

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE ZACATECAS
“FRANCISCO GARCÍA SALINAS”



UNIDAD ACADÉMICA DE MATEMÁTICAS



**PROPUESTA DE ENSEÑANZA-APRENDIZAJE DE LA SUMA
DE FRACCIONES EN QUINTO GRADO DE PRIMARIA
BASADA EN LA INVESTIGACIÓN-ACCIÓN**

Tesis que para obtener el grado de
Maestro en Matemática Educativa
Con Orientación en el Nivel Secundaria

Presenta:

Miguel Gálvez Salas

Directoras de tesis:

M. T. I. Mónica del Rocío Torres Ibarra

M en C. Nancy Janeth Calvillo Guevara

Zacatecas, Zac., agosto 2023

Agradecimiento

Al Consejo Nacional de Humanidades, Ciencias y Tecnologías
por el apoyo económico brindado mediante la
beca con número de registro de CVU 1149307,
para la realización de mis estudios de Maestría.

CARTA DE RESPONSABILIDAD Y CESIÓN DE DERECHOS

En la ciudad de Zacatecas, Zacatecas, el día 14 del mes de agosto del año 2023, el que suscribe Miguel Gálvez Salas alumno del Programa de Maestría en Matemática Educativa con Orientación en el Nivel Secundaria con número de matrícula 32130906; manifiesta que es el autor intelectual del trabajo de grado intitulado PROPUESTA DE ENSEÑANZA-APRENDIZAJE DE LA SUMA DE FRACCIONES EN QUINTO GRADO DE PRIMARIA BASADA EN LA INVESTIGACIÓN-ACCIÓN bajo la dirección de M. T. I. Mónica del Rocío Torres Ibarra y de M en C. Nancy Janeth Calvillo Guevara.

Por tal motivo asume la responsabilidad sobre su contenido y el debido uso de referencias, acreditando la originalidad de este. Así mismo cede los derechos del trabajo anteriormente mencionado a la Universidad Autónoma de Zacatecas para su difusión con fines académicos y de investigación.



Miguel Gálvez Salas

A QUIEN CORRESPONDA:

Por medio de la presente se hace constar que el trabajo de grado que lleva por nombre "PROPUESTA DE ENSEÑANZA-APRENDIZAJE DE LA SUMA DE FRACCIONES EN QUINTO GRADO DE PRIMARIA BASADA EN LA INVESTIGACIÓN-ACCIÓN" y que fue realizado bajo nuestra asesoría por el C. Miguel Gálvez Salas de la Maestría en Matemática Educativa con Orientación en el Nivel Secundaria; ha atendido las sugerencias y recomendaciones establecidas en el proceso de revisión por parte del comité evaluador, **por lo que se encuentra listo para su presentación y defensa**. Lo anterior en los términos de la legislación vigente, correspondiente a la Universidad Autónoma de Zacatecas y aquella establecida en la Maestría.

Atentamente,

Zacatecas, Zac., a 14 de agosto del 2023

Asesoras del trabajo


M. T. I. Mónica del Rincón Torres Ibarra


M en C. Nancy Janeth Calvo Guevara

DEDICATORIA

*Dedicado a toda mi familia
en especial a mi hija, mi esposa,
mis padres y hermanos
que me acompañaron en este recorrido
de forma incondicional.*

*De igual manera se lo dedico a
mi asesora, docentes y amigos.*

AGRADECIMIENTOS

Le agradezco a Dios por acompañarme en este recorrido de la maestría y haberme permitido salud y sabiduría para culminar el grado.

A mi esposa: Berenice Cortez Legaspi, por su dedicación y acompañamiento en el transcurso de mi trayectoria de estudiante. Por los desvelos que tuvo que asumir en el cuidado de nuestra hermosa bebé: Emma Sofía. Agradezco profundamente su apoyo, porque sin ella nada de esto hubiera sido posible.

Le agradezco infinitamente a mi asesora de tesis que me acompañó en la construcción de esta investigación la M. T. I. Mónica del Rocío Torres Ibarra, quien me guio paso a paso para lograr culminar mi primera tesis, dedicado tiempo escolar y extraescolar y siempre creyó en mí.

