqrt{2}}\pi^0 + \frac{1}{\sqrt{6}}\eta & K^0 \\ K^- & \bar{K}^0 & -\frac{2}{\sqrt{6}}\eta \end{pmatrix}. \quad (2.3)$$

2. El octete de bariones, el cual está contenido en la matriz

$$B = \begin{pmatrix} \Sigma^0 + \frac{1}{\sqrt{6}}\Lambda & \Sigma^+ & p \\ \Sigma^- & -\frac{1}{\sqrt{2}}\Sigma^0 + \frac{1}{\sqrt{6}}\Lambda & n \\ -\Xi^- & \Xi^0 & -\frac{2}{\sqrt{6}}\Lambda \end{pmatrix}. \quad (2.4)$$

3. La matriz \bar{B} de antibariones

$$\bar{B} = \begin{pmatrix} \bar{\Sigma}^0 + \frac{1}{\sqrt{6}}\bar{\Lambda} & \bar{\Sigma}^- & -\bar{\Xi}^- \\ \bar{\Sigma}^+ & -\frac{1}{\sqrt{2}}\bar{\Sigma}^0 + \frac{1}{\sqrt{6}}\bar{\Lambda} & \bar{\Xi}^0 \\ \bar{p} & \bar{n} & -\frac{2}{\sqrt{6}}\bar{\Lambda} \end{pmatrix}. \quad (2.5)$$

4. El decuplete de bariones de espín $\frac{3}{2}$, descrito por un campo de Rarita-Schwinger T^μ , el cual satisface la restricción $\gamma_\mu T^\mu = 0$ y es completamente simétrico en sus índices de SU(3). Sus componentes son

$$\begin{aligned} T_{uuu} &= \Delta^{++}, & T_{uud} &= \frac{1}{\sqrt{3}}\Delta^+, & T_{udd} &= \frac{1}{\sqrt{3}}\Delta^0, \\ T_{ddd} &= \Delta^-, & T_{uus} &= \frac{1}{\sqrt{3}}\Sigma^{*+}, & T_{uds} &= \frac{1}{\sqrt{6}}\Sigma^{*0}, \\ T_{dds} &= \frac{1}{\sqrt{3}}\Sigma^{*-}, & T_{uss} &= \frac{1}{\sqrt{3}}\Xi^{*0}, & T_{dss} &= \frac{1}{\sqrt{3}}\Xi^{*-}, \\ T_{sss} &= \Omega^-. \end{aligned} \quad (2.6)$$

Los nuevos campos dependientes de la velocidad, se relacionan con los de la teoría original a través de [18]

$$B_v(x) = \exp(i M_N \not{v} x^\mu) B(x), \quad T_v^\mu(x) = \exp(i M_\Delta \not{v} x^\mu) T^\mu(x), \quad (2.7)$$

y el operador de espín tiene la siguiente expresión,

$$S_s^\mu = i\gamma_5 \sigma^{\mu\nu} v_\nu / 2. \quad (2.8)$$

De la ecuación (2.1) se obtiene el propagador del barión [18]

$$\frac{i}{k \cdot v - \Delta + i\varepsilon}, \quad (2.9)$$

donde $\Delta = 0$ corresponde al propagador del barión del octete y $\Delta \neq 0$ corresponde al propagador del barión del decuplete. Aquí $k \sim \mathcal{O}(p)$ es el momento fuera de la capa de masa portado por los componentes ligeros de B_v a este orden y está relacionado con el momento p^μ del barión físico a través de

$$p^\mu = M_0 v^\mu + k^\mu, \quad (2.10)$$

donde M_0 es la masa del barión en el límite quirral y $p^2 = M_0^2$ sobre la capa de masa.

La teoría de perturbaciones quirales para bariones pesados es la teoría de campo efectiva de los mesones ligeros de la QCD. El octete de mesones pseudoescalares puede identificarse con el multiplete de bosones Goldstone (aproximadamente sin masa) asociados con la rotura espontánea de la simetría quirral. Los bosones de Goldstone obedecen teoremas de baja energía, los cuales resultan en las predicciones conocidas del álgebra de corriente.

Adicionalmente, en teoría de perturbaciones quirales para bariones pesados se tiene una doble expansión: la expansión quirral en potencias de p/Λ_χ y la expansión de barión pesado p/M_B (donde p es el momento del mesón, M_B es la masa del barión y Λ_χ es la escala de rotura de la simetría quirral). Dado que $M_B \sim \Lambda_\chi$ las dos expansiones pueden ser incorporadas simultáneamente.

La aplicación más inmediata de la teoría de perturbaciones quirales para bariones pesados fue para la corriente axial vector de bariones [18, 19]. Dos resultados importantes fueron obtenidos de este análisis. En el primero se encontró que las razones del acoplamiento axial vector es cercano a sus valores en SU(6) con una razón F/D cercana a $2/3$, el valor predicho por el modelo de quark no relativista. Segundo, se encontraron grandes cancelaciones en las correcciones a un loop para la corriente axial vector de bariones entre las gráficas de loop con estados intermediarios del octete de bariones de espín $\frac{1}{2}$ y el decuplete de bariones de espín $\frac{3}{2}$. Esto fue probado más tarde usando la expansión $1/N_c$: las razones de los acoplamientos axial vector de bariones tendrían valores de SU(6) con $F/D = 2/3$, haciendo correcciones a orden $1/N_c^2$ para piones [4, 32].

2.1.1 La corriente axial para bariones en teoría de perturbaciones quirales

Las correcciones a un loop para la corriente axial se originan de los diagramas de Feynman que se presentan en la Fig. 2.1. En esta figura, las líneas continuas dobles representan a

un barión, mientras que la línea segmentada representa a un mesón. El símbolo \otimes indica la inserción de la corriente axial. El símbolo \bullet representa un vértice de interacción fuerte proveniente del Lagrangiano. Primero consideremos la renormalización de la función de

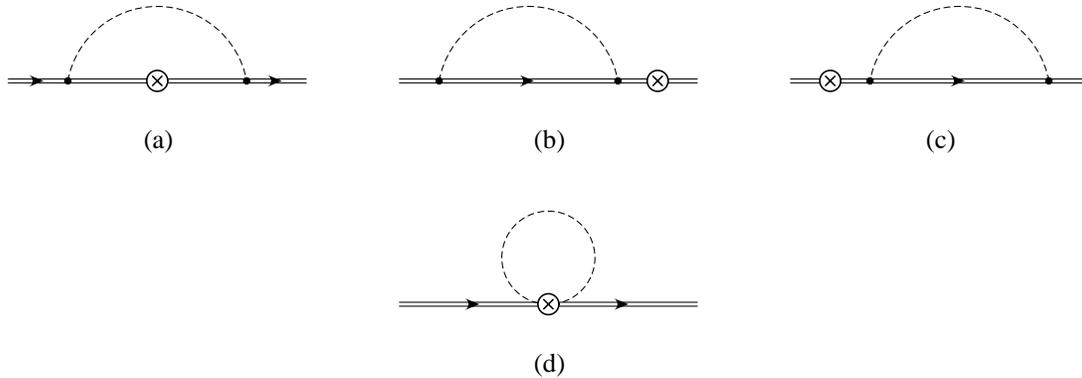


Fig. 2.1: Diagramas de Feynman a un loop que contribuyen a la renormalización de la corriente axial.

onda a un loop Fig. 2.2. Este diagrama de Feynman es parte de los diagramas 2.1(b) y 2.1(c). En esta sección nuestro cálculo consiste en las correcciones del octete de mesones. El diagrama de Feynman de la Fig. 2.2 depende de la función $F(m_\Pi, \Delta, \mu)$ la cual esta definida por la integral a un loop

$$\delta^{ij} F(m_\Pi, \Delta, \mu) = \frac{i}{f^2} \int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} \frac{d^4 k (\mathbf{k}^i) (-\mathbf{k}^j)}{(k^2 - m_\Pi^2)(k \cdot v - \Delta + i\epsilon)}. \quad (2.11)$$

Esta integral fue resuelta usando regularización dimensional [16, 52]; así μ en la Ec. (2.11) denota el parámetro de escala. La expresión que se obtiene al evaluar esta integral esta dada con más detalle en el Apéndice A de esta tesis.

En la Fig. 2.2 se presenta el diagrama de Feynman que contribuye a la renormalización de la función de onda para el barión B , donde uno suma sobre todos los posibles bariones intermedios B_I . Las combinaciones lineales de sabor singulete, octete y **27**

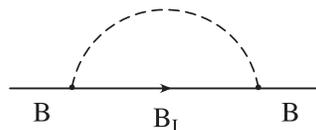


Fig. 2.2: Diagrama a un loop de la función de onda.

de las integrales sobre loop son

$$F_{\mathbf{1}}^{(n)} = \frac{1}{8} [3F^{(n)}(m_\pi, 0, \mu) + 4F^{(n)}(m_K, 0, \mu) + F^{(n)}(m_\eta, 0, \mu)], \quad (2.12)$$

$$F_{\mathbf{8}}^{(n)} = \frac{2\sqrt{3}}{5} \left[\frac{3}{2}F^{(n)}(m_\pi, 0, \mu) - F^{(n)}(m_K, 0, \mu) - \frac{1}{2}F^{(n)}(m_\eta, 0, \mu) \right], \quad (2.13)$$

$$F_{\mathbf{27}}^{(n)} = \frac{1}{3}F^{(n)}(m_\pi, 0, \mu) - \frac{4}{3}F^{(n)}(m_K, 0, \mu) + F^{(n)}(m_\eta, 0, \mu). \quad (2.14)$$

Las Ecs. (2.12), (2.13) y (2.14) son combinaciones lineales de $F^{(n)}(m_\pi, 0, \mu)$, $F^{(n)}(m_K, 0, \mu)$ y $F^{(n)}(m_\eta, 0, \mu)$, las cuales son el resultado de efectuar las integrales a un loop. Aquí, la función $F^{(n)}(m_\Pi, 0, \mu)$ representa el límite de degeneración $\Delta/m_\Pi \rightarrow 0$ de la función general $F^{(n)}(m_\Pi, \Delta, \mu)$, definida como

$$F^{(n)}(m_\Pi, \Delta, \mu) \equiv \frac{\partial^n F(m_\Pi, \Delta, \mu)}{\partial \delta^n}, \quad (2.15)$$

donde μ es el parámetro de escala de la regularización dimensional. La función $F(m_\Pi, \Delta, \mu)$ junto con sus derivadas son dadas explícitamente en el Apéndice A.

Análogamente, las combinaciones lineales de las integrales a un loop $I(m_\pi, \mu)$, $I(m_K, \mu)$ y $I(m_\eta, \mu)$ para la contribución de sabor singulete $I_{\mathbf{1}}$, sabor octete $I_{\mathbf{8}}$ y sabor $\mathbf{27}$ $I_{\mathbf{27}}$ son

$$I(m_\Pi, \mu) = \frac{i}{f^2} \int \frac{d^4k}{(2\pi)^4} \frac{1}{k^2 - m_\Pi^2} = \frac{m_\Pi^2}{16\pi^2 f^2} \left[\ln \frac{m_\Pi^2}{\mu^2} - 1 \right]. \quad (2.16)$$

Estos forman las combinaciones lineales Ecs. (2.17) - (2.19)

$$I_{\mathbf{1}} = \frac{1}{8} [3I(m_\pi, \mu) + 4I(m_K, \mu) + I(m_\eta, \mu)], \quad (2.17)$$

$$I_{\mathbf{8}} = \frac{2\sqrt{3}}{5} \left[\frac{3}{2}I(m_\pi, \mu) - I(m_K, \mu) - \frac{1}{2}I(m_\eta, \mu) \right], \quad (2.18)$$

$$I_{\mathbf{27}} = \frac{1}{3}I(m_\pi, \mu) - \frac{4}{3}I(m_K, \mu) + I(m_\eta, \mu). \quad (2.19)$$

Las correcciones quirales logarítmicas para la corriente axial en decaimientos semi-leptónicos de bariones se pueden calcular considerando estados intermediarios octete y decuplete, se ha comprobado que existen grandes cancelaciones en las correcciones a un loop para la corriente axial entre las contribuciones de los estados bariónicos, decuplete de espín $\frac{3}{2}$ y octete de espín $\frac{1}{2}$ Refs. [2, 16, 19].

La corriente axial renormalizada puede escribirse de la forma siguiente [18, 19]

$$\langle B_j | J_\mu^A | B_i \rangle = \left[\alpha_{B_j B_i} - \sum_{\Pi} \left(\bar{\beta}_{B_j B_i}^{\Pi} - \bar{\lambda}_{B_j B_i}^{\Pi} \alpha_{B_j B_i} \right) F(m_\Pi, \mu) + \sum_{\Pi} \gamma_{B_j B_i}^{\Pi} I(m_\Pi, \mu) \right] \times \bar{u}_{B_j} \gamma_\mu \gamma_5 u_{B_i}, \quad (2.20)$$

donde $\alpha_{B_j B_i}$ es el resultado a nivel árbol. Es importante puntualizar que los elementos de matriz de las componentes espaciales del operador axial vector entre los estados de simetría SU(6) dan los valores usuales de los acoplamientos axial vector. Para el octete de bariones, los acoplamientos axial vector son g_A , tal como están definidos en los experimentos en decaimientos semileptónicos de bariones, donde $g_A \approx 1.27$ para el decaimiento beta del neutrón. Para los decaimientos fuertes de bariones los acoplamientos axial vector son g , los cuales son extraídos de las anchuras de los decaimientos fuertes del decuplete de bariones al octete de bariones y piones.

Al orden más bajo, tenemos

$$(g_A)_{\text{Árbol}}^{B_i B_j} = \langle B_j | J_\mu^A | B_i \rangle = F + D. \quad (2.21)$$

donde F y D so los coeficientes quirales.

Continuando con las contribuciones a nivel de un loop. La contribución del diagrama de Feynman de la Fig. 2.1(a) tiene la siguiente expresión

$$\bar{\beta}_{B_j B_i}^\Pi = \beta_{B_j B_i}^\Pi + \beta'^\Pi_{B_j B_i} \quad (2.22)$$

Los diagramas (b) y (c) de la Fig. 2.1 corresponden a la corrección debida a la renormalización de la función de onda, dada por la siguiente ecuación

$$\bar{\lambda}_{B_j B_i}^\Pi = \lambda_{B_j B_i}^\Pi + \lambda'^\Pi_{B_j B_i} \quad (2.23)$$

Finalmente, $\gamma_{B_j B_i}^\Pi$ es la corrección a un loop que se origina en el diagrama Fig. 2.1 (d),

$$\sqrt{Z_{B_j} Z_{B_i}} = 1 - \sum_{\Pi} \bar{\lambda}_{B_j B_i}^\Pi F(m_\Pi, \mu), \quad \bar{\lambda}_{B_j B_i}^\Pi = \frac{1}{2}(\bar{\lambda}_{B_i}^\Pi + \bar{\lambda}_{B_j}^\Pi), \quad (2.24)$$

Π representa a los mesones π , K y η .

Las cantidades no primadas y primadas en Ecs. (2.22) y (2.23) son contribuciones con estados intermedios de octete y decuplete, respectivamente. Las fórmulas explícitas para los coeficientes quirales $\alpha_{B_j B_i}$, $\bar{\beta}_{B_j B_i}^\Pi$, $\bar{\lambda}_{B_j B_i}^\Pi$ y $\gamma_{B_j B_i}^\Pi$ se encuentran publicadas en la Ref. [2]. Notemos que al restringirnos al caso de correcciones no analíticas en el límite $m_u = m_d = 0$ y al usar la fórmula de masa de Gell-Mann-Okubo para reescribir m_η^2 como $(4/3)m_K^2$, la Ec. (2.20) se reduce a los resultados ya obtenidos [18, 19].

Ahora podemos reescribir la corriente axial renormalizada Ec. (2.20) en una forma más conveniente

$$\begin{aligned} \langle B_j | J_\mu^A | B_i \rangle &= \left[\alpha_{B_j B_i} + b_1^{B_j B_i} F_1 + b_8^{B_j B_i} F_8 + b_{27}^{B_j B_i} F_{27} + c_1^{B_j B_i} I_1 + c_8^{B_j B_i} I_8 + c_{27}^{B_j B_i} I_{27} \right] \\ &\times \bar{u}_{B_j} \gamma_\mu \gamma_5 u_{B_i}, \end{aligned} \quad (2.25)$$

escrita en términos de las combinaciones lineales Ecs. (2.12) - (2.14) y Ecs. (2.17) - (2.19)

donde los nuevos coeficientes son

$$b_{\mathbf{1}}^{B_j B_i} = -(a_{B_j B_i}^\pi + a_{B_j B_i}^K + a_{B_j B_i}^\eta), \quad (2.26)$$

$$b_{\mathbf{8}}^{B_j B_i} = -\frac{1}{\sqrt{3}} \left(a_{B_j B_i}^\pi - \frac{1}{2} a_{B_j B_i}^K - a_{B_j B_i}^\eta \right), \quad (2.27)$$

$$b_{\mathbf{27}}^{B_j B_i} = -\frac{3}{40} \left(a_{B_j B_i}^\pi - 3a_{B_j B_i}^K + 9a_{B_j B_i}^\eta \right), \quad (2.28)$$

$$c_{\mathbf{1}}^{B_j B_i} = \gamma_{B_j B_i}^\pi + \gamma_{B_j B_i}^K + \gamma_{B_j B_i}^\eta, \quad (2.29)$$

$$c_{\mathbf{8}}^{B_j B_i} = \frac{1}{\sqrt{3}} \left(\gamma_{B_j B_i}^\pi - \frac{1}{2} \gamma_{B_j B_i}^K - \gamma_{B_j B_i}^\eta \right), \quad (2.30)$$

$$c_{\mathbf{27}}^{B_j B_i} = \frac{3}{40} \left(\gamma_{B_j B_i}^\pi - 3\gamma_{B_j B_i}^K + 9\gamma_{B_j B_i}^\eta \right), \quad (2.31)$$

y los diferentes coeficientes $a_{B_j B_i}^\Pi$ son expresados en términos de los coeficientes quirales como

$$a_{B_j B_i}^\Pi = \bar{\beta}_{B_j B_i}^\Pi - \bar{\lambda}_{B_j B_i}^\Pi \alpha_{B_j B_i}. \quad (2.32)$$

Numéricamente, se determina que la corrección de sabor **27** está suprimida con respecto a la de sabor octete **8** y ésta a su vez esta suprimida con respecto a la de sabor singulete **1**.

2.2 QCD en el límite $N_c \rightarrow \infty$

La expansión $1/N_c$ es un esquema sistemático para acercarse al estudio de aspectos no perturbativos de la Cromodinámica Cuántica desde una teoría que se asemeja a QCD en un determinado límite.

La generalización de QCD desde $N_c = 3$ hasta $N_c \gg 3$ colores se conoce como *el límite de N_c grande*. En este límite surge en el sector de bariones una simetría contraída espín sabor $SU(2N_f)$ [4, 5, 3], donde N_f es el número de sabores de los 3 quarks ligeros u , d y s . En el límite $N_c \rightarrow \infty$ la física se simplifica notablemente, dado que las cantidades físicas en consideración adquieren correcciones de orden relativo $1/N_c$, $1/N_c^2$, $1/N_c^3$, etc., lo que da origen a la expansión $1/N_c$ [17]. El límite $N_c \rightarrow \infty$ para bariones organiza estados bariónicos a orden más bajo en la representación $SU(2N_f)$ completamente simétrica. Bajo la descomposición $[SU(2N_f) \rightarrow SU(2) \times SU(N_f)]$, esta representación espín-sabor se descompone en una torre de estados de bariones con espines $\frac{1}{2}, \frac{3}{2}, \dots, \frac{1}{N_c}$. Para $N_c = 3$ estos multipletes de sabor se reducen al octete y decuplete de bariones. Sin embargo, para $N_c > 3$, los multipletes contienen estados bariónicos adicionales que no existen para $N_c = 3$. Dada la complejidad de las representaciones de sabor para $N_f > 2$, es más sencillo enfocarse en los operadores que en los estados.

La simetría contraída viene de las condiciones de consistencia en las amplitudes de dispersión mesón-barión, las cuales se deben satisfacer para que la teoría sea unitaria [3]. El estudio del álgebra espín-sabor SU(6) para bariones en el límite de N_c grande es conveniente efectuarlo en la representación de quarks. Sin embargo, esto no significa que los quarks dentro del barión se traten como no relativistas. El álgebra del modelo de quarks no relativista proporciona una forma conveniente de expresar los resultados de cálculos en $1/N_c$, los cuales son válidos incluso para bariones con quarks no masivos. En la representación de quarks se define un conjunto de operadores de creación y aniquilación q_α^\dagger y q^α , donde $\alpha = 1, \dots, N_f$ representa los N_f sabores de quarks con espín hacia arriba y $\alpha = N_f + 1, \dots, 2N_f$, los N_f sabores de quarks con espín hacia abajo.

Cualquier operador de QCD que se transforme de acuerdo a una cierta representación SU(2) \times SU(3) tiene una expansión en términos de operadores de n -cuerpos Refs. [1, 5] dados de la siguiente forma

$$\mathcal{O}_{\text{QCD}} = \sum_n c_{(n)} \frac{1}{N_c^{n-1}} \mathcal{O}_n, \quad (2.33)$$

donde la base de operadores \mathcal{O}_n consiste de polinomios en los generadores: espín J^i , sabor T^a y espín sabor G^{ia} . Los coeficientes de los operadores $c_n(1/N_c)$ tienen expansiones en series de potencias en $1/N_c$ comenzando con orden 1. El problema de encontrar un conjunto completo e independiente de operadores de cualquier representación espín sabor fue resuelto por Dashen, *et. al.*, en la Ref. [5].

En el límite de N_c grande los bariones tienen masas del orden N_c y llegan a ser muy pesados con respecto a los mesones. Para 3 sabores de quarks (u , d y s), correspondientes al sector ligero, la simetría espín sabor es SU(6) y los bariones se agrupan en la representación **56**, cuya descomposición bajo SU(2) \times SU(3) es [3]

$$\mathbf{56} = \left(S = \frac{1}{2}, \mathbf{8} \right) + \left(S = \frac{3}{2}, \mathbf{10} \right).$$

Los generadores de la simetría espín sabor SU(6), expresados en términos de operadores bosónicos de quarks de creación q_α^\dagger y de aniquilación q^α , se expresan como

$$J^k = q^\dagger \frac{\sigma^k}{2} q, \quad T^c = q^\dagger \frac{\lambda^c}{2} q, \quad G^{kc} = q^\dagger \frac{\sigma^k \lambda^c}{2} q, \quad (2.34)$$

donde σ^k y λ^c son las matrices de espín de Pauli y de sabor de Gell-Mann, respectivamente. Los generadores de la simetría espín sabor SU(6) satisfacen las relaciones de conmutación listadas en la Tabla 2.1. Las relaciones de conmutación del álgebra de Lie para la descomposición espín sabor SU($2N_f$) \rightarrow SU(2) \times SU(N_f) entre operadores de un cuerpo, se encuentran listadas en la Tabla 2.1. Las constantes de estructura f^{abc} y d^{abc} para SU($2N_f$) pueden escribirse en términos de las trazas de los generadores λ^a del

Tabla 2.1: Relaciones de conmutación $SU(2N_f)$.

$[J^i, T^a] = 0$	
$[J^i, J^j] = i\epsilon^{ijk} J^k$	$[T^a, T^b] = i f^{abc} T^c$
$[J^i, G^{ja}] = i\epsilon^{ijk} G^{ka}$	$[T^a, G^{ib}] = i f^{abc} G^{ic}$
$[G^{ia}, G^{jb}] = \frac{i}{4} \delta^{ij} f^{abc} T^c + \frac{i}{2N_f} \delta^{ab} \epsilon^{ijk} J^k + \frac{i}{2} \epsilon^{ijk} d^{abc} G^{kc}$	

grupo $SU(2N_f)$ [5] en la representación fundamental,

$$\begin{aligned} f^{abc} &= -2i \text{Tr} \lambda^a [\lambda^b, \lambda^c], \\ d^{abc} &= 2 \text{Tr} \lambda^a \{\lambda^b, \lambda^c\}. \end{aligned} \quad (2.35)$$

Las identidades para contraer los índices de las constantes de estructura f^{abc} y d^{abc} de la Tabla 2.2 son utilizadas para derivar las identidades de los operadores de quarks [5]. Estas pueden demostrarse usando las Ecs. (2.35). Todos los productos de operadores

Tabla 2.2: Identidades.

$d^{aab} = 0$ $f^{abc} f^{abd} = N_f \delta^{cd}$ $f^{abc} f^{ade} d^{bdf} = \frac{N_f}{2} d^{cef}$ $d^{abc} d^{ade} f^{bdf} = \left(\frac{N_f}{2} - \frac{2}{N_f} \right) f^{cef}$ $\delta^{ab} \delta^{ab} = N_f^2 - 1$ $\delta^{il} \epsilon^{ijk} \epsilon^{klm} = \epsilon^{ljk} \epsilon^{klm} = \epsilon^{klj} \epsilon^{klm} = 2\delta^{jm}$	$d^{abc} d^{abd} = \left(N_f - \frac{4}{N_f} \right) \delta^{cd}$ $f^{acd} d^{bcd} = 0$ $d^{abc} d^{ade} d^{bdf} = \left(\frac{N_f}{2} - \frac{6}{N_f} \right) d^{cef}$ $\delta^{aa} = N_f^2 - 1$ $\delta^{ii} = 3$ $\epsilon^{ijk} \epsilon^{klm} = \epsilon^{ijk} \epsilon^{lmk} = \delta^{il} \delta^{jm} - \delta^{jl} \delta^{im}$
--	--

para los cuales dos índices de sabor se contraen usando f^{abc} y/o d^{abc} o dos índices de espín usando δ^{ij} y ϵ^{ijk} pueden ser eliminados [27].

2.3 Propiedades estáticas de bariones

En esta sección se estudian algunas propiedades estáticas de los bariones, es decir, los espectros de masas, acoplamientos en decaimientos semileptónicos, momentos magnéticos.

2.3.1 Masa de los bariones

Un hecho muy importante en QCD es que las masas de los bariones son parámetros esenciales en la descripción de estados ligados de quarks. Pero las masas de los quarks u , d y s son muy pequeñas, así que pueden considerarse cero. Por otra parte, las masas de los bariones son de orden $\mathcal{O}(N_c)$.

Los bariones en QCD son estados singuletes de color de N_c quarks. Esto se logra al contraer los índices de color de los N_c quarks con el símbolo ϵ de $SU(N_c)$, es decir,

$$\epsilon_{i_1 i_2 i_3 \dots i_{N_c}} q^{i_1} q^{i_2} q^{i_3} \dots q^{i_{N_c}}, \quad (2.36)$$

así que en el límite de N_c grande un barión es totalmente antisimétrico en los índices de color de sus N_c quarks de valencia, y debe ser simétrico en los otros números cuánticos tales como espín y sabor.

Un argumento importante que debemos considerar es que la masa del barión crece con N_c [27],

$$\mathcal{M}_{\text{barión}} \sim \mathcal{O}(N_c), \quad (2.37)$$

y los bariones son infinitamente pesados en el límite de N_c grande. Para quarks no masivos, el único parámetro dimensional de QCD para N_c grande es Λ_{QCD} , (Λ_{QCD} establece un límite inferior absoluto para la validez de la teoría de perturbaciones, que aproximadamente es del orden de una escala hadrónica típica),

$$\mathcal{M}_{\text{barión}} \sim N_c \Lambda_{\text{QCD}}. \quad (2.38)$$

Notemos también que aunque en este límite el número de quarks crece dentro del barión a medida que N_c crece, su tamaño se rige por Λ_{QCD} y permanece fijo.

Operador de masa

El operador de masa de bariones en la expansión $1/N_c$ se obtiene usando la regla de reducción de operadores [5]. Esta regla permite encontrar criterios para eliminar los operadores redundantes. La expansión $1/N_c$ involucra operadores de cero cuerpos $\mathbf{1}$ y de un cuerpo J^i , T^a y G^{ia} . Para la reducción de operadores se utilizan tensores invariantes en el espacio de sabor $SU(N_f)$, tales como δ^{ab} , f^{abc} y d^{abc} . El operador de masa está dado por [5]

$$\mathcal{M}_B = N_c \mathcal{P} \left(\frac{J^2}{N_c^2} \right), \quad (2.39)$$

donde \mathcal{P} es un polinomio en J^2/N_c^2 . Explícitamente [1],

$$\mathcal{M} = m_0 N_c \mathbf{1} + \sum_{n=2,4}^{N_c-1} m_n \frac{1}{N_c^{n-1}} J^n, \quad (2.40)$$

donde los coeficientes m_n son parámetros adimensionales de $\mathcal{O}(\Lambda_{\text{QCD}})$. El primer término en la expansión (2.40), es el término global de masa independiente de espín del multiplete de bariones. Éste es eliminado desde el Lagrangiano quiral por la redefinición del campo de bariones pesados [18, 19]. Los términos dependientes de espín en la Ec. (2.40) definen $\mathcal{M}_{\text{hiperfina}}$, los cuales aparecen explícitamente en el Lagrangiano. La expansión de masa hiperfina se reduce a un simple operador [29, 30]

$$\mathcal{M}_{\text{hiperfina}} = m_2 \frac{1}{3} J^2, \quad (2.41)$$

para $N_c = 3$.

El operador $\mathcal{M}_{\text{hiperfina}}$ es el responsable de particiones finas entre las masas de multipletes diferentes. La expansión (2.40) es válida en el límite de simetría de sabor SU(3) exacta. Su interpretación física es la siguiente: establece que todos los bariones de un mismo multiplete son degenerados en masa; por ejemplo, para las partículas N, Λ, Σ, Ξ del octete de bariones, tenemos la siguiente expresión

$$\begin{aligned} \langle N | \mathcal{M}_B | N \rangle &= \langle \Lambda | \mathcal{M}_B | \Lambda \rangle = \langle \Sigma | \mathcal{M}_B | \Sigma \rangle = \langle \Xi | \mathcal{M}_B | \Xi \rangle \\ &= N_c \left[m_0 + \frac{3}{4} \frac{1}{N_c^2} m_2 + \frac{9}{16} \frac{1}{N_c^4} m_4 + \dots \right]. \end{aligned} \quad (2.42)$$

Análogamente para las partículas $\Delta, \Sigma^*, \Xi^*, \Omega$ del decuplete de bariones, obtenemos la expresión siguiente

$$\begin{aligned} \langle \Delta | \mathcal{M}_B | \Delta \rangle &= \langle \Sigma^* | \mathcal{M}_B | \Sigma^* \rangle = \langle \Xi^* | \mathcal{M}_B | \Xi^* \rangle = \langle \Omega | \mathcal{M}_B | \Omega \rangle \\ &= N_c \left[m_0 + \frac{15}{4} \frac{1}{N_c^2} m_2 + \frac{225}{16} \frac{1}{N_c^4} m_4 + \dots \right]. \end{aligned} \quad (2.43)$$

Las masas de bariones se pueden calcular en la expansión $1/N_c$ y con rotura de simetría de sabor SU(3) debida a m_s . En este caso, la forma general del operador de masa a todos los órdenes en la expansión $1/N_c$ tiene la forma

$$\mathcal{M}_B = N_c \mathcal{P} \left(\frac{N_s}{N_c}, \frac{J^2}{N_c^2}, \frac{I^2}{N_c^2} \right), \quad (2.44)$$

donde N_s es el operador de número de quarks s en el barión [5]. La forma general del operador tiene contribuciones de las representaciones de sabor SU(3) dadas por

$$\mathcal{M}_B = \mathcal{M}^{\mathbf{1}} + \mathcal{M}^{\mathbf{8}} + \mathcal{M}^{\mathbf{27}} + \mathcal{M}^{\mathbf{64}}, \quad (2.45)$$

donde el singulete **1**, octete **8**, **27** y **64** corresponden a orden cero, primer orden, segundo orden y tercer orden en la rotura de simetría de sabor, respectivamente. Cada una de estas representaciones espín sabor tienen una expansión en términos de operadores suprimidos por $1/N_c$ [28].

2.3.2 El acoplamiento axial

El acoplamiento axial de bariones ha sido estudiado extensamente. Dashen y Manohar [31, 32] analizaron el acoplamiento axial para $N_f = 2$ de quarks ligeros, donde N_f es el número de sabor. La extensión al número de sabor $N_f = 3$ de quarks ligeros con rotura de simetría de sabor $SU(3)$ fue estudiado por Dashen *et. al.* [4], así como el análisis con simetría de sabor exacta $SU(3)$ impuesta a orden principal en $1/N_c$. Luty [33] analizó la simetría de sabor $SU(3)$ a orden principal en $1/N_c$ usando operadores de quarks. Dashen *et. al.* [5] derivó la expansión completa $1/N_c$ con simetría de sabor exacta $SU(3)$ y rotura de simetría $SU(3)$ perturbativa. Dai *et al* [34] realizó en forma detallada mediciones y ajustes de datos para los decaimientos de hiperones a los acoplamientos decuplete \rightarrow octete + pión.

Por otra parte, para tres sabores de quarks ligeros se han obtenido varios resultados. Primero en el límite de simetría de sabor $SU(3)$, los acoplamientos del pión con el octete de bariones de espín $\frac{1}{2}$ y con el decuplete de bariones de espín $\frac{3}{2}$ está descrito por la expansión $1/N_c$ Ec. (2.66) como [4, 5, 33]

Los cuatro coeficientes a_1 , b_2 , b_3 y c_3 parametrizan a los cuatro acoplamientos de piones D y F con el octete de bariones, \mathcal{C} con las transiciones octete-decuplete, y \mathcal{H} con el decuplete de bariones [18, 19]. A orden principal en $1/N_c$, la expansión puede truncarse después de dos operadores [4, 5, 33], con los resultados siguientes,

$$\mathcal{C} = -2D, \quad \mathcal{H} = 3D - 9F, \quad (2.46)$$

el cual es válido hasta correcciones a orden relativo $1/N_c^2$. La primera relación es una relación de $SU(6)$, la cual explica por qué un acoplamiento de $SU(6)$ se encuentra en los cálculos de teoría de perturbaciones quirales [18, 19].

La razón F/D puede ser extraída analizando los acoplamientos pión-barión para N_c grande arbitrario [4, 5].

Posteriormente, Flores-Mendieta, *et. al.* en el 2006 estudiaron las correcciones a orden de un loop para la corriente axial de bariones en un formalismo combinado entre la teoría de perturbaciones quirales y el límite de N_c grande para el caso degenerado. Ahora, en este trabajo de tesis doctoral se realiza un estudio para la corriente axial de bariones a orden de un loop en el contexto combinado entre la la teoría de perturbaciones quirales para bariones y la expansión $1/N_c$, pero ahora, consideramos el caso más realista, el caso no degenerado con lo cual, obtenemos resultados mucho más interesantes y los cuales presentamos en los siguientes capítulos de esta tesis y en la Ref. [35].

2.3.3 Momento magnético de bariones

Existen en la literatura varios trabajos sobre el momento magnético de bariones en diferentes contextos, por ejemplo, el modelo de quarks [36, 37], el método de reglas de

suma de QCD [38], la expansión $1/N_c$, [34, 39, 40, 41] y la teoría de perturbaciones quirales [42, 43, 44, 45, 46, 47, 48, 49, 50].

En la expansión $1/N_c$, los momentos magnéticos de bariones tienen las mismas propiedades cinemáticas que los acoplamientos axiales y en consecuencia pueden describirse por los mismos operadores [34]. El operador de momento magnético, al igual que el operador de corriente axial A^{kc} , es un objeto de espín 1 y es un octete bajo SU(3). Por lo tanto, el operador que conduce a los momentos magnéticos de bariones [9] es

$$M^{kc} = m_1 G^{kc} + m_2 \frac{1}{N_c} \mathcal{D}_2^{kc} + m_3 \frac{1}{N_c^2} D_3^{kc} + m_4 \frac{1}{N_c^2} \mathcal{O}_3^{kc}, \quad (2.47)$$

donde la serie se ha truncado para el valor físico $N_c = 3$. Si consideramos simetría SU(3), los coeficientes desconocidos m_i son independientes de k y no están relacionados con los de la expansión dada por la Ec. (2.66) en este límite. Los momentos magnéticos son proporcionales a la matriz de carga de los quarks $\mathcal{Q} = \text{diag}(2/3, -1/3, -1/3)$, así que pueden ser separados en componentes isovectoriales e isoescalares, M^{k3} y M^{k8} , respectivamente. Entonces, el operador de momento magnético de bariones es

$$M^k = M^{kQ} \equiv M^{k3} + \frac{1}{\sqrt{3}} M^{k8}, \quad (2.48)$$

donde, para fines prácticos y en lo sucesivo, al índice de espín k le asignamos el valor 3 (componente z) y el índice de sabor Q representará al valor $Q = 3 + (1/\sqrt{3})8$, así que cualquier operador de la forma X^Q deberá entenderse como $X^3 + (1/\sqrt{3})X^8$.