Les externo amplio agradecimiento a mis padres (Miqueas y Ma. Felipa) quienes siempre estuvieron al tanto de mis estudios y me animaron a seguir en los momentos difíciles en el transcurso de la maestría.

Le agradezco a mis hermanos (Joel, Ezequiel, Otoniel, Samuel, Héctor Ociel, José Joel y Luis Ronaldo) que siempre me estuvieron acompañado en el proceso y me ofrecieron su ayuda, espacios y apoyo moral. Además me cubrieron en el trabajo y animaron a seguir adelante cuando notaron mi agotamiento.

A mi asesora la M en C. Nancy Janeth Calvillo Guevara quien me apoyo desde el primer día que tome la iniciativa por formar parte de la maestría. También le agradezco por ser mi lectora de cabecera juntamente con el Dr. Sergio Dueñas quienes fueron mis acompañantes en los distintos eventos de la MME. También agradezco a los mencionados por ser mis sinodales añadiendo a el Dr. José Iván López Flores y el Dr. David Mata Ríos.

Agradezco mucho a mis compañeros de maestría en especial a Erick, Rolando y María Angelica y compañía a quienes acudí en su momento para disipar dudas, formar ideologías y crecer profesionalmente.

Externo mi gratitud hacia los docentes que me formaron en la institución y gracias a ellos aprendí bastante: Mtra. Mónica del Rocío Torres, Dr. Iván López Flores, Dra. Leticia Sosa, Dra. Carolina Carrillo y Dra. Dary Kú.

Por último Agradezco a mi hija Emma Sofía por ser la impulsora en los momentos difíciles y a pesar de su corta edad mostrarme lo fuerte que podemos ser ante las situaciones adversas.

Resumen

El contenido de suma de fracciones en educación primaria generalmente implica un reto tanto a los docentes como a los alumnos debido a su complejidad. Además, existe un sesgo entre los conocimientos de los números naturales y los nuevos aprendizajes y saberes que involucran los números racionales.

Existen diversas investigaciones que se relacionan al contenido mencionado, pero la mayoría centra su atención en evidenciar carencias por parte de docentes o problemas que presentan los alumnos para su aprendizaje.

Por lo anterior, la presente investigación pretende abonar a la profesionalización docente mediante la elaboración de una secuencia didáctica encaminada a la comprensión de la suma de fracciones, ésta es diseñada a partir de dificultades que presentan los estudiantes en dicho contenido evidenciadas por autores como Human (2015), Castaño y García (2014), Barragán y Murillo (2018), González-Forte et al. (2019) y Santos (2019), tratando de que se genere un vínculo escuela-comunidad por medio de actividades contextualizadas.

Dado el interés por generar una secuencia didáctica que tenga significado al estudiante y esté vinculada a su entorno este trabajo se elaboró bajo el enfoque teórico de Aprendizaje significativo. El estudio es de carácter descriptivo y con un enfoque cualitativo. El método empleado es la investigación-acción participativa ya que se realizan ajustes en la secuencia didáctica implementada hasta alcanzar el cambio o la solución al problema, es realizada por un profesor en el análisis de su propia práctica.

La población participante es un grupo de quinto grado de la Escuela Primaria “Niños Héroe” de Zacatecas, del cual se es el docente titular, dicho grupo consta de 28 alumnos, de entre 10 y 11 años y son alumnos regulares. Los resultados encontrados en la investigación evidencian que hubo un aprendizaje en los estudiantes, el cual se logró mediante uso de secuencias didácticas que contemplan las dificultades, los planes de estudio así como un diagnóstico claro que permita relacionar lo que el alumno conoce con los nuevos conocimientos.

Palabras clave: Suma de Fracciones, dificultades, secuencia didáctica, aprendizaje.

Abstract

The content of addition of fractions in primary education implies a challenge for both teachers and students due to its complexity. In addition, there is a bias between knowledge of natural numbers and new learning and knowledge involving rational numbers.

There are various investigations that are related to the mentioned content, but most of them focus their attention on evidencing deficiencies on the part of teachers or problems that students present for their learning.

Due to the above, the present investigation intends to contribute to the teaching professionalization through the elaboration of a didactic sequence aimed at understanding the sum of fractions, this is designed based on the difficulties that students present in said content evidenced by authors such as Human (2015) Castaño and García (2014), Barragán and Murillo (2018), González-Forte et al. (2019) and Santos (2019), trying to generate a school-community link through contextualized activities.

Given the interest in generating a didactic sequence that has meaning for the student and is linked to their environment, this work was developed under the theoretical approach of Meaningful Learning. The study is descriptive and with a qualitative approach. The method used is participatory action research since adjustments are made in the implemented didactic sequence until the change or solution to the problem is achieved, it is carried out by a teacher in the analysis of his own practice.

The participating population is a group of fifth grade of the Elementary School "Niños Heroes" of Zacatecas, of which he is the main teacher, this group consists of 28 students, between 10 and 11 years old and are regular students. The results found in the investigation show that there was learning in the students, which was achieved using didactic sequences that contemplate the difficulties, the study plans as well as a clear diagnosis that allows relating what the student knows with the new knowledge.

Keywords: Addition of Fractions, difficulties, didactic sequence, learning.

Índice general

Resumen	vii
Abstract	viii
Índice general	ix
Índice de figuras	xi
Índice de Tablas	xii
Índice de gráficas	xiii
Introducción	xiv
Capítulo 1. Planteamiento del problema de investigación	1
1.1 Motivación	1
1.2 Antecedentes	2
1.2.1. Dificultades para la comprensión y operación de fracciones.	2
1.2.2 Secuencias didácticas y estrategias de aprendizaje de los números racionales.	6
1.2.3 Resolución de problemas con fracciones.	9
1.3 Reflexión	10
1.4 Planteamiento del problema	11
1.4.1 Problemática	11
1.4.2 Problema	12
1.4.3 Pregunta de investigación	13
1.4.4 Objetivo general	13
1.4.5 Objetivos particulares	13
1.5 Justificación	13
Capítulo 2. Marco Teórico	15
2.1 Aprendizaje significativo	15
2.2 Las fracciones en primaria, libro de texto y planes de estudio	17
2.3 Fundamentos matemáticos del tema de fracciones	22
Capítulo 3. Metodología	29
3.1 Etapa 1. Planteamiento del problema.	32
3.2 Etapa 2. Hipótesis y Plan de Acción	40

3.2.1 Secuencia 1	41
3.2.1.1 Hipótesis	41
3.2.1.2 Plan de acción	43
3.2.2 Secuencia 2	50
3.2.2.1 Hipótesis	50
3.2.2.2 Plan de Acción	53
3.2.3 Secuencia 3	57
3.2.3.1 Hipótesis	57
3.2.3.2 Plan de acción	59
3.3 Etapa 3. Desarrollo de la Propuesta de Mejoramiento	62
3.3.1 Desarrollo de la secuencia didáctica 1	63
3.3.2 Desarrollo de la secuencia didáctica 2	73
3.3.3 Desarrollo de la secuencia didáctica 3	84
3.4 Etapa 4. Evaluación	91
3.5 Etapa 5. Difusión de resultados	92
Capítulo 4. Análisis y resultados	93
Capítulo 5. Conclusiones y recomendaciones	106
5.1 Conclusiones	106
5.2 Aportaciones	107
5.3 Recomendaciones para futuras aplicaciones.	108
Referencias	109
Anexos	114
Anexo 1. Diagnóstico de fracciones a estudiantes de quinto grado de primaria.	114
Anexo 2. Actividades propuestas a los alumnos en la secuencia 1, sesión 1.	118
Anexo 3. Actividades propuestas a los alumnos en la secuencia 1, sesión 2.	121
Anexo 4. Actividades propuestas a los alumnos en la secuencia 2, sesión 1.	124
Anexo 5. Actividades propuestas a los alumnos en la secuencia 2, sesión 2.	126
Anexo 6. Actividades propuestas a los alumnos en la secuencia 3, sesión 1.	128
Anexo 7. Actividades propuestas a los alumnos en la secuencia 3, sesión 2.	130
Anexo 8. Evaluaciones de los alumnos	132