En la evaluación de elementos de matriz de los operadores contenidos en la Ec. (2.47) con frecuencia aparecen los operadores a un cuerpo T^c y G^{ic} , $c = 3, 8$; estos operadores pueden expresarse en términos de los operadores de número de quarks N_q y de espín de quarks J_q de la siguiente forma [5].

$$T^3 = \frac{1}{2}(N_u - N_d), \quad (2.49)$$

$$T^8 = \frac{1}{2\sqrt{3}}(N_c - 3N_s), \quad (2.50)$$

$$G^{i3} = \frac{1}{2}(J_u^i - J_d^i), \quad (2.51)$$

$$G^{i8} = \frac{1}{2\sqrt{3}}(J^i - 3J_s^i), \quad (2.52)$$

donde

$$\begin{aligned} N_c &= N_u + N_d + N_s, \quad \text{y} \\ J^i &= J_u^i + J_d^i + J_s^i. \end{aligned}$$

El operador M^k de la Ec. (2.48), es un operador que puede utilizarse para calcular los momentos magnéticos de bariones del octete, decuplete y de transiciones decuplete-octete. En total es posible obtener 27 momentos magnéticos. En este procedimiento sólo se deben obtener los elementos de matriz de los operadores presentes en la Ec. (2.48) entre estados de simetría SU(6). Los elementos de matriz en (2.48) han sido calculados y publicados en las Refs. [9, 11].

2.4 El Lagrangiano quiral para bariones en el límite $N_c \rightarrow \infty$

En esta sección presentamos el Lagrangiano quiral para bariones en el límite de N_c grande, finito, e impar presentado por primera vez en la Ref. [1].

El Lagrangiano quiral $1/N_c$ para bariones está formulado considerando a los bariones como campos estáticos pesados con una velocidad fija v^μ . Para N_c arbitrario este Lagrangiano toma la siguiente forma

$$\mathcal{L}_{\text{barión}} = iD^0 - \mathcal{M}_{\text{hiperfina}} + \text{Tr}(\mathcal{A}^k \lambda^c) A^{kc} + \frac{1}{N_c} \text{Tr} \left(\mathcal{A}^k \frac{2I}{\sqrt{6}} \right) A^k + \dots, \quad (2.53)$$

donde

$$D^0 = \partial^0 \mathbf{1} + \text{Tr}(\mathcal{V}^0 \lambda^c) T^c. \quad (2.54)$$

Observemos que las Ecs. (2.53) y (2.54) son muy compactas y cada término implica un operador bariónico. El operador de masa hiperfina bariónico describe el desdoblamiento de espín de la torre de bariones. Los campos de piones aparecen en el Lagrangiano quiral a través de las combinaciones vector y axial vector son

$$\mathcal{V}^0 = \frac{1}{2} (\xi \partial^0 \xi^\dagger + \xi^\dagger \partial^0 \xi), \quad \mathcal{A}^k = \frac{i}{2} (\xi \nabla^k \xi^\dagger - \xi^\dagger \nabla^k \xi), \quad (2.55)$$

las cuales dependen no linealmente del campo $\xi = \exp[i\Pi(x)/f]$ donde $\Pi(x)$ representa el nonete de piones π, K, η y η' [1].

Las combinaciones vectoriales de piones se acoplan a las cargas vectoriales de bariones: la combinación del octete de piones se acopla a la carga de sabor del octete de bariones¹

$$V^{0a} = \left\langle \mathcal{B}' \left| \left(\bar{q} \gamma^0 \frac{\lambda^a}{2} q \right)_{\text{QCD}} \right| \mathcal{B} \right\rangle, \quad (2.56)$$

mientras, que la combinación de piones, para la contribución de sabor singulete

$$\text{Tr} \left(\mathcal{V}^0 \frac{2I}{\sqrt{6}} \right), \quad (2.57)$$

¹Esta carga se identifica con el operador cuyos elementos de matriz conducen al factor de forma vectorial g_V discutido en la Ref. [26].

se acopla a la carga de la contribución de sabor singulete

$$V^0 = \left\langle \mathcal{B}' \left| \left(\bar{q} \gamma^0 \frac{I}{\sqrt{6}} q \right)_{\text{QCD}} \right| \mathcal{B} \right\rangle. \quad (2.58)$$

En el límite de simetría de sabor SU(3) la carga vectorial bariónica es

$$\begin{aligned} V^{0a} &= v^0 T^a = T^a, \\ V^0 &= v^0 \frac{1}{\sqrt{6}} N_c \mathbf{1} = \frac{1}{\sqrt{6}} N_c \mathbf{1}, \end{aligned} \quad (2.59)$$

a todos los órdenes en la expansión $1/N_c$. Por otra parte, la combinación sabor octete axial de piones se acopla a la corriente axial, octete de bariones,

$$A^{kc} = \left\langle \mathcal{B}' \left| \left(\bar{q} \gamma^k \gamma_5 \frac{\lambda^c}{2} q \right)_{\text{QCD}} \right| \mathcal{B} \right\rangle, \quad (2.60)$$

mientras que la combinación singulete de piones se acopla con la corriente axial, contribución de sabor singulete

$$A^k = \left\langle \mathcal{B}' \left| \left(\bar{q} \gamma^k \gamma_5 \frac{I}{\sqrt{6}} q \right)_{\text{QCD}} \right| \mathcal{B} \right\rangle, \quad (2.61)$$

donde el subíndice QCD en las Ecs. (2.56) y (2.60) indica que los campos de quarks q y \bar{q} son campos de quarks de QCD y no los operadores de creación y aniquilación de la representación de quarks.

Resumiendo tenemos que el Lagrangiano quiral de bariones describe las interacciones de los piones y bariones en términos de operadores de bariones del álgebra SU(2) y SU(3).

La corriente axial de bariones se analiza en el contexto de la expansión $1/N_c$ para bariones de sabor singulete, sabor octete y sabor **27** como el las Refs. [2, 5]. El operador de corriente axial de bariones A^{kc} es un objeto de espín entero ($J = 1$) y se transforma como un **octete** bajo SU(3), además es impar bajo inversión temporal. Este operador está dado de la siguiente forma [1, 5]

$$A^{kc} = a_1 G^{kc} + \sum_{n=2,3}^{N_c} b_n \frac{1}{N_c^{n-1}} \mathcal{D}_n^{kc} + \sum_{3,5}^{N_c} c_n \frac{1}{N_c^{n-1}} \mathcal{O}_n^{kc}, \quad (2.62)$$

donde los operadores \mathcal{D}_n^{kc} son diagonales con elementos de matriz no cero y sólo actúan entre estados con el mismo espín, los \mathcal{O}_n^{kc} son operadores fuera de la diagonal con elementos de matriz no cero y solo actúan entre estados con espín diferente. Los primeros términos en la expansión son los siguientes

$$\mathcal{D}_2^{kc} = J^k T^c, \quad (2.63)$$

$$\mathcal{D}_3^{kc} = \{J^k, \{J^r, G^{rc}\}\}, \quad (2.64)$$

$$\mathcal{O}_3^{kc} = \{J^2, G^{kc}\} - \frac{1}{2}\{J^k, \{J^r, G^{rc}\}\}. \quad (2.65)$$

Los términos a orden más alto se obtienen como

$$\mathcal{D}_n^{kc} = \{J^2, \mathcal{D}_{n-2}^{kc}\} \quad \text{y} \quad \mathcal{O}_n^{kc} = \{J^2, \mathcal{O}_{n-2}^{kc}\}, \quad \text{para} \quad n \geq 4.$$

Los operadores \mathcal{O}_{2m}^{kc} ($m = 1, 2, \dots$) están prohibidos en la expansión debido a que ellos son pares bajo inversión temporal. Los coeficientes desconocidos a_1 , b_n , y c_n en la Ec. (2.62) tiene expansiones en potencias $1/N_c$ comenzando con orden 1. Para el valor $N_c = 3$ la serie puede truncarse como

$$A^{kc} = a_1 G^{kc} + b_2 \frac{1}{N_c} \mathcal{D}_2 + b_3 \frac{1}{N_c^2} \mathcal{D}_3 + c_3 \frac{1}{N_c^2} \mathcal{O}_3. \quad (2.66)$$

Los elementos de matriz de las componentes espaciales de A^{kc} entre estados de SU(6) dan los valores ordinarios de los acoplamientos axial vector. Para los bariones del octete, los acoplamientos axial son g_A , como convencionalmente se definen en experimentos de decaimientos de bariones, con una normalización tal que $g_A \approx 1.27$, $g_V = 1$ para el decaimiento β del neutrón y g para decuplete octete.

Por otra parte, los coeficientes a_1 , b_2 , b_3 y c_3 en la Ec. (2.66), no los predice la teoría y las expresiones finales de la corriente axial ya renormalizada contiene a estos parámetros. Posteriormente, realizando los ajustes con los efectos de correcciones a un loop, de los datos sobre los decaimientos semileptónicos de bariones, podemos extraer los valores numéricos para los parámetros ya mencionados anteriormente. Esta es la forma como se extraen los parámetros básicos a_1 , b_2 , b_3 y c_3 del Lagrangiano quiral $1/N_c$ y ellos se presentan en el Capítulo 4.

Capítulo 3

Renormalización de la Corriente Axial Vector de Bariones

En el contexto de la expansión $1/N_c$, la corriente axial de bariones A^{kc} dada en la Ec. (2.66), es un operador y los elementos de matriz de las componentes espaciales de A^{kc} entre estados bariónicos, dan como resultado los valores usuales de los acoplamientos axial vector g_A [2]. El formalismo para el desarrollo del cálculo, consiste en utilizar una expansión combinada en m_q/Λ_χ y en $1/N_c$, es decir, sobre el doble límite, con rotura de simetría quiral $m_q \rightarrow 0$ y el límite $N_c \rightarrow \infty$, como en la Ref. [2]. La contribución más importante de este trabajo, es considerar inserciones de masa mediante el operador \mathcal{M} , el cual depende del espín [1] como lo podemos ver en la Ec. (2.41). Ahora, en este capítulo presentamos la renormalización de la corriente axial vector de bariones, para lo cual se requiere hacer la reducción de una gran cantidad de productos de operadores que contribuyen a dicha renormalización. Específicamente para el caso no degenerado, estos operadores están contenidos en las expresiones para la contribución de sabor singulete, sabor octete y sabor **27**, manteniendo N_c arbitrario y los cuales se presentan en las secciones 3.2 y 3.3.

Los procesos de decaimientos semileptónicos de bariones (DSB), $B_i \rightarrow B_j e^- \bar{\nu}_e$, del octete de bariones con espín $\frac{1}{2}$ y paridad positiva ($J^P = \frac{1}{2}^+$), son particularmente interesantes, debido a la relación que existe entre las interacciones débiles y fuertes junto con la matriz de mezcla de Cabibbo-Kobayashi-Maskawa (CKM). En la descripción de los DSB, el modelo de Cabibbo [51] ha sido muy exitoso. Este modelo establece que las corrientes hadrónicas vectoriales y axiales pertenecen a octetes de una simetría exacta de sabor SU(3). El poder predictivo de este modelo permite conocer todos los factores de forma de los posibles decaimientos semileptónicos del octete de bariones en términos de los coeficientes de Clebsch-Gordan y de algunos parámetros libres (factores de forma reducidos).

La extrañeza S es un número cuántico conservado en las interacciones fuertes y electromagnéticas, mientras que no necesariamente se conserva en las transiciones débiles.

Todos los DSB que se han observado en los experimentos, se pueden clasificar en dos grandes grupos, de acuerdo al número de extrañeza, como se muestra en la Tabla 3.1. Cabe mencionar, que las transiciones con $|\Delta S| > 1$ no han sido observadas. La corriente hadrónica débil cargada se descompone en las componentes $\Delta S = 0$ y $|\Delta S| = 1$, expresados como una suma de términos vector y axial vector y el número cuántico de la corriente debe satisfacer las reglas de selección dadas sobre las dos clases de decaimientos. Por otra parte, también presentamos en la Tabla 3.1 los decaimientos fuertes del decuplete de bariones de espín $\frac{3}{2}$ hacia el octete de bariones y piones.

Tabla 3.1: Decaimientos β de bariones y decaimientos a piones.

Procesos semileptónicos		Procesos fuertes
$\Delta S = 0$	$ \Delta S = 1$	$\Delta S = 0$
$n \rightarrow pe^- \bar{\nu}_e$	$\Lambda \rightarrow pe^- \bar{\nu}_e$	$\Delta \rightarrow N\pi$
$\Sigma^+ \rightarrow \Lambda e^+ \nu_e$	$\Sigma^- \rightarrow ne^- \bar{\nu}_e$	$\Sigma^* \rightarrow \Lambda\pi$
$\Sigma^- \rightarrow \Lambda e^- \bar{\nu}_e$	$\Xi^- \rightarrow \Lambda e^- \bar{\nu}_e$	$\Sigma^* \rightarrow \Sigma\pi$
	$\Xi^- \rightarrow \Sigma^0 e^- \bar{\nu}_e$	$\Xi^* \rightarrow \Xi\pi$
	$\Xi^0 \rightarrow \Sigma^+ e^- \bar{\nu}_e$	

3.1 La corriente axial de bariones a nivel árbol

El cálculo del operador de corriente axial vector para bariones A^{kc} Ec. (2.66) al orden mas bajo, a nivel árbol, consiste en hacer la sustitución de los elementos de matriz que se encuentran listados en la Tabla 3.2, En el ejemplo siguiente presentamos $A_{\text{Árbol}}^{kc}$, para la transición neutrón-protón. El resultado se obtiene en función de los parámetros básicos a_1 , b_2 y b_3 de la teoría.

$$\begin{aligned}
 (g_A^{np})_{\text{Árbol}} &= \langle p | A_{\text{Árbol}}^{kc} | n \rangle \\
 &= a_1 \langle p | G^{kc} | n \rangle + \frac{b_2}{N_c} \langle p | \mathcal{D}_2^{kc} | n \rangle + \frac{b_3}{N_c^2} \langle p | \mathcal{D}_3^{kc} | n \rangle + \frac{c_3}{N_c^2} \langle p | \mathcal{O}_3^{kc} | n \rangle \\
 &= a_1 \frac{5}{6} + b_2 \frac{1}{6} + b_3 \frac{5}{18}, \tag{3.1}
 \end{aligned}$$

En la Tabla 3.2 se listan los valores de los elementos de matriz de los operadores de bariones G^{kc} , \mathcal{D}_2^{kc} , \mathcal{D}_3^{kc} y \mathcal{O}_3^{kc} para ocho decaimientos semileptónicos de bariones y para cuatro decaimientos fuertes de bariones a piones.

El cálculo del operador A^{kc} se complica en la siguientes secciones de este capítulo, cuando consideramos correcciones a un loop y con rotura de simetría de sabor SU(3) perturbativa.

Tabla 3.2: Elementos de matriz de los operadores de bariones: Nivel árbol y contribución singulete.

$B_1 B_2$	np	$\Sigma^\pm \Lambda$	Λp	$\Sigma^- n$	$\Xi^- \Lambda$	$\Xi^- \Sigma^0$	$\Xi^0 \Sigma^+$	ΔN	$\Sigma^* \Lambda$	$\Sigma^* \Sigma$	$\Xi^* \Xi$
$\langle G^{kc} \rangle$	$\frac{5}{6}$	$\frac{1}{\sqrt{6}}$	$-\frac{1}{2} \sqrt{\frac{3}{2}}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{2\sqrt{6}}$	$\frac{5}{6\sqrt{2}}$	$\frac{5}{6}$	-1	-1	-1	-1
$\langle \mathcal{D}_2^{kc} \rangle$	$\frac{1}{2}$	0	$-\frac{1}{2} \sqrt{\frac{3}{2}}$	$-\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2} \sqrt{\frac{3}{2}}$	$\frac{1}{2\sqrt{2}}$	$\frac{1}{2}$	0	0	0	0
$\langle \mathcal{D}_3^{kc} \rangle$	$\frac{5}{2}$	$\sqrt{\frac{3}{2}}$	$-\frac{3}{2} \sqrt{\frac{3}{2}}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2} \sqrt{\frac{3}{2}}$	$\frac{5}{2\sqrt{2}}$	$\frac{5}{2}$	0	0	0	0
$\langle \mathcal{O}_3^{kc} \rangle$	0	0	0	0	0	0	0	$-\frac{9}{2}$	$-\frac{9}{2}$	$-\frac{9}{2}$	$-\frac{9}{2}$

3.2 Correcciones a un loop a la corriente axial de bariones

La corriente axial A^{kc} se renormaliza por los diagramas a un loop Fig. 2.1. Estos diagramas de loop dependen de la razón Δ/m_Π , donde $\Delta \equiv M_T - M_B$ es la diferencia de masas decuplete-octete y m_Π es la masa del mesón π , K y η . Los diagramas 2.1(a-c) son de orden N_c veces el vértice a nivel árbol y la Fig. 2.1(d) es de orden $1/N_c$ veces el vértice a nivel árbol. Las cancelaciones en el límite de N_c grande ocurren entre los diagramas a un loop Figs. 2.1(a-c).

3.2.1 Correcciones a un loop: Diagramas Fig. 2.1(a-c)

La corrección a la corriente axial δA^{kc} se obtiene de la suma de los diagramas de las Figs. 2.1(a-c), la expresión matemática es [16],

$$\begin{aligned}
 \delta A^{kc} = & \frac{1}{2} [A^{ja}, [A^{jb}, A^{kc}]] \Pi_{(1)}^{ab} - \frac{1}{2} \{A^{ja}, [A^{kc}, [\mathcal{M}, A^{jb}]]\} \Pi_{(2)}^{ab} \\
 & + \frac{1}{6} \left([A^{ja}, [[\mathcal{M}, [\mathcal{M}, A^{jb}]], A^{kc}]] - \frac{1}{2} [[\mathcal{M}, A^{ja}], [[\mathcal{M}, A^{jb}], A^{kc}]] \right) \Pi_{(3)}^{ab} + \dots
 \end{aligned} \tag{3.2}$$

En la Ec. (3.2) el tensor simétrico $\Pi_{(n)}^{ab}$ contiene integrales a un loop Ec. (2.11) con intercambio de un mesón: Un mesón de sabor a se emite y un mesón de sabor b se absorbe. $\Pi_{(n)}^{ab}$ se descompone en representaciones de sabor singulete $\mathbf{1}$, sabor octete $\mathbf{8}$ y sabor $\mathbf{27}$,

$$\Pi_{(n)}^{ab} = F_{\mathbf{1}}^{(n)} \delta^{ab} + F_{\mathbf{8}}^{(n)} d^{ab8} + F_{\mathbf{27}}^{(n)} \left[\delta^{a8} \delta^{b8} - \frac{1}{8} \delta^{ab} - \frac{3}{5} d^{ab8} d^{888} \right]. \tag{3.3}$$

50 Capítulo 3. Renormalización de la Corriente Axial Vector de Bariones

Las combinaciones lineales de sabor singulete F_1 , octete F_8 y F_{27} de las integrales sobre loop están dadas en las Ecs. (2.12) - (2.14). En el límite de degeneración se obtiene

$$F^{(1)}(m_\Pi, 0, \mu) = -\frac{m_\Pi^2}{16\pi^2 f^2} \ln \frac{m_\Pi^2}{\mu^2}, \quad (3.4)$$

$$F^{(2)}(m_\Pi, 0, \mu) = -\frac{1}{8\pi f^2} m_\Pi, \quad (3.5)$$

$$F^{(3)}(m_\Pi, 0, \mu) = \frac{1}{4\pi^2 f^2} \ln \frac{m_\Pi^2}{\mu^2}. \quad (3.6)$$

Esquema de conteo de potencias

Para facilitar el cálculo, en primer lugar, podemos hacer uso del esquema de conteo de potencias $1/N_c$ [2, 16], el cual establece que, para bariones con espines de orden uno,

$$T^a \sim N_c, \quad G^{ia} \sim N_c, \quad J^i \sim 1. \quad (3.7)$$

Esto es equivalente a afirmar que los factores de J^i/N_c están $1/N_c$ suprimidos en relación con los factores de T^a/N_c y G^{ia}/N_c . Con seguridad se puede implementar esta regla de conteo $1/N_c$ para restringir los estados de bariones al orden más bajo, es decir, aquellos que constituyen la representación **56** dimensional de SU(6).

En segundo lugar, también debemos tener en cuenta lo siguiente: Un número par o impar de inserciones del operador de masa de bariones, en la Ec. (3.2), da estructuras con un orden diferente en N_c . Esta N_c -dependencia se determinó en Ref. [16] a través de un análisis detallado. Básicamente uno necesita contar potencias de J porque de la supresión $1/N_c$ el factor J/N_c se introduce.

Por ejemplo, en A^{kc} y \mathcal{M} el operador de espín J aparece un mínimo de 0 y 2 veces, respectivamente.

Sea r el número de J 's de A^{kc} y \mathcal{M} más allá de estos valores mínimos en una estructura dada.

En la Ec. (3.2), las contribuciones, sin inserción de masa son las siguientes:

$$\begin{aligned} \mathcal{O}(N_c^0) & \text{ para } r = 0, 1 \\ \mathcal{O}(N_c^{2-r}) & \text{ para } r \geq 2. \end{aligned}$$

Con una inserción de masa, son listadas a continuación:

$$\begin{aligned} \mathcal{O}(N_c^0) & \text{ para } r = 0, 1 \\ \mathcal{O}(N_c^{1-r}) & \text{ para } r \geq 2. \end{aligned}$$

Con dos inserciones de masa, son al siguiente orden

$$\mathcal{O}(N_c^{-r})$$

Observemos que estas potencias en N_c incluyen la supresión $1/N_c$ debido al factor de $1/f^2$ el cual acompaña la integral de loop [16]. Analizaremos brevemente las implicaciones que este esquema de conteo de potencias tiene en los diferentes sumandos en Ec. (3.2).

A. Diagramas Fig. 2.1(a-c): Límite degenerado

El primer término de la Ec. (3.2) es

$$\delta A_{\text{deg}}^{kc} = \frac{1}{2} [A^{ja}, [A^{jb}, A^{kc}]] \Pi_{(1)}^{ab} \tag{3.8}$$

este término corresponde al límite degenerado $\Delta/m_{\text{II}} \rightarrow 0$ y ha sido analizado en Ref. [2]. Uno esperaría que el doble conmutador fuera de orden $\mathcal{O}(N_c^3)$, es decir, un factor N_c por cada A^{kc} . Sin embargo existen cancelaciones a N_c grande entre los diagramas de Feynman de las Figs. 2.1(a-c), siempre y cuando todos los estados bariónicos en un multiplete completo de la simetría espín sabor SU(6), para N_c grande, sean incluidos en la suma sobre estados intermediarios y las razones del acoplamiento axial predichas por esta simetría espín sabor sean utilizados [16]. Se puede demostrar analíticamente que este doble conmutador es $\mathcal{O}(N_c)$ [2].

Utilizando la regla de conteo mencionada anteriormente se listan en la Tabla 3.3 los diferentes términos del producto AAA Ec. (3.8) es decir, GGG , $GG\mathcal{D}_2$, $G\mathcal{D}_2\mathcal{D}_2$, $GG\mathcal{D}_3$ y $GG\mathcal{O}_3$, contribuyen al mismo orden al doble conmutador y da correcciones de orden $1/N_c$ a los resultados a nivel árbol, que es de orden N_c . Al siguiente orden de importancia los términos con $\mathcal{D}_2\mathcal{D}_2\mathcal{D}_2$, $G\mathcal{D}_2\mathcal{D}_3$ y $G\mathcal{D}_2\mathcal{O}_3$ hace correcciones de orden $1/N_c^2$ a los valores a nivel árbol.

Tabla 3.3: Términos que contribuyen al doble conmutador del producto AAA.

Términos con $r = 0, 1, 2$	
$\mathcal{O}(1/N_c)$ al valor nivel arbol.	$GGG, GG\mathcal{D}_2, G\mathcal{D}_2\mathcal{D}_2, GG\mathcal{D}_3$ y $GG\mathcal{O}_3$
Términos con $r = 3$	
$\mathcal{O}(1/N_c^2)$ al valor nivel arbol.	$\mathcal{D}_2\mathcal{D}_2\mathcal{D}_2, G\mathcal{D}_2\mathcal{D}_3,$ y $G\mathcal{D}_2\mathcal{O}_3$

B. Diagramas Fig. 2.1(a-c): Límite no degenerado

Los siguientes sumandos de la Ec. (3.2) contienen inserciones de masa y son los términos de interés en este trabajo,

$$\begin{aligned} \delta A_{\Delta}^{kc} = & -\frac{1}{2} \{A^{ja}, [A^{kc}, [\mathcal{M}, A^{jb}]]\} \Pi_{(2)}^{ab} \\ & + \frac{1}{6} \left([A^{ja}, [[\mathcal{M}, [\mathcal{M}, A^{jb}]], A^{kc}]] - \frac{1}{2} [[\mathcal{M}, A^{ja}], [[\mathcal{M}, A^{jb}], A^{kc}]] \right) \Pi_{(3)}^{ab} + \dots, \end{aligned} \quad (3.9)$$

como hemos mencionado lo que nos interesa calcular es la contribución debida a los términos de Ec. (3.9). Estas correcciones contienen inserciones de masa y forman el caso más realista, el límite no degenerado cuando $\Delta \equiv M_T - M_B \neq 0$.

Aunque el operador de masa bariónica \mathcal{M} entra explícitamente en la expresión anterior, uno se queda sólo con el operador de desdoblamiento de masa hiperfina $\mathcal{M}_{\text{hiperfina}}$, Ec. (2.41), porque el término independiente de espín en \mathcal{M} es proporcional al operador identidad por lo que queda fuera de los conmutadores que lo contienen. De acuerdo a las reglas de conteo de potencias N_c , para $r = 0, 1$ los términos en el producto $AAAM$, es decir, $GGGJ^2$ y $GG\mathcal{D}_2J^2$, producen las correcciones de orden $1/N_c$ a nivel árbol, mientras que, al siguiente orden de importancia, para $r = 2$, las contribuciones surgen de $G\mathcal{D}_2\mathcal{D}_2J^2$, $GG\mathcal{D}_3J^2$ y $GG\mathcal{O}_3J^2$, como se muestra en la Tabla 3.4

Tabla 3.4: Términos contenidos en el producto $AAAM$.

Términos con $r = 0, 1$	
$\mathcal{O}(1/N_c)$ al valor nivel árbol.	$GGGJ^2, GG\mathcal{D}_2J^2$
Términos con $r = 2$	
$\mathcal{O}(1/N_c^2)$ al valor nivel árbol.	$G\mathcal{D}_2\mathcal{D}_2J^2, GG\mathcal{D}_3J^2, \text{ y } GG\mathcal{O}_3J^2$

Mediante la regla de conteo mencionada anteriormente, ahora corresponde al producto $AAAMM$ con términos, como $GGGJ^2J^2$ y $GG\mathcal{D}_2J^2J^2$ producirá la corrección de órdenes de $1/N_c$ y $1/N_c^2$ a nivel árbol, respectivamente, como se muestra en la Tabla 3.5. Además, como parte interesante de información que también podemos extraer es, que las correcciones dominantes $1/N_c$ de los desdoblamientos de masa del barión se deben a múltiples inserciones del operador J^2 en lugar de las contribuciones de potencias de J^2 . Por ejemplo, dos inserciones de J^2 , como en $GGGJ^2J^2$ son más grandes (por una potencia de N_c) que una inserción de J^4 como en $GGGJ^4$.

Para evaluar los elementos de matriz entre estados bariónicos utilizamos las identidades de la Tabla 2.2, $a_1 G^{kc}$ es el término a orden líder en N_c para la corriente axial A^{kc} ,

Tabla 3.5: Términos contenidos en el producto $AAAMM$.

Términos con $r = 0$	
$\mathcal{O}(1/N_c)$ al valor nivel arbol.	$GGGJ^2J^2$,
Términos con $r = 1$	
$\mathcal{O}(1/N_c^2)$ al valor nivel arbol.	$GG\mathcal{D}_2J^2J^2$

así tenemos que el anticonmutador-conmutador correspondiente al caso no degenerado con una inserción de masa es el siguiente

$$\frac{a_1^3}{N_c} m_2 \{G^{ia}, [G^{kc}, [J^2, G^{ia}]]\}, \quad (3.10)$$

el desarrollo para la reducción de operadores de la estructura anticonmutador-conmutador Ec. (3.10) se realiza en el Apéndice B de esta tesis, el resultado manteniendo N_c y N_f arbitrarios es el siguiente

$$\{G^{ia}, [G^{kc}, [J^2, G^{ia}]]\} = -\frac{1}{2}(N_f - 2)G^{kc} + \frac{1}{2}(N_c + N_f)\mathcal{D}_2^{kc} - \frac{1}{2}D_3^{kc} - \mathcal{O}_3^{kc}. \quad (3.11)$$

Una vez que tenemos identificadas todas las diferentes contribuciones que se requieren al orden de aproximación implementada aquí, se realiza el cálculo de éstas, siguiendo el procedimiento como en Ref.[2]. La corrección δA^{kc} en términos de las diferentes representaciones de sabor singulete, octete y **27** de $SU(3)$ Ec.(3.9), son complicadas estructuras conmutador y/o anticonmutador y contienen operadores de quarks de n cuerpos, los cuales actúan sobre estados bariónicos. Estos operadores son polinomios en los generadores de un cuerpo, de espín J^k , de sabor T^c y de espín sabor G^{kc} de $SU(2N_f)$ [5]. Los generadores de la simetría espín sabor, expresados en términos de operadores bosónicos de quarks de creación q_α^\dagger y de aniquilación q^α , se encuentran escritos en la Ec. (2.34).

No todos los productos de operadores de los generadores de espín sabor son linealmente independientes. Existen identidades entre operadores [5, 27] que permiten eliminar ciertas combinaciones en la expansión general. La reducción aunque muy larga y tediosa en vista de la considerable cantidad de teoría de grupo involucrada, es sin embargo, realizable dado que la base de operadores es completa e independiente [4, 5].

Ahora obtenemos la corrección a un loop para δA^{kc} a orden relativo $\mathcal{O}(1/N_c^2)$

$$\delta A^{kc} = \delta A_{\mathbf{1}}^{kc} + \delta A_{\mathbf{8}}^{kc} + \delta A_{\mathbf{27}}^{kc} \quad (3.12)$$

donde

$$\delta A_{\mathbf{1}}^{kc} = \sum_{i=1}^7 s_i S_i^{kc}, \quad (3.13)$$

$$\delta A_{\mathbf{8}}^{kc} = \sum_{i=1}^{30} o_i O_i^{kc} \quad (3.14)$$

y

$$\delta A_{\mathbf{27}}^{kc} = \sum_{i=1}^{61} t_i T_i^{kc}, \quad (3.15)$$

donde el subíndice **1**, **8** y **27** en Ec. (3.12) se refiere a las diferentes representaciones de sabor SU(3).

Para la contribución de sabor singlete, obtenemos la base de operadores S_1^{kc} al S_7^{kc} al orden de aproximación usado aquí, estos operadores se encuentran dados de la siguiente forma

$$\begin{aligned} S_1^{kc} &= G^{kc}, & S_2^{kc} &= \mathcal{D}_2^{kc}, & S_3^{kc} &= \mathcal{D}_3^{kc}, \\ S_4^{kc} &= \mathcal{O}_3^{kc}, & S_5^{kc} &= \mathcal{D}_4^{kc}, & S_6^{kc} &= \mathcal{D}_5^{kc}, \\ S_7^{kc} &= \mathcal{O}_5^{kc}, \end{aligned} \quad (3.16)$$

y los diferentes coeficientes considerados en Ec. (3.13) son los siguientes

$$\begin{aligned} s_1 &= \left[\frac{23}{24} a_1^3 - \frac{N_c + 3}{3N_c} a_1^2 b_2 + \frac{N_c^2 + 6N_c - 54}{12N_c^2} a_1 b_2^2 - \frac{N_c^2 + 6N_c + 2}{2N_c^2} a_1^2 b_3 - \frac{N_c^2 + 6N_c - 3}{2N_c^2} \right. \\ &\quad \times a_1^2 c_3 - \left. \frac{6(N_c + 3)}{N_c^3} a_1 b_2 b_3 \right] F_1^{(1)} + \left[\frac{1}{4} a_1^3 - \frac{N_c + 3}{N_c} a_1^2 b_2 - \frac{N_c^2 + 6N_c + 6}{N_c^2} a_1^2 b_3 \right] \frac{\Delta}{N_c} F_1^{(2)} \\ &\quad + \frac{1}{12} (N_c^2 + 6N_c - 3) a_1^3 \frac{\Delta^2}{N_c^2} F_1^{(3)}, \end{aligned} \quad (3.17)$$

$$\begin{aligned} s_2 &= \left[\frac{101}{24N_c} a_1^2 b_2 + \frac{2(N_c + 3)}{3N_c^2} a_1 b_2^2 + \frac{N_c^2 + 6N_c - 18}{12N_c^3} b_2^3 - \frac{3(N_c + 3)}{2N_c^2} a_1^2 b_3 - \frac{N_c + 3}{4N_c^2} a_1^2 c_3 \right. \\ &\quad + \left. \frac{N_c^2 + 6N_c + 2}{2N_c^3} a_1 b_2 b_3 - \frac{3(N_c^2 + 6N_c - 24)}{4N_c^3} a_1 b_2 c_3 \right] F_1^{(1)} \\ &\quad + \left[-\frac{1}{4} (N_c + 3) a_1^3 - \frac{N_c^2 + 6N_c - 29}{4N_c} a_1^2 b_2 - \frac{5(N_c + 3)}{N_c^2} a_1^2 b_3 - \frac{3(N_c + 3)}{2N_c^2} a_1^2 c_3 \right] \frac{\Delta}{N_c} F_1^{(2)} \\ &\quad + \left[-\frac{11}{24} (N_c + 3) a_1^3 - \frac{3(N_c^2 + 6N_c - 16)}{8N_c} a_1^2 b_2 \right] \frac{\Delta^2}{N_c^2} F_1^{(3)}, \end{aligned} \quad (3.18)$$

$$\begin{aligned} s_3 &= \left[\frac{11}{8N_c^2} a_1 b_2^2 + \frac{51}{8N_c^2} a_1^2 b_3 + \frac{1}{N_c^2} a_1^2 c_3 + \frac{17(N_c + 3)}{6N_c^3} a_1 b_2 b_3 - \frac{9(N_c + 3)}{4N_c^3} a_1 b_2 c_3 \right] F_1^{(1)} \\ &\quad + \left[\frac{1}{4} a_1^3 - \frac{N_c + 3}{4N_c} a_1^2 b_2 - \frac{2N_c^2 + 12N_c - 53}{4N_c^2} a_1^2 b_3 + \frac{9}{4N_c^2} a_1^2 c_3 \right] \frac{\Delta}{N_c} F_1^{(2)} \\ &\quad + \left[\frac{1}{2} a_1^3 - \frac{19(N_c + 3)}{24N_c} a_1^2 b_2 \right] \frac{\Delta^2}{N_c^2} F_1^{(3)}, \end{aligned} \quad (3.19)$$

$$\begin{aligned}
s_4 = & \left[\frac{3}{4N_c^2} a_1 b_2^2 + \frac{7}{6N_c^2} a_1^2 b_3 + \frac{167}{24N_c^2} a_1^2 c_3 + \frac{5(N_c + 3)}{3N_c^3} a_1 b_2 b_3 - \frac{N_c + 3}{3N_c^3} a_1 b_2 c_3 \right] F_1^{(1)} \\
& + \left[\frac{1}{2} a_1^3 - \frac{5}{2N_c^2} a_1 b_2^2 + \frac{1}{N_c^2} a_1^2 b_3 - \frac{2N_c^2 + 12N_c - 37}{4N_c^2} a_1^2 c_3 \right] \frac{\Delta}{N_c} F_1^{(2)} \\
& + \left[\frac{2}{3} a_1^3 - \frac{N_c + 3}{3N_c} a_1^2 b_2 \right] \frac{\Delta^2}{N_c^2} F_1^{(3)}, \tag{3.20}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
s_5 = & \left[\frac{5}{4N_c^3} b_2^3 + \frac{11}{6N_c^3} a_1 b_2 b_3 + \frac{19}{2N_c^3} a_1 b_2 c_3 \right] F_1^{(1)} \\
& + \left[\frac{1}{N_c} a_1^2 b_2 - \frac{N_c + 3}{2N_c^2} a_1^2 b_3 - \frac{N_c + 3}{2N_c^2} a_1^2 c_3 \right] \frac{\Delta}{N_c} F_1^{(2)} \\
& + \frac{49}{12N_c} a_1^2 b_2 \frac{\Delta^2}{N_c^2} F_1^{(3)}, \tag{3.21}
\end{aligned}$$

$$s_6 = \left[\frac{3}{2N_c^2} a_1^2 b_3 + \frac{1}{2N_c^2} a_1^2 c_3 \right] \frac{\Delta}{N_c} F_1^{(2)}, \tag{3.22}$$

$$s_7 = \left[\frac{5}{2N_c^2} a_1^2 c_3 \right] \frac{\Delta}{N_c} F_1^{(2)}. \tag{3.23}$$

Las contribuciones de sabor **8** y **27** se encuentran listadas en el Apéndice D.

En las Ecs. (3.17 - 3.23) hemos definido $\Delta = m_2$, como consecuencia de la correspondencia entre los parámetros del octete y decuplete del Lagrangiano quiral $1/N_c$ para $N_c = 3$, Ref. [1], es decir,

$$M_B = 3m_0 + \frac{1}{4}m_2, \quad M_T = 3m_0 + \frac{5}{4}m_2. \tag{3.24}$$

Por otra parte, a_1 , b_2 , b_3 y c_3 son los coeficientes indeterminados no predichos por la teoría.

Los elementos de matriz correspondientes se presentan en la Tabla 3.2, para los ocho procesos entre bariones del octete de espín $\frac{1}{2}$.

3.2.2 Correcciones a un loop: Diagrama Fig. 2.1(d)

La corrección a un loop a la corriente axial vector para el diagrama de la Fig. 2.1(d) está dada por la expresión

$$\delta A^{kc} = -\frac{1}{2} [T^a, [T^b, A^{kc}]] \Pi^{ab}, \tag{3.25}$$

donde Π^{ab} es un tensor simétrico con una estructura similar al de la Ec. (3.3),

$$\Pi^{ab} = I_1 \delta^{ab} + I_8 d^{ab8} + I_{27} \left[\delta^{a8} \delta^{b8} - \frac{1}{8} \delta^{ab} - \frac{3}{5} d^{ab8} d^{888} \right], \tag{3.26}$$

nuevamente, los tensores de sabor singulete, octete y 27 en Ec. (3.26) son proporcionales a sabor singulete $I_{\mathbf{1}}$, sabor octete $I_{\mathbf{8}}$ y sabor **27** I_{27} , combinaciones lineales de las integrales a un loop $I(m_\pi, \mu)$, $I(m_K, \mu)$ y $I(m_\eta, \mu)$, como sigue

$$I(m_\Pi, \mu) = \frac{i}{f^2} \int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} \frac{1}{k^2 - m_\Pi^2} = \frac{m_\Pi^2}{16\pi^2 f^2} \left[\ln \frac{m_\Pi^2}{\mu^2} - 1 \right]. \quad (3.27)$$

Estos forman las combinaciones lineales Ecs. (2.17)-(2.19)

El cálculo del doble conmutador da como resultado en Ref. [2], las siguientes contribuciones de sabor para $N_f = 3$:

1. Contribución de sabor singulete

$$[T^a, [T^a, A^{kc}]] = 3A^{kc}, \quad (3.28)$$

2. Contribución de sabor octete

$$d^{ab8} [T^a, [T^a, A^{kc}]] = \frac{3}{2} d^{c8e} A^{ke}, \quad (3.29)$$

3. Contribución de sabor **27**

$$[T^8, [T^8, A^{kc}]] = f^{c8e} f^{8eg} A^{kg}, \quad (3.30)$$

Los dobles conmutadores en Ecs. (3.28) - (3.30) son proporcionales a A^{kc} y son $\mathcal{O}(N_c)$; así la corrección a un loop de la Fig. 2.1(d) es a lo más $\mathcal{O}(1)$ ya que f^2 se escala como N_c . En consecuencia, estas correcciones son del mismo orden que la obtenidas de las Figs. 2.1(a-c), es decir, esto es de orden relativo $1/N_c$ a la contribución a nivel árbol y no implica ninguna cancelación entre estados octete y decuplete.

3.2.3 Corrección total a un loop

Finalmente la corrección total a la corriente axial vector de bariones A^{kc} considerando cada uno de los diagramas a un loop de la Fig. 2 (a-d) contiene todos los términos de la Ec. (3.31),

$$\begin{aligned} \delta A^{kc} &= \frac{1}{2} [A^{ja}, [A^{jb}, A^{kc}]] \Pi_{(1)}^{ab} - \frac{1}{2} \{A^{ja}, [A^{kc}, [\mathcal{M}, A^{jb}]]\} \Pi_{(2)}^{ab} \\ &+ \frac{1}{6} \left([A^{ja}, [[\mathcal{M}, [\mathcal{M}, A^{jb}]], A^{kc}]] - \frac{1}{2} [[\mathcal{M}, A^{ja}], [[\mathcal{M}, A^{jb}], A^{kc}]] \right) \Pi_{(3)}^{ab} \\ &- \frac{1}{2} [T^a, [T^b, A^{kc}]] \Pi^{ab} + \dots \end{aligned} \quad (3.31)$$

Cabe mencionar que el diagrama a un loop de la Fig. 2(d), aunque esta considerado en la renormalización de la corriente axial, este no depende de la razón Δ/m_Π . La contribución del diagrama Fig. 2(d), si está tomada en cuenta en el presente análisis.

El interés por calcular todas estas estructuras de conmutadores y anticonmutadores Ec. (3.31) se basa en el hecho de que los cálculos realizados se pueden comparar con las predicciones teóricas dentro de otros enfoques y con los datos experimentales reportados [20]. Específicamente, una comparación directa puede llevarse a cabo con el acoplamiento axial g_A el cual se ha obtenido en el marco de teoría de perturbaciones quirales para bariones pesados. Hasta aquí, hemos llevado a cabo la renormalización de la corriente axial vector tomando en cuenta la contribución del octete y el decuplete de bariones donde el Lagrangiano quiral $1/N_c$ de bariones posee una simetría contraída espín sabor SU(6).

3.3 Correcciones con rotura de simetría SU(3) perturbativa

Una parte importante que debemos considerar en el presente análisis es el tema de rotura de simetría SU(3) perturbativa para el operador de corriente axial A^{kc} . Como habíamos mencionado anteriormente A^{kc} es un objeto de espín 1 y se transforma como sabor octete bajo SU(3). La rotura de simetría también se transforma como un octete bajo SU(3).

Si ignoramos la rotura de isospín e incluimos rotura de simetría SU(3) perturbativa a primer orden, entonces A^{kc} contiene partes que se transforman de acuerdo a todas las representaciones de SU(3) contenidas en el producto tensorial $(1, \mathbf{8} \otimes \mathbf{8}) = (1, \mathbf{1}) \oplus (1, \mathbf{8}_S) \oplus (1, \mathbf{8}_A) \oplus (1, \mathbf{10} + \overline{\mathbf{10}}) \oplus (1, \mathbf{27})$, es decir,

$$\delta A_{\text{SB}}^{kc} = \delta A_{\text{SB},\mathbf{1}}^{kc} + \delta A_{\text{SB},\mathbf{8}}^{kc} + \delta A_{\text{SB},\mathbf{10}+\overline{\mathbf{10}}}^{kc} + \delta A_{\text{SB},\mathbf{27}}^{kc} \quad (3.32)$$

donde el subíndice SB, significa rotura de simetría SU(3), y los números la representación de sabor, singulete $\mathbf{1}$, octete $\mathbf{8}$, $\mathbf{10} + \overline{\mathbf{10}}$ y $\mathbf{27}$ respectivamente. En principio, $\delta A_{\text{SB}}^{kc}$ es de orden $\mathcal{O}(\epsilon N_c)$ siguiendo el desarrollo como en las Refs. [5, 12, 34], para construir los operadores que tenemos en Ec. (3.32) a orden relativo $1/N_c^2$.

3.3.1 Contribución de sabor singulete

La expansión $1/N_c$ para el operador $(1, \mathbf{1})$, a orden relativo $1/N_c$, tiene dos términos los cuales están contenidos en la ecuación siguiente

$$\delta A_{\text{SB},\mathbf{1}}^{kc} = c_1^{1,1} \delta^{c\mathbf{8}} J^k + c_3^{1,1} \delta^{c\mathbf{8}} \{J^2, J^k\} \quad (3.33)$$

donde los superíndices adjuntos a los coeficientes $c_i^{1,1}$ indican la representación. Términos de orden más alto pueden obtenerse anticonmutando los operadores con J^2/N_c^2 . La

contribución de la Ec. (3.33) sólo es importante para el operador de momento magnético [9, 12].

3.3.2 Contribución de sabor octete

La expansión $1/N_c$ para el operador $(1, \mathbf{8})$ tiene una estructura similar como A^{kc} en la Ec. (2.66). Así la corrección de la rotura $(1, \mathbf{8})$ es la siguiente,

$$\delta A_{\text{SB}, \mathbf{8}}^{kc} = c_1^{1, \mathbf{8}} d^{ce\mathbf{8}} G^{ke} + b_2^{1, \mathbf{8}} \frac{1}{N_c} d^{ce\mathbf{8}} \mathcal{D}_2^{ke} + b_3^{1, \mathbf{8}} \frac{1}{N_c^2} d^{ce\mathbf{8}} \mathcal{D}_3^{ke} + c_3^{1, \mathbf{8}} \frac{1}{N_c^2} d^{ce\mathbf{8}} \mathcal{O}_3^{ke}. \quad (3.34)$$

Las reglas de inversión temporal prohíben el reemplazo de los símbolos d por f . Existe otra serie para el operador $(1, \mathbf{8})$; este inicia con el término

$$c_2^{1, \mathbf{8}} \frac{1}{N_c} f^{ce\mathbf{8}} \epsilon^{ijk} \{J^i, G^{je}\}, \quad (3.35)$$

y términos de orden más alto pueden ser construidos anticonmutando el operador principal con J^2/N_c^2 , podemos observar que

$$f^{ce\mathbf{8}} \epsilon^{ijk} \{J^i, G^{je}\} = [J^2, [T^8, G^{kc}]]. \quad (3.36)$$

El lado derecho de la Ec. (3.36) muestra que el operador sólo contribuye a procesos con cambios de espín y extrañeza. Estos procesos no han sido observados, por ello, la serie (3.35) será excluida.

3.3.3 Contribución de sabor $\mathbf{10} + \overline{\mathbf{10}}$

Hasta orden relativo $1/N_c^2$, las series para el operador $(1, \mathbf{10} + \overline{\mathbf{10}})$ contienen operadores a dos-cuerpos y tres-cuerpos, esto es,

$$\{G^{kc}, T^8\} - \{G^{k8}, T^c\}, \quad (3.37)$$

$$\{G^{kc}, \{J^r, G^{r8}\}\} - \{G^{k8}, \{J^r, G^{rc}\}\}, \quad (3.38)$$

los cuales requieren subtracciones de los operadores sabor octete [5]. Las series para los términos de rotura de simetría $(1, \mathbf{10} + \mathbf{10})$ podemos escribirlos como

$$\begin{aligned} \delta A_{\text{SB}, \mathbf{10} + \overline{\mathbf{10}}}^{kc} = & c_2^{1, \mathbf{10} + \overline{\mathbf{10}}} \frac{1}{N_c} \left(\{G^{kc}, T^8\} - \{G^{k8}, T^c\} - \frac{1}{3} f^{ce\mathbf{8}} f^{egh} (\{G^{kg}, T^h\} \right. \\ & \left. - \{G^{kh}, T^g\}) \right) + c_3^{1, \mathbf{10} + \overline{\mathbf{10}}} \frac{1}{N_c^2} \left(\{G^{kc}, \{J^r, G^{r8}\}\} - \{G^{k8}, \{J^r, G^{rc}\}\} \right. \\ & \left. - \frac{1}{3} f^{ce\mathbf{8}} f^{egh} (\{G^{kg}, \{J^r, G^{rh}\}\} - \{G^{kh}, \{J^r, G^{rg}\}\}) \right). \end{aligned} \quad (3.39)$$

Reducciones adicionales implican que

$$\frac{1}{3} f^{ce8} f^{egh} (\{G^{kg}, T^h\} - \{G^{kh}, T^g\}) = \frac{2}{3} [J^2, [T^8, G^{kc}]], \quad (3.40)$$

y

$$\frac{1}{3} f^{ce8} f^{egh} (\{G^{kg}, \{J^r, G^{rh}\}\} - \{G^{kh}, \{J^r, G^{rg}\}\}) = \frac{1}{3} (N_c + N_f) [J^2, [T^8, G^{kc}]], \quad (3.41)$$

así los términos substraídos en Ec. (3.39) pueden ser absorbidos en las series ya existentes para (1, **1**) y (1, **8**), Eqs. (3.33) y (3.34) respectivamente.

3.3.4 Contribución de sabor 27

Finalmente a orden relativo $1/N_c^2$, las series para el operador (1, **27**) contiene tres términos: un operador de dos-cuerpos y dos operadores de tres-cuerpos, los cuales son los siguientes,

$$\{G^{kc}, T^8\} + \{G^{k8}, T^c\}, \quad (3.42)$$

$$\{J^k, \{T^c, T^8\}\} \quad \text{y} \quad \{G^{kc}, \{J^r, G^{r8}\}\} + \{G^{k8}, \{J^r, G^{rc}\}\}. \quad (3.43)$$

Estos operadores requieren substracciones de las partes de sabor singulete y sabor octete [5]. La serie de rotura de simetría (1, **27**) es la siguiente,

$$\begin{aligned} \delta A_{\text{SB}, \mathbf{27}}^{kc} = & c_2^{1, \mathbf{27}} \frac{1}{N_c} \left(\{G^{kc}, T^8\} + \{G^{k8}, T^c\} - \frac{2}{N_f^2 - 1} \delta^{c8} \{G^{ke}, T^e\} \right. \\ & \left. - \frac{2N_f}{N_f^2 - 4} d^{ce8} d^{egh} \{G^{kg}, T^h\} \right) + c_3^{1, \mathbf{27}} \frac{1}{N_c^2} \left(\{J^k, \{T^c, T^8\}\} \right. \\ & \left. - \frac{1}{N_f^2 - 1} \delta^{c8} \{J^k, \{T^e, T^e\}\} - \frac{N_f}{N_f^2 - 4} d^{ce8} d^{egh} \{J^k, \{T^g, T^h\}\} \right) \\ & + \bar{c}_3^{1, \mathbf{27}} \frac{1}{N_c^2} \left(\{G^{kc}, \{J^r, G^{r8}\}\} + \{G^{k8}, \{J^r, G^{rc}\}\} - \frac{2}{N_f^2 - 1} \delta^{c8} \{G^{ke}, \{J^r, G^{re}\}\} \right. \\ & \left. - \frac{2N_f}{N_f^2 - 4} d^{ce8} d^{egh} \{G^{kg}, \{J^r, G^{rh}\}\} \right). \end{aligned} \quad (3.44)$$

Nuevamente, reducciones adicionales dan las expresiones siguientes,

$$\begin{aligned} \frac{2}{N_f^2 - 1} \delta^{c8} \{G^{ke}, T^e\} + \frac{2N_f}{N_f^2 - 4} d^{ce8} d^{egh} \{G^{kg}, T^h\} = \\ \frac{2(N_c + N_f)}{N_f + 2} d^{c8e} G^{ke} + \frac{2(N_c + N_f)}{N_f(N_f + 1)} \delta^{c8} J^k + \frac{2}{N_f + 2} d^{c8e} \mathcal{D}_2^{ke}, \end{aligned} \quad (3.45)$$

$$\begin{aligned}
& \frac{1}{N_f^2 - 1} \delta^{c8} \{J^k, \{T^e, T^e\}\} + \frac{N_f}{N_f^2 - 4} d^{ce8} d^{egh} \{J^k, \{T^g, T^h\}\} = \\
& \quad \frac{N_c(N_c + 2N_f)(N_f - 2)}{N_f(N_f^2 - 1)} \delta^{c8} J^k + \frac{2(N_c + N_f)(N_f - 4)}{N_f^2 - 4} d^{c8e} \mathcal{D}_2^{ke} + \frac{2N_f}{N_f^2 - 4} d^{c8e} \mathcal{D}_3^{ke} \\
& \quad + \frac{2}{N_f^2 - 1} \delta^{c8} \{J^2, J^k\}, \tag{3.46}
\end{aligned}$$

y

$$\begin{aligned}
& \frac{2}{N_f^2 - 1} \delta^{c8} \{G^{ke}, \{J^r, G^{re}\}\} + \frac{2N_f}{N_f^2 - 4} d^{ce8} d^{egh} \{G^{kg}, \{J^r, G^{rh}\}\} = \frac{2N_f}{N_f + 2} d^{c8e} G^{ke} \\
& \quad + \frac{(N_c + 2)(N_c + 2N_f - 2)}{2(N_f^2 - 1)} \delta^{c8} J^k + \frac{N_f(N_c + N_f)}{N_f^2 - 4} d^{c8e} \mathcal{D}_2^{ke} + \frac{N_f - 4}{N_f^2 - 4} d^{c8e} \mathcal{D}_3^{ke} \\
& \quad + \frac{2}{N_f + 2} d^{c8e} \mathcal{O}_3^{ke} + \frac{N_f - 2}{N_f(N_f^2 - 1)} \delta^{c8} \{J^2, J^k\}, \tag{3.47}
\end{aligned}$$

como se esperaba, la substracción de las contribuciones de sabor singlete y sabor octete en la expansión $1/N_c$ Ec. (3.44), contienen operadores ya definidos en las series (3.33) y (3.34) de este modo, en la expansión $1/N_c$ (3.44) sólo mantenemos los términos principales (3.42 - 3.43).

3.4 Corrección total de la corriente axial vector

Las correcciones a la corriente axial vector para bariones se pueden obtener de manera similar, a orden de un loop y con rotura de simetría SU(3) perturbativo. Las correcciones a un loop, $\delta A_{\text{IL}}^{kc}$, surge de los diagramas Fig. 2(a-d) como se muestra en la Ec. (3.31). Por otro lado, la corrección con rotura de simetría SU(3) perturbativa $\delta A_{\text{SB}}^{kc}$ viene de la Ec.(3.32). De esta manera, obtenemos la expresión para la corrección total a la corriente axial de bariones dada de la siguiente forma

$$A^{kc} + \delta A^{kc} = A^{kc} + \delta A_{\text{IL}}^{kc} + \delta A_{\text{SB}}^{kc}. \tag{3.48}$$

Los elementos de matriz de las componentes espaciales de $A^{kc} + \delta A^{kc}$ entre los estados de simetría SU(6) dan los valores comunes de los acoplamientos axial vector. Para el octete de bariones, los acoplamientos axial vector son g_A . Tal como están definidos en los experimentos, en decaimientos semileptónicos de bariones, $g_A \approx 1.27$ para el decaimiento de neutrón. Para los bariones del decuplete los acoplamientos axial vector son g , los cuales son extraídos de las anchuras de los decaimientos fuertes del decuplete de bariones hacia el octete de bariones y piones.

Capítulo 4

Resultados Numéricos

4.1 Aspectos teóricos de los decaimientos semileptónicos de bariones

A manera de notación, definamos al decaimiento semileptónico de bariones (DSB) como

$$B_1 \rightarrow B_2 + \ell + \bar{\nu}_\ell, \quad (4.1)$$

donde B_1 y B_2 son los bariones inicial y final, ℓ es el leptón cargado y $\bar{\nu}_\ell$ su correspondiente antineutrino (o neutrino, dependiendo del decaimiento).

4.1.1 Propiedades del elemento de matriz de bariones

Los elementos de matriz de la corriente leptónica débil se obtienen fácilmente para los diferentes operadores involucrados en el cálculo. La corriente hadrónica débil, por otra parte, se construye a partir de las cantidades independientes disponibles. Para DSB se dispone de tres vectores polares: $\bar{u}_{B_2}\gamma_\mu u_{B_1}$, $\bar{u}_{B_2}\sigma_{\mu\nu}q_\nu u_{B_1}$ y $\bar{u}_{B_2}q_\mu u_{B_1}$; y de tres vectores axiales: $\bar{u}_{B_2}\gamma_\mu\gamma_5 u_{B_1}$, $\bar{u}_{B_2}\sigma_{\mu\nu}q_\nu\gamma_5 u_{B_1}$ y $\bar{u}_{B_2}\gamma_5 q_\mu u_{B_1}$, siendo q el 4-momento transferido. Entonces la forma más general de la corriente hadrónica débil puede expresarse de la siguiente forma

$$\begin{aligned} \langle B_2 | J_\mu^h | B_1 \rangle = & V_{\text{CKM}} \bar{u}_{B_2}(p_2) \left[f_1(q^2)\gamma_\mu + \frac{f_2(q^2)}{M_1}\sigma_{\mu\nu}q^\nu + \frac{f_3(q^2)}{M_1}q_\mu \right. \\ & \left. + \left(g_1(q^2)\gamma_\mu + \frac{g_2(q^2)}{M_1}\sigma_{\mu\nu}q^\nu + \frac{g_3(q^2)}{M_1}q_\mu \right) \gamma_5 \right] u_{B_1}(p_1), \quad (4.2) \end{aligned}$$

donde u_{B_1} , p_1 , M_1 [\bar{u}_{B_2} , p_2 , M_2], son los espinores de Dirac, el 4-momento y la masa del barión inicial [final] y $q = p_1 - p_2$. En este trabajo adoptamos la convención de matrices γ utilizada en la Ref. [53].

Cada modo de decaimiento semileptónico depende de seis funciones independientes entre sí, los llamados *factores de forma*. Éstos son $f_1, f_2, f_3, g_1, g_2, g_3$, los cuales son funciones del invariante q^2 y son a su vez escalares de Lorentz. $f_1(q^2)$ y $g_1(q^2)$ son los factores de forma vector y axial vector líderes, $f_2(q^2)$ y $g_2(q^2)$ son los factores de forma magnético débil y eléctrico, y $f_3(q^2), g_3(q^2)$ son los factores de forma inducido escalar y pseudoescalar, respectivamente. La invariancia bajo inversión temporal requiere que los factores de forma sean reales. El factor V_{CKM} se extrae de los elementos de matriz como un preludio a la referencia del ángulo de Cabibbo. $f_3(q^2)$ y $g_3(q^2)$ para modos electrónicos tienen una contribución despreciable sobre la razón de decaimiento debido a la pequeñez del factor $(m/M_1)^2$ que los acompaña; por tanto, a un alto grado de precisión, los modos electrónicos de DSB se describen en términos de cuatro y no seis factores de forma. En contraste, para modos muónicos aunque el factor $(m/M_1)^2$ sea pequeño, $f_3(q^2)$ y $g_3(q^2)$ pueden contribuir significativamente a la razón de transición y por tanto estos términos deben ser retenidos. Por conveniencia se introduce la definición $f_i \equiv f_i(0)$ y $g_i \equiv g_i(0)$ con $i = 1, 2, 3$.

La descripción teórica de los DSB está basada fuertemente en el Modelo de Cabibbo [51]. Entre otros aspectos, el modelo predice que todos los factores de forma serán una función de solamente tres parámetros independientes no predichos por la teoría. Para tener una mejor claridad, revisemos brevemente los postulados de Cabibbo.

Postulado 1. Los componentes de la corriente hadrónica débil pertenecen a una representación autoconjugada de SU(3) simple. Los componentes de la corriente son los miembros cargados de un octete de SU(3) y los números cuánticos de isospín y extrañeza portados por la corriente hadrónica débil corresponden a aquellos de los mesones cargados del octete $J^P = 0^-$:

$$\begin{array}{l} \Delta S = 0 \\ \Delta S = +1 \\ \Delta S = -1 \end{array} \left\{ \begin{array}{ll} \Delta Q = \Delta I_3 = +1 & |\Delta I| = 1 \\ \Delta Q = \Delta I_3 = -1 & |\Delta I| = 1 \\ \Delta S = \Delta Q = +1 & |\Delta I| = 1/2 \\ \Delta S = \Delta Q = -1 & |\Delta I| = 1/2 \end{array} \right. \begin{array}{l} \pi^+ \\ \pi^- \\ K^+ \\ K^- \end{array}$$

La autoconjugación implica que las corrientes con $\Delta Q = 1$ y $\Delta Q = -1$ pertenecen al mismo octete.

Los estados bariónicos $J^P = \frac{1}{2}^+$ se identifican en términos de los componentes del octete SU(3). Los elementos de matriz de un operador –por sí mismo perteneciente a un octete– entre dos estados de octete es una combinación lineal de dos elementos de matriz reducidos, a causa de los octetes simétricos y antisimétricos que aparecen en el producto directo de dos octetes en SU(3) [$8 \times 8 = \mathbf{1} \oplus \mathbf{8}_a \oplus \mathbf{8}_b \oplus \mathbf{10} \oplus \overline{\mathbf{10}} \oplus \mathbf{27}$].

Específicamente, cualquiera de los seis factores de forma $f_m(q^2), g_m(q^2)$ mencionados anteriormente está dado por

$$\begin{cases} f_m(q^2) = r_1 F_m(q^2) + r_2 D_m(q^2) \\ g_m(q^2) = r_1 F_{m+3}(q^2) + r_2 D_{m+3}(q^2), \end{cases} \quad (m = 1, 2, 3) \quad (4.3)$$

donde $F_i(q^2)$ y $D_i(q^2)$, $i = 1, \dots, 6$, son funciones de q^2 , diferentes para cada uno de los seis factores de forma. Las constantes r_1 y r_2 en la (4.3) son los coeficientes generalizados de Glebsch-Gordan, cuyos valores están dados en la Tabla 4.1 para varias transiciones.

Tabla 4.1: Coeficientes de Clebsch-Gordan en DSB.

Transición	r_1	r_2
$n \rightarrow p$	1	1
$\Sigma^\pm \rightarrow \Lambda$	0	$\sqrt{\frac{2}{3}}$
$\Sigma^- \rightarrow \Sigma^0$	$\sqrt{2}$	0
$\Xi^- \rightarrow \Xi^0$	-1	1
$\Lambda \rightarrow p$	$-\sqrt{\frac{3}{2}}$	$-\sqrt{\frac{3}{2}}$
$\Sigma^- \rightarrow n$	-1	1
$\Xi^- \rightarrow \Lambda$	$\sqrt{\frac{3}{2}}$	$-\sqrt{\frac{3}{2}}$
$\Xi^- \rightarrow \Sigma^0$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$
$\Xi^0 \rightarrow \Sigma^+$	1	1

El primer postulado de la teoría de Cabibbo, al hacer de cada factor de forma una combinación lineal de dos funciones en q^2 (independientes entre sí), ha reducido el número de funciones independientes a doce. La Ec. (4.3) se basa en una simetría SU(3) exacta, y posteriormente discutiremos las consecuencias de la rotura de esta simetría. Como la separación de masa para los bariones es pequeña ($\sim 15\%$) comparada con la de mesones, uno puede esperar que las predicciones de SU(3) exacta se cumplan mejor en el caso de bariones.

Postulado 2. Universalidad. La corriente leptónica está acoplada a una sola corriente hadrónica simple de longitud unitaria:

$$J_\mu^h = \cos \theta_C J_\mu^h(\Delta S = 0) + \sin \theta_C J_\mu^h(|\Delta S| = 1) \quad (4.4)$$

con la constante de acoplamiento $G = G_\mu$. La constante V_{CKM} de la Ec. (4.2) es igual a $\cos \theta_C$ para transiciones $\Delta S = 0$ y $\sin \theta_C$ para transiciones $|\Delta S| = 1$.

Postulado 3. Hipótesis generalizada de la corriente vectorial conservada (CVC). La hipótesis CVC establece que la parte vectorial J_μ^\pm de la corriente débil $\Delta S = 0$ es una corriente conservada como la corriente electromagnética. Además CVC implica que J_μ^\pm forma un isotriplete con la parte isovector de la corriente electromagnética. CVC generalizada supone que la parte vectorial de las corrientes débiles $\Delta S = 0$ y $|\Delta S| = 1$ y de la corriente electromagnética son miembros del mismo octete de SU(3). Los factores de forma electromagnéticos y los factores de forma vectoriales débiles están por tanto

directamente relacionados. Observamos que, históricamente, la hipótesis CVC fue un paso importante hacia la unificación de las fuerzas electromagnéticas y débiles.

Los factores de forma electromagnéticos del protón y el neutrón están dados por las relaciones

$$f_m^p(q^2) = F_m(q^2) + \frac{1}{3}D_m(q^2), \quad f_m^n(q^2) = -\frac{2}{3}D_m(q^2). \quad (4.5)$$

Entonces las seis funciones $F_m(q^2)$ y $D_m(q^2)$ para los factores de forma vectoriales en la Ec. (4.3) están completamente determinadas por las expresiones

$$F_m(q^2) = f_m^p(q^2) + \frac{1}{2}f_m^n(q^2), \quad D_m(q^2) = -\frac{2}{3}f_m^n(q^2). \quad (4.6)$$

Para $q^2 = 0$, el factor de forma electromagnético $f_1(0)$ es igual a la carga eléctrica del barión; por consiguiente $F_1(0) = 1$ y $D_1(0) = 0$.

El factor de forma electromagnético $f_2(q^2)$ está relacionado con el momento magnético anómalo de los nucleones μ . Definiendo $f_2'(q^2) = [(M_1 + M_2)/M_1]f_2(q^2)$, tenemos $f_2^{p,n}(0) = \mu_{p,n}$, lo cual conduce a $F_2'(0) = \mu_p + \frac{1}{2}\mu_n$ y $D_2'(0) = -\frac{3}{2}\mu_{p,n}$. El factor de forma f_2 es frecuentemente llamado factor de forma magnético débil.

Finalmente la conservación de la corriente electromagnética requiere que $f_3^{p,n}(q^2)$ sea igual a cero, implicando que $F_3(q^2) = D_3(q^2) = 0$. Entonces el factor de forma $f_3(q^2)$ es nulo para todos los decaimientos semileptónicos.

Dentro de este esquema, los factores de forma vectoriales para DSB están determinados por la hipótesis de CVC generalizada y están relacionados, en $q^2 = 0$, con la carga eléctrica y el momento magnético anómalo de los nucleones. En el límite de simetría exacta SU(3), la dependencia en q^2 de los factores de forma está también dada por la dependencia de q^2 de los factores de forma electromagnéticos de los nucleones.

Postulado 4. Ausencia de corrientes de segunda clase. Aun queda, a este nivel, la determinación de los tres factores de forma axial vectoriales g_1 , g_2 y g_3 , cada uno de ellos siendo una combinación lineal de dos funciones desconocidas para los distintos decaimientos. Para reducir aun más el número de factores de forma, se necesita una hipótesis suplementaria.

Consideremos las propiedades de las operaciones combinadas de conjugación de carga C y rotación por 180° alrededor del eje I_2 del espacio de isospín; esta operación combinada es llamada **G -paridad** (G_λ). Cuando se aplica a la matriz de transición del decaimiento beta del neutrón, ésta intercambia el protón y el neutrón dos veces y regresa a la matriz inicial, hasta un posible cambio de signo. Bajo G -paridad, las corrientes débiles vectorial (f_1) y axial (g_1) se transforman como G_λ Ec. (4.7)

$$\begin{aligned} V_\mu &\rightarrow V_\mu, \\ A_\mu &\rightarrow -A_\mu. \end{aligned} \quad (4.7)$$

Las corrientes que se transforman como la Ec. (4.7) son llamadas *corrientes de primera clase*; aquellas que se transforman con un signo opuesto son llamadas *corrientes de segunda clase*. Los términos f_1 , f_2 , g_1 y g_3 corresponden a corrientes de primera clase, mientras que los términos f_3 y g_2 son de segunda clase. Dado que las interacciones fuertes son invariantes bajo C y transformaciones en el espacio de isospín, las propiedades de las corrientes anteriormente mencionadas son inalterables debido a los efectos de la interacción fuerte.

Notemos que a nivel de quarks hay solamente corrientes de primera clase para las transiciones $d \rightarrow u$, ocurriendo en el decaimiento beta del neutrón, y que el término f_3 ya ha sido eliminado por la hipótesis CVC generalizada.

El mismo razonamiento aplica al doblete de isospín (Ξ^-, Ξ^0) para el decaimiento $\Xi^- \rightarrow \Xi^0 l \bar{\nu}_l$. La ausencia de corrientes de segunda clase conduce a la Ec. (4.8)

$$g_2^{n,p} = F_5(q^2) + D_5(q^2) = 0, \quad g_2^{\Xi^-, \Xi^0} = D_5(q^2) - F_5(q^2) = 0, \quad (4.8)$$

así que

$$F_5(q^2) = D_5(q^2) = 0. \quad (4.9)$$

Entonces todos los factores de forma pseudotensoriales g_2 son nulos en todos los decaimientos, hasta efectos de rotura de simetría. En lenguaje moderno, se establece que el factor de forma g_2 para elementos de matriz diagonales de corrientes hermíticas (por ejemplo $\langle B | \bar{u} \gamma^\mu \gamma_5 u - \bar{d} \gamma^\mu \gamma_5 d | B \rangle$) se anula por hermiticidad e invariancia bajo inversión temporal. Por tanto, SU(3) implica que $g_2 = 0$ en el límite de simetría.

Adicionalmente, en la expresión para la razón de decaimiento diferencial, todos los términos que involucran a los factores de forma f_3 y g_3 están multiplicados por un factor $(m/M_1)^2$. Como los experimentos precisos han sido desarrollados solamente sobre los decaimientos electrónicos de bariones, $g_3(q^2)$ puede ser ignorado.

De esta forma, el límite de simetría SU(3) exacta establece que, para modos electrónicos, sólo cuatro factores de forma en DSB se requieren para determinar los elementos de la matriz de transición: $f_1(q^2)$ y $f_2(q^2)$ están bien determinados, mientras que $g_1(q^2)$ son una combinación lineal de dos funciones desconocidas $F(q^2) = F_4(q^2)$ y $D(q^2) = D_4(q^2)$ y $g_2(q^2) = 0$. Los valores en $q^2 = 0$ de los factores de forma para todos los decaimientos semileptónicos de bariones están dados en la Tabla 4.2.

Todos los decaimientos están por tanto descritos por tres parámetros: el ángulo de Cabibbo θ_C y dos constantes de acoplamiento F y D . En lo sucesivo tomaremos la convención de que el signo de $g_1/f_1 = F + D$ es positivo para el decaimiento del neutrón, lo cual fija todos los otros signos. En algunas otras referencias (por ejemplo, en el Particle Data Group [20]) se toma la convención opuesta. La determinación del ángulo de Cabibbo requiere la medición de razones de decaimiento, mientras que F y D pueden ser determinados también estudiando la distribución de algunas variables cinemáticas.

Los resultados dados en la Tabla 4.2 son válidos en $q^2 = 0$ e ignoran los efectos de rotura de la simetría de sabor SU(3). Dicha rotura puede introducir modificaciones

Tabla 4.2: Parámetros de la matriz débil de bariones.

Transición	V_{CKM}	$f_1(0)$	$f_2(0)$	$g_1(0)$
$n \rightarrow pe^- \bar{\nu}_e$	V_{ud}	1	$\mu_p - \mu_n$	$F + D$
$\Sigma^\pm \rightarrow \Lambda e^\pm \nu_e$	V_{ud}	0	$-\sqrt{3/2}\mu_n$	$\sqrt{2/3}D$
$\Sigma^- \rightarrow \Sigma^0 e^- \bar{\nu}_e$	V_{ud}	$\sqrt{2}$	$\sqrt{2}[\mu_p + (\mu_n/2)]$	$\sqrt{2}F$
$\Lambda \rightarrow pl^- \bar{\nu}_l$	V_{us}	$-\sqrt{3/2}$	$-\sqrt{3/2}\mu_p$	$-\sqrt{3/2}(F + D/3)$
$\Sigma^- \rightarrow nl^- \bar{\nu}_l$	V_{us}	-1	$-(\mu_p + 2\mu_n)$	$-(F - D)$
$\Xi^- \rightarrow \Lambda l^- \bar{\nu}_l$	V_{us}	$\sqrt{3/2}$	$\sqrt{3/2}(\mu_p + \mu_n)$	$\sqrt{3/2}(F - D/3)$
$\Xi^- \rightarrow \Sigma^0 l^- \bar{\nu}_l$	V_{us}	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}(\mu_p - \mu_n)$	$(F + D)/\sqrt{2}$
$\Xi^0 \rightarrow \Sigma^+ l^- \bar{\nu}_l$	V_{us}	1	$(\mu_p - \mu_n)$	$F + D$
$\Xi^- \rightarrow \Xi^0 l^- \bar{\nu}_l$	V_{ud}	1	$(\mu_p + 2\mu_n)$	$F - D$

notables a dichos valores.