Índice de figuras

Figura 1. Las fracciones como apoyo del contenido de las unidades de medida.....	19
Figura 2. Fracción como operador.....	24
Figura 3. Proceso algorítmico para suma de fracciones.....	27
Figura 4. Alumno con dificultades para distinguir los tipos de fracción.	34
Figura 5. Errores al señalar nombre y tipo de fracción.	35
Figura 6. Dificultades para interpretar las fracciones impropias.	35
Figura 7. Operación de números racionales como naturales.	36
Figura 8. Respuesta con números naturales a fracciones.	37
Figura 9. Dificultades al realizar fracciones equivalentes	37
Figura 10. Error al comparar fracciones, a mayor denominador mayor será la fracción	38
Figura 11. Relación de la fracción con su representación.	39
Figura 12. Material complementario.....	42
Figura 13. Proceso para amplificar fracciones	49
Figura 14. Material de suma de fracciones.....	51
Figura 15. Cuartos y octavos de naranja repartidos a los alumnos.....	64
Figura 16. Fichas de fracciones sobrepuestas en el entero.....	65
Figura 17. Llenado de tabla para completar enteros.....	66
Figura 18. Alumnos ordenando fracciones con el material didáctico.....	67
Figura 19. Sentido numérico correcto de la fracción.....	68
Figura 20. Comparación basada únicamente en el manejo de material	68
Figura 21. Representación de fracciones en la hoja en blanco.	69
Figura 22. Fracciones complementarias.....	69
Figura 23. Utilidad de fracciones añadidas.....	70
Figura 24. Actividad de relación de fracciones.....	71
Figura 25. Método para encontrar fracciones equivalentes.....	72
Figura 26. Respuesta a la simplificación y amplificación de fracciones	72
Figura 27. Respuesta inicial y corrección a problema.	73
Figura 28. Suma de fracciones de forma directa incorrecta.	75

Figura 29. Respuesta donde únicamente suma 2 fracciones.	75
Figura 30. Resolución de problema en el pizarrón.....	76
Figura 31. Interacción de los alumnos con el material de sumas de fracciones.	76
Figura 32. Suma de fracciones por igualación de denominadores.	78
Figura 33. Suma de fracciones por medio de algoritmo.	78
Figura 34. Dificultades para trabajar con quinceavos.	79
Figura 35. Problema propuesto por el alumno y su familia.....	80
Figura 36. Resolución incorrecta, presenta dificultades al realizar sumas.	81
Figura 37. Respuesta correcta al problema propuesto.	81
Figura 38. Ejercicio resuelto de forma correcta	82
Figura 39. Sumas de fracciones y uso de simplificación.	83
Figura 40. Proceso de resolución al problema	84
Figura 41. Representación de pizzas en fracciones	85
Figura 42. Representación de fracciones propuesta.	86
Figura 43. Listones repartidos a los estudiantes para comprobar magnitudes.	87
Figura 44. Problema resuelto por la alumna.	89
Figura 45. Propuestas para sumar fracciones mixtas.	89
Figura 46. Problema resuelto por la alumna.	90

Índice de Tablas

Tabla 1. Comparación de contenidos en los elementos que rigen el aprendizaje	20
Tabla 2. Reactivos por actividad incluidos en el diagnóstico	34
Tabla 3. Objetivos y aprendizajes esperados de las secuencias	41
Tabla 4. Indicadores de logro de la evaluación.....	91
Tabla 5. Categorización por nivel de aprendizaje	92

Índice de gráficas

Gráfica 1. Descripción del grupo.....	33
Gráfica 2. Resultados por aspectos de la sesión 1 secuencia 1	93
Gráfica 3. Promedio global de la sesión 1 secuencia 1.	94
Gráfica 4. Resultado por aspecto de la secuencia 1 sesión 2.	95
Gráfica 5. Promedio global de la sesión 2 secuencia 1.	95
Gráfica 6. Resultados de la sesión 1 de la secuencia 2	966
Gráfica 7. Promedio global de la sesión 1, secuencia 2.	977
Gráfica 8. Resultados de la sesión 2 de la secuencia 2.	98
Gráfica 9. Promedio global de la sesión 2 secuencia 2.	99
Gráfica 10. Resultados de la sesión 1 de la secuencia3.	100
Gráfica 11. Promedio global de la sesión 1 secuencia 3.	1011
Gráfica 12. Resultados de la sesión 2 de la secuencia3.	1022
Gráfica 13. Promedio global de la sesión 2 secuencia 3	1033
Gráfica 14. Resultados obtenidos por sesiones.	1044
Gráfica 15. Resultado global de las secuencias propuestas.....	1055