4.2 Razón diferencial de decaimiento

La amplitud de transición para procesos semileptónicos de bariones puede ser construída a partir del producto de los elementos de matriz de las corrientes hadrónica y leptónica [53]. De esta amplitud, la razón diferencial de decaimiento en DSB, denotada aquí por $d\Gamma$, puede ser derivada usando técnicas estándares. Para el decaimiento en tres cuerpos Ec. (4.1), diferentes elecciones de las cinco variables relevantes en el estado final conducen a expresiones apropiadas para $d\Gamma$. En la Ref. [53] se presentan expresiones detalladas para $d\Gamma$ en el sistema en reposo de A (B) cuando dicho barión está polarizado a lo largo de la dirección s_1 (s_2), con el leptón cargado y el neutrino emitidos dentro de los ángulos sólidos $d\Omega_\ell$ y $d\Omega_\nu$, respectivamente. Similarmente en las Refs. [54, 55] $d\Gamma$ ha sido obtenida, en el sistema de reposo de A , dejando a las energías del electrón y barión final como las variables relevantes, junto con algunas variables angulares.

En todos los casos anteriores la razón de decaimiento diferencial puede escribirse, en la forma más general como

$$d\Gamma = G^2 d\Phi_3 [A'_0 - A''_0 \hat{\mathbf{s}} \cdot \hat{\mathbf{p}}], \quad (4.10)$$

donde $d\Phi_3$ es un elemento del espacio fase apropiado de tres cuerpos y A'_0 and A''_0 dependen de las variables cinemáticas y son funciones cuadráticas de los factores de

forma. El producto escalar $\hat{\mathbf{s}} \cdot \hat{\mathbf{p}}$, donde $\hat{\mathbf{s}}$ denota el espín ya sea de B_1 o de B_2 y $\hat{\mathbf{p}} = \hat{\mathbf{1}}, \hat{\mathbf{p}}_2, \hat{\mathbf{p}}_\nu$, representa la correlación angular entre dicho espín y el momento de la partícula correspondiente [54, 55].

4.3 Observables integrados

Cuando los experimentos en DSB tienen baja estadística en general no es posible desarrollar un análisis detallado de la razón de decaimiento diferencial $d\Gamma$. Ante esto es necesario producir observables integrados; entre éstos se encuentran la razón de decaimiento total R y las correlaciones angulares y los coeficientes de asimetría. La definición de estos observables implica solamente cinemática y no supone algún modelo teórico en particular. Por ejemplo, el coeficiente de correlación angular del leptón cargado-neutrino está definido como

$$\alpha_{\ell\nu} = 2 \frac{N(\Theta_{\ell\nu} < \pi/2) - N(\Theta_{\ell\nu} > \pi/2)}{N(\Theta_{\ell\nu} < \pi/2) + N(\Theta_{\ell\nu} > \pi/2)}, \quad (4.11)$$

donde $N(\Theta_{\ell\nu} < \pi/2)$ [$N(\Theta_{\ell\nu} > \pi/2)$] es el número de pares leptón cargado-neutrino emitidos en direcciones que forman un ángulo entre ellos menor [mayor] que $\pi/2$. Expresiones similares pueden ser derivadas para los coeficientes de asimetría del leptón cargado α_ℓ , del neutrino α_ν , y del barión emitido α_B , siendo esta vez Θ_ℓ , Θ_ν y Θ_B los ángulos entre las direcciones de ℓ , ν y B y la polarización de B_1 , respectivamente. Cuando la polarización del barión emitido es observada, es posible definir dos coeficientes de asimetría A y B [53]. Si la masa del leptón cargado puede ser despreciada es bastante sencillo calcular expresiones teóricas aproximadas de estos observables. Esto ha sido hecho en la Ref. [53] para varios decaimientos. Para la razón total de decaimiento no corregida se tiene por ejemplo

$$R^0 = G^2 \frac{(\Delta M)^5}{60\pi^3} \left[\left(1 - \frac{3}{2}\beta + \frac{6}{7}\beta^2\right) f_1^2 + \frac{4}{7}\beta^2 f_2^2 + \left(3 - \frac{9}{2}\beta + \frac{12}{7}\beta^2\right) g_1^2 + \frac{12}{7}\beta^2 g_2^2 + \frac{6}{7}\beta^2 f_1 f_2 + (-4\beta + 6\beta^2) g_1 g_2 \right], \quad (4.12)$$

donde $\beta = (M_1 - M_2)/M_1$ y el superíndice 0 en un observable dado es usado como un indicador de que no se han incorporado correcciones radiativas en dicho observable. En la Ec. (4.12) aunque los factores de forma se han supuesto constantes, su dependencia en q^2 no siempre puede ser despreciada ya que podría dar una contribución significativa. Para obtener expresiones corregidas a orden $\mathcal{O}(q^2)$, la dependencia de q^2 de f_2 y g_2 puede ser ignorada debido a que ya contribuyen a orden $\mathcal{O}(q)$ a la razón de decaimiento. Para $f_1(q^2)$ y $g_1(q^2)$, sin embargo, es suficiente una expansión lineal en q^2 debido a que potencias más altas dan lugar a contribuciones despreciables en la razón de decaimiento,

no mayores que una fracción porcentual. Entonces

$$f_1(q^2) = f_1(0) + \frac{q^2}{M_1^2} \lambda_1^f, \quad g_1(q^2) = g_1(0) + \frac{q^2}{M_1^2} \lambda_1^g, \quad (4.13)$$

donde los parámetros de pendiente λ_1^f y λ_1^g son ambos de orden uno [53]. Una parametrización dipolar para los factores de forma del tipo $f(q^2) = f(0)/(1 - q^2/M^2)^2$ conduce a

$$\lambda_1^f = \frac{2M_1^2 f_1}{M_V^2}, \quad \lambda_1^g = \frac{2M_1^2 g_1}{M_A^2}, \quad (4.14)$$

donde $M_V = 0.97$ GeV y $M_A = 1.11$ GeV para procesos $|\Delta S| = 1$ y $M_V = 0.84$ GeV y $M_A = 0.96$ GeV para procesos $|\Delta S| = 0$ [53]. Para fórmulas más precisas o cuando la masa del leptón cargado no pueda despreciarse es necesario integrar numéricamente sobre las variables cinemáticas las expresiones para $d\Gamma$ y los coeficientes angulares dados en trabajos previos [53, 54, 55]. Respecto a esto, en la referencia [53] se proporcionan fórmulas numéricas completas para la razón de decaimiento y los coeficientes angulares para 16 modos e y 10 modos μ en DSB. Estas fórmulas, sin embargo, tienen más de 20 años de haber sido publicadas y los datos experimentales recientes de las masas de los bariones [20] introducen modificaciones, las cuales necesitan ser tomadas en cuenta. Una actualización a estas fórmulas se encuentra en las Refs. [13, 56].

4.4 Correcciones radiativas

Los experimentos en DSB se han vuelto suficientemente sensitivos para requerir correcciones radiativas a los observables integrados. Sin embargo, el cálculo de las correcciones radiativas de procesos que involucran hadrones ha sido un problema teórico abierto por muchos años. A pesar del notable progreso logrado en el entendimiento de las interacciones fundamentales con el Modelo Estándar [20], los cálculos a primeros principios de correcciones radiativas no son posibles todavía. Estas correcciones están comprometidas con dependencia de modelo y los análisis experimentales que los utilizan se vuelven a su vez dependientes de modelo. Incluso si la dependencia de modelo que surge de las correcciones radiativas virtuales no puede ser eliminada, un análisis del decaimiento beta del neutrón posteriormente extendido a DSB [57] muestra que a órdenes $(\alpha/\pi)(q/M_1)^0$ y $(\alpha/\pi)(q/M_1)$ dicha dependencia de modelo se puede englobar en algunas constantes, las cuales pueden ser absorbidas en los factores de forma originalmente definidos en el elemento de matriz de la corriente hadrónica. Adicionalmente el teorema de Low en la versión de Chew [58] puede ser usado para mostrar que a esos dos órdenes de aproximación las correcciones radiativas de bremsstrahlung dependen tanto de los factores de forma no radiativos como de los multipolos electromagnéticos estáticos de las partículas involucradas en el decaimiento solamente, así que en este sector no existe dependencia

Tabla 4.3: Valores de Φ para correcciones radiativas en algunos DSB.

Proceso	Φ
$n \rightarrow pe^- \bar{\nu}_e$	0.0486
$\Sigma^+ \rightarrow \Lambda e^+ \nu_e$	0.0015
$\Sigma^- \rightarrow \Lambda e^- \bar{\nu}_e$	0.0012
$\Lambda \rightarrow pe^- \bar{\nu}_e$	0.0207
$\Sigma^- \rightarrow ne^- \bar{\nu}_e$	-0.0025
$\Xi^- \rightarrow \Lambda e^- \bar{\nu}_e$	0.0015
$\Xi^- \rightarrow \Sigma^0 e^- \bar{\nu}_e$	-0.0000
$\Xi^0 \rightarrow \Sigma^+ e^- \bar{\nu}_e$	0.0226

de modelo en las correcciones radiativas. Por tanto a estos órdenes de aproximación tenemos únicamente expresiones generales que pueden ser usados en análisis que no están comprometidos con algún modelo en particular [53, 54, 55]. Por supuesto, a órdenes más altos esto no necesariamente será cierto y podríamos esperar una fuerte dependencia de modelo.

Las correcciones radiativas a orden $(\alpha/\pi)(q/M_1)^0$ a las razones de transición R y a los coeficientes angulares y de asimetría en DSB referidos anteriormente, α_k , han sido calculadas en la Ref. [53]. En ese trabajo se mostró que a este orden de aproximación α_k para los modos e y μ no se ven afectadas por correcciones radiativas, así que a una buena aproximación $\alpha_k \simeq \alpha_k^0$. En contraste, la razón total de decaimiento adquiere correcciones de la forma $R = R^0[1 + (\alpha/\pi)\Phi]$, donde R^0 es la razón de decaimiento no corregida y Φ proviene de correcciones radiativas independientes de modelo. La función Φ se obtiene de las Ecs. (5.25) y (5.28) de la Ref. [53]; sus valores numéricos para varios decaimientos de interés en este trabajo están listados en la Tabla 4.3

Por otra parte, dado que la dependencia de modelo de las correcciones radiativas no puede ser calculada rigurosamente, la Ref. [53] propone parametrizarla a través de una constante de acoplamiento débil modificada de la forma $G \equiv G(1+C)$, donde $C \sim 0.0234$. Este valor de C puede dar una contribución notable a la razón de decaimiento total. Adoptaremos esta parametrización en el presente análisis.

4.5 Datos experimentales acerca de DSB

La información experimental disponible en decaimientos semileptónicos de bariones [20] está constituida por las razones totales de decaimiento R , los coeficientes de correlación

angular $\alpha_{e\nu}$, los coeficientes de asimetría angular α_e , α_ν , α_B , A y B y por los cocientes g_A/g_V . Esta información está listada en la Tabla 4.4. Los datos contenidos en esta tabla proviene de diferentes fuentes. Por ejemplo, la razón de transición puede obtenerse fácilmente a partir del tiempo de vida media del barión y de la anchura de decaimiento del proceso en cuestión; estos datos están contenidos en la Ref. [20]. Para algunos de los coeficientes de correlación angular y de asimetría se consultaron, hasta donde fue posible, los trabajos que contienen los resultados experimentales originales [59, 60, 61, 62] y para los coeficientes restantes se utilizó la Ref. [53].

Tabla 4.4: Datos experimentales de ocho decaimientos semileptónicos de bariones observados. Las unidades de R son 10^{-3} s^{-1} para el decaimiento del neutrón y 10^6 s^{-1} para los decaimientos restantes.

	$n \rightarrow pe^- \bar{\nu}_e$	$\Sigma^+ \rightarrow \Lambda e^+ \nu_e$	$\Sigma^- \rightarrow \Lambda e^- \bar{\nu}_e$	$\Lambda \rightarrow pe^- \bar{\nu}_e$	$\Sigma^- \rightarrow ne^- \bar{\nu}_e$	$\Xi^- \rightarrow \Lambda e^- \bar{\nu}_e$	$\Xi^- \rightarrow \Sigma^0 e^- \bar{\nu}_e$	$\Xi^0 \rightarrow \Sigma^+ e^- \bar{\nu}_e$
R	1.1362 ± 0.0014	0.249 ± 0.062	0.387 ± 0.018	3.161 ± 0.058	6.876 ± 0.235	3.44 ± 0.19	0.53 ± 0.10	0.872 ± 0.039
$\alpha_{e\nu}$	-0.0788 ± 0.0008	-0.35 ± 0.15	-0.404 ± 0.044	-0.019 ± 0.013	0.347 ± 0.024	0.53 ± 0.10		
α_e	-0.0871 ± 0.0010			0.125 ± 0.066	-0.519 ± 0.104			
α_ν	0.9875 ± 0.0044			0.821 ± 0.060	-0.230 ± 0.061			
α_B				-0.508 ± 0.065	0.509 ± 0.102			
A			0.07 ± 0.07			0.62 ± 0.10		
B			0.85 ± 0.07					
g_A/g_V	1.2701 ± 0.0025			0.718 ± 0.015	-0.340 ± 0.017	0.25 ± 0.05	1.287 ± 0.158	1.21 ± 0.05

Es una práctica común en el análisis de datos de DSB clasificar a la información experimental en dos grupos. El primero está constituido por las razones de decaimiento totales, los coeficientes de correlación angular y los coeficientes de asimetría angular. El segundo grupo lo conforman las razones de transición totales y los cocientes g_A/g_V . El primer conjunto es aparentemente más abundante en información que el segundo dado que el cociente g_A/g_V no es una medida independiente y se determina a partir de otros observables. En el presente trabajo utilizaremos ambos conjuntos en la comparación entre teoría y experimento.

4.6 Los Ajustes con los datos experimentales

En esta sección realizamos una comparación detallada de la complicada expresión en Ec. (3.48) con los datos experimentales disponibles [20] sobre decaimientos semileptónicos de bariones, estos se encuentran listados en la Tabla 4.4 en la forma de la razón total de decaimiento R , los coeficientes de correlación angular $\alpha_{e\nu}$ y los coeficientes de asimetría angular α_e , α_ν , α_B , A y B junto con las razones g_A/g_V . Con el fin de obtener información acerca de los parámetros libres de la teoría, es decir, de los parámetros básicos a_1 , b_2 , b_3 y c_3 del operador axial vector de bariones A^{kc} Ec. (2.66).

El análisis numérico se puede realizar de dos formas. Primero estudiamos los efectos de las correcciones a un loop, solo comparando las expresiones teóricas con los datos disponibles sobre decaimientos semileptónicos de bariones, para posteriormente incorpo-

rar los efectos de ambas correcciones a un loop y con rotura de simetría perturbativa en el análisis, usamos los datos experimentales sobre decaimientos semileptónicos y los decaimientos fuertes del decuplete de bariones. Los resultados nos permiten comparar, de igual forma, con otros cálculos realizados.

4.6.1 Ajustes de los datos sobre decaimientos semileptónicos de bariones: Efectos de correcciones a un loop

Los ajustes que presentamos a continuación han sido publicados en la Ref. [35]. El ajuste más sencillo que podemos realizar es un ajuste con simetría exacta $SU(3)$, el cual involucra solo dos parámetros, a_1 y b_2 ; esto es equivalente a un ajuste con solo F y D , a este nivel tenemos lo siguiente,

$$D = \frac{1}{2}a_1, \quad F = \frac{1}{3}a_1 + \frac{1}{6}b_2, \quad (4.15)$$

utilizando las razones de decaimiento y las razones g_A/g_V los valores del mejor ajuste, los presentamos en la Tabla 4.5, El siguiente ajuste consiste en ignorar la diferencia de masa

Tabla 4.5: Ajuste 1, con simetría exacta $SU(3)$ y con una $\chi^2 = 53.85$ para 12 grados de libertad.

Parámetros	Valores
a_1	1.61 ± 0.01
b_2	-0.40 ± 0.06
D	0.81 ± 0.01
F	0.47 ± 0.01

bariónica Δ , lo cual es equivalente a considerar el límite degenerado $\Delta/m_\Pi \rightarrow 0$. En realidad, un ajuste bajo esta suposición ya se realizó en la Ref. [2]. Usando las razones de decaimiento y las razones g_A/g_V de la Tabla 4.4, encontramos los valores listados en la Tabla 4.6. En lo sucesivo, los errores citados de los parámetros mejor ajustados deberán ser del ajuste χ^2 únicamente, y no incluyen las incertidumbres teóricas. Una inspección detallada de la salida del ajuste revela que, con excepción de c_3 , los valores de los parámetros obtenidos son como se esperaban de la expansión $1/N_c$, es decir, son aproximadamente de orden 1. Para c_3 la situación es radicalmente diferente, ya que está muy lejos de cualquier expectativa coherente. Sorprendentemente, los efectos de las correcciones del loop cambian notablemente los valores de a_1 y b_1 con respecto al caso discutido anteriormente de simetría $SU(3)$. Realmente cuando consideramos correcciones del loop con ambos octete y decuplete de bariones aparecen dos coeficientes más b_3 y c_3 ,

los cuales están directamente relacionados a los acoplamientos \mathcal{C} y \mathcal{H} . Para $N_c = 3$ las ecuaciones son, [1]

$$\begin{aligned}
 D &= \frac{1}{2}a_1 + \frac{1}{6}b_3, \\
 F &= \frac{1}{3}a_1 + \frac{1}{6}b_2 + \frac{1}{9}b_3, \\
 \mathcal{C} &= -a_1 - \frac{1}{2}c_3, \\
 \mathcal{H} &= -\frac{3}{2}a_1 - \frac{3}{2}b_2 - \frac{5}{2}b_3.
 \end{aligned}
 \tag{4.16}$$

Tabla 4.6: Ajuste 2. Correcciones a un loop con ambos octete y decuplete de bariones, con $\chi^2 = 39.33$ para 10 grados de libertad.

Parámetros	Valores
a_1	0.28 ± 0.07
b_2	-0.67 ± 0.04
b_3	4.02 ± 0.26
c_3	-13.95 ± 2.92
D	0.81 ± 0.01
F	0.43 ± 0.01
\mathcal{C}	6.70 ± 1.10
\mathcal{H}	-9.47 ± 0.50

Como podemos observar, en la Tabla 4.7 tenemos las diferentes contribuciones de sabor SU(3) para g_A y estas, siguen el patrón dictado por la expansión $1/N_c$. Las correcciones singulete –las más importantes– hablando rigurosamente, están suprimidas $1/N_c$ con respecto al valor de nivel árbol. Supresiones posteriores de las contribuciones octete y **27** también son notables. Por lo tanto, a pesar del valor alto de χ^2 , el ajuste en el caso degenerado si da predicciones de g_A las cuales son consistentes con lo esperado. Sin embargo, el precio que se paga depende de los valores más altos de los parámetros de la teoría, lo cual no es completamente satisfactorio.

Como se mencionó anteriormente, un ajuste similar se llevó a cabo en la Ref. [2]. Nuestro análisis aquí difiere del anterior en dos aspectos. Primero, en la Ref. [2] se utilizó la información experimental accesible en ese momento [71]. Los valores de V_{ud} y V_{us} , sin embargo, se han actualizado con la información experimental sobre los procesos $n \rightarrow p$ y $\Xi^0 \rightarrow \Sigma^+$ [20]. Estas mejoras introducen diferencias perceptibles en el análisis

Tabla 4.7: Valores de g_A de algunos decaimientos semileptónicos de bariones para Δ nulo. Presentamos las contribuciones de las diferentes representaciones de SU(3). Se utilizan las razones de decaimiento y las razones g_A/g_V en el ajuste.

Procesos	Total	Árbol	Fig. 2.1(a,b,c)			Fig. 2.1(d)		
			1	8	27	1	8	27
np	1.275	1.238	-0.403	0.208	0.006	0.334	-0.111	0.002
$\Sigma^\pm\Lambda$	0.623	0.661	-0.219	0.066	-0.005	0.179	-0.059	0.001
Λp	-0.899	-0.855	0.274	-0.058	0.005	-0.231	-0.038	0.005
Σ^-n	0.345	0.381	-0.134	-0.024	0.004	0.103	0.017	-0.002
$\Xi^-\Lambda$	0.225	0.194	-0.055	0.033	-0.008	0.053	0.009	-0.001
$\Xi^-\Sigma^0$	0.795	0.875	-0.285	-0.073	0.007	0.236	0.039	-0.005
$\Xi^0\Sigma^+$	1.124	1.238	-0.403	-0.104	0.009	0.334	0.056	-0.007

actual. Segundo, en la Ref. [2] se realizó un ajuste limitado con el fin de conseguir c_3 del acoplamiento mesón-barión $|\mathcal{C}| = 1.6$. Ahora obtenemos c_3 a partir de los datos solamente en las mismas condiciones que los demás parámetros de a_1 , b_2 y b_3 . Por lo tanto podemos decir que nuestros resultados numéricos actuales sustituyen a los de la Ref. [2]. En el presente análisis cuantificamos los efectos de Δ no nula para g_A , para ello hacemos la evaluación de los efectos de una diferencia de masa Δ no nula octete decuplete. Al igual que en el ajuste anterior, se utiliza la información experimental sobre las razones de decaimiento y las razones g_A/g_V con el fin de determinar los parámetros a_1 , b_2 , b_3 y c_3 . Los valores del mejor ajuste obtenidos esta vez son listados en la Tabla 4.8, Aunque los valores de b_3 y c_3 son ligeramente superiores a lo esperado, podemos decir

Tabla 4.8: Ajuste 3. Efectos de una diferencia de masa octete-decuplete Δ , con una $\chi^2 = 17.80$ para 10 grados de libertad.

Parámetros	Valores
a_1	-0.35 ± 0.02
b_2	-2.40 ± 0.16
b_3	6.53 ± 0.16
c_3	5.86 ± 0.29
D	0.91 ± 0.02
F	0.21 ± 0.02
\mathcal{C}	-2.58 ± 0.14
\mathcal{H}	-12.2 ± 0.16

que existe una notable mejora de los parámetros del ajuste, en este caso con respecto al anterior. Además, χ^2 reduce considerablemente su valor a 1.78/dof, donde dof se refiere

a los grados de libertad, lo que indica un ajuste mucho mejor.

Ahora para los acoplamientos axial vector de bariones. Los valores predichos para g_A son listados en la Tabla 4.9. Observamos que hay total consistencia en estas predicciones. Las supresiones $1/N_c$, dadas por la expansión $1/N_c$, son evidentes en todas las contribuciones de sabor para g_A . Si bien el sabor singulete es el más significativo, los

Tabla 4.9: Valores de g_A de algunos decaimientos semileptónicos de bariones observados con Δ no nulo. Presentamos las contribuciones de las diferentes representaciones de SU(3). Para el ajuste se utilizan las razones de decaimiento y las razones g_A/g_V .

Procesos	Total	Fig. 2.1(a,b,c), $\mathcal{O}(\Delta^0)$			Fig. 2.1(a,b,c), $\mathcal{O}(\Delta)$			Fig. 2.1(a,b,c), $\mathcal{O}(\Delta^2)$			Fig. 2.1(d)			
		Árbol	1	8	27	1	8	27	1	8	27	1	8	27
np	1.275	1.121	-0.550	0.372	0.003	0.361	-0.170	-0.002	-0.041	-0.022	0.000	0.303	-0.101	0.002
$\Sigma^\pm \Lambda$	0.629	0.745	-0.364	0.142	-0.002	0.038	-0.040	0.001	-0.021	-0.007	0.000	0.201	-0.067	0.001
Λp	-0.879	-0.628	0.310	-0.121	0.003	-0.404	0.120	-0.002	0.030	0.008	0.000	-0.170	-0.028	0.004
$\Sigma^- n$	0.340	0.704	-0.341	-0.015	0.007	-0.268	0.044	-0.001	-0.010	0.002	0.000	0.190	0.032	-0.004
$\Xi^- \Lambda$	0.361	-0.117	0.054	0.159	-0.014	0.366	-0.041	0.003	-0.009	-0.005	0.001	-0.032	-0.005	0.001
$\Xi^- \Sigma^0$	0.820	0.793	-0.389	-0.132	0.012	0.255	0.060	-0.002	-0.029	0.008	-0.001	0.214	0.036	-0.005
$\Xi^0 \Sigma^+$	1.160	1.121	-0.550	-0.186	0.017	0.361	0.085	-0.003	-0.041	0.011	-0.001	0.303	0.050	-0.007

sabores octete y **27** presentan supresiones en relación con el valor a nivel árbol como se esperaba. Sin embargo, debemos señalar que las entradas del proceso $\Xi^- \rightarrow \Lambda$ muestran preocupantes desviaciones de los valores esperados. Este comportamiento se ha observado sistemáticamente en otros análisis [2, 26, 56].

Ahora, en la Tabla 4.10 proporcionamos los observables obtenidos con los parámetros del mejor ajuste con el fin de compararlos con los valores experimentales que se muestran en la Tabla 4.4. Las desviaciones más importantes entre la teoría y experimento se derivan de las razones de decaimiento de los procesos de $\Xi^- \rightarrow \Lambda$, $\Lambda \rightarrow p$ y $\Xi^0 \rightarrow \Sigma^+$, cuyas contribuciones a la χ^2 total ascienden a $\chi_{\Xi^- \Lambda}^2 = 5.31$, $\chi_{\Lambda p}^2 = 2.37$ y $\chi_{\Xi^0 \Sigma^+}^2 = 1.78$, respectivamente y las razones g_A/g_V de $n \rightarrow p$, el contribuye con $\chi_{np}^2 = 3.87$ a χ^2 .

Tabla 4.10: Valores predichos de algunos observables para ocho decaimientos semileptónicos de bariones observados. Las unidades de R son $10^{-3}s^{-1}$ para el decaimiento del neutrón y 10^6s^{-1} para los otros decaimientos.

	$n \rightarrow pe^- \bar{\nu}_e$	$\Sigma^+ \rightarrow \Lambda e^+ \nu_e$	$\Sigma^- \rightarrow \Lambda e^- \bar{\nu}_e$	$\Lambda \rightarrow pe^- \bar{\nu}_e$	$\Sigma^- \rightarrow ne^- \bar{\nu}_e$	$\Xi^- \rightarrow \Lambda e^- \bar{\nu}_e$	$\Xi^- \rightarrow \Sigma^0 e^- \bar{\nu}_e$	$\Xi^0 \rightarrow \Sigma^+ e^- \bar{\nu}_e$
R	1.135	0.257	0.428	3.250	6.741	3.309	0.454	0.820
$\alpha_{e\nu}$	-0.080	-0.406	-0.414	-0.026	0.340	0.500		
α_e	-0.089			0.018	-0.630			
α_ν	0.987			0.977	-0.352			
α_B				-0.590	0.665			
A			0.046			0.641		
B			0.888					
g_A/g_V	1.271			0.717	-0.340	0.293	1.162	1.162

Ahora podemos rehacer el análisis con el fin de utilizar el otro conjunto de datos experimentales que se discutió anteriormente, es decir, el constituido por las razones de decaimiento y los coeficientes de correlación angular y de asimetría angular. En este momento tenemos a nuestra disposición 8 razones de decaimiento y 17 coeficientes.

Al igual que en el caso anterior, realizamos la comparación entre la teoría y el experimento en el límite de Δ nulo. El ajuste produce $a_1 = 0.30 \pm 0.06$, $b_2 = -0.65 \pm 0.03$, $b_3 = 3.92 \pm 0.24$, y $c_3 = -13.79 \pm 2.17$, con una $\chi^2 = 62.62$ para 23 grados de libertad. Observamos que los valores de los parámetros del ajuste no cambian sustancialmente con respecto a sus análogos cuando las razones de decaimiento y las razones g_A/g_V se utilizan. Sin embargo, las diferencias, aunque pequeñas, si son perceptibles. Las predicciones para g_A se enumeran en la Tabla 4.11. Las diferentes contribuciones de sabor se dan de la misma manera como en la Tabla 4.7.

Tabla 4.11: Valores predichos de g_A de algunos decaimientos semileptónicos de bariones observados para Δ nulo. Presentamos las contribuciones de las diferentes representaciones de SU(3). Se utilizan razones de decaimiento y coeficientes de correlación angular y de asimetría angular en el ajuste.

Procesos	Total	Árbol	Fig. 2.1(a,b,c)			Fig. 2.1(d)		
			1	8	27	1	8	27
np	1.275	1.236	-0.404	0.211	0.007	0.334	-0.111	0.002
$\Sigma^\pm \Lambda$	0.625	0.659	-0.221	0.072	-0.005	0.178	-0.059	0.001
Λp	-0.897	-0.855	0.274	-0.057	0.005	-0.231	-0.038	0.005
$\Sigma^- n$	0.335	0.378	-0.137	-0.028	0.004	0.102	0.017	-0.002
$\Xi^- \Lambda$	0.233	0.196	-0.053	0.038	-0.009	0.053	0.009	-0.001
$\Xi^- \Sigma^0$	0.791	0.874	-0.286	-0.075	0.007	0.236	0.039	-0.005
$\Xi^0 \Sigma^+$	1.119	1.236	-0.404	-0.106	0.010	0.334	0.056	-0.007

Cuando consideramos Δ no nula, el ajuste da $a_1 = -0.36 \pm 0.02$, $b_2 = -2.50 \pm 0.15$, $b_3 = 6.64 \pm 0.15$, y $c_3 = 5.81 \pm 0.25$, con una $\chi^2 = 36.10$ para 23 grados de libertad. Las predicciones para g_A se presentan en la Tabla 4.12. Existen pequeñas pero perceptibles diferencias entre las entradas de esta Tabla 4.12 y las de la Tabla 4.9.

Se concluye la comparación, proporcionando en la Tabla 4.13 los observables obtenidos, con el mejor ajuste de los parámetros, ahora con el propósito de compararlos con los valores experimentales dados en la Tabla 4.4. La más alta desviación entre la teoría y el experimento proceden de α_ν de $\Lambda \rightarrow p$ ($\chi_{\Lambda p}^2 = 6.66$) y $\Sigma^- \rightarrow n$ ($\chi_{\Sigma^- n}^2 = 4.10$) y de α_e en el proceso $n \rightarrow p$ ($\chi_{np}^2 = 4.23$), que en su conjunto ascenderá a la mitad del total de χ^2 .

La motivación de ir más allá en este análisis y dedicar un tiempo considerable en hacer la reducción de todos estos productos de operadores espín sabor J^k , T^c y G^{kc} del grupo SU(6), fue para demostrar explícitamente como estas cancelaciones ocurren en N_c grande. El hecho de que existen cancelaciones en N_c grande ha sido puntualizado en la Ref. [16].

Tabla 4.12: Valores de g_A de algunos decaimientos semileptónicos de bariones observados con Δ no nulo. Se presentan las diferentes contribuciones de SU(3). En el ajuste se utilizan los coeficientes de correlación angular y los coeficientes de asimetría angular.

Procesos	Total	Árbol	Fig. 2.1 (a,b,c), $\mathcal{O}(\Delta^0)$			Fig. 2.1 (a,b,c), $\mathcal{O}(\Delta)$			Fig. 2.1 (a,b,c), $\mathcal{O}(\Delta^2)$			Fig. 2.1 (d)		
			1	8	27	1	8	27	1	8	27	1	8	27
np	1.275	1.125	-0.580	0.389	0.003	0.388	-0.182	-0.003	-0.046	-0.024	0.000	0.304	-0.101	0.002
$\Sigma^\pm\Lambda$	0.630	0.755	-0.382	0.152	-0.002	0.041	-0.042	0.001	-0.023	-0.007	0.000	0.204	-0.068	0.001
Λp	-0.874	-0.623	0.328	-0.125	0.003	-0.434	0.129	-0.002	0.033	0.009	0.000	-0.168	-0.028	0.004
Σ^-n	0.332	0.724	-0.355	-0.018	0.007	-0.289	0.048	-0.001	-0.011	0.003	0.000	0.196	0.033	-0.004
$\Xi^-\Lambda$	0.373	-0.132	0.053	0.168	-0.015	0.394	-0.044	0.003	-0.009	-0.006	0.001	-0.036	-0.006	0.001
$\Xi^-\Sigma^0$	0.819	0.795	-0.410	-0.138	0.013	0.274	0.064	-0.003	-0.032	0.009	-0.001	0.215	0.036	-0.005
$\Xi^0\Sigma^+$	1.158	1.125	-0.580	-0.195	0.019	0.388	0.091	-0.004	-0.046	0.012	-0.001	0.304	0.051	-0.007

Tabla 4.13: Valores predichos de algunos observables para ocho decaimientos semileptónicos de bariones observados. Las unidades de R son $10^{-3}s^{-1}$ para el decaimiento del neutrón y 10^6s^{-1} para los otros decaimientos.

	$n \rightarrow pe^- \bar{\nu}_e$	$\Sigma^+ \rightarrow \Lambda e^+ \nu_e$	$\Sigma^- \rightarrow \Lambda e^- \bar{\nu}_e$	$\Lambda \rightarrow pe^- \bar{\nu}_e$	$\Sigma^- \rightarrow ne^- \bar{\nu}_e$	$\Xi^- \rightarrow \Lambda e^- \bar{\nu}_e$	$\Xi^- \rightarrow \Sigma^0 e^- \bar{\nu}_e$	$\Xi^0 \rightarrow \Sigma^+ e^- \bar{\nu}_e$
R	1.135	0.257	0.430	3.230	6.661	3.355	0.453	0.818
$\alpha_{e\nu}$	-0.080	-0.406	-0.414	-0.022	0.352	0.485		
α_e	-0.089			0.020	-0.618			
α_ν	0.987			0.976	-0.354			
α_B				-0.590	0.658			
A			0.046			0.653		
B			0.888					
g_A/g_V	1.275			0.714	-0.332	0.304	1.158	1.158

Adicionalmente, se han obtenido correcciones a orden relativo en N_c , para los acoplamientos g_A de ocho decaimientos semileptónicos de bariones observados, considerando el caso degenerado $\Delta \rightarrow 0$, el ejercicio consiste en mantener N_c como parámetro libre y generar las diferentes contribuciones de sabor singulete octete y **27**. En particular los resultados han sido publicados en Proceedings of Science ICHEP 2010 [67] y en XXV International Symposium on Lepton Photon Interactions at High Energies 2011 [68].

4.6.2 Ajuste de datos sobre los decaimientos β y fuertes de bariones: inclusión de ambas correcciones, quiral y con rotura perturbativa

Los elementos de matriz fuera de la diagonal de $A^{kc} + \delta A^{kc}$ que involucran bariones del octete y decuplete pueden ser obtenidos a través de las transiciones del decuplete de bariones al octete de bariones y piones. La información experimental disponible sobre los decaimientos fuertes $\Delta \rightarrow N\pi, \Sigma^* \rightarrow \Lambda\pi, \Sigma^* \rightarrow \Sigma\pi, \Xi^* \rightarrow \Xi\pi$ puede ser encontrada

en Ref. [20] en forma de anchuras.

El formalismo para obtener las anchuras de los decaimientos fuertes del decuplete de bariones en teoría de perturbaciones quirales fue introducido originalmente por Peccei [72] y posteriormente implementada en el análisis de Ref [34]. En este formalismo la anchura de un B' del decuplete de bariones decayendo en un B del octete de bariones y un pión esta dado por

$$\Gamma_{B'} = \frac{g^2 C(B, B')^2 (E_B + M_B) |\mathbf{q}|^3}{24\pi f^2 M_{B'}} \quad (4.17)$$

donde g es el acoplamiento axial vector para este decaimiento y $C(B, B')$ es un coeficiente de Clebsch-Gordan presentados en la Tabla 4.14, $M_{B'}$ y M_B son las masas de los bariones del decuplete y octete respectivamente, f es la constante de decaimiento del pión y E_B y \mathbf{q} son la energía del octete de bariones y el tri-momento en el sistema de reposo de B' , respectivamente.

Tabla 4.14: Coeficientes de Clebsch-Gordan $C(B, B')$ y acoplamientos axial vector g para los decaimientos fuertes.

Decaimientos	$C(B, B')$	g
$\Delta \rightarrow N\pi$	1	-2.04 ± 0.01
$\Sigma^* \rightarrow \Lambda\pi$	$1/\sqrt{2}$	-1.69 ± 0.02
$\Sigma^* \rightarrow \Sigma\pi$	$1/\sqrt{3}$	-1.59 ± 0.10
$\Xi^* \rightarrow \Xi\pi$	$1/\sqrt{2}$	-1.46 ± 0.04

Con ayuda de la Ec. (4.17), los acoplamientos axial vector g pueden ser determinados para cada decaimiento y son listados en la Tabla 4.14. Notemos que los coeficientes de Clebsch-Gordan se han elegido de tal forma que los acoplamientos g estén todos en el límite de simetría exacta SU(3) [34].

En esta etapa contamos con cuatro piezas extra de información experimental. Con el fin de realizar una comparación mas práctica entre la teoría y el experimento, realizamos un ajuste global usando la información experimental g_A y g , esta vez incluyendo ambas correcciones quirales y con rotura de simetría perturbativa en juego.

La rotura de simetría perturbativa implica varios parámetros libres extra en el análisis. Podemos mantener la rotura de simetría perturbativa hasta un cierto orden cercano al principal, es decir, podemos considerar solo correcciones a orden $\mathcal{O}(N_c^0)$ a A^{kc} en la expansión Ec. (3.32), de lo contrario se pierde poder predictivo. También incluimos rotura de simetría SU(3) solo en el sector de extrañeza cero. Bajo esta suposición, $A^{kc} + \delta_{SB}^{kc}$

toma la forma simplificada de Ec. (4.18)

$$\begin{aligned}
A^{kc} + \delta_{\text{SB}}^{kc} &= a_1 G^{kc} + b_2 \frac{1}{N_c} \mathcal{D}_2^{kc} + b_3 \frac{1}{N_c^2} \mathcal{D}_3^{kc} + c_3 \frac{1}{N_c^2} \mathcal{O}_3^{kc} \\
&+ W^a \left[d_1 d^{c8e} G^{ke} + d_2 \frac{1}{N_c} d^{c8e} \mathcal{D}_2^{kc} + d_3 \frac{1}{N_c} (\{G^{kc}, T^8\} - \{G^{k8}, T^c\}) \right. \\
&\left. + d_4 \frac{1}{N_c} (\{g^{kc}, T^8\} + \{G^{k8}, T^c\}) \right], \tag{4.18}
\end{aligned}$$

donde $W^a = 1$ para $a = 4, 5$ y nulo para $a = 1, 2$.

Con el fin de realizar el ajuste en el límite $\Delta \rightarrow 0$ en forma consistente, debemos establecer $b_3 = 0$ en Ec. (4.18) y eliminar de $\delta A_{\text{IL}}^{kc}$ todos los términos de orden $1/N_c^3$, ya que estos términos son proporcionales a b_2^2 , a_1, b_2, b_3 y $a_1 b_2 c_3$. De acuerdo al término c_3 en Ec. (4.18) evitaremos mezclar los efectos de rotura de simetría con correcciones $1/N_c$ en los acoplamientos D, F, \mathcal{C} y \mathcal{H} [34].

Tabla 4.15: Ajustes para los datos sobre decaimientos β y fuertes: Incluyendo ambas correcciones quiral y rotura de simetría perturbativa.

Parámetros	Valores con $\Delta = 0$	Valores con $\Delta \neq 0$
a_1	1.00 ± 0.02	0.64 ± 0.22
b_2	0.73 ± 0.06	0.21 ± 0.25
b_3	0.0	1.35 ± 0.06
c_3	0.82 ± 0.04	1.90 ± 0.41
d_1	-0.67 ± 0.04	-0.44 ± 0.12
d_2	6.66 ± 0.41	6.48 ± 0.37
d_3	0.09 ± 0.03	0.04 ± 0.03
d_4	-0.01 ± 0.06	0.08 ± 0.07
D	0.50 ± 0.01	0.54 ± 0.03
F	0.45 ± 0.01	0.40 ± 0.03
\mathcal{C}	-1.41 ± 0.01	-1.59 ± 0.05
\mathcal{H}	-2.59 ± 0.07	-4.64 ± 1.30

El ajuste, ahora, en el límite de Δ nulo, usando los datos experimentales, sobre g_A (o alternativamente g_A/g_V), el ajuste da los valores listados en la columna Ajuste 4 de la Tabla 4.15. La contribución más alta para χ^2 viene de g_A del proceso $\Xi^0 \Sigma^+ (\chi_{\Xi^0 \Sigma^+}^2 = 4.88$ y g de los procesos $\Sigma^* \Sigma$ y $\Xi^* \Xi (\chi_{\Sigma^* \Sigma}^2 = 3.15$ y $\chi_{\Xi^* \Xi}^2 = 3.33)$, las diferentes contribuciones SU(3) con rotura de simetría para g_A y g se listan en la Tabla 4.16. Encontramos muy buena correspondencia entre lo predicho y los acoplamientos g_A y g observados. También

Tabla 4.16: Valores predichos a los acoplamientos axial vector para Δ nulo. Presentamos las diferentes contribuciones de SU(3).

Procesos	Total	SB	Árbol	Fig. 2.1(a,b,c)			Fig. 2.1(d)		
				1	8	27	1	8	27
np	1.270	0.000	0.953	0.064	0.082	-0.003	0.257	-0.086	0.002
$\Sigma^\pm\Lambda$	0.309	-0.158	0.407	-0.018	0.004	-0.001	0.110	-0.037	0.001
Λp	-0.903	0.254	-0.760	-0.097	-0.063	0.003	-0.205	-0.034	0.005
Σ^-n	0.349	0.371	0.045	-0.108	0.025	0.003	0.012	0.002	0.000
$\Xi^-\Lambda$	0.301	-0.328	0.353	0.114	0.051	0.002	0.095	0.016	-0.002
$\Xi^-\Sigma^0$	0.778	-0.122	0.674	0.046	-0.029	0.001	0.182	0.030	-0.004
$\Xi^0\Sigma^+$	1.100	-0.172	0.953	0.064	-0.041	0.001	0.257	0.043	-0.006
ΔN	-2.039	0.000	-1.409	0.412	0.031	0.008	-0.381	0.127	-0.003
$\Sigma^*\Lambda$	-1.680	0.388	-1.409	-0.412	0.012	-0.002	-0.381	0.127	-0.003
$\Sigma^*\Sigma$	-1.413	0.505	-1.409	-0.412	0.159	0.000	-0.381	0.127	-0.003
$\Xi^*\Xi$	-1.533	0.491	-1.409	-0.412	0.067	-0.013	-0.381	-0.127	-0.003

vemos que dictan un patrón para las diferentes partes de rotura de SU(3) que están en concordancia con las predicciones.

Cuando rehacemos el ajuste en el límite no nulo, encontramos los valores listado en la columna Ajuste 5, de la Tabla 4.15 con $\chi^2 = 2.28$ para dos grados de libertad. La contribucion más alta viene de g_A del proceso $\Xi^-\Lambda$ ($\chi_{\Xi^-\Lambda}^2 = 1.58$), las diferentes contribuciones para g_A y g están listadas en la Tabla 4.17.

Tabla 4.17: Valores predichos a los acoplamientos axial vector para Δ no nulo. Presentamos las diferentes contribuciones de SU(3).

Procesos	Total	SB	Árbol	Fig. 2.1(a,b,c), $\mathcal{O}(\Delta^0)$			Fig. 2.1(a,b,c), $\mathcal{O}(\Delta)$			Fig. 2.1(a,b,c), $\mathcal{O}(\Delta^2)$			Fig. 2.1(d)		
				1	8	27	1	8	27	1	8	27	1	8	27
np	1.270	0.000	0.939	-0.115	0.110	0.001	0.330	-0.161	-0.003	-0.003	0.000	0.000	0.254	-0.084	0.002
$\Sigma^\pm\Lambda$	0.389	-0.104	0.443	-0.043	0.010	-0.001	0.048	-0.042	0.002	-0.008	0.004	0.000	0.120	-0.040	0.001
Λp	-0.881	0.286	-0.707	0.098	-0.078	0.000	-0.356	0.100	-0.002	-0.004	0.000	0.000	-0.191	-0.032	0.004
Σ^-n	0.337	0.333	0.145	0.010	-0.003	0.002	-0.212	0.038	-0.002	-0.016	-0.004	0.000	0.039	0.007	-0.001
$\Xi^-\Lambda$	0.230	-0.375	0.265	-0.055	0.028	-0.001	0.308	-0.039	0.003	0.012	0.003	0.000	0.072	0.012	-0.002
$\Xi^-\Sigma^0$	0.871	-0.166	0.664	-0.081	-0.039	0.002	0.234	0.057	-0.002	-0.002	0.000	0.000	0.179	0.030	-0.004
$\Xi^0\Sigma^+$	1.232	-0.234	0.939	-0.115	-0.055	0.003	0.330	0.081	-0.003	-0.003	0.000	0.000	0.254	0.042	-0.006
ΔN	-2.040	0.000	-1.587	-0.226	-0.050	0.008	-0.183	-0.121	-0.011	0.042	0.013	0.000	-0.429	0.143	-0.003
$\Sigma^*\Lambda$	-1.693	0.255	-1.587	-0.226	-0.044	-0.005	0.183	-0.036	0.006	0.042	0.008	0.000	-0.429	0.143	-0.003
$\Sigma^*\Sigma$	-1.530	0.208	-1.587	-0.226	0.210	0.013	0.183	-0.089	0.005	0.042	0.000	0.000	-0.429	0.143	-0.003
$\Xi^*\Xi$	-1.460	0.296	-1.587	-0.226	0.090	-0.017	0.183	0.023	0.028	0.042	-0.001	0.000	-0.429	0.143	-0.003

Capítulo 5

Conclusiones

El presente trabajo de tesis ha sido desarrollado para calcular la renormalización de la corriente axial vector a orden de un loop en teoría de perturbaciones quirales para bariones y el límite de N_c grande, tomando en cuenta la diferencia de masa entre el octete y el decuplete de bariones. En esta aproximación, la corrección para la corriente axial vector, se da por una serie infinita, cada uno de los términos representa una complicada estructura de conmutadores y/o anticonmutadores implicados en la corriente axial vector de bariones A^{kc} y del operador de masa \mathcal{M} . Hemos considerado los tres primeros términos de esta expansión, es decir, el límite degenerado (AAA), el siguiente orden de corrección ($AAAM$) y finalmente al orden de corrección ($AAAMM$) respectivamente. Hemos evaluado explícitamente estas expresiones –Individualmente para contribuciones de sabor singulete, sabor **8** y sabor **27**– a orden relativo $1/N_c^2$ al valor de nivel árbol. En el límite N_c grande ocurren cancelaciones entre los diferentes diagramas de Feynman en el límite degenerado, lo cual es una consecuencia de la simetría contraída espín sabor $SU(6)$.

El orden del cálculo en el presente trabajo nos ha permitido llevar a cabo diferentes ajustes. Más precisamente, ajustando nuestras expresiones analíticas con los datos experimentales sobre los decaimientos semileptónicos de bariones, somos capaces de extraer los parámetros básicos a_1 , b_2 , b_3 , c_3 del Lagrangiano quiral $1/N_c$ de bariones, así como los acoplamientos axial vector g_A para bariones del octete. En una primera aproximación hemos ignorado la diferencia de masa $\Delta = M_T - M_B$ entre bariones del octete y del decuplete. Este análisis por lo tanto sigue los lineamientos del ajuste como en Ref. [2]. El segundo enfoque, el más realista, incorpora los efectos de una diferencia de masa Δ no nula y constituye la principal contribución de este trabajo.

En la primera parte del análisis referente al límite de degeneración $\Delta \rightarrow 0$, la comparación entre los datos experimentales y las expresiones teóricas se hacen a través de un ajuste de mínimos cuadrados, para la cual se obtiene una $\chi^2/\text{grados de libertad} = 3.95$. En la segunda parte, se toman en cuenta los efectos de Δ , el ajuste da $\chi^2 = 1.78/\text{dof}$, puede ser considerado como un mejor ajuste. Aunque en ambos casos las predicciones

a los observables, es decir, las razones de decaimiento así como los coeficientes de correlación angular y los coeficientes de asimetría angular en los decaimientos semileptónicos de bariones están en concordancia con sus homólogos experimentales, el ajuste de este último es mejor al anterior. Esto se debe a los parámetros de mejor ajuste de a_1 , b_2 , b_3 y c_3 , introducidos en la definición de la ecuación de la corriente axial vector (3.2). Se ajustan tal como se esperaba de la expansión $1/N_c$, es decir, son más o menos de orden 1.

En conclusión, es esencial considerar sistemáticamente, la diferencia de masa entre el octete y el decuplete de bariones en nuestro análisis y en nuestros ajustes, con el fin de establecer las predicciones teóricas en teoría de perturbaciones quirales y N_c grande con respecto a la renormalización de la corriente axial vector las cuales son consistentes con la expansión $1/N_c$ y con los resultados experimentales.

Apéndice A

La Función $F(m_{\Pi}, \Delta, \mu)$

La función $F(m_{\Pi}, \Delta, \mu)$ esta definida por la integral a un loop para los diagramas de la Fig. 2.1(a, b, c) puede ser expresada como sigue

$$\delta^{ij} F(m_{\Pi}, \Delta, \mu) = \frac{i}{f^2} \int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} \frac{(\mathbf{k}^i)(-\mathbf{k}^j)}{(k^2 - m_{\Pi}^2)(k \cdot v - \Delta + i\epsilon)}. \quad (\text{A.1})$$

donde μ es el parámetro de escala de regularización dimensional. La solución de esta integral toma la forma [16]

$$\begin{aligned} 24\pi^2 f^2 F(m, \Delta, \mu) &= \Delta \left[\Delta^2 - \frac{3}{2}m^2 \right] \ln \frac{m^2}{\mu^2} - \frac{8}{3}\Delta^3 - \frac{7}{2}\Delta m^2 \\ &+ \begin{cases} 2(m^2 - \Delta^2)^{3/2} \left[\frac{\pi}{2} - \arctan \left(\frac{\Delta}{\sqrt{m^2 - \Delta^2}} \right) \right], & m \geq |\Delta|, \\ -(\Delta^2 - m^2)^{3/2} \left[-2i\pi + \ln \left(\frac{\Delta - \sqrt{\Delta^2 - m^2}}{\Delta + \sqrt{\Delta^2 - m^2}} \right) \right], & m < |\Delta|. \end{cases} \end{aligned}$$

Las derivadas de la función $F(m, \Delta, \mu)$ que necesitamos para el cálculo, son las siguientes

$$\begin{aligned} 24\pi^2 f^2 F^{(1)}(m, \Delta, \mu) &= 3 \left[\Delta^2 - \frac{1}{2}m^2 \right] \ln \frac{m^2}{\mu^2} - 6\Delta^2 - \frac{11}{2}m^2 \\ &- \begin{cases} 6\Delta\sqrt{m^2 - \Delta^2} \left[\frac{\pi}{2} - \arctan \left(\frac{\Delta}{\sqrt{m^2 - \Delta^2}} \right) \right], & m \geq |\Delta|, \\ 3\Delta\sqrt{\Delta^2 - m^2} \left[-2i\pi + \ln \left(\frac{\Delta - \sqrt{\Delta^2 - m^2}}{\Delta + \sqrt{\Delta^2 - m^2}} \right) \right], & m < |\Delta|, \end{cases} \end{aligned}$$

$$24\pi^2 f^2 F^{(2)}(m, \Delta, \mu) = 6\Delta \left[\ln \frac{m^2}{\mu^2} - 1 \right] - \begin{cases} \frac{6(m^2 - 2\Delta^2)}{\sqrt{m^2 - \Delta^2}} \left[\frac{\pi}{2} - \arctan \left(\frac{\Delta}{\sqrt{m^2 - \Delta^2}} \right) \right], & m \geq |\Delta|, \\ \frac{3(2\Delta^2 - m^2)}{\sqrt{\Delta^2 - m^2}} \left[-2i\pi + \ln \left(\frac{\Delta - \sqrt{\Delta^2 - m^2}}{\Delta + \sqrt{\Delta^2 - m^2}} \right) \right], & m < |\Delta|, \end{cases}$$

y

$$24\pi^2 f^2 F^{(3)}(m, \Delta, \mu) = 6 \ln \frac{m^2}{\mu^2} - \frac{6\Delta^2}{m^2 - \Delta^2} + \begin{cases} \frac{6\Delta(3m^2 - 2\Delta^2)}{(m^2 - \Delta^2)^{3/2}} \left[\frac{\pi}{2} - \arctan \left(\frac{\Delta}{\sqrt{m^2 - \Delta^2}} \right) \right], & m \geq |\Delta|, \\ \frac{3\Delta(3m^2 - 2\Delta^2)}{(\Delta^2 - m^2)^{3/2}} \left[-2i\pi + \ln \left(\frac{\Delta - \sqrt{\Delta^2 - m^2}}{\Delta + \sqrt{\Delta^2 - m^2}} \right) \right], & m < |\Delta|. \end{cases}$$

Apéndice B

Cálculo de la Estructura Conmutador/Anticonmutador

Consideremos uno de los términos de la Ec. (3.9), es decir, la contribución con una inserción de masa. Esta expresión algebraica genera estructuras anticonmutador-conmutador en términos de los operadores de espín, sabor y espín-sabor como se presenta en Ec. (B.1),

$$\begin{aligned}
\{A^{ia}, [A^{kc}, [\mathcal{M}, A^{ia}]]\} &= \frac{a^3}{N_c} m_2 \{G^{ia}, [G^{kc}, [J^2, G^{ia}]]\} \\
&+ \frac{a_1^2 b_2}{N_c^2} m_2 \left(\{G^{ia}, [D_2^{kc}, [J^2, G^{ia}]]\} + \{D_2^{ia}, [G^{kc}, [J^2, G^{ia}]]\} \right) \\
&+ \frac{a_1 b_2^2}{N_c^3} m_2 \{D_2^{ia}, [D_2^{kc}, [J^2, G^{ia}]]\} \\
&+ \frac{a_1^2 b_3}{N_c^3} m_2 \left(\{G^{ia}, [D_3^{kc}, [J^2, G^{ia}]]\} + \{D_3^{ia}, [G^{kc}, [J^2, G^{ia}]]\} \right) \\
&+ \frac{a_1^2 c_3}{N_c^3} m_2 \left(\{G^{ia}, [\mathcal{O}_3^{kc}, [J^2, G^{ia}]]\} + \{G^{ia}, [G^{kc}, [J^2, \mathcal{O}_3^{ia}]]\} \right) \\
&+ \{\mathcal{O}_3^{ia}, [G^{kc}, [J^2, G^{ia}]]\}. \tag{B.1}
\end{aligned}$$

Consideremos el primer término de Ec. (B.1), este término es a orden principal y esta formado de anticonmutador y doble conmutador,

$$\{G^{ia}, [G^{kc}, [J^2, G^{ia}]]\}, \tag{B.2}$$

A continuación realizamos el cálculo de la estructura (B.2). Partimos del doble conmutador el cual se escribe de la siguiente forma,

$$[G^{kc}, [J^2, G^{ia}]] = -[G^{ia}, [G^{kc}, J^2]] - [J^2, [G^{ia}, G^{kc}]] = [G^{ia}, [J^2, G^{kc}]] + [J^2, [G^{kc}, G^{ia}]],$$

donde se ha utilizado la identidad de Jacobi:

$$[G^{kc}, [J^2, G^{ia}]] + [G^{ia}, [G^{kc}, J^2]] + [J^2, [G^{ia}, G^{kc}]] = 0.$$

$$\{G^{ia}, [G^{kc}, [J^2, G^{ia}]]\} = G^{ia}[G^{kc}, [J^2, G^{ia}]] + [G^{kc}, [J^2, G^{ia}]]G^{ia} \quad (B.3)$$

utilizando, $[A, [B, C]] = [B, [A, C]] - [C, [A, B]]$ tenemos,

$$\begin{aligned} \{G^{ia}, [G^{kc}, [J^2, G^{ia}]]\} &= G^{ia}([J^2, [G^{kc}, G^{ia}]] - [G^{ia}, [G^{kc}, J^2]]) \\ &+ ([J^2, [G^{kc}, G^{ia}]] - [G^{ia}, [G^{kc}, J^2]])G^{ia} \\ &= G^{ia}(J^2[G^{kc}, G^{ia}] - [G^{kc}, G^{ia}]J^2 + G^{ia}[J^2, G^{kc}] - [J^2, G^{kc}]G^{ia}) \\ &+ (J^2[G^{kc}, G^{ia}] - [G^{kc}, G^{ia}]J^2 + G^{ia}[J^2, G^{kc}] - [J^2, G^{kc}]G^{ia})G^{ia} \\ &= G^{ia}J^2[G^{kc}, G^{ia}] - G^{ia}[G^{kc}, G^{ia}]J^2 + G^{ia}G^{ia}[J^2, G^{kc}] \\ &- G^{ia}[J^2, G^{kc}]G^{ia} + J^2[G^{kc}, G^{ia}]G^{ia} - [G^{kc}, G^{ia}]J^2G^{ia} \\ &+ G^{ia}[J^2, G^{kc}]G^{ia} - [J^2, G^{kc}]G^{ia}G^{ia} \\ &= G^{ia}J^2[G^{kc}, G^{ia}] - G^{ia}[G^{kc}, G^{ia}]J^2 + G^{ia}G^{ia}[J^2, G^{kc}] \\ &+ J^2[G^{kc}, G^{ia}]G^{ia} - [G^{kc}, G^{ia}]J^2G^{ia} - [J^2, G^{kc}]G^{ia}G^{ia} \\ &= G^{ia}J^2G^{kc}G^{ia} - G^{ia}J^2G^{ia}G^{kc} - G^{ia}G^{kc}G^{ia}J^2 + G^{ia}G^{ia}G^{kc}J^2 \\ &+ G^{ia}G^{ia}J^2G^{kc} - G^{ia}G^{ia}G^{kc}J^2 + J^2G^{kc}G^{ia}G^{ia} - J^2G^{ia}G^{kc}G^{ia} \\ &- G^{kc}G^{ia}J^2G^{ia} + G^{ia}G^{kc}J^2G^{ia} - J^2G^{kc}G^{ia}G^{ia} + G^{ia}J^2G^{ia}G^{ia} \\ &= G^{ia}J^2G^{kc}G^{ia} - G^{ia}J^2G^{ia}G^{kc} - G^{ia}G^{kc}G^{ia}J^2 + G^{ia}G^{ia}J^2G^{kc} \\ &- J^2G^{ia}G^{kc}G^{ia} - G^{kc}G^{ia}J^2G^{ia} + G^{ia}G^{kc}J^2G^{ia} + G^{kc}J^2G^{ia}G^{ia} \\ &= [G^{ia}, J^2]G^{kc}G^{ia} + G^{ia}[G^{ia}, J^2]G^{kc} \\ &+ G^{ia}G^{kc}[J^2, G^{ia}] + G^{kc}[J^2, G^{ia}]G^{ia}. \end{aligned} \quad (B.4)$$

Por otra parte,

$$\begin{aligned} [J^2, G^{ia}] &= [J^r J^r, G^{ia}] = J^r[J^r, G^{ia}] + [J^r, G^{ia}]J^r, \\ J^r i\epsilon^{rim} G^{ma} + i\epsilon^{rim} G^{ma} J^r &= i\epsilon^{rim}(J^r G^{ma} + G^{ma} J^r), \\ \Rightarrow [J^2, G^{ia}] &= i\epsilon^{rim} \{J^r, G^{ma}\}. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \{G^{ia}, [G^{kc}, [J^2, G^{ia}]]\} &= -i\epsilon^{rim} \{J^r, G^{ma}\} G^{kc}G^{ia} + G^{ia}(-i\epsilon^{rim} \{J^r, G^{ma}\})G^{kc} \\ &+ G^{ia}G^{kc}i\epsilon^{rim} \{J^r, G^{ma}\} + G^{kc}i\epsilon^{rim} \{J^r, G^{ma}\}G^{ia}. \end{aligned} \quad (B.5)$$

utilizando la identidad siguiente, $\epsilon^{ijk} \{J^i, G^{jc}\} = f^{abc} \{T^a, G^{kb}\}$.

$$\{G^{ia}, [G^{kc}, [J^2, G^{ia}]]\} = if^{dea} \{T^d, G^{ie}\} G^{kc} G^{ia} + G^{ia} if^{dea} \{T^d, G^{ie}\} G^{kc} \\ + G^{ia} G^{kc} (-if^{dea} \{T^d, G^{ie}\}) + G^{kc} (-if^{dea} \{T^d, G^{ie}\}) G^{ia}. \quad (\text{B.6})$$

$$(\text{B.7})$$

$$\{G^{ia}, [G^{kc}, [J^2, G^{ia}]]\} = if^{dea} T^d G^{ie} G^{kc} G^{ia} + if^{dea} G^{ie} T^d G^{kc} G^{ia} \\ + if^{dea} G^{ia} T^d G^{ie} G^{kc} + if^{dea} G^{ia} G^{ie} T^d G^{kc} - if^{dea} G^{ia} G^{kc} T^d G^{ie} \\ - if^{dea} G^{ia} G^{kc} G^{ie} T^d - if^{dea} G^{kc} T^d G^{ie} G^{ia} - if^{dea} G^{kc} G^{ie} T^d G^{ia}. \quad (\text{B.8})$$

Consideremos el primer término de la Ec. (B.8)

$$if^{dea} T^d G^{ie} G^{kc} G^{ia} = if^{dea} ([T^d, G^{ie}] + G^{ie} T^d) G^{kc} G^{ia} \\ = if^{dea} [T^d, G^{ie}] G^{kc} G^{ia} + if^{dea} G^{ie} T^d G^{kc} G^{ia} \\ = if^{dea} if^{def} G^{rif} G^{kc} G^{ia} + if^{dea} G^{ie} T^d G^{kc} G^{ia} \\ = i^2 N_F \delta^{af} G^{rif} G^{kc} G^{ia} + if^{dea} G^{ie} T^d G^{kc} G^{ia} \\ = -N_F G^{ia} G^{kc} G^{ia} + if^{dea} G^{ie} T^d G^{kc} G^{ia}, \quad (\text{B.9})$$

Desarrollos similares, se hacen para todos los demás términos de la Ec. (B.8). Posteriormente sustituyendo cada uno de los términos obtenidos, encontramos la siguiente ecuación

$$\{G^{ia}, [G^{kc}, [J^2, G^{ia}]]\} = -N_F G^{ia} G^{kc} G^{ia} + 2if^{dea} G^{ie} T^d G^{kc} G^{ia} \\ - N_F G^{ia} G^{ia} G^{kc} + 2if^{dea} G^{ia} G^{ie} T^d G^{kc} + N_F G^{ia} G^{kc} G^{ia} \\ - 2if^{dea} G^{ia} G^{kc} G^{ie} T^d + N_F G^{kc} G^{ia} G^{ia} - 2if^{dea} G^{kc} G^{ie} T^d G^{ia}, \quad (\text{B.10})$$

simplificando, obtenemos la expresión siguiente,

$$\{G^{ia}, [G^{kc}, [J^2, G^{ia}]]\} = N_F [G^{kc}, G^{ia} G^{ia}] + 2if^{dea} G^{ie} T^d G^{kc} G^{ia} \\ + 2if^{dea} G^{ia} G^{ie} T^d G^{kc} - 2if^{dea} G^{ia} G^{kc} G^{ie} T^d - 2if^{dea} G^{kc} G^{ie} T^d G^{ia}. \quad (\text{B.11})$$

Trabajaremos ahora el conmutador $[G^{kc}, G^{ia} G^{ia}]$,

$$[G^{kc}, G^{ia} G^{ia}] = G^{kc} G^{ia} G^{ia} - G^{ia} G^{ia} G^{kc} \\ = G^{kc} \left(\frac{1}{2} \{G^{ia}, G^{ia}\} + \frac{1}{2} [G^{ia}, G^{ia}] \right) - \left(\frac{1}{2} \{G^{ia}, G^{ia}\} + \frac{1}{2} [G^{ia}, G^{ia}] \right) G^{kc} \\ = \frac{1}{2} G^{kc} \{G^{ia}, G^{ia}\} - \frac{1}{2} \{G^{ia}, G^{ia}\} G^{kc}. \quad (\text{B.12})$$

utilizando la identidad $\{G^{ia}, G^{ia}\} = \frac{3}{8}N_c(N_c + 2N_F) + \{J^i, J^i\}$, obtenemos el resultado siguiente,

$$\begin{aligned} & \frac{1}{2}G^{kc} \{G^{ia}, G^{ia}\} - \frac{1}{2} \{G^{ia}, G^{ia}\} G^{kc} = \frac{1}{2}G^{kc} \left(\frac{3}{8}N_c(N_c + 2N_F) + \{J^i, J^i\} \right) \\ & - \frac{1}{2} \left(\frac{3}{8}N_c(N_c + 2N_F) + \{J^i, J^i\} \right) G^{kc} = \frac{1}{2}G^{kc}2J^2 - \frac{1}{2}2J^2G^{kc} \\ & = G^{kc}J^2 - J^2G^{kc}. \end{aligned} \quad (\text{B.13})$$

sustituyendo obtenemos

$$\begin{aligned} & \{G^{ia}, [G^{kc}, [J^2, G^{ia}]]\} = N_f(G^{kc}J^2 - J^2G^{kc}) + 2if^{dea}G^{ie}T^d[G^{kc}, G^{ia}] \\ & + 2if^{dea}[G^{ie}T^dG^{ia}, G^{kc}] + 2if^{dea}[G^{ia}G^{ie}T^d, G^{kc}] + 2if^{dea}[G^{kc}, G^{ia}]G^{ie}T^d. \end{aligned} \quad (\text{B.14})$$

Continuando,

$$\begin{aligned} & 2if^{dea}G^{ie}T^d[G^{kc}, G^{ia}] = 2if^{dea} \left(\frac{1}{2} \{G^{ie}, T^d\} - \frac{1}{2}if^{dea}G^{if} \right) [G^{kc}, G^{ia}] \\ & = if^{dea} \{G^{ie}, T^d\} [G^{kc}, G^{ia}] - i^2f^{dea}f^{def}G^{if}[G^{kc}, G^{ia}] \\ & = if^{dea} \{G^{ie}, T^d\} [G^{kc}, G^{ia}] + N_F\delta^{af}G^{if}[G^{kc}, G^{ia}] \\ & = if^{dea} \{G^{ie}, T^d\} [G^{kc}, G^{ia}] + N_FG^{ia}[G^{kc}, G^{ia}] \\ & = if^{dea} (\{G^{ie}, T^d\} G^{kc}G^{ia} - \{G^{ie}, T^d\} G^{ia}G^{kc}) \\ & + if^{dea} (N_FG^{ia}G^{kc}G^{ia} - N_FG^{ia}G^{ia}G^{kc}). \end{aligned} \quad (\text{B.15})$$

$$\begin{aligned} & G^{ie}T^d = \frac{1}{2} \{G^{ie}, T^d\} + \frac{1}{2}[G^{ie}, T^d] = \frac{1}{2} \{G^{ie}, T^d\} + \frac{1}{2}(-[T^d, G^{ie}]) \\ & = \frac{1}{2} \{G^{ie}, T^d\} - \frac{1}{2}[T^d, G^{ie}] = \frac{1}{2} \{G^{ie}, T^d\} - \frac{1}{2}if^{def}G^{if}. \end{aligned} \quad (\text{B.16})$$

$$\begin{aligned} & \{G^{ia}, [G^{kc}, [J^2, G^{ia}]]\} = N_F(G^{kc}J^2 - J^2G^{kc}) + if^{dea} \{G^{ie}, T^d\} [G^{kc}, G^{ia}] \\ & + N_FG^{ia}[G^{kc}, G^{ia}]if^{dea} \{G^{ie}, T^d\} [G^{ia}, G^{kc}] + if^{dea} [\{G^{ie}, T^d\}, G^{kc}] G^{ia} \\ & + if^{dea}G^{ia} [\{G^{ie}, T^d\}, G^{kc}] + if^{dea}[G^{ia}, G^{kc}] \{G^{ie}, T^d\}. \end{aligned} \quad (\text{B.17})$$

$$\begin{aligned} & \{G^{ia}, [G^{kc}, [J^2, G^{ia}]]\} = N_f(G^{kc}J^2 - J^2G^{kc}) + if^{dea} \{G^{ie}, T^d\} G^{kc}G^{ia} \\ & - if^{dea}G^{kc} \{G^{ie}, T^d\} G^{ia} + if^{dea}G^{ia} \{G^{ie}, T^d\} G^{kc} - if^{dea}G^{kc}G^{ia} \{G^{ie}, T^d\} \\ & = -\frac{1}{2}(N_f - 2)G^{kc} + \frac{1}{2}(N_c + N_f)\mathcal{D}_2^{kc} - \frac{1}{2}D_3^{kc} - \mathcal{O}_3^{kc}. \end{aligned} \quad (\text{B.18})$$

Apéndice C

Reducción de los Operadores de Bariones

C.1 La evaluación de la estructura conmutador/anti-conmutador con una inserción de masa

$$\{A^{ia}, [A^{kc}, [\mathcal{M}, A^{ia}]]\},$$

la cual representa la primera contribución de la corriente axial vector de bariones renormalizada, para la diferencia de masa octete-decuplete, da los términos siguientes:

1. *Contribución de sabor singulete*

$$\{G^{ia}, [G^{kc}, [J^2, G^{ia}]]\} = -\frac{1}{2}(N_f - 2)G^{kc} + \frac{1}{2}(N_c + N_f)\mathcal{D}_2^{kc} - \frac{1}{2}\mathcal{D}_3^{kc} - \mathcal{O}_3^{kc}, \quad (\text{C.1})$$

$$\begin{aligned} \{G^{ia}, [\mathcal{D}_2^{kc}, [J^2, G^{ia}]]\} + \{\mathcal{D}_2^{ia}, [G^{kc}, [J^2, G^{ia}]]\} &= 2(N_c + N_f)G^{kc} \\ + \frac{1}{2}[N_c(N_c + 2N_f) - 9N_f - 2]\mathcal{D}_2^{kc} + \frac{1}{2}(N_c + N_f)\mathcal{D}_3^{kc} - 2\mathcal{D}_4^{kc}, & \quad (\text{C.2}) \end{aligned}$$

$$\{\mathcal{D}_2^{ia}, [\mathcal{D}_2^{kc}, [J^2, G^{ia}]]\} = (N_f + 2)\mathcal{O}_3^{kc}, \quad (\text{C.3})$$

$$\begin{aligned} \{G^{ia}, [\mathcal{D}_3^{kc}, [J^2, G^{ia}]]\} + \{\mathcal{D}_3^{ia}, [G^{kc}, [J^2, G^{ia}]]\} &= 2[N_c(N_c + 2N_f) + 2N_f]G^{kc} \\ + 10(N_c + N_f)\mathcal{D}_2^{kc} + \frac{1}{2}[2N_c(N_c + 2N_f) - 17N_f - 2]\mathcal{D}_3^{kc} - (2N_f - 4)\mathcal{O}_3^{kc} \\ + (N_c + N_f)\mathcal{D}_4^{kc} - 3\mathcal{D}_5^{kc}, & \quad (\text{C.4}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \{G^{ia}, [\mathcal{O}_3^{kc}, [J^2, G^{ia}]]\} + \{G^{ia}, [G^{kc}, [J^2, \mathcal{O}_3^{ia}]]\} + \{\mathcal{O}_3^{ia}, [G^{kc}, [J^2, G^{ia}]]\} = \\
& 3(N_c + N_f)\mathcal{D}_2^{kc} - \frac{3}{2}N_f\mathcal{D}_3^{kc} + \frac{1}{2}[2N_c(N_c + 2N_f) - 13N_f + 2]\mathcal{O}_3^{kc} + (N_c + N_f)\mathcal{D}_4^{kc} \\
& - \mathcal{D}_5^{kc} - 5\mathcal{O}_5^{kc}, \tag{C.5}
\end{aligned}$$