Introducción

El aprendizaje de las fracciones representa un reto para los docentes debido a que existe un alto número de dificultades, evidenciadas por los profesores y por diferentes investigaciones. Por lo anterior, el presente trabajo tiene la finalidad de contribuir a esta situación, a través del diseño y aplicación de una secuencia didáctica para que los alumnos en el nivel primaria le den sentido al manejo de éstos.

De igual forma se pretende ayudar a los docentes frente a grupo de nivel primaria y secundaria que impartan temas de suma de fracciones así como la comprensión de estas, buscando darle sentido a lo que ven en la escuela con su contexto. El documento consta de cinco capítulos; los cuales se describen a continuación.

En el capítulo I se presenta la motivación inicial del estudio, en donde se aborda el interés por qué los alumnos comprendan los números racionales. También se incluyen los antecedentes, donde se reportan varias investigaciones, sobre las dificultades del contenido de números racionales, indagaciones que han trabajado las secuencias didácticas en los números racionales y estrategias para trabajar con fracciones. Por último, se realiza el planteamiento de la problemática, problema y objetivos de esta investigación.

En el capítulo II se presenta el referente teórico que rige esa investigación, el cual consta de tres apartados: el primero describe el aprendizaje significativo y sus principales elementos, el siguiente rescata información que guía libros de texto y planes de estudio del quinto grado de primaria en relación con la suma de fracciones, y finalmente se describen los fundamentos matemáticos del tema.

El capítulo III aborda la metodología con la que se llevó a cabo la investigación, aquí se describe el tipo de investigación la cual es descriptiva con un enfoque cualitativo, se enuncian y desarrollan las fases del método de investigación-acción, que es el que se empleó para realizar de forma pertinente la investigación.

Por su parte, el capítulo IV presenta el análisis de la aplicación realizada, así como los resultados obtenidos por sesión y secuencia así como la trascendencia de la teoría al interpretar los datos obtenidos.

Finalmente, en el capítulo V se dan a conocer las conclusiones y recomendaciones a las que se llega en la investigación una vez consolidado cada uno de los procesos marcados en los capítulos anteriores.

Capítulo 1. Planteamiento del problema de investigación

En este capítulo se presenta la motivación inicial del estudio, en donde se aborda el interés porqué los alumnos comprendan los números racionales. También se incluyen los antecedentes, distribuidos en investigaciones que abordan las dificultades del contenido de números racionales, resultados de la incorporación de secuencias didácticas en la enseñanza de números racionales y estrategias para trabajar con fracciones. Por último, se realiza el planteamiento formal de la investigación, que contiene la problemática, problema, pregunta, objetivos y justificación de esta investigación.

1.1 Motivación

En educación primaria la asignatura de matemáticas representa un área de oportunidad debido a que es una de las materias que tienen un bajo aprovechamiento académico. A pesar de los esfuerzos realizados por los docentes e instancias educativas por una mejora en los aprendizajes, los problemas de enseñanza-aprendizaje persisten.

En las escuelas primarias se percibe una preocupación por parte de docentes y padres de familia en relación con el aprendizaje de los alumnos respecto a los contenidos de mayor complejidad como son los números racionales.

Con base a lo anterior se realizó una secuencia didáctica que ayude a los alumnos de primaria a alcanzar una comprensión de los números racionales que les permita aplicarlos de manera razonada en la solución de problemas planteados promoviendo su uso en problemáticas de la vida cotidiana.

La investigación se abordó porque es una problemática que siempre ha estado presente en el proceso de enseñanza-aprendizaje en los alumnos y docentes. De acuerdo con la experiencia adquirida se puede expresar que es un contenido donde se presenta un alto número de alumnos con dificultades y errores.