2. Contribución de sabor octete

$$\begin{aligned}
d^{ab8}\{G^{ia}, [G^{kc}, [J^2, G^{ib}]]\} &= -\frac{1}{4}(N_f - 4)d^{c8e}G^{ke} + \frac{N_c(N_c + 2N_f) - 2N_f + 4}{4N_f}\delta^{c8}J^k \\
&+ \frac{1}{4}(N_c + N_f)d^{c8e}\mathcal{D}_2^{ke} + \frac{1}{4}(N_c + N_f)[J^2, [T^8, G^{kc}]] - \frac{1}{4}d^{c8e}\mathcal{D}_3^{ke} - \frac{1}{2}d^{c8e}\mathcal{O}_3^{ke} \\
&- \frac{1}{2}\{G^{kc}, \{J^r, G^{r8}\}\} + \frac{1}{N_f}\{G^{k8}, \{J^r, G^{rc}\}\} + \frac{1}{8}\{J^k, \{T^c, T^8\}\} - \frac{1}{N_f}\{J^k, \{G^{rc}, G^{r8}\}\} \\
&- \frac{1}{2N_f}\delta^{c8}\{J^2, J^k\}, \tag{C.6}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
d^{ab8}(\{G^{ia}, [\mathcal{D}_2^{kc}, [J^2, G^{ib}]]\} + \{\mathcal{D}_2^{ia}, [G^{kc}, [J^2, G^{ib}]]\}) &= (N_c + N_f)d^{c8e}G^{ke} \\
&- \frac{7N_f + 4}{4}d^{c8e}\mathcal{D}_2^{ke} + \{G^{kc}, T^8\} - \frac{N_f}{2}\{T^c, G^{k8}\} - \frac{N_f^2 + 4}{4N_f}[J^2, [T^8, G^{kc}]] \\
&+ \frac{1}{4}(N_c + N_f)d^{c8e}\mathcal{D}_3^{ke} - \frac{N_f - 2}{2N_f}(N_c + N_f)\{G^{k8}, \{J^r, G^{rc}\}\} + \frac{1}{4}(N_c + N_f) \\
&\times \{J^k, \{T^c, T^8\}\} + \frac{N_f - 2}{2N_f}(N_c + N_f)\{J^k, \{G^{rc}, G^{r8}\}\} - \frac{1}{2}d^{c8e}\mathcal{D}_4^{ke} - \frac{N_f + 1}{N_f} \\
&\times \{\mathcal{D}_2^{kc}, \{J^r, G^{r8}\}\} + \frac{1}{2}\{\mathcal{D}_2^{k8}, \{J^r, G^{rc}\}\} - \frac{N_f - 2}{2N_f}\{J^2, \{G^{k8}, T^c\}\}, \tag{C.7}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
d^{ab8}\{\mathcal{D}_2^{ia}, [\mathcal{D}_2^{kc}, [J^2, G^{ib}]]\} &= -\frac{N_c + N_f}{N_f}[J^2, [T^8, G^{kc}]] + \frac{N_f + 2}{2}d^{c8e}\mathcal{O}_3^{ke} \\
&+ \{G^{kc}, \{J^r, G^{r8}\}\} - \{G^{k8}, \{J^r, G^{rc}\}\} + \frac{(N_c + N_f)(N_f - 2)}{2N_f}\{\mathcal{D}_2^{kc}, \{J^r, G^{r8}\}\} \\
&- \frac{(N_c + N_f)(N_f - 2)}{2N_f}\{J^2, \{G^{k8}, T^c\}\}, \tag{C.8}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
d^{ab8} (\{G^{ia}, [\mathcal{D}_3^{kc}, [J^2, G^{ib}]]\} + \{\mathcal{D}_3^{ia}, [G^{kc}, [J^2, G^{ib}]]\}) &= 2N_f d^{c8e} G^{ke} \\
&+ \frac{5N_c(N_c + 2N_f)}{N_f} \delta^{c8} J^k + 5(N_c + N_f) d^{c8e} \mathcal{D}_2^{ke} + 2(N_c + N_f) \{G^{kc}, T^8\} \\
&- (N_c + N_f) [J^2, [T^8, G^{kc}]] - \frac{5}{4} N_f d^{c8e} \mathcal{D}_3^{ke} + \frac{2(N_f + 2)}{N_f} d^{c8e} \mathcal{O}_3^{ke} \\
&- \frac{(N_f - 2)^2}{N_f} \{G^{kc}, \{J^r, G^{r8}\}\} - \frac{3N_f^2 - 2N_f - 4}{N_f} \{G^{k8}, \{J^r, G^{rc}\}\} + \frac{5}{2} \{J^k, \{T^c, T^8\}\} \\
&- 2(N_f + 3) \{J^k, \{G^{rc}, G^{r8}\}\} + \frac{N_c(N_c + 2N_f) - 10N_f}{2N_f} \delta^{c8} \{J^2, J^k\} \\
&+ \frac{1}{2} (N_c + N_f) d^{c8e} \mathcal{D}_4^{ke} + 2(N_c + N_f) \{\mathcal{D}_2^{k8}, \{J^r, G^{rc}\}\} - \frac{1}{N_f} \delta^{c8} \{J^2, \{J^2, J^k\}\} \\
&- \frac{1}{2} d^{c8e} \mathcal{D}_5^{ke} - \frac{2(N_f - 2)}{N_f} \{J^2, \{G^{k8}, \{J^r, G^{rc}\}\}\} + \frac{1}{4} \{J^2, \{J^k, \{T^c, T^8\}\}\} \\
&- \frac{2}{N_f} \{J^2, \{J^k, \{G^{rc}, G^{r8}\}\}\} - \frac{3N_f + 2}{2N_f} \{J^k, \{\{J^r, G^{rc}\}, \{J^m, G^{m8}\}\}\}, \tag{C.9}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
d^{ab8} (\{G^{ia}, [\mathcal{O}_3^{kc}, [J^2, G^{ib}]]\} + \{G^{ia}, [G^{kc}, [J^2, \mathcal{O}_3^{ib}]]\} + \{\mathcal{O}_3^{ia}, [G^{kc}, [J^2, G^{ib}]]\}) &= \\
&\frac{3N_c(N_c + 2N_f)}{2N_f} \delta^{c8} J^k + \frac{3}{2} (N_c + N_f) d^{c8e} \mathcal{D}_2^{ke} + \frac{3}{2} (N_c + N_f) [J^2, [T^8, G^{kc}]] \\
&- \frac{(3N_f + 4)(N_f - 2)}{4N_f} d^{c8e} \mathcal{D}_3^{ke} - \frac{7N_f - 4}{4} d^{c8e} \mathcal{O}_3^{ke} - \frac{3}{2} N_f \{G^{kc}, \{J^r, G^{r8}\}\} \\
&+ \frac{3}{2} N_f \{G^{k8}, \{J^r, G^{rc}\}\} + \frac{3}{4} \{J^k, \{T^c, T^8\}\} - \frac{N_f + 4}{N_f} \{J^k, \{G^{rc}, G^{r8}\}\} \\
&+ \frac{N_c N_f (N_c + 2N_f) - 2N_f (3N_f - 1) + 8}{2N_f^2} \delta^{c8} \{J^2, J^k\} + \frac{1}{2} (N_c + N_f) d^{c8e} \mathcal{D}_4^{ke} \\
&- (N_c + N_f) \{\mathcal{D}_2^{k8}, \{J^r, G^{rc}\}\} + (N_c + N_f) \{J^2, \{G^{kc}, T^8\}\} - \frac{1}{2} d^{c8e} \mathcal{D}_5^{ke} \\
&+ \frac{3}{4} (N_c + N_f) \{J^2, [J^2, [T^8, G^{kc}]]\} - \frac{3}{2} d^{c8e} \mathcal{O}_5^{ke} - \frac{1}{N_f} \delta^{c8} \{J^2, \{J^2, J^k\}\} \\
&- \frac{7}{2} \{J^2, \{G^{kc}, \{J^r, G^{r8}\}\}\} + \frac{N_f + 1}{N_f} \{J^2, \{G^{k8}, \{J^r, G^{rc}\}\}\} \\
&+ \frac{1}{4} \{J^2, \{J^k, \{T^c, T^8\}\}\} - \frac{2}{N_f} \{J^2, \{J^k, \{G^{rc}, G^{r8}\}\}\} \\
&+ \frac{3N_f + 2}{4N_f} \{J^k, \{\{J^r, G^{rc}\}, \{J^m, G^{m8}\}\}\}, \tag{C.10}
\end{aligned}$$

3. Contribución de sabor 27

$$\begin{aligned} \{G^{i8}, [G^{kc}, [J^2, G^{i8}]]\} &= -\frac{1}{N_f} \delta^{c8} \mathcal{O}_3^{k8} + \frac{1}{2} d^{c8e} \{J^k, \{G^{re}, G^{r8}\}\} - \frac{1}{2} d^{c8e} \{G^{k8}, \{J^r, G^{re}\}\} \\ &- \frac{1}{4} \epsilon^{kim} f^{c8e} \{T^e, \{J^i, G^{m8}\}\}, \end{aligned} \quad (C.11)$$

$$\begin{aligned} \{G^{i8}, [\mathcal{D}_2^{kc}, [J^2, G^{i8}]]\} &+ \{G^{i8}, [G^{kc}, [J^2, \mathcal{D}_2^{i8}]]\} + \{\mathcal{D}_2^{i8}, [G^{kc}, [J^2, G^{i8}]]\} = \\ &- \frac{15}{4} f^{c8e} f^{8eg} \mathcal{D}_2^{kg} + \frac{i}{2} f^{c8e} [G^{ke}, \{J^r, G^{r8}\}] - i f^{c8e} [G^{k8}, \{J^r, G^{re}\}] - \frac{1}{2} f^{c8e} f^{8eg} \mathcal{D}_4^{kg} \\ &+ \{\mathcal{D}_2^{kc}, \{G^{r8}, G^{r8}\}\} + \{\mathcal{D}_2^{k8}, \{G^{rc}, G^{r8}\}\} - \frac{1}{2} \{\{J^r, G^{rc}\}, \{G^{k8}, T^8\}\} \\ &- \frac{1}{2} \{\{J^r, G^{r8}\}, \{G^{k8}, T^c\}\} + \frac{i}{2} f^{c8e} \{J^k, [\{J^i, G^{ie}\}, \{J^r, G^{r8}\}]\}. \end{aligned} \quad (C.12)$$

$$\begin{aligned} \{\mathcal{D}_2^{i8}, [\mathcal{D}_2^{kc}, [J^2, G^{i8}]]\} &= -\frac{1}{4} f^{c8e} f^{8eg} \mathcal{D}_3^{kg} + \frac{1}{2} f^{c8e} f^{8eg} \mathcal{O}_3^{kg} + \frac{1}{2} \epsilon^{kim} f^{c8e} \{T^e, \{J^i, G^{m8}\}\} \\ &- \frac{1}{2} \epsilon^{kim} f^{c8e} \{T^8, \{J^i, G^{me}\}\} + \frac{1}{2} \{\mathcal{D}_2^{kc}, \{T^8, \{J^r, G^{r8}\}\}\} - \frac{1}{2} \{J^2, \{G^{k8}, \{T^c, T^8\}\}\}, \end{aligned} \quad (C.13)$$

$$\begin{aligned} \{G^{i8}, [\mathcal{D}_3^{kc}, [J^2, G^{i8}]]\} &+ \{\mathcal{D}_3^{i8}, [G^{kc}, [J^2, G^{i8}]]\} = 3 f^{c8e} f^{8eg} G^{kg} - \frac{1}{2} d^{c8e} d^{8eg} G^{kg} \\ &- \frac{1}{2N_f} d^{c88} J^k - 2 d^{c8e} d^{8eg} \mathcal{D}_3^{kg} + \frac{4}{N_f} \delta^{c8} \mathcal{D}_3^{k8} - \frac{4}{N_f} \delta^{88} \mathcal{D}_3^{kc} - d^{c8e} d^{8eg} \mathcal{O}_3^{kg} + f^{c8e} f^{8eg} \mathcal{O}_3^{kg} \\ &+ \frac{2}{N_f} \delta^{c8} \mathcal{O}_3^{k8} - \frac{2}{N_f} \delta^{88} \mathcal{O}_3^{kc} + 4 \{G^{kc}, \{G^{r8}, G^{r8}\}\} - 4 \{G^{k8}, \{G^{rc}, G^{r8}\}\} - \frac{4}{N_f} d^{c88} \{J^2, J^k\} \\ &+ 6 d^{c8e} \{J^k, \{G^{re}, G^{r8}\}\} - 2 d^{88e} \{J^k, \{G^{rc}, G^{re}\}\} + \frac{1}{2} d^{c8e} \{G^{ke}, \{J^r, G^{r8}\}\} \\ &+ 2 d^{c8e} \{G^{k8}, \{J^r, G^{re}\}\} - d^{88e} \{G^{kc}, \{J^r, G^{re}\}\} - d^{88e} \{G^{ke}, \{J^r, G^{rc}\}\} \\ &+ \epsilon^{kim} f^{c8e} \{T^e, \{J^i, G^{m8}\}\} - 2 \{\{J^r, G^{rc}\}, \{G^{k8}, \{J^i, G^{i8}\}\}\} \\ &+ 2 \{J^k, \{\{J^i, G^{ic}\}, \{G^{r8}, G^{r8}\}\}\} - \frac{1}{2} d^{c8e} \{\mathcal{D}_3^{k8}, \{J^r, G^{re}\}\} \\ &+ d^{c8e} \{J^2, \{J^k, \{G^{re}, G^{r8}\}\}\}, \end{aligned} \quad (C.14)$$

$$\begin{aligned}
& \{G^{i8}, [\mathcal{O}_3^{kc}, [J^2, G^{i8}]]\} + \{G^{i8}, [G^{kc}, [J^2, \mathcal{O}_3^{i8}]]\} + \{\mathcal{O}_3^{i8}, [G^{kc}, [J^2, G^{i8}]]\} \\
&= -\frac{1}{2}d^{c8e}d^{8eg}G^{kg} - \frac{1}{2N_f}d^{c88}J^k - d^{c8e}d^{8eg}\mathcal{D}_3^{kg} - \frac{1}{2}d^{c8e}d^{8eg}\mathcal{O}_3^{kg} - \frac{3}{2}f^{c8e}f^{8eg}\mathcal{O}_3^{kg} \\
&- \frac{7}{N_f}\delta^{c8}\mathcal{O}_3^{k8} - \frac{1}{N_f}\delta^{88}\mathcal{O}_3^{kc} + 2d^{c8e}\{J^k, \{G^{re}, G^{r8}\}\} + \frac{7}{2}d^{c8e}\{G^{ke}, \{J^r, G^{r8}\}\} \\
&- 3d^{c8e}\{G^{k8}, \{J^r, G^{re}\}\} - \frac{1}{2}d^{88e}\{G^{kc}, \{J^r, G^{re}\}\} + \frac{1}{2}d^{88e}\{G^{ke}, \{J^r, G^{rc}\}\} \\
&- \frac{2}{N_f}d^{c88}\{J^2, J^k\} - \frac{3}{N_f}\delta^{c8}\mathcal{O}_5^{k8} - \epsilon^{kim}f^{c8e}\{T^e, \{J^i, G^{m8}\}\} \\
&- \{G^{kc}, \{\{J^i, G^{i8}\}, \{J^r, G^{r8}\}\}\} + \{\{J^r, G^{rc}\}, \{G^{k8}, \{J^i, G^{i8}\}\}\} \\
&- \{J^k, \{\{J^i, G^{ic}\}, \{G^{r8}, G^{r8}\}\}\} + 2\{J^2, \{G^{kc}, \{G^{r8}, G^{r8}\}\}\} \\
&+ \frac{1}{4}d^{c8e}\{\mathcal{D}_3^{k8}, \{J^r, G^{re}\}\} + d^{c8e}\{J^2, \{J^k, \{G^{re}, G^{r8}\}\}\} \\
&- \frac{3}{4}d^{c8e}\{J^2, \{G^{k8}, \{J^r, G^{re}\}\}\} - \frac{3}{4}\epsilon^{kim}f^{c8e}\{J^2, \{T^e, \{J^i, G^{m8}\}\}\}. \tag{C.15}
\end{aligned}$$

C.2 La evaluación de la estructura de conmutadores con dos inserciones de masa

La contribución al siguiente orden de la renormalización de la corriente axial vector de bariones, para la diferencia de masas octete-decuplete de dos estructuras de operadores es la siguiente,

$$[A^{ja}, [[\mathcal{M}, [\mathcal{M}, A^{jb}]], A^{kc}]] \quad \text{y} \quad [[\mathcal{M}, A^{ja}], [[\mathcal{M}, A^{jb}], A^{kc}]],$$

cada una con dos inserciones de masa, explícitamente los diferentes términos son,

1. Contribución de sabor singulete

$$[G^{ia}, [[J^2, [J^2, G^{ia}]], G^{kc}]] = -\frac{3}{2}(N_c + N_f)\mathcal{D}_2^{kc} + \frac{1}{2}(N_f + 1)\mathcal{D}_3^{kc} + N_f\mathcal{O}_3^{kc}, \tag{C.16}$$

$$\begin{aligned}
& [G^{ia}, [[J^2, [J^2, G^{ia}]], \mathcal{D}_2^{kc}]] + [\mathcal{D}_2^{ia}, [[J^2, [J^2, G^{ia}]], G^{kc}]] = -\frac{3}{2}[N_c(N_c + 2N_f) - 6N_f]\mathcal{D}_2^{kc} \\
& - \frac{7}{2}(N_c + N_f)\mathcal{D}_3^{kc} - 2(N_c + N_f)\mathcal{O}_3^{kc} + (3N_f + 8)\mathcal{D}_4^{kc}, \tag{C.17}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
[[J^2, G^{ia}], [[J^2, G^{ia}], G^{kc}]] &= -[N_c(N_c + 2N_f) - N_f] G^{kc} + \frac{5}{2}(N_c + N_f) \mathcal{D}_2^{kc} \\
&\quad - \frac{1}{2}(N_f + 1) \mathcal{D}_3^{kc} - (N_f - 1) \mathcal{O}_3^{kc}, \tag{C.18}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
[[J^2, G^{ia}], [[J^2, G^{ia}], \mathcal{D}_2^{kc}]] &= \frac{3}{2}[N_c(N_c + 2N_f) - 4N_f] \mathcal{D}_2^{kc} + \frac{5}{2}(N_c + N_f) \mathcal{D}_3^{kc} \\
&\quad - 3(N_f + 2) \mathcal{D}_4^{kc}, \tag{C.19}
\end{aligned}$$

2. Contribución de sabor octete

$$\begin{aligned}
d^{ab8}[G^{ia}, [[J^2, [J^2, G^{ib}]], G^{kc}]] &= -\frac{3N_c(N_c + 2N_f)}{4N_f} \delta^{c8} J^k - \frac{3}{4}(N_c + N_f) d^{c8e} \mathcal{D}_2^{ke} \\
&\quad - \frac{1}{4}(N_c + N_f)[J^2, [T^8, G^{kc}]] + \frac{N_f^2 + N_f - 4}{4N_f} d^{c8e} \mathcal{D}_3^{ke} + \frac{N_f^2 - 2}{2N_f} d^{c8e} \mathcal{O}_3^{ke} \\
&\quad - \frac{3}{8}\{J^k, \{T^c, T^8\}\} + \frac{(N_f + 4)}{2N_f}\{J^k, \{G^{rc}, G^{r8}\}\} + \frac{1}{N_f}\{G^{kc}, \{J^r, G^{r8}\}\} \\
&\quad - \frac{1}{N_f}\{G^{k8}, \{J^r, G^{rc}\}\} + \frac{2N_f^2 + N_f - 4}{2N_f^2} \delta^{c8}\{J^2, J^k\}, \tag{C.20}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
d^{ab8}([G^{ia}, [[J^2, [J^2, G^{ib}]], \mathcal{D}_2^{kc}]] + [\mathcal{D}_2^{ia}, [[J^2, [J^2, G^{ib}]], G^{kc}]])) &= \frac{9}{2}N_f d^{c8e} \mathcal{D}_2^{ke} \\
&\quad + \frac{1}{2}(N_f - 2)[J^2, [T^8, G^{kc}]] - \frac{(N_c + N_f)(5N_f + 4)}{4N_f} d^{c8e} \mathcal{D}_3^{ke} - \{J^2, \{G^{kc}, T^8\}\} \\
&\quad - \frac{(N_c + N_f)(N_f + 2)}{2N_f} d^{c8e} \mathcal{O}_3^{ke} - \frac{(N_c + N_f)(N_f - 2)}{2N_f} \{G^{kc}, \{J^r, G^{r8}\}\} \\
&\quad + \frac{(N_c + N_f)(N_f - 2)}{2N_f} \{G^{k8}, \{J^r, G^{rc}\}\} - \frac{3}{4}(N_c + N_f)\{J^k, \{T^c, T^8\}\} \\
&\quad - \frac{(N_c + N_f)(N_f - 2)}{N_f} \{J^k, \{G^{rc}, G^{r8}\}\} + \frac{(N_c + N_f)(N_f - 2)}{N_f^2} \delta^{c8}\{J^2, J^k\} \\
&\quad + \frac{1}{2}(N_f + 7) d^{c8e} \mathcal{D}_4^{ke} + \frac{N_f^2 + 7N_f + 4}{2N_f} \{\mathcal{D}_2^{kc}, \{J^r, G^{r8}\}\} - \frac{5}{2} \{\mathcal{D}_2^{k8}, \{J^r, G^{rc}\}\} \\
&\quad + \frac{N_f^2 + 2N_f - 4}{2N_f} \{J^2, \{G^{k8}, T^c\}\} + \frac{N_f + 2}{2N_f} \{J^2, [J^2, [T^8, G^{kc}]]\}, \tag{C.21}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
d^{ab8}[[J^2, G^{ia}], [[J^2, G^{ib}], G^{kc}]] &= \frac{N_f}{2}d^{c8e}G^{ke} + \frac{5N_c(N_c + 2N_f)}{4N_f}\delta^{c8}J^k + \frac{5}{4}(N_c + N_f) \\
&\times d^{c8e}\mathcal{D}_2^{ke} - (N_c + N_f)\{G^{kc}, T^8\} + \frac{1}{2}(N_c + N_f)[J^2, [T^8, G^{kc}]] - \frac{1}{4}(N_f + 1)d^{c8e}\mathcal{D}_3^{ke} \\
&- \frac{N_f}{2}d^{c8e}\mathcal{O}_3^{ke} + \{G^{kc}, \{J^r, G^{r8}\}\} + \frac{N_f}{2}\{G^{k8}, \{J^r, G^{rc}\}\} + \frac{5}{8}\{J^k, \{T^c, T^8\}\} \\
&- \frac{1}{2}(N_f + 3)\{J^k, \{G^{rc}, G^{r8}\}\} - \frac{2N_f + 1}{2N_f}\delta^{c8}\{J^2, J^k\}, \tag{C.22}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
d^{ab8}[[J^2, G^{ia}], [[J^2, G^{ib}], \mathcal{D}_2^{kc}]] &= -3N_f d^{c8e}\mathcal{D}_2^{ke} + \frac{5}{4}(N_c + N_f)d^{c8e}\mathcal{D}_3^{ke} \\
&+ \frac{3}{4}(N_c + N_f)\{J^k, \{T^c, T^8\}\} - \frac{1}{2}(N_f + 5)d^{c8e}\mathcal{D}_4^{ke} - \frac{2N_f + 7}{2}\{\mathcal{D}_2^{kc}, \{J^r, G^{r8}\}\} \\
&+ \frac{5}{2}\{\mathcal{D}_2^{k8}, \{J^r, G^{rc}\}\}, \tag{C.23}
\end{aligned}$$

3. Contribución de sabor 27

$$\begin{aligned}
[G^{i8}, [[J^2, [J^2, G^{i8}]], G^{kc}]] &= \frac{1}{2}d^{c8e}d^{8eg}\mathcal{D}_3^{kg} + \frac{1}{2}f^{c8e}f^{8eg}\mathcal{O}_3^{kg} + \frac{1}{2}d^{c8e}d^{8eg}\mathcal{O}_3^{kg} \\
&+ \frac{2}{N_f}\delta^{c8}\mathcal{O}_3^{k8} - d^{c8e}\{J^k, \{G^{re}, G^{r8}\}\} - \frac{1}{2}d^{c8e}\{G^{ke}, \{J^r, G^{r8}\}\} \\
&+ \frac{1}{2}d^{c8e}\{G^{k8}, \{J^r, G^{re}\}\} + \frac{1}{N_f}d^{c88}\{J^2, J^k\}, \tag{C.24}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
[G^{i8}, [[J^2, [J^2, G^{i8}]], \mathcal{D}_2^{kc}]] + [\mathcal{D}_2^{i8}, [[J^2, [J^2, G^{i8}]], G^{kc}]] &= \frac{15}{2}f^{c8e}f^{8eg}\mathcal{D}_2^{kg} \\
&+ \frac{i}{2}f^{c8e}[G^{k8}, \{J^r, G^{re}\}] + 4f^{c8e}f^{8eg}\mathcal{D}_4^{kg} + \frac{2}{N_f}\delta^{c8}\mathcal{D}_4^{k8} + \frac{2}{N_f}\delta^{88}\mathcal{D}_4^{kc} \\
&- 2\{\mathcal{D}_2^{kc}, \{G^{r8}, G^{r8}\}\} - 2\{\mathcal{D}_2^{k8}, \{G^{rc}, G^{r8}\}\} + \frac{1}{2}d^{c8e}\{J^2, \{G^{ke}, T^8\}\} \\
&+ \frac{1}{2}d^{88e}\{J^2, \{G^{ke}, T^c\}\} + \frac{1}{2}d^{c8e}\{\mathcal{D}_2^{k8}, \{J^r, G^{re}\}\} + \frac{1}{2}d^{88e}\{\mathcal{D}_2^{kc}, \{J^r, G^{re}\}\} \\
&+ \frac{1}{2}\{\{J^r, G^{rc}\}, \{G^{k8}, T^8\}\} - \frac{1}{2}\{\{J^r, G^{r8}\}, \{G^{kc}, T^8\}\} \\
&- if^{c8e}\{\{J^r, G^{re}\}, [J^2, G^{k8}]\} + \frac{i}{2}f^{c8e}\{\{J^r, G^{r8}\}, [J^2, G^{ke}]\} \\
&- 3if^{c8e}\{J^k, [\{J^i, G^{ie}\}, \{J^r, G^{r8}\}]\}, \tag{C.25}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
[[J^2, G^{i8}], [[J^2, G^{i8}], G^{kc}]] &= \frac{3}{4} f^{c8e} f^{8eg} G^{kg} - \frac{1}{2} d^{c8e} d^{8eg} \mathcal{D}_3^{kg} + \frac{1}{N_f} \delta^{c8} \mathcal{D}_3^{k8} \\
&- \frac{1}{2} d^{c8e} d^{8eg} \mathcal{O}_3^{kg} - \frac{2}{N_f} \delta^{c8} \mathcal{O}_3^{k8} - \{G^{kc}, \{G^{r8}, G^{r8}\}\} - \{G^{k8}, \{G^{rc}, G^{r8}\}\} \\
&+ \frac{3}{2} d^{c8e} \{J^k, \{G^{re}, G^{r8}\}\} - \frac{1}{2} d^{88e} \{J^k, \{G^{rc}, G^{re}\}\} + d^{c8e} \{G^{ke}, \{J^r, G^{r8}\}\} \\
&- \frac{1}{2} d^{c8e} \{G^{k8}, \{J^r, G^{re}\}\} + \frac{1}{2} d^{88e} \{G^{ke}, \{J^r, G^{rc}\}\} - \frac{1}{N_f} d^{c88} \{J^2, J^k\} \\
&- \frac{1}{4} \epsilon^{kim} f^{c8e} \{T^e, \{J^i, G^{m8}\}\} - \frac{1}{2} f^{c8e} f^{8eg} \mathcal{O}_3^{kg} \tag{C.26}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
[[J^2, G^{i8}], [[J^2, G^{i8}], \mathcal{D}_2^{kc}]] &= -6 f^{c8e} f^{8eg} \mathcal{D}_2^{kg} - \frac{7}{2} f^{c8e} f^{8eg} \mathcal{D}_4^{kg} - \frac{2}{N_f} \delta^{88} \mathcal{D}_4^{kc} \\
&+ 2 \{ \mathcal{D}_2^{kc}, \{G^{r8}, G^{r8}\} \} - d^{88e} \{ \mathcal{D}_2^{kc}, \{J^r, G^{re}\} \} + i f^{c8e} \{ J^2, [G^{ke}, \{J^r, G^{r8}\}] \} \\
&- i f^{c8e} \{ J^2, [G^{k8}, \{J^r, G^{re}\}] \} - i f^{c8e} \{ \{J^r, G^{re}\}, [J^2, G^{k8}] \} \\
&+ i f^{c8e} \{ \{J^r, G^{r8}\}, [J^2, G^{ke}] \} + \frac{3}{2} i f^{c8e} \{ J^k, [\{J^i, G^{ie}\}, \{J^r, G^{r8}\}] \}. \tag{C.27}
\end{aligned}$$

Apéndice D

Contribuciones de sabor 8 y 27 para g_A

Las contribuciones de sabor 8 y 27 para el acoplamiento axial g_A pueden escribirse como

$$\delta A_{\mathbf{8}}^{kc} = \sum_{i=1}^{30} o_i O_i^{kc}, \quad (\text{D.1})$$

donde los operadores S_i^{kc} considerados a este orden son

$$\begin{aligned}
 O_1^{kc} &= d^{c8e} G^{ke}, & O_2^{kc} &= \delta^{c8} J^k, \\
 O_3^{kc} &= d^{c8e} \mathcal{D}_2^{ke}, & O_4^{kc} &= \{G^{kc}, T^8\}, \\
 O_5^{kc} &= \{G^{k8}, T^c\}, & O_6^{kc} &= d^{c8e} \mathcal{D}_3^{ke}, \\
 O_7^{kc} &= d^{c8e} \mathcal{O}_3^{ke}, & O_8^{kc} &= \{G^{kc}, \{J^r, G^{r8}\}\}, \\
 O_9^{kc} &= \{G^{k8}, \{J^r, G^{rc}\}\}, & O_{10}^{kc} &= \{J^k, \{T^c, T^8\}\}, \\
 O_{11}^{kc} &= \{J^k, \{G^{rc}, G^{r8}\}\}, & O_{12}^{kc} &= \delta^{c8} \{J^2, J^k\}, \\
 O_{13}^{kc} &= d^{c8e} \mathcal{D}_4^{ke}, & O_{14}^{kc} &= \{\mathcal{D}_2^{kc}, \{J^r, G^{r8}\}\}, \\
 O_{15}^{kc} &= \{\mathcal{D}_2^{k8}, \{J^r, G^{rc}\}\}, & O_{16}^{kc} &= \{J^2, \{G^{kc}, T^8\}\}, \\
 O_{17}^{kc} &= \{J^2, \{G^{k8}, T^c\}\}, & O_{18}^{kc} &= \{J^2, [G^{kc}, \{J^r, G^{r8}\}]\}, \\
 O_{19}^{kc} &= \{J^2, [G^{k8}, \{J^r, G^{rc}\}]\}, & O_{20}^{kc} &= \{[J^2, G^{kc}], \{J^r, G^{r8}\}\}, \\
 O_{21}^{kc} &= \{[J^2, G^{k8}], \{J^r, G^{rc}\}\}, & O_{22}^{kc} &= \{J^k, [\{J^m, G^{mc}\}, \{J^r, G^{r8}\}]\}, \\
 O_{23}^{kc} &= d^{c8e} \mathcal{D}_5^{ke}, & O_{24}^{kc} &= d^{c8e} \mathcal{O}_5^{ke}, \\
 O_{25}^{kc} &= \{J^2, \{G^{kc}, \{J^r, G^{r8}\}\}\}, & O_{26}^{kc} &= \{J^2, \{G^{k8}, \{J^r, G^{rc}\}\}\}, \\
 O_{27}^{kc} &= \{J^2, \{J^k, \{T^c, T^8\}\}\}, & O_{28}^{kc} &= \{J^2, \{J^k, \{G^{rc}, G^{r8}\}\}\}, \\
 O_{29}^{kc} &= \{J^k, \{\{J^r, G^{rc}\}, \{J^m, G^{m8}\}\}\}, & O_{30}^{kc} &= \delta^{c8} \{J^2, \{J^2, J^k\}\}.
 \end{aligned} \quad (\text{D.2})$$

y los coeficientes correspondientes son

$$o_1 = \left[\frac{11}{48}a_1^3 - \frac{N_c + 3}{3N_c}a_1^2b_2 - \frac{9}{4N_c^2}a_1b_2^2 - \frac{5}{2N_c^2}a_1^2b_3 + \frac{3}{4N_c^2}a_1^2c_3 - \frac{3(N_c + 3)}{N_c^3}a_1b_2b_3 \right] F_{\mathbf{8}}^{(1)} \\ + \left[-\frac{1}{8}a_1^3 - \frac{N_c + 3}{2N_c}a_1^2b_2 - \frac{3}{N_c^2}a_1^2b_3 \right] \frac{\Delta}{N_c} F_{\mathbf{8}}^{(2)} - \frac{1}{8}a_1^3 \frac{\Delta^2}{N_c^2} F_{\mathbf{8}}^{(3)}, \quad (\text{D.3})$$

$$o_2 = \left[\frac{5}{36}a_1^3 + \frac{N_c + 3}{18N_c}a_1^2b_2 - \frac{3N_c^2 + 18N_c - 8}{12N_c^2}a_1^2b_3 - \frac{N_c + 6}{24N_c}a_1^2c_3 \right] F_{\mathbf{8}}^{(1)} \\ + \left[-\frac{N_c^2 + 6N_c - 2}{24}a_1^3 - \frac{5N_c + 30}{6N_c}a_1^2b_3 - \frac{N_c + 6}{4N_c}a_1^2c_3 \right] \frac{\Delta}{N_c} F_{\mathbf{8}}^{(2)} \\ - \frac{11N_c(N_c + 6)}{144}a_1^3 \frac{\Delta^2}{N_c^2} F_{\mathbf{8}}^{(3)}, \quad (\text{D.4})$$

$$o_3 = \left[\frac{23}{16N_c}a_1^2b_2 - \frac{3(N_c + 3)}{4N_c^2}a_1^2b_3 - \frac{N_c + 3}{8N_c^2}a_1^2c_3 - \frac{3}{4N_c^3}b_2^3 - \frac{3}{2N_c^3}a_1b_2b_3 \right. \\ \left. + \frac{9}{N_c^3}a_1b_2c_3 \right] F_{\mathbf{8}}^{(1)} + \left[-\frac{N_c + 3}{8}a_1^3 + \frac{25}{8N_c}a_1^2b_2 - \frac{5(N_c + 3)}{2N_c^2}a_1^2b_3 \right. \\ \left. - \frac{3(N_c + 3)}{4N_c^2}a_1^2c_3 \right] \frac{\Delta}{N_c} F_{\mathbf{8}}^{(2)} + \left[-\frac{11(N_c + 3)}{48}a_1^3 + \frac{3}{N_c}a_1^2b_2 \right] \frac{\Delta^2}{N_c^2} F_{\mathbf{8}}^{(3)}, \quad (\text{D.5})$$

$$o_4 = \left[-\frac{1}{3N_c}a_1^2b_2 - \frac{N_c + 3}{12N_c^2}a_1b_2^2 - \frac{N_c + 3}{2N_c^2}a_1^2b_3 - \frac{N_c + 3}{2N_c^2}a_1^2c_3 - \frac{3}{N_c^3}a_1b_2b_3 \right] F_{\mathbf{8}}^{(1)} \\ + \left[-\frac{1}{2N_c}a_1^2b_2 - \frac{N_c + 3}{N_c^2}a_1^2b_3 \right] \frac{\Delta}{N_c} F_{\mathbf{8}}^{(2)} + \frac{N_c + 3}{12}a_1^3 \frac{\Delta^2}{N_c^2} F_{\mathbf{8}}^{(3)}, \quad (\text{D.6})$$

$$o_5 = \left[\frac{11}{12N_c}a_1^2b_2 + \frac{N_c + 3}{6N_c^2}a_1b_2^2 + \frac{4}{N_c^3}a_1b_2b_3 \right] F_{\mathbf{8}}^{(1)} + \frac{3}{4N_c}a_1^2b_2 \frac{\Delta}{N_c} F_{\mathbf{8}}^{(2)}, \quad (\text{D.7})$$

$$o_6 = \left[\frac{9}{16N_c^2}a_1b_2^2 + \frac{65}{48N_c^2}a_1^2b_3 + \frac{1}{6N_c^2}a_1^2c_3 + \frac{3(N_c + 3)}{4N_c^3}a_1b_2b_3 \right. \\ \left. - \frac{23(N_c + 3)}{24N_c^3}a_1b_2c_3 \right] F_{\mathbf{8}}^{(1)} + \left[\frac{1}{8}a_1^3 - \frac{N_c + 3}{8N_c}a_1^2b_2 + \frac{15}{8N_c^2}a_1^2b_3 \right. \\ \left. + \frac{13}{24N_c^2}a_1^2c_3 \right] \frac{\Delta}{N_c} F_{\mathbf{8}}^{(2)} + \left[\frac{7}{36}a_1^3 - \frac{53(N_c + 3)}{144N_c}a_1^2b_2 \right] \frac{\Delta^2}{N_c^2} F_{\mathbf{8}}^{(3)}, \quad (\text{D.8})$$

$$\begin{aligned}
o_7 = & \left[\frac{1}{8N_c^2} a_1 b_2^2 - \frac{3}{4N_c^2} a_1^2 b_3 + \frac{71}{48N_c^2} a_1^2 c_3 - \frac{N_c+3}{6N_c^3} a_1 b_2 b_3 - \frac{N_c+3}{3N_c^3} a_1 b_2 c_3 \right] F_{\mathbf{8}}^{(1)} \\
& + \left[\frac{1}{4} a_1^3 - \frac{5}{4N_c^2} a_1 b_2^2 - \frac{5}{3N_c^2} a_1^2 b_3 + \frac{17}{8N_c^2} a_1^2 c_3 \right] \frac{\Delta}{N_c} F_{\mathbf{8}}^{(2)} \\
& + \left[\frac{23}{72} a_1^3 - \frac{5(N_c+3)}{36N_c} a_1^2 b_2 \right] \frac{\Delta^2}{N_c^2} F_{\mathbf{8}}^{(3)}, \tag{D.9}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
o_8 = & \left[\frac{1}{4N_c^2} a_1 b_2^2 - \frac{1}{6N_c^2} a_1^2 b_3 + \frac{5}{2N_c^2} a_1^2 c_3 + \frac{N_c+3}{3N_c^3} a_1 b_2 b_3 \right] F_{\mathbf{8}}^{(1)} \\
& + \left[\frac{1}{4} a_1^3 - \frac{1}{2N_c^2} a_1 b_2^2 + \frac{7}{6N_c^2} a_1^2 b_3 + \frac{9}{4N_c^2} a_1^2 c_3 \right] \frac{\Delta}{N_c} F_{\mathbf{8}}^{(2)} \\
& + \left[-\frac{1}{36} a_1^3 - \frac{N_c+3}{36N_c} a_1^2 b_2 \right] \frac{\Delta^2}{N_c^2} F_{\mathbf{8}}^{(3)}, \tag{D.10}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
o_9 = & \left[\frac{1}{4N_c^2} a_1 b_2^2 + \frac{7}{3N_c^2} a_1^2 b_3 - \frac{5}{4N_c^2} a_1^2 c_3 + \frac{N_c+3}{3N_c^3} a_1 b_2 b_3 \right] F_{\mathbf{8}}^{(1)} \\
& + \left[-\frac{1}{6} a_1^3 + \frac{N_c+3}{12N_c} a_1^2 b_2 + \frac{1}{2N_c^2} a_1 b_2^2 + \frac{17}{6N_c^2} a_1^2 b_3 - \frac{9}{4N_c^2} a_1^2 c_3 \right] \frac{\Delta}{N_c} F_{\mathbf{8}}^{(2)} \\
& + \left[-\frac{13}{72} a_1^3 + \frac{N_c+3}{36N_c} a_1^2 b_2 \right] \frac{\Delta^2}{N_c^2} F_{\mathbf{8}}^{(3)}, \tag{D.11}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
o_{10} = & \left[\frac{1}{12N_c^2} a_1 b_2^2 - \frac{N_c+3}{24N_c^3} b_2^3 - \frac{3}{8N_c^2} a_1^2 b_3 - \frac{1}{16N_c^2} a_1^2 c_3 + \frac{N_c+3}{4N_c^3} a_1 b_2 b_3 \right. \\
& \left. - \frac{3(N_c+3)}{8N_c^3} a_1 b_2 c_3 \right] F_{\mathbf{8}}^{(1)} + \left[-\frac{1}{16} a_1^3 - \frac{N_c+3}{8N_c} a_1^2 b_2 - \frac{5}{4N_c^2} a_1^2 b_3 \right. \\
& \left. - \frac{3}{8N_c^2} a_1^2 c_3 \right] \frac{\Delta}{N_c} F_{\mathbf{8}}^{(2)} + \left[-\frac{11}{96} a_1^3 - \frac{3(N_c+3)}{16N_c} a_1^2 b_2 \right] \frac{\Delta^2}{N_c^2} F_{\mathbf{8}}^{(3)}, \tag{D.12}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
o_{11} = & \left[\frac{2}{N_c^2} a_1^2 b_3 - \frac{1}{3N_c^2} a_1^2 c_3 - \frac{N_c+3}{3N_c^3} a_1 b_2 c_3 \right] F_{\mathbf{8}}^{(1)} + \left[\frac{1}{6} a_1^3 - \frac{N_c+3}{12N_c} a_1^2 b_2 \right. \\
& \left. + \frac{6}{N_c^2} a_1^2 b_3 + \frac{7}{6N_c^2} a_1^2 c_3 \right] \frac{\Delta}{N_c} F_{\mathbf{8}}^{(2)} + \left[\frac{4}{9} a_1^3 - \frac{N_c+3}{18N_c} a_1^2 b_2 \right] \frac{\Delta^2}{N_c^2} F_{\mathbf{8}}^{(3)}, \tag{D.13}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
o_{12} = & \left[\frac{7}{9N_c^2} a_1^2 b_3 + \frac{13}{36N_c^2} a_1^2 c_3 + \frac{N_c + 3}{9N_c^3} a_1 b_2 c_3 \right] F_{\mathbf{8}}^{(1)} \\
& + \left[\frac{1}{12} a_1^3 - \frac{N_c^2 + 6N_c - 30}{12N_c^2} a_1^2 b_3 - \frac{3N_c^2 + 18N_c - 40}{36N_c^2} a_1^2 c_3 \right] \frac{\Delta}{N_c} F_{\mathbf{8}}^{(2)} \\
& + \left[\frac{55}{216} a_1^3 + \frac{N_c + 3}{54N_c} a_1^2 b_2 \right] \frac{\Delta^2}{N_c^2} F_{\mathbf{8}}^{(3)}, \tag{D.14}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
o_{13} = & \left[\frac{3}{8N_c^3} b_2^3 + \frac{3}{4N_c^3} a_1 b_2 b_3 + \frac{3}{N_c^3} a_1 b_2 c_3 \right] F_{\mathbf{8}}^{(1)} + \left[\frac{1}{4N_c} a_1^2 b_2 - \frac{N_c + 3}{4N_c^2} a_1^2 b_3 \right. \\
& \left. - \frac{N_c + 3}{4N_c^2} a_1^2 c_3 \right] \frac{\Delta}{N_c} F_{\mathbf{8}}^{(2)} + \frac{7}{6N_c} a_1^2 b_2 \frac{\Delta^2}{N_c^2} F_{\mathbf{8}}^{(3)}, \tag{D.15}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
o_{14} = & \left[\frac{1}{2N_c^3} b_2^3 - \frac{7}{2N_c^3} a_1 b_2 b_3 + \frac{10}{3N_c^3} a_1 b_2 c_3 \right] F_{\mathbf{8}}^{(1)} + \left[\frac{2}{3N_c} a_1^2 b_2 - \frac{N_c + 3}{12N_c^2} a_1 b_2^2 \right] \frac{\Delta}{N_c} F_{\mathbf{8}}^{(2)} \\
& + \frac{107}{72N_c} a_1^2 b_2 \frac{\Delta^2}{N_c^2} F_{\mathbf{8}}^{(3)}, \tag{D.16}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
o_{15} = & \left[\frac{2}{N_c^3} a_1 b_2 b_3 - \frac{23}{12N_c^3} a_1 b_2 c_3 \right] F_{\mathbf{8}}^{(1)} + \left[-\frac{1}{4N_c} a_1^2 b_2 - \frac{N_c + 3}{N_c^2} a_1^2 b_3 \right. \\
& \left. + \frac{N_c + 3}{2N_c^2} a_1^2 c_3 \right] \frac{\Delta}{N_c} F_{\mathbf{8}}^{(2)} - \frac{5}{8N_c} a_1^2 b_2 \frac{\Delta^2}{N_c^2} F_{\mathbf{8}}^{(3)}, \tag{D.17}
\end{aligned}$$

$$o_{16} = \left[\frac{1}{6N_c^3} a_1 b_2 b_3 - \frac{1}{3N_c^3} a_1 b_2 c_3 \right] F_{\mathbf{8}}^{(1)} - \frac{N_c + 3}{2N_c^2} a_1^2 c_3 \frac{\Delta}{N_c} F_{\mathbf{8}}^{(2)} - \frac{1}{6N_c} a_1^2 b_2 \frac{\Delta^2}{N_c^2} F_{\mathbf{8}}^{(3)}, \tag{D.18}$$

$$\begin{aligned}
o_{17} = & \left[\frac{5}{3N_c^3} a_1 b_2 b_3 + \frac{11}{12N_c^3} a_1 b_2 c_3 \right] F_{\mathbf{8}}^{(1)} + \left[\frac{1}{12N_c} a_1^2 b_2 + \frac{N_c + 3}{12N_c^2} a_1 b_2^2 \right] \frac{\Delta}{N_c} F_{\mathbf{8}}^{(2)} \\
& + \frac{11}{36N_c} a_1^2 b_2 \frac{\Delta^2}{N_c^2} F_{\mathbf{8}}^{(3)}, \tag{D.19}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
o_{18} = & \left[-\frac{1}{16N_c^3} a_1 b_2 b_3 - \frac{15}{64N_c^3} a_1 b_2 c_3 \right] F_{\mathbf{8}}^{(1)} + \left[-\frac{1}{32N_c} a_1^2 b_2 - \frac{3}{32N_c^2} a_1 b_2^2 \right. \\
& \left. + \frac{9N_c - 91}{384N_c^2} a_1^2 b_3 + \frac{42N_c - 65}{3072N_c^2} a_1^2 c_3 \right] \frac{\Delta}{N_c} F_{\mathbf{8}}^{(2)} \\
& + \left[\frac{1}{2304} a_1^3 - \frac{1}{24N_c} a_1^2 b_2 \right] \frac{\Delta^2}{N_c^2} F_{\mathbf{8}}^{(3)}, \tag{D.20}
\end{aligned}$$

$$o_{19} = \left[\frac{1}{16N_c^3} a_1 b_2 b_3 + \frac{15}{64N_c^3} a_1 b_2 c_3 \right] F_{\mathbf{8}}^{(1)} + \left[\frac{1}{32N_c} a_1^2 b_2 + \frac{3}{32N_c^2} a_1 b_2^2 - \frac{9N_c - 91}{384N_c^2} a_1^2 b_3 - \frac{42N_c - 65}{3072N_c^2} a_1^2 c_3 \right] \frac{\Delta}{N_c} F_{\mathbf{8}}^{(2)} + \left[-\frac{1}{2304} a_1^3 + \frac{1}{24N_c} a_1^2 b_2 \right] \frac{\Delta^2}{N_c^2} F_{\mathbf{8}}^{(3)}, \quad (\text{D.21})$$

$$o_{20} = \left[-\frac{1}{16N_c^3} a_1 b_2 b_3 - \frac{15}{64N_c^3} a_1 b_2 c_3 \right] F_{\mathbf{8}}^{(1)} + \left[-\frac{1}{32N_c} a_1^2 b_2 - \frac{3}{32N_c^2} a_1 b_2^2 + \frac{9N_c - 91}{384N_c^2} a_1^2 b_3 + \frac{42N_c - 65}{3072N_c^2} a_1^2 c_3 \right] \frac{\Delta}{N_c} F_{\mathbf{8}}^{(2)} + \left[\frac{1}{2304} a_1^3 - \frac{1}{24N_c} a_1^2 b_2 \right] \frac{\Delta^2}{N_c^2} F_{\mathbf{8}}^{(3)}, \quad (\text{D.22})$$

$$o_{21} = \left[\frac{1}{16N_c^3} a_1 b_2 b_3 + \frac{15}{64N_c^3} a_1 b_2 c_3 \right] F_{\mathbf{8}}^{(1)} + \left[\frac{1}{32N_c} a_1^2 b_2 + \frac{3}{32N_c^2} a_1 b_2^2 - \frac{9N_c - 91}{384N_c^2} a_1^2 b_3 - \frac{42N_c - 65}{3072N_c^2} a_1^2 c_3 \right] \frac{\Delta}{N_c} F_{\mathbf{8}}^{(2)} + \left[-\frac{1}{2304} a_1^3 + \frac{1}{24N_c} a_1^2 b_2 \right] \frac{\Delta^2}{N_c^2} F_{\mathbf{8}}^{(3)}, \quad (\text{D.23})$$

$$o_{22} = \left[\frac{1}{16N_c^3} a_1 b_2 b_3 + \frac{15}{64N_c^3} a_1 b_2 c_3 \right] F_{\mathbf{8}}^{(1)} + \left[\frac{1}{32N_c} a_1^2 b_2 + \frac{3}{32N_c^2} a_1 b_2^2 - \frac{9N_c - 91}{384N_c^2} a_1^2 b_3 - \frac{42N_c - 65}{3072N_c^2} a_1^2 c_3 \right] \frac{\Delta}{N_c} F_{\mathbf{8}}^{(2)} + \left[-\frac{1}{2304} a_1^3 + \frac{1}{24N_c} a_1^2 b_2 \right] \frac{\Delta^2}{N_c^2} F_{\mathbf{8}}^{(3)}, \quad (\text{D.24})$$

$$o_{23} = \left[\frac{1}{4N_c^2} a_1^2 b_3 + \frac{1}{4N_c^2} a_1^2 c_3 \right] \frac{\Delta}{N_c} F_{\mathbf{8}}^{(2)}, \quad (\text{D.25})$$

$$o_{24} = \frac{3}{4N_c^2} a_1^2 c_3 \frac{\Delta}{N_c} F_{\mathbf{8}}^{(2)}, \quad (\text{D.26})$$

$$o_{25} = \frac{7}{4N_c^2} a_1^2 c_3 \frac{\Delta}{N_c} F_{\mathbf{8}}^{(2)}, \quad (\text{D.27})$$

$$o_{26} = \left[\frac{1}{3N_c^2} a_1^2 b_3 - \frac{2}{3N_c^2} a_1^2 c_3 \right] \frac{\Delta}{N_c} F_{\mathbf{8}}^{(2)}, \quad (\text{D.28})$$

$$o_{27} = \left[-\frac{1}{8N_c^2} a_1^2 b_3 - \frac{1}{8N_c^2} a_1^2 c_3 \right] \frac{\Delta}{N_c} F_{\mathbf{8}}^{(2)}, \quad (\text{D.29})$$

$$o_{28} = \left[\frac{1}{3N_c^2} a_1^2 b_3 + \frac{1}{3N_c^2} a_1^2 c_3 \right] \frac{\Delta}{N_c} F_{\mathbf{8}}^{(2)}, \quad (\text{D.30})$$

$$o_{29} = \left[\frac{11}{12N_c^2} a_1^2 b_3 - \frac{11}{24N_c^2} a_1^2 c_3 \right] \frac{\Delta}{N_c} F_{\mathbf{8}}^{(2)}, \quad (\text{D.31})$$

$$o_{30} = \left[\frac{1}{6N_c^2} a_1^2 b_3 + \frac{1}{6N_c^2} a_1^2 c_3 \right] \frac{\Delta}{N_c} F_{\mathbf{8}}^{(2)}, \quad (\text{D.32})$$

Finalmente, para la representación **27** obtenemos

$$\delta A_{27}^{kc} = \sum_{i=1}^{61} t_i T_i^{kc}, \quad (\text{D.33})$$

donde la base de operadores es

$$\begin{aligned}
T_1^{kc} &= fc8e f8eg G^{kg}, & T_2^{kc} &= dc8e d8eg G^{kg}, \\
T_3^{kc} &= \delta^{c8} G^{k8}, & T_4^{kc} &= dc88 J^k, \\
T_5^{kc} &= fc8e f8eg \mathcal{D}_2^{kg}, & T_6^{kc} &= \delta^{c8} \mathcal{D}_2^{k8}, \\
T_7^{kc} &= \delta^{88} \mathcal{D}_2^{kc}, & T_8^{kc} &= dc8e \{G^{ke}, T^8\}, \\
T_9^{kc} &= d^{88e} \{G^{ke}, T^c\}, & T_{10}^{kc} &= ifc8e [G^{ke}, \{J^r, G^{r8}\}], \\
T_{11}^{kc} &= ifc8e [G^{k8}, \{J^r, G^{re}\}], & T_{12}^{kc} &= fc8e f8eg \mathcal{D}_3^{kg}, \\
T_{13}^{kc} &= dc8e d8eg \mathcal{D}_3^{kg}, & T_{14}^{kc} &= \delta^{c8} \mathcal{D}_3^{k8}, \\
T_{15}^{kc} &= \delta^{88} \mathcal{D}_3^{kc}, & T_{16}^{kc} &= fc8e f8eg \mathcal{O}_3^{kg}, \\
T_{17}^{kc} &= dc8e d8eg \mathcal{O}_3^{kg}, & T_{18}^{kc} &= \delta^{c8} \mathcal{O}_3^{k8}, \\
T_{19}^{kc} &= \delta^{88} \mathcal{O}_3^{kc}, & T_{20}^{kc} &= \{G^{kc}, \{T^8, T^8\}\}, \\
T_{21}^{kc} &= \{G^{k8}, \{T^c, T^8\}\}, & T_{22}^{kc} &= \{G^{kc}, \{G^{r8}, G^{r8}\}\}, \\
T_{23}^{kc} &= \{G^{k8}, \{G^{rc}, G^{r8}\}\}, & T_{24}^{kc} &= dc8e \{J^k, \{G^{re}, G^{r8}\}\}, \\
T_{25}^{kc} &= d^{88e} \{J^k, \{G^{rc}, G^{re}\}\}, & T_{26}^{kc} &= dc8e \{G^{ke}, \{J^r, G^{r8}\}\}, \\
T_{27}^{kc} &= dc8e \{G^{k8}, \{J^r, G^{re}\}\}, & T_{28}^{kc} &= d^{88e} \{G^{kc}, \{J^r, G^{re}\}\}, \\
T_{29}^{kc} &= d^{88e} \{G^{ke}, \{J^r, G^{rc}\}\}, & T_{30}^{kc} &= dc88 \{J^2, J^k\}, \\
T_{31}^{kc} &= \epsilon^{kim} fc8e \{T^e, \{J^i, G^{m8}\}\}, & T_{32}^{kc} &= \epsilon^{kim} fc8e \{T^8, \{J^i, G^{me}\}\}, \\
T_{33}^{kc} &= fc8e f8eg \mathcal{D}_4^{kg}, & T_{34}^{kc} &= \delta^{c8} \mathcal{D}_4^{k8}, \\
T_{35}^{kc} &= \delta^{88} \mathcal{D}_4^{kc}, & T_{36}^{kc} &= \{\mathcal{D}_2^{kc}, \{T^8, T^8\}\}, \\
T_{37}^{kc} &= \{\mathcal{D}_2^{kc}, \{G^{r8}, G^{r8}\}\}, & T_{38}^{kc} &= \{\mathcal{D}_2^{k8}, \{G^{rc}, G^{r8}\}\}, \\
T_{39}^{kc} &= dc8e \{J^2, \{G^{ke}, T^8\}\}, & T_{40}^{kc} &= d^{88e} \{J^2, \{G^{ke}, T^c\}\}, \\
T_{41}^{kc} &= dc8e \{\mathcal{D}_2^{k8}, \{J^r, G^{re}\}\}, & T_{42}^{kc} &= d^{88e} \{\mathcal{D}_2^{kc}, \{J^r, G^{re}\}\}, \\
T_{43}^{kc} &= \{\{J^r, G^{rc}\}, \{G^{k8}, T^8\}\}, & T_{44}^{kc} &= \{\{J^r, G^{r8}\}, \{G^{kc}, T^8\}\}, \\
T_{45}^{kc} &= \{\{J^r, G^{r8}\}, \{G^{k8}, T^c\}\}, & T_{46}^{kc} &= ifc8e \{J^2, [G^{ke}, \{J^r, G^{r8}\}]\}, \\
T_{47}^{kc} &= ifc8e \{J^2, [G^{k8}, \{J^r, G^{re}\}]\}, & T_{48}^{kc} &= ifc8e \{J^k, [\{J^i, G^{ie}\}, \{J^r, G^{r8}\}]\}, \\
T_{49}^{kc} &= ifc8e \{\{J^r, G^{re}\}, [J^2, G^{k8}]\}, & T_{50}^{kc} &= ifc8e \{\{J^r, G^{r8}\}, [J^2, G^{ke}]\}, \\
T_{51}^{kc} &= \delta^{c8} \mathcal{O}_5^{k8}, & T_{52}^{kc} &= \{G^{kc}, \{\{J^i, G^{i8}\}, \{J^r, G^{r8}\}\}\}, \\
T_{53}^{kc} &= \{\mathcal{D}_2^{kc}, \{T^8, \{J^r, G^{r8}\}\}\}, & T_{54}^{kc} &= \{\{J^r, G^{rc}\}, \{G^{k8}, \{J^i, G^{i8}\}\}\}, \\
T_{55}^{kc} &= \{J^k, \{\{J^i, G^{ie}\}, \{G^{r8}, G^{r8}\}\}\}, & T_{56}^{kc} &= \{J^2, \{G^{k8}, \{T^c, T^8\}\}\}, \\
T_{57}^{kc} &= \{J^2, \{G^{kc}, \{G^{r8}, G^{r8}\}\}\}, & T_{58}^{kc} &= dc8e \{\mathcal{D}_3^{k8}, \{J^r, G^{re}\}\}, \\
T_{59}^{kc} &= dc8e \{J^2, \{J^k, \{G^{re}, G^{r8}\}\}\}, & T_{60}^{kc} &= dc8e \{J^2, \{G^{k8}, \{J^r, G^{re}\}\}\}, \\
T_{61}^{kc} &= \epsilon^{kim} fc8e \{J^2, \{T^e, \{J^i, G^{m8}\}\}\}.
\end{aligned} \quad (\text{D.34})$$

y los coeficientes correspondientes son

$$t_1 = \left[\frac{1}{8}a_1^3 - \frac{1}{N_c^2}a_1b_2^2 - \frac{3}{4N_c^2}a_1^2b_3 + \frac{3}{8N_c^2}a_1^2c_3 \right] F_{\mathbf{27}}^{(1)} - \frac{3}{2N_c^2}a_1^2b_3 \frac{\Delta}{N_c} F_{\mathbf{27}}^{(2)} - \frac{1}{16}a_1^3 \frac{\Delta^2}{N_c^2} F_{\mathbf{27}}^{(3)}, \quad (\text{D.35})$$

$$t_2 = \frac{1}{4}a_1^3 F_{\mathbf{27}}^{(1)} + \left[\frac{1}{4N_c^2}a_1^2b_3 + \frac{1}{4N_c^2}a_1^2c_3 \right] \frac{\Delta}{N_c} F_{\mathbf{27}}^{(2)}, \quad (\text{D.36})$$

$$t_3 = \frac{1}{6}a_1^3 F_{\mathbf{27}}^{(1)}, \quad (\text{D.37})$$

$$t_4 = \frac{1}{12}a_1^3 F_{\mathbf{27}}^{(1)} + \left[\frac{1}{12N_c^2}a_1^2b_3 + \frac{1}{12N_c^2}a_1^2c_3 \right] \frac{\Delta}{N_c} F_{\mathbf{27}}^{(2)}, \quad (\text{D.38})$$

$$t_5 = \left[\frac{7}{8N_c}a_1^2b_2 - \frac{1}{2N_c^3}b_2^3 + \frac{9}{2N_c^3}a_1b_2c_3 \right] F_{\mathbf{27}}^{(1)} + \frac{15}{8N_c}a_1^2b_2 \frac{\Delta}{N_c} F_{\mathbf{27}}^{(2)} + \frac{7}{4N_c}a_1^2b_2 \frac{\Delta^2}{N_c^2} F_{\mathbf{27}}^{(3)}, \quad (\text{D.39})$$

$$t_6 = \frac{1}{3N_c}a_1^2b_2 F_{\mathbf{27}}^{(1)}, \quad (\text{D.40})$$

$$t_7 = \frac{1}{6N_c}a_1^2b_2 F_{\mathbf{27}}^{(1)}, \quad (\text{D.41})$$

$$t_8 = \frac{1}{2N_c}a_1^2b_2 F_{\mathbf{27}}^{(1)}, \quad (\text{D.42})$$

$$t_9 = \frac{1}{4N_c}a_1^2b_2 F_{\mathbf{27}}^{(1)}, \quad (\text{D.43})$$

$$t_{10} = -\frac{2}{N_c^3}a_1b_2b_3 F_{\mathbf{27}}^{(1)} - \frac{1}{4N_c}a_1^2b_2 \frac{\Delta}{N_c} F_{\mathbf{27}}^{(2)}, \quad (\text{D.44})$$

$$t_{11} = \left[\frac{1}{2N_c}a_1^2b_2 + \frac{2}{N_c^3}a_1b_2b_3 \right] F_{\mathbf{27}}^{(1)} + \frac{1}{2N_c}a_1^2b_2 \frac{\Delta}{N_c} F_{\mathbf{27}}^{(2)} + \frac{1}{12N_c}a_1^2b_2 \frac{\Delta^2}{N_c^2} F_{\mathbf{27}}^{(3)}, \quad (\text{D.45})$$

$$t_{12} = \left[\frac{3}{8N_c^2}a_1b_2^2 + \frac{3}{8N_c^2}a_1^2b_3 \right] F_{\mathbf{27}}^{(1)} + \frac{1}{8N_c^2}a_1b_2^2 \frac{\Delta}{N_c} F_{\mathbf{27}}^{(2)}, \quad (\text{D.46})$$

$$t_{13} = \left[\frac{1}{4N_c^2}a_1^2b_3 + \frac{1}{4N_c^2}a_1^2c_3 \right] F_{\mathbf{27}}^{(1)} + \left[\frac{1}{N_c^2}a_1^2b_3 + \frac{1}{2N_c^2}a_1^2c_3 \right] \frac{\Delta}{N_c} F_{\mathbf{27}}^{(2)} + \frac{1}{8}a_1^3 \frac{\Delta^2}{N_c^2} F_{\mathbf{27}}^{(3)}, \quad (\text{D.47})$$

$$t_{14} = \left[\frac{1}{6N_c^2} a_1^2 b_3 + \frac{1}{6N_c^2} a_1^2 c_3 \right] F_{\mathbf{27}}^{(1)} - \frac{2}{3N_c^2} a_1^2 b_3 \frac{\Delta}{N_c} F_{\mathbf{27}}^{(2)} - \frac{1}{36} a_1^3 \frac{\Delta^2}{N_c^2} F_{\mathbf{27}}^{(3)}, \quad (\text{D.48})$$

$$t_{15} = \frac{1}{3N_c^2} a_1^2 b_3 F_{\mathbf{27}}^{(1)} + \frac{2}{3N_c^2} a_1^2 b_3 \frac{\Delta}{N_c} F_{\mathbf{27}}^{(2)}, \quad (\text{D.49})$$

$$t_{16} = \left[\frac{1}{4N_c^2} a_1 b_2^2 + \frac{3}{8N_c^2} a_1^2 c_3 \right] F_{\mathbf{27}}^{(1)} + \left[-\frac{1}{4N_c^2} a_1 b_2^2 - \frac{1}{2N_c^2} a_1^2 b_3 + \frac{3}{4N_c^2} a_1^2 c_3 \right] \frac{\Delta}{N_c} F_{\mathbf{27}}^{(2)} + \frac{1}{8} a_1^3 \frac{\Delta^2}{N_c^2} F_{\mathbf{27}}^{(3)}, \quad (\text{D.50})$$

$$t_{17} = \left[\frac{1}{2N_c^2} a_1^2 b_3 + \frac{1}{2N_c^2} a_1^2 c_3 \right] F_{\mathbf{27}}^{(1)} + \left[\frac{1}{2N_c^2} a_1^2 b_3 + \frac{1}{4N_c^2} a_1^2 c_3 \right] \frac{\Delta}{N_c} F_{\mathbf{27}}^{(2)} + \frac{1}{8} a_1^3 \frac{\Delta^2}{N_c^2} F_{\mathbf{27}}^{(3)}, \quad (\text{D.51})$$

$$t_{18} = \frac{5}{6N_c^2} a_1^2 c_3 F_{\mathbf{27}}^{(1)} + \left[\frac{1}{6} a_1^3 - \frac{1}{3N_c^2} a_1^2 b_3 + \frac{7}{6N_c^2} a_1^2 c_3 \right] \frac{\Delta}{N_c} F_{\mathbf{27}}^{(2)} + \frac{1}{6} a_1^3 \frac{\Delta^2}{N_c^2} F_{\mathbf{27}}^{(3)}, \quad (\text{D.52})$$

$$t_{19} = \frac{1}{3N_c^2} a_1^2 c_3 F_{\mathbf{27}}^{(1)} + \left[\frac{1}{3N_c^2} a_1^2 b_3 + \frac{1}{6N_c^2} a_1^2 c_3 \right] \frac{\Delta}{N_c} F_{\mathbf{27}}^{(2)}, \quad (\text{D.53})$$

$$t_{20} = \frac{1}{4N_c^2} a_1 b_2^2 F_{\mathbf{27}}^{(1)}, \quad (\text{D.54})$$

$$t_{21} = \frac{1}{2N_c^2} a_1 b_2^2 F_{\mathbf{27}}^{(1)}, \quad (\text{D.55})$$

$$t_{22} = \left[-\frac{1}{N_c^2} a_1^2 b_3 - \frac{1}{2N_c^2} a_1^2 c_3 \right] F_{\mathbf{27}}^{(1)} - \frac{2}{N_c^2} a_1^2 b_3 \frac{\Delta}{N_c} F_{\mathbf{27}}^{(2)} + \frac{1}{12} a_1^3 \frac{\Delta^2}{N_c^2} F_{\mathbf{27}}^{(3)}, \quad (\text{D.56})$$

$$t_{23} = \left[\frac{1}{N_c^2} a_1^2 b_3 - \frac{1}{2N_c^2} a_1^2 c_3 \right] F_{\mathbf{27}}^{(1)} + \frac{2}{N_c^2} a_1^2 b_3 \frac{\Delta}{N_c} F_{\mathbf{27}}^{(2)} + \frac{1}{12} a_1^3 \frac{\Delta^2}{N_c^2} F_{\mathbf{27}}^{(3)}, \quad (\text{D.57})$$

$$t_{24} = \left[-\frac{3}{2N_c^2} a_1^2 b_3 - \frac{1}{4N_c^2} a_1^2 c_3 \right] F_{\mathbf{27}}^{(1)} + \left[-\frac{1}{4} a_1^3 - \frac{3}{N_c^2} a_1^2 b_3 - \frac{1}{N_c^2} a_1^2 c_3 \right] \frac{\Delta}{N_c} F_{\mathbf{27}}^{(2)} - \frac{7}{24} a_1^3 \frac{\Delta^2}{N_c^2} F_{\mathbf{27}}^{(3)}, \quad (\text{D.58})$$

$$t_{25} = \left[\frac{1}{2N_c^2} a_1^2 b_3 - \frac{1}{4N_c^2} a_1^2 c_3 \right] F_{\mathbf{27}}^{(1)} + \frac{1}{N_c^2} a_1^2 b_3 \frac{\Delta}{N_c} F_{\mathbf{27}}^{(2)} + \frac{1}{24} a_1^3 \frac{\Delta^2}{N_c^2} F_{\mathbf{27}}^{(3)}, \quad (\text{D.59})$$

$$t_{26} = \left[\frac{2}{N_c^2} a_1^2 b_3 - \frac{1}{2N_c^2} a_1^2 c_3 \right] F_{\mathbf{27}}^{(1)} + \left[-\frac{1}{4N_c^2} a_1^2 b_3 - \frac{7}{4N_c^2} a_1^2 c_3 \right] \frac{\Delta}{N_c} F_{\mathbf{27}}^{(2)} - \frac{1}{6} a_1^3 \frac{\Delta^2}{N_c^2} F_{\mathbf{27}}^{(3)}, \quad (\text{D.60})$$

$$t_{27} = \left[-\frac{1}{2N_c^2} a_1^2 b_3 + \frac{3}{4N_c^2} a_1^2 c_3 \right] F_{\mathbf{27}}^{(1)} + \left[\frac{1}{4} a_1^3 - \frac{1}{N_c^2} a_1^2 b_3 + \frac{3}{2N_c^2} a_1^2 c_3 \right] \frac{\Delta}{N_c} F_{\mathbf{27}}^{(2)} + \frac{1}{8} a_1^3 \frac{\Delta^2}{N_c^2} F_{\mathbf{27}}^{(3)}, \quad (\text{D.61})$$

$$t_{28} = \frac{1}{2N_c^2} a_1^2 c_3 F_{\mathbf{27}}^{(1)} + \left[\frac{1}{2N_c^2} a_1^2 b_3 + \frac{1}{4N_c^2} a_1^2 c_3 \right] \frac{\Delta}{N_c} F_{\mathbf{27}}^{(2)}, \quad (\text{D.62})$$

$$t_{29} = \left[\frac{1}{2N_c^2} a_1^2 b_3 - \frac{1}{4N_c^2} a_1^2 c_3 \right] F_{\mathbf{27}}^{(1)} + \left[\frac{1}{2N_c^2} a_1^2 b_3 - \frac{1}{4N_c^2} a_1^2 c_3 \right] \frac{\Delta}{N_c} F_{\mathbf{27}}^{(2)} - \frac{1}{24} a_1^3 \frac{\Delta^2}{N_c^2} F_{\mathbf{27}}^{(3)}, \quad (\text{D.63})$$

$$t_{30} = \left[\frac{1}{6N_c^2} a_1^2 b_3 + \frac{1}{6N_c^2} a_1^2 c_3 \right] F_{\mathbf{27}}^{(1)} + \left[\frac{2}{3N_c^2} a_1^2 b_3 + \frac{1}{3N_c^2} a_1^2 c_3 \right] \frac{\Delta}{N_c} F_{\mathbf{27}}^{(2)} + \frac{1}{12} a_1^3 \frac{\Delta^2}{N_c^2} F_{\mathbf{27}}^{(3)}, \quad (\text{D.64})$$

$$t_{31} = \left[-\frac{1}{4N_c^2} a_1 b_2^2 - \frac{1}{4N_c^2} a_1^2 b_3 + \frac{3}{8N_c^2} a_1^2 c_3 \right] F_{\mathbf{27}}^{(1)} + \left[\frac{1}{8} a_1^3 - \frac{1}{4N_c^2} a_1 b_2^2 - \frac{1}{2N_c^2} a_1^2 b_3 + \frac{1}{2N_c^2} a_1^2 c_3 \right] \frac{\Delta}{N_c} F_{\mathbf{27}}^{(2)} + \frac{1}{48} a_1^3 \frac{\Delta^2}{N_c^2} F_{\mathbf{27}}^{(3)}, \quad (\text{D.65})$$

$$t_{32} = \frac{1}{4N_c^2} a_1 b_2^2 \frac{\Delta}{N_c} F_{\mathbf{27}}^{(2)}, \quad (\text{D.66})$$

$$t_{33} = \left[\frac{1}{4N_c^3} b_2^3 + \frac{9}{4N_c^3} a_1 b_2 c_3 \right] F_{\mathbf{27}}^{(1)} + \frac{1}{4N_c} a_1^2 b_2 \frac{\Delta}{N_c} F_{\mathbf{27}}^{(2)} + \frac{23}{24N_c} a_1^2 b_2 \frac{\Delta^2}{N_c^2} F_{\mathbf{27}}^{(3)}, \quad (\text{D.67})$$

$$t_{34} = \frac{2}{3N_c^3} a_1 b_2 c_3 F_{\mathbf{27}}^{(1)} + \frac{1}{9N_c} a_1^2 b_2 \frac{\Delta^2}{N_c^2} F_{\mathbf{27}}^{(3)}, \quad (\text{D.68})$$

$$t_{35} = \frac{1}{3N_c^3} a_1 b_2 c_3 F_{27}^{(1)} + \frac{1}{6N_c} a_1^2 b_2 \frac{\Delta^2}{N_c^2} F_{27}^{(3)}, \quad (\text{D.69})$$

$$t_{36} = \frac{1}{4N_c^3} b_2^3 F_{27}^{(1)}, \quad (\text{D.70})$$

$$t_{37} = -\frac{1}{N_c^3} a_1 b_2 c_3 F_{27}^{(1)} - \frac{1}{2N_c} a_1^2 b_2 \frac{\Delta}{N_c} F_{27}^{(2)} - \frac{1}{2N_c} a_1^2 b_2 \frac{\Delta^2}{N_c^2} F_{27}^{(3)}, \quad (\text{D.71})$$

$$t_{38} = -\frac{2}{N_c^3} a_1 b_2 c_3 F_{27}^{(1)} - \frac{1}{2N_c} a_1^2 b_2 \frac{\Delta}{N_c} F_{27}^{(2)} - \frac{1}{3N_c} a_1^2 b_2 \frac{\Delta^2}{N_c^2} F_{27}^{(3)}, \quad (\text{D.72})$$

$$t_{39} = \left[\frac{1}{N_c^3} a_1 b_2 b_3 + \frac{1}{2N_c^3} a_1 b_2 c_3 \right] F_{27}^{(1)} + \frac{1}{12N_c} a_1^2 b_2 \frac{\Delta^2}{N_c^2} F_{27}^{(3)}, \quad (\text{D.73})$$

$$t_{40} = \left[\frac{1}{2N_c^3} a_1 b_2 b_3 + \frac{1}{4N_c^3} a_1 b_2 c_3 \right] F_{27}^{(1)} + \frac{1}{12N_c} a_1^2 b_2 \frac{\Delta^2}{N_c^2} F_{27}^{(3)}, \quad (\text{D.74})$$

$$t_{41} = \left[-\frac{1}{N_c^3} a_1 b_2 b_3 + \frac{1}{2N_c^3} a_1 b_2 c_3 \right] F_{27}^{(1)} + \frac{1}{12N_c} a_1^2 b_2 \frac{\Delta^2}{N_c^2} F_{27}^{(3)}, \quad (\text{D.75})$$

$$t_{42} = \left[-\frac{1}{2N_c^3} a_1 b_2 b_3 + \frac{1}{4N_c^3} a_1 b_2 c_3 \right] F_{27}^{(1)} + \frac{1}{6N_c} a_1^2 b_2 \frac{\Delta^2}{N_c^2} F_{27}^{(3)}, \quad (\text{D.76})$$

$$t_{43} = \frac{1}{N_c^3} a_1 b_2 b_3 F_{27}^{(1)} + \frac{1}{4N_c} a_1^2 b_2 \frac{\Delta}{N_c} F_{27}^{(2)} + \frac{1}{12N_c} a_1^2 b_2 \frac{\Delta^2}{N_c^2} F_{27}^{(3)}, \quad (\text{D.77})$$

$$t_{44} = \frac{1}{N_c^3} a_1 b_2 b_3 F_{27}^{(1)} - \frac{1}{12N_c} a_1^2 b_2 \frac{\Delta^2}{N_c^2} F_{27}^{(3)}, \quad (\text{D.78})$$

$$t_{45} = \frac{1}{N_c^3} a_1 b_2 b_3 F_{27}^{(1)} + \frac{1}{4N_c} a_1^2 b_2 \frac{\Delta}{N_c} F_{27}^{(2)}, \quad (\text{D.79})$$

$$t_{46} = \left[\frac{1}{N_c^3} a_1 b_2 b_3 - \frac{1}{2N_c^3} a_1 b_2 c_3 \right] F_{27}^{(1)} - \frac{1}{12N_c} a_1^2 b_2 \frac{\Delta^2}{N_c^2} F_{27}^{(3)}, \quad (\text{D.80})$$

$$t_{47} = \frac{1}{N_c^3} a_1 b_2 c_3 F_{27}^{(1)} + \frac{1}{12N_c} a_1^2 b_2 \frac{\Delta^2}{N_c^2} F_{27}^{(3)}, \quad (\text{D.81})$$

$$t_{48} = \left[\frac{1}{N_c^3} a_1 b_2 b_3 - \frac{1}{N_c^3} a_1 b_2 c_3 \right] F_{27}^{(1)} - \frac{1}{4N_c} a_1^2 b_2 \frac{\Delta}{N_c} F_{27}^{(2)} - \frac{5}{8N_c} a_1^2 b_2 \frac{\Delta^2}{N_c^2} F_{27}^{(3)}, \quad (\text{D.82})$$

$$t_{49} = \left[-\frac{1}{N_c^3} a_1 b_2 b_3 + \frac{1}{2N_c^3} a_1 b_2 c_3 \right] F_{27}^{(1)} - \frac{1}{12N_c} a_1^2 b_2 \frac{\Delta^2}{N_c^2} F_{27}^{(3)}, \quad (\text{D.83})$$

$$t_{50} = -\frac{1}{2N_c^3} a_1 b_2 c_3 F_{27}^{(1)}, \quad (\text{D.84})$$

$$t_{51} = \frac{1}{2N_c^2} a_1^2 c_3 \frac{\Delta}{N_c} F_{27}^{(2)}, \quad (\text{D.85})$$

$$t_{52} = \frac{1}{2N_c^2} a_1^2 c_3 \frac{\Delta}{N_c} F_{\mathbf{27}}^{(2)}, \quad (\text{D.86})$$

$$t_{53} = -\frac{1}{4N_c^2} a_1 b_2^2 \frac{\Delta}{N_c} F_{\mathbf{27}}^{(2)}, \quad (\text{D.87})$$

$$t_{54} = \left[\frac{1}{N_c^2} a_1^2 b_3 - \frac{1}{2N_c^2} a_1^2 c_3 \right] \frac{\Delta}{N_c} F_{\mathbf{27}}^{(2)}, \quad (\text{D.88})$$

$$t_{55} = \left[-\frac{1}{N_c^2} a_1^2 b_3 + \frac{1}{2N_c^2} a_1^2 c_3 \right] \frac{\Delta}{N_c} F_{\mathbf{27}}^{(2)}, \quad (\text{D.89})$$

$$t_{56} = \frac{1}{4N_c^2} a_1 b_2^2 \frac{\Delta}{N_c} F_{\mathbf{27}}^{(2)}, \quad (\text{D.90})$$

$$t_{57} = -\frac{1}{N_c^2} a_1^2 c_3 \frac{\Delta}{N_c} F_{\mathbf{27}}^{(2)}, \quad (\text{D.91})$$

$$t_{58} = \left[\frac{1}{4N_c^2} a_1^2 b_3 - \frac{1}{8N_c^2} a_1^2 c_3 \right] \frac{\Delta}{N_c} F_{\mathbf{27}}^{(2)}, \quad (\text{D.92})$$

$$t_{59} = \left[-\frac{1}{2N_c^2} a_1^2 b_3 - \frac{1}{2N_c^2} a_1^2 c_3 \right] \frac{\Delta}{N_c} F_{\mathbf{27}}^{(2)}, \quad (\text{D.93})$$

$$t_{60} = \frac{3}{8N_c^2} a_1^2 c_3 \frac{\Delta}{N_c} F_{\mathbf{27}}^{(2)}, \quad (\text{D.94})$$

$$t_{61} = \frac{3}{8N_c^2} a_1^2 c_3 \frac{\Delta}{N_c} F_{\mathbf{27}}^{(2)}, \quad (\text{D.95})$$

debemos tener en cuenta que en la ecuación (D.33) las contribuciones de sabor singlete y el octete se debe restar con el fin de obtener verdaderamente la contribución de sabor $\mathbf{27}$.

Apéndice E

Elementos de matriz de los operadores de bariones

A continuación, presentamos los elementos de matriz que contribuyen a la renormalización de la corriente axial, en la Tabla E.1, para la contribución de sabor octete y para $\mathbf{10} + \overline{\mathbf{10}}$ y en la Tabla E.2, para la contribución de sabor $\mathbf{27}$ y $\mathbf{10} + \overline{\mathbf{10}}$ de las transiciones observadas.

Tabla E.1: Elementos de matriz de los operadores contenidos en g_A y g : contribución de sabor $\mathbf{8}$ y $\mathbf{10} + \overline{\mathbf{10}}$, respectivamente.

$B_1 B_2$	np	$\Sigma^\pm \Lambda$	Λp	$\Sigma^- n$	$\Xi^- \Lambda$	$\Xi^- \Sigma^0$	$\Xi^0 \Sigma^+$	ΔN	$\Sigma^* \Lambda$	$\Sigma^* \Sigma$	$\Xi^* \Xi$
$\langle O_1^{kc} \rangle$	$\frac{5}{6\sqrt{3}}$	$\frac{1}{3\sqrt{2}}$	$\frac{1}{4\sqrt{2}}$	$-\frac{1}{12\sqrt{3}}$	$-\frac{1}{12\sqrt{2}}$	$-\frac{5}{12\sqrt{6}}$	$-\frac{5}{12\sqrt{3}}$	$-\frac{1}{\sqrt{3}}$	$-\frac{1}{\sqrt{3}}$	$-\frac{1}{\sqrt{3}}$	$-\frac{1}{\sqrt{3}}$
$\langle O_3^{kc} \rangle$	$\frac{1}{2\sqrt{3}}$	0	$\frac{1}{4\sqrt{2}}$	$\frac{1}{4\sqrt{3}}$	$-\frac{1}{4\sqrt{2}}$	$-\frac{1}{4\sqrt{6}}$	$-\frac{1}{4\sqrt{3}}$	0	0	0	0
$\langle O_4^{kc} \rangle$	$\frac{5}{2\sqrt{3}}$	0	$-\frac{3}{4\sqrt{2}}$	$\frac{1}{4\sqrt{3}}$	$-\frac{1}{4\sqrt{2}}$	$-\frac{5}{4\sqrt{6}}$	$-\frac{5}{4\sqrt{3}}$	$-\sqrt{3}$	0	0	$\sqrt{3}$
$\langle O_5^{kc} \rangle$	$\frac{1}{2\sqrt{3}}$	0	$\frac{1}{4\sqrt{2}}$	$-\frac{\sqrt{3}}{4}$	$-\frac{5}{4\sqrt{2}}$	$-\frac{1}{4\sqrt{6}}$	$-\frac{1}{4\sqrt{3}}$	0	0	$-2\sqrt{3}$	$-\sqrt{3}$
$\langle O_6^{kc} \rangle$	$\frac{5}{2\sqrt{3}}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{1}{4\sqrt{2}}$	$-\frac{1}{4\sqrt{3}}$	$-\frac{1}{4\sqrt{2}}$	$-\frac{5}{4\sqrt{6}}$	$-\frac{5}{4\sqrt{3}}$	0	0	0	0
$\langle O_7^{kc} \rangle$	0	0	0	0	0	0	0	$-\frac{3\sqrt{3}}{2}$	$-\frac{3\sqrt{3}}{2}$	$-\frac{3\sqrt{3}}{2}$	$-\frac{3\sqrt{3}}{2}$
$\langle O_8^{kc} \rangle$	$\frac{5}{4\sqrt{3}}$	0	$\frac{3}{8\sqrt{2}}$	$\frac{\sqrt{3}}{8}$	$-\frac{5}{8\sqrt{2}}$	$-\frac{5}{8\sqrt{6}}$	$-\frac{5}{8\sqrt{3}}$	$-\frac{3\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	$2\sqrt{3}$
$\langle O_9^{kc} \rangle$	$\frac{5}{4\sqrt{3}}$	0	$\frac{3}{8\sqrt{2}}$	$\frac{\sqrt{3}}{8}$	$-\frac{5}{8\sqrt{2}}$	$-\frac{5}{8\sqrt{6}}$	$-\frac{5}{8\sqrt{3}}$	0	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$-\frac{7\sqrt{3}}{2}$	$-\sqrt{3}$
$\langle O_{10}^{kc} \rangle$	$\sqrt{3}$	0	$-\frac{3}{2\sqrt{2}}$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	$-\frac{3}{2\sqrt{2}}$	$-\frac{1}{2}\sqrt{\frac{3}{2}}$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	0	0	0	0
$\langle O_{11}^{kc} \rangle$	$\frac{5}{4\sqrt{3}}$	$-\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{3}{8\sqrt{2}}$	$\frac{11}{8\sqrt{3}}$	$-\frac{13}{8\sqrt{2}}$	$-\frac{5}{8\sqrt{6}}$	$-\frac{5}{8\sqrt{3}}$	0	0	0	0
$\langle O_{14}^{kc} \rangle$	$\frac{\sqrt{3}}{4}$	0	$\frac{3}{8\sqrt{2}}$	$-\frac{3\sqrt{3}}{8}$	$-\frac{15}{8\sqrt{2}}$	$-\frac{1}{8}\sqrt{\frac{3}{2}}$	$-\frac{\sqrt{3}}{8}$	0	0	0	0
$\langle O_{15}^{kc} \rangle$	$\frac{5\sqrt{3}}{4}$	0	$-\frac{9}{8\sqrt{2}}$	$\frac{\sqrt{3}}{8}$	$-\frac{3}{8\sqrt{2}}$	$-\frac{5}{8}\sqrt{\frac{3}{2}}$	$-\frac{5\sqrt{3}}{8}$	0	0	0	0
$\langle O_{18}^{kc} \rangle$	0	$-\frac{3}{2\sqrt{2}}$	$-\frac{27}{16\sqrt{2}}$	$-\frac{\sqrt{3}}{16}$	$\frac{3}{16\sqrt{2}}$	$\frac{25}{16}\sqrt{\frac{3}{2}}$	$\frac{25\sqrt{3}}{16}$	$\frac{9\sqrt{3}}{2}$	$\frac{9\sqrt{3}}{4}$	$-\frac{9\sqrt{3}}{4}$	$-\frac{9\sqrt{3}}{4}$
$\langle O_{19}^{kc} \rangle$	0	$\frac{3}{2\sqrt{2}}$	$\frac{27}{16\sqrt{2}}$	$\frac{\sqrt{3}}{16}$	$-\frac{3}{16\sqrt{2}}$	$-\frac{25}{16}\sqrt{\frac{3}{2}}$	$-\frac{25\sqrt{3}}{16}$	0	$\frac{9\sqrt{3}}{4}$	$\frac{27\sqrt{3}}{4}$	$\frac{27\sqrt{3}}{4}$
$\langle O_{20}^{kc} \rangle$	0	0	0	0	0	0	0	$-\frac{9\sqrt{3}}{2}$	$\frac{3\sqrt{3}}{2}$	$-\frac{3\sqrt{3}}{2}$	$6\sqrt{3}$
$\langle O_{21}^{kc} \rangle$	0	0	0	0	0	0	0	0	$\frac{3\sqrt{3}}{2}$	$-\frac{21\sqrt{3}}{2}$	$-3\sqrt{3}$
$\langle O_{22}^{kc} \rangle$	0	$-\frac{3}{\sqrt{2}}$	$-\frac{27}{8\sqrt{2}}$	$-\frac{\sqrt{3}}{8}$	$\frac{3}{8\sqrt{2}}$	$\frac{25}{8}\sqrt{\frac{3}{2}}$	$\frac{25\sqrt{3}}{8}$	0	0	0	0
$\langle O_{29}^{kc} \rangle$	$\frac{5\sqrt{3}}{4}$	0	$\frac{9}{8\sqrt{2}}$	$\frac{3\sqrt{3}}{8}$	$-\frac{15}{8\sqrt{2}}$	$-\frac{5}{8}\sqrt{\frac{3}{2}}$	$-\frac{5\sqrt{3}}{8}$	0	0	0	0

Tabla E.2: Elementos de matriz de los operadores contenidos en g_A y g : contribución de sabor $\mathbf{27}$ y $\mathbf{10} + \overline{\mathbf{10}}$.

$B_1 B_2$	np	$\Sigma^\pm \Lambda$	Λp	$\Sigma^- n$	$\Xi^- \Lambda$	$\Xi^- \Sigma^0$	$\Xi^0 \Sigma^+$	ΔN	$\Sigma^* \Lambda$	$\Sigma^* \Sigma$	$\Xi^* \Xi$
$\langle T_1^{kc} \rangle$	0	0	$-\frac{3}{8}\sqrt{\frac{3}{2}}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{8}\sqrt{\frac{3}{2}}$	$\frac{5}{8\sqrt{2}}$	$\frac{5}{8}$	0	0	0	0
$\langle T_2^{kc} \rangle$	$\frac{5}{18}$	$\frac{1}{3\sqrt{6}}$	$-\frac{1}{8\sqrt{6}}$	$\frac{1}{72}$	$\frac{1}{24\sqrt{6}}$	$\frac{5}{72\sqrt{2}}$	$\frac{5}{72}$	$-\frac{1}{3}$	$-\frac{1}{3}$	$-\frac{1}{3}$	$-\frac{1}{3}$
$\langle T_5^{kc} \rangle$	0	0	$-\frac{3}{8}\sqrt{\frac{3}{2}}$	$-\frac{3}{8}$	$\frac{3}{8}\sqrt{\frac{3}{2}}$	$\frac{3}{8\sqrt{2}}$	$\frac{3}{8}$	0	0	0	0
$\langle T_7^{kc} \rangle$	$\frac{1}{2}$	0	$-\frac{1}{2}\sqrt{\frac{3}{2}}$	$-\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}\sqrt{\frac{3}{2}}$	$\frac{1}{2\sqrt{2}}$	$\frac{1}{2}$	0	0	0	0
$\langle T_8^{kc} \rangle$	$\frac{5}{6}$	0	$\frac{1}{8}\sqrt{\frac{3}{2}}$	$-\frac{1}{24}$	$\frac{1}{8\sqrt{6}}$	$\frac{5}{24\sqrt{2}}$	$\frac{5}{24}$	-1	0	0	1
$\langle T_9^{kc} \rangle$	$-\frac{1}{6}$	0	$-\frac{1}{4\sqrt{6}}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{5}{4\sqrt{6}}$	$\frac{1}{12\sqrt{2}}$	$\frac{1}{12}$	0	0	2	1
$\langle T_{10}^{kc} \rangle$	0	0	$-\frac{9}{16}\sqrt{\frac{3}{2}}$	$-\frac{1}{16}$	$\frac{1}{16}\sqrt{\frac{3}{2}}$	$\frac{25}{16\sqrt{2}}$	$\frac{25}{16}$	0	0	0	0
$\langle T_{11}^{kc} \rangle$	0	0	$\frac{9}{16}\sqrt{\frac{3}{2}}$	$\frac{1}{16}$	$-\frac{1}{16}\sqrt{\frac{3}{2}}$	$-\frac{25}{16\sqrt{2}}$	$-\frac{25}{16}$	0	0	0	0
$\langle T_{12}^{kc} \rangle$	0	0	$-\frac{9}{8}\sqrt{\frac{3}{2}}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{3}{8}\sqrt{\frac{3}{2}}$	$\frac{15}{8\sqrt{2}}$	$\frac{15}{8}$	0	0	0	0
$\langle T_{13}^{kc} \rangle$	$\frac{5}{6}$	$\frac{1}{\sqrt{6}}$	$-\frac{1}{8}\sqrt{\frac{3}{2}}$	$\frac{1}{24}$	$\frac{1}{8\sqrt{6}}$	$\frac{5}{24\sqrt{2}}$	$\frac{5}{24}$	0	0	0	0
$\langle T_{15}^{kc} \rangle$	$\frac{5}{2}$	$\sqrt{\frac{3}{2}}$	$-\frac{3}{2}\sqrt{\frac{3}{2}}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}\sqrt{\frac{3}{2}}$	$\frac{5}{2\sqrt{2}}$	$\frac{5}{2}$	0	0	0	0
$\langle T_{17}^{kc} \rangle$	0	0	0	0	0	0	0	$-\frac{3}{2}$	$-\frac{3}{2}$	$-\frac{3}{2}$	$-\frac{3}{2}$
$\langle T_{19}^{kc} \rangle$	0	0	0	0	0	0	0	$-\frac{3}{2}$	$-\frac{3}{2}$	$-\frac{3}{2}$	$-\frac{3}{2}$
$\langle T_{20}^{kc} \rangle$	$\frac{5}{2}$	0	$-\frac{3}{4}\sqrt{\frac{3}{2}}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}\sqrt{\frac{3}{2}}$	$\frac{5}{4\sqrt{2}}$	$\frac{5}{4}$	-3	0	0	-3
$\langle T_{21}^{kc} \rangle$	$\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{8}\sqrt{\frac{3}{2}}$	$-\frac{3}{8}$	$\frac{5}{8}\sqrt{\frac{3}{2}}$	$\frac{1}{8\sqrt{2}}$	$\frac{1}{8}$	0	0	0	3
$\langle T_{22}^{kc} \rangle$	$\frac{5}{24}$	$\sqrt{\frac{2}{3}}$	$-\frac{5}{16}\sqrt{\frac{3}{2}}$	$\frac{13}{48}$	$\frac{7}{16}\sqrt{\frac{3}{2}}$	$\frac{145}{48\sqrt{2}}$	$\frac{145}{48}$	$-\frac{3}{4}$	-1	-2	$-\frac{13}{4}$
$\langle T_{23}^{kc} \rangle$	$\frac{5}{24}$	0	$-\frac{1}{32}\sqrt{\frac{3}{2}}$	$\frac{11}{32}$	$\frac{65}{32\sqrt{6}}$	$\frac{5}{96\sqrt{2}}$	$\frac{5}{96}$	0	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{5}{2}$	$-\frac{5}{4}$
$\langle T_{24}^{kc} \rangle$	$\frac{5}{12}$	$-\frac{1}{\sqrt{6}}$	$-\frac{1}{16}\sqrt{\frac{3}{2}}$	$-\frac{11}{48}$	$\frac{13}{16\sqrt{6}}$	$\frac{5}{48\sqrt{2}}$	$\frac{5}{48}$	0	0	0	0
$\langle T_{25}^{kc} \rangle$	$-\frac{5}{12}$	$\frac{1}{\sqrt{6}}$	$-\frac{1}{8}\sqrt{\frac{3}{2}}$	$-\frac{11}{24}$	$\frac{13}{8\sqrt{6}}$	$\frac{5}{24\sqrt{2}}$	$\frac{5}{24}$	0	0	0	0
$\langle T_{26}^{kc} \rangle$	$\frac{5}{12}$	0	$-\frac{1}{16}\sqrt{\frac{3}{2}}$	$-\frac{1}{16}$	$\frac{5}{16\sqrt{6}}$	$\frac{5}{48\sqrt{2}}$	$\frac{5}{48}$	$-\frac{3}{2}$	$\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	2
$\langle T_{27}^{kc} \rangle$	$\frac{5}{12}$	0	$-\frac{1}{16}\sqrt{\frac{3}{2}}$	$-\frac{1}{16}$	$\frac{5}{16\sqrt{6}}$	$\frac{5}{48\sqrt{2}}$	$\frac{5}{48}$	$-\frac{3}{2}$	$\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	2
$\langle T_{28}^{kc} \rangle$	$-\frac{5}{12}$	0	$-\frac{1}{8}\sqrt{\frac{3}{2}}$	$-\frac{1}{8}$	$\frac{5}{8\sqrt{6}}$	$\frac{5}{24\sqrt{2}}$	$\frac{5}{24}$	$\frac{3}{2}$	$-\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	-2
$\langle T_{29}^{kc} \rangle$	$-\frac{5}{12}$	0	$-\frac{1}{8}\sqrt{\frac{3}{2}}$	$-\frac{1}{8}$	$\frac{5}{8\sqrt{6}}$	$\frac{5}{24\sqrt{2}}$	$\frac{5}{24}$	0	$-\frac{1}{2}$	$\frac{7}{2}$	1
$\langle T_{36}^{kc} \rangle$	$\frac{3}{2}$	0	$-\frac{3}{4}\sqrt{\frac{3}{2}}$	$-\frac{3}{4}$	$\frac{3}{4}\sqrt{\frac{3}{2}}$	$\frac{3}{4\sqrt{2}}$	$\frac{3}{4}$	0	0	0	0
$\langle T_{37}^{kc} \rangle$	$\frac{1}{8}$	0	$-\frac{5}{16}\sqrt{\frac{3}{2}}$	$-\frac{13}{16}$	$\frac{21}{16}\sqrt{\frac{3}{2}}$	$\frac{29}{16\sqrt{2}}$	$\frac{29}{16}$	0	0	0	0
$\langle T_{38}^{kc} \rangle$	$\frac{5}{8}$	0	$\frac{3}{32}\sqrt{\frac{3}{2}}$	$\frac{11}{32}$	$\frac{13}{32}\sqrt{\frac{3}{2}}$	$\frac{5}{32\sqrt{2}}$	$\frac{5}{32}$	0	0	0	0
$\langle T_{41}^{kc} \rangle$	$\frac{5}{4}$	0	$\frac{3}{16}\sqrt{\frac{3}{2}}$	$-\frac{1}{16}$	$\frac{1}{16}\sqrt{\frac{3}{2}}$	$\frac{5}{16\sqrt{2}}$	$\frac{5}{16}$	0	0	0	0
$\langle T_{42}^{kc} \rangle$	$-\frac{1}{4}$	0	$-\frac{1}{8}\sqrt{\frac{3}{2}}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{5}{8}\sqrt{\frac{3}{2}}$	$\frac{1}{8\sqrt{2}}$	$\frac{1}{8}$	0	0	0	0
$\langle T_{43}^{kc} \rangle$	$\frac{5}{4}$	0	$-\frac{3}{8}\sqrt{\frac{3}{2}}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{3}{8}\sqrt{\frac{3}{2}}$	$\frac{15}{8\sqrt{2}}$	$\frac{15}{8}$	0	0	0	3
$\langle T_{44}^{kc} \rangle$	$\frac{5}{4}$	0	$\frac{3}{16}\sqrt{\frac{3}{2}}$	$\frac{3}{16}$	$\frac{5}{16}\sqrt{\frac{3}{2}}$	$\frac{5}{16\sqrt{2}}$	$\frac{5}{16}$	$-\frac{9}{2}$	0	0	-6
$\langle T_{45}^{kc} \rangle$	$\frac{1}{4}$	0	$-\frac{1}{16}\sqrt{\frac{3}{2}}$	$-\frac{9}{16}$	$\frac{25}{16}\sqrt{\frac{3}{2}}$	$\frac{1}{16\sqrt{2}}$	$\frac{1}{16}$	0	0	-3	6
$\langle T_{48}^{kc} \rangle$	0	0	$-\frac{27}{16}\sqrt{\frac{3}{2}}$	$-\frac{3}{16}$	$\frac{3}{16}\sqrt{\frac{3}{2}}$	$\frac{75}{16\sqrt{2}}$	$\frac{75}{16}$	0	0	0	0
$\langle T_{52}^{kc} \rangle$	$\frac{5}{8}$	$\sqrt{\frac{3}{2}}$	$-\frac{15}{16}\sqrt{\frac{3}{2}}$	$\frac{5}{16}$	$\frac{13}{16}\sqrt{\frac{3}{2}}$	$\frac{65}{16\sqrt{2}}$	$\frac{65}{16}$	$-\frac{39}{4}$	$-\frac{3}{2}$	$-\frac{3}{2}$	$-\frac{51}{4}$
$\langle T_{53}^{kc} \rangle$	$\frac{3}{4}$	0	$-\frac{3}{8}\sqrt{\frac{3}{2}}$	$-\frac{3}{8}$	$\frac{9}{8}\sqrt{\frac{3}{2}}$	$\frac{9}{8\sqrt{2}}$	$\frac{9}{8}$	0	0	0	0
$\langle T_{54}^{kc} \rangle$	$\frac{5}{8}$	$\sqrt{\frac{3}{2}}$	$-\frac{15}{16}\sqrt{\frac{3}{2}}$	$\frac{5}{16}$	$\frac{13}{16}\sqrt{\frac{3}{2}}$	$\frac{65}{16\sqrt{2}}$	$\frac{65}{16}$	0	$\frac{3}{4}$	$-\frac{21}{4}$	6
$\langle T_{55}^{kc} \rangle$	$\frac{5}{8}$	$\sqrt{6}$	$-\frac{15}{16}\sqrt{\frac{3}{2}}$	$\frac{13}{16}$	$\frac{21}{16}\sqrt{\frac{3}{2}}$	$\frac{145}{16\sqrt{2}}$	$\frac{145}{16}$	0	0	0	0
$\langle T_{58}^{kc} \rangle$	$\frac{5}{4}$	0	$-\frac{3}{16}\sqrt{\frac{3}{2}}$	$-\frac{3}{16}$	$\frac{5}{16}\sqrt{\frac{3}{2}}$	$\frac{5}{16\sqrt{2}}$	$\frac{5}{16}$	0	0	0	0
$\langle T_{60}^{kc} \rangle$	$\frac{5}{8}$	0	$-\frac{3}{32}\sqrt{\frac{3}{2}}$	$-\frac{3}{32}$	$\frac{5}{32}\sqrt{\frac{3}{2}}$	$\frac{5}{32\sqrt{2}}$	$\frac{5}{32}$	$-\frac{27}{4}$	$\frac{9}{4}$	$-\frac{9}{4}$	9

Bibliografía

- [1] E. Jenkins, Phys. Rev. D **53**, 2625 (1996).
- [2] R. Flores-Mendieta, C. P. Hofmann, Phys. Rev. D **74**, 094001 (2006).
- [3] E. Jenkins, Annu. Rev. Nucl. Part. Sci. 48:81-119, (1998)
- [4] R. F. Dashen, E. Jenkins and A. V. Manohar, Phys. Rev. D **49**, 4713 (1994) [Erratum-ibid. D 51, 2489 (1995)].
- [5] R. F. Dashen, E. Jenkins, and A. V. Manohar, Phys. Rev. D **51**, 3697 (1995).
- [6] P.F. Bedaque and M. A. Luty, Phys. Rev. D **54**, 2317 (1996).
- [7] Y. Oh and W. Weise, Eur. Phys. J. A **4**, 363 (1999).
- [8] M. A. Luty, J. March-Russell and M. J. White, Phys. Rev. D **51**, 2332 (1995).
- [9] R. Flores-Mendieta, Phys. Rev. D 80, 094014, (2009) [arXiv:0910.1103 [hep-ph]].
- [10] Giovanna Ahuatzin, *Master Thesis. Universidad Autónoma de San Luis Potosí*, 2010.
- [11] G. Ahuatzin, R. Flores-Mendieta and M. A. Hernandez-Ruiz, Phys. Rev. D **89** (2014) 3, 034012 doi:10.1103/PhysRevD.89.034012 [arXiv:1011.5268 [hep-ph]].
- [12] E. E. Jenkins, Phys. Rev. D **85**, 065007 (2012).
- [13] R. M. Acosta Meza, *Master Thesis. Universidad Autónoma de San Luis Potosí*, 2006.
- [14] J. R. Acuña Martínez, *Master Thesis. Universidad Autónoma de San Luis Potosí*, 2007.
- [15] R. Flores-Mendieta, C. P. Hofmann, E. E. Jenkins, Phys. Rev. D **61**, 116014 (2000).
- [16] R. Flores-Mendieta, C. P. Hofmann, E. Jenkins and A. V. Manohar, Phys. Rev. D **62**, 034001 (2000).

-
- [17] G. 't Hooft, Nucl. Phys. **B75** 461 (1974).
- [18] E. Jenkins and A. V. Manohar, Phys. Lett. B **255** 558 (1991).
- [19] E. Jenkins and A. V. Manohar, Phys. Lett. B **259** 353 (1991).
- [20] J. Beringer *et al.* [Particle Data Group], Phys. Rev. D **86**, 010001 (2012).
- [21] Stephen Gasiorowicz, *Elementary Particle Physics*, John Wiley & Sons, Inc., (1967).
- [22] T.-P. Cheng y L.-F. Li, *Gauge Theory of Elementary Particle Physics* Clarendon Press, Oxford, (1984).
- [23] E. P. Wigner, On Unitary Representations Of The Inhomogeneous Lorentz Group, Annals Math. 40, 149 (1939).
- [24] Gell-Mann, M. Phys. Re. 125, **1067** (1962).
- [25] P. Ruiz-Femenia and A. Pich, Phys. Rev. D **64**, 053001 (2001).
- [26] R. Flores-Mendieta, E. Jenkins and A. V. Manohar, Phys. Rev. D 58, 094028 (1998).
- [27] A. V. Manohar, *Large N QCD*, arXiv:hep-ph/9802419.
- [28] E. Jenkins and R. F. Lebed, Phys. Rev. D 52, 282 (1995).
- [29] E. Jenkins, Phys. Lett. B **315**, 431 (1993).
- [30] E. Jenkins, Phys. Lett. B **315**, 441 (1993).
- [31] R. F. Dashen and A. V. Manohar, Phys. Lett. B **315**, 425 (1993).
- [32] R. F. Dashen and A. V. Manohar, Phys. Lett. B **315**, 438 (1993).
- [33] Luty M. Phys. Rev. D **51**, 2322(1995).
- [34] J. Dai, R. F. Dashen, E. Jenkins, and A. V. Manohar, Phys. Rev. D **53**, 273 (1996).
- [35] R. Flores-Mendieta, M. A. Hernández-Ruiz, C. P. Hofmann, Phys. Rev. D **86**, 094041 (2012).
- [36] P. Ha, Phys. Rev. D 58, 113003 (1998).
- [37] A. Faessler et. al, Phys. Rev. D 74, 074010 (2006).
- [38] T. M. Aliev, A. Ozpineci and M. Savci, Phys. Rev. D 66, 016002 (2002) [Erratum-*ibid.* D 67, 039901 (2003)].

- [39] E. Jenkins and A. V. Manohar, Phys. Lett. B **335**, 452 (1994).
- [40] E. Jenkins, X. d. Ji and A. V. Manohar, Phys. Rev. Lett. **89**, 242001 (2002).
- [41] R. F. Lebed and D. R. Martin, Phys. Rev. D **70**, 016008 (2004).
- [42] L. S. Geng, J. Martin Camalich and M. J. Vicente Vacas, Phys. Rev. D **80**, 034027 (2009).
- [43] D. G. Caldi and H. Pagels, Phys. Rev. D **10**, 3739 (1974).
- [44] J. Gasser, M. E. Sainio and A. Svarc, Nucl. Phys. B **307**, 779 (1988).
- [45] A. Krause, Helv. Phys. Acta **63**, 3 (1990).
- [46] E. Jenkins, M. E. Luke, A. V. Manohar and M. J. Savage, Phys. Lett. B **302**, 482 (1993) [Erratum-ibid. B **388**, 866 (1996)].
- [47] M. K. Banerjee and J. Milana, Phys. Rev. D **54**, 5804 (1996).
- [48] L. Durand and P. Ha, Phys. Rev. D **58**, 013010 (1998).
- [49] S. J. Puglia and M. J. Ramsey-Musolf, Phys. Rev. D **62**, 034010 (2000).
- [50] L. S. Geng, J. M. Camalich, L. Alvarez-Ruso and M. J. V. Vacas, Phys. Rev. Lett. **101**, 222002 (2008).
- [51] N. Cabibbo, Phys. Rev. Lett. **10**, 531 (1963).
- [52] E. Jenkins and A. V. Manohar, in Proceedings of the Workshop on Effective Field Theories of the Standard Model, edited by U. Meissner (World Scientific, Singapore, 1992).
- [53] A. García and P. Kielanowski, *The Beta Decay of Hyperons*, Lecture Notes in Physics Vol. **222** (Springer-Verlag, Berlin, 1985).
- [54] R. Flores-Mendieta, A. García, A. Martínez, and J. J. Torres, Phys. Rev. D **55**, 5702 (1997).
- [55] A. Martínez, J. J. Torres, R. Flores-Mendieta and A. Garcia, Phys. Rev. D **63**, 014025 (2001).
- [56] R. Flores-Mendieta, Phys. Rev. D **70**, 114036 (2004).
- [57] A. Sirlin, Phys. Rev. **164**, 1767 (1967); A. García y S. R. Juárez W., Phys. Rev. D **22**, 1132 (1980).

-
- [58] F. E. Low, H. Chew, Phys. Rev. **123**, 377 (1961).
- [59] J. Wise *et al.*, Phys. Lett. B **91**, 165 (1980); B **98**, 123 (1981).
- [60] M. Bourquin *et al.*, Z. Phys. C **12**, 307 (1982); C **21**, 1 (1983); C **21**, 17 (1983); C **21**, 27 (1983).
- [61] S. Y. Hsueh *et al.*, Phys. Rev. D **38**, 2056 (1988).
- [62] J. Dworkin *et al.*, Phys. Rev. D **41**, 780 (1990).
- [63] B. Borasoy, Phys. Rev. D **59**, 054021 (1999).
- [64] V. Bernard, N. Kaiser and U. G. Meissner, Int. J. Mod. Phys. E **4**, 193 (1995).
- [65] V. Bernard and U. G. Meissner, Annu. Rev. Nucl. Part.Sci. **57**, 33-60 (2007).
- [66] U. G. Meissner and S. Steininger, Nucl. Phys. B **499**, 349 (1997).
- [67] M. A. Hernandez-Ruiz, PoS ICHEP **2010**, 187 (2010), in Proceedings of the 35th International Conference of High Energy Physics, Paris, France (2010).
- [68] M. A. Hernandez-Ruiz, Pramana **79**, 917 (2012), in Proceedings of the 25th International Symposium on Lepton-Photon Interactions at High Energies (LP11): Mumbai, India (2011).
- [69] A. Alavi-Harati *et al.* [KTeV Collaboration], Phys. Rev. Lett. **87**, 132001 (2001).
- [70] M. Ademollo y R. Gatto, Phys. Rev. Lett. **13**, 264 (1964).
- [71] W. M. Yao *et al.* [Particle Data Group Collaboration], J. Phys. G **33**, 1 (2006).
- [72] R. D. Peccei, Phys. Rev. **176**, 1812 (1968).