Dicha postura no es solamente personal, ya que compañeros docentes que están laborando actualmente en las primarias expresan la necesidad de contar con estrategias y herramientas para atender las dificultades que presentan los alumnos en los aprendizajes esperados relacionados con números racionales.

La investigación busca brindar a los docentes una herramienta de enseñanza-aprendizaje relacionada con los números racionales que les permita, por un lado, mejorar los niveles de comprensión por parte de sus estudiantes y por otro, ayude a los docentes a mejorar su enseñanza.

Se busca que, a partir de esta propuesta de enseñanza, se abone a la comprensión de los alumnos en las primeras etapas de su formación, que conduzca a buenas bases para el empleo posterior. Debido a que si los alumnos se apropian de un conocimiento adecuado

relacionado a la suma y resta de fracciones en su educación primaria, podrán desenvolverse de forma óptima en los contenidos relacionados a lo largo de su formación.

Así mismo, como docente, considerar aspectos como las principales dificultades y errores cometidos para la integración de actividades que ayuden a los alumnos.

1.2 Antecedentes

En esta sección se hace un recuento de la revisión de diferentes artículos, libros y tesis de grado, las cuales se categorizaron en tres áreas: Dificultades en el aprendizaje de los números racionales, secuencias didácticas para el aprendizaje de los números racionales y estrategias para fortalecer la resolución de problemas en las operaciones básicas con números racionales. Los cuales se describen en los siguientes apartados.

1.2.1. Dificultades para la comprensión y operación de fracciones.

Según Godino et al. (2004) algunos de los errores más frecuentes que cometen los alumnos tras el estudio del tema de operaciones con fracciones, que se manifiestan incluso en niveles de secundaria, son los siguientes:

- Un entero se confunde con su inverso, por ejemplo: $\frac{2}{7}$ se confunde con $\frac{7}{2}$, o bien, $\frac{1}{7}$ y $\frac{7}{1}$ se consideran como dos escrituras equivalentes.
- El conocimiento de los naturales puede ser un obstáculo para el dominio de los números racionales; por ejemplo, algunos niños pueden afirmar que $\frac{1}{3} < \frac{1}{5}$ explicando que $3 < 5$.
- La mitad de la fracción $\frac{1}{6}$ se designa frecuentemente por la fracción $\frac{1}{3}$ (que es en realidad el doble), argumentando que la mitad de 6 es 3.
- Para multiplicar entre sí dos fracciones, se les reduce a un común denominador, después se multiplican los numeradores olvidando de multiplicar entre sí los denominadores. Se trata de una confusión entre las reglas de la adición de fracciones y las de la multiplicación.

En otro estudio, Acevedo et al. (2013) llevaron a cabo una investigación con alumnos de tercero de primaria ya que es el grado donde el niño empieza a identificar las fracciones y a operar (sumar y restar) fracciones homogéneas. Ellos se plantearon la pregunta ¿Cómo enseñar a sumar y restar fracciones parte todo, de forma gráfica, en contextos discretos o continuos?, para responderla, implementaron el método investigación-acción, donde primero se hizo el reconocimiento de los estudiantes, enseguida se aplicó la prueba diagnóstica a los alumnos, para saber cuáles eran sus conocimientos frente al tema de las fracciones y percibir las falencias en éstas. Teniendo ya la prueba solucionada, se pasó a evaluarla con unos criterios ya establecidos. Con los resultados obtenidos con el análisis de la prueba, se realizó la propuesta según las falencias halladas en el grupo evaluado.

Sus resultados muestran que los niños tienen falencias al definir una fracción, la mayoría confunden las fracciones homogéneas con las heterogéneas, aunque se les facilita más interpretar las fracciones propias, que las impropias, y se les complica operar (sumar y/o restar) de forma gráfica, principalmente con las fracciones heterogéneas.

Por su parte Castaño y García (2014), mencionan que a los estudiantes se les dificulta más la adición y la sustracción que la multiplicación y la división, lo que ocurre debido a que la suma y la resta de fraccionarios a veces la realizan como si fueran números enteros, o sea; suman numerador con numerador y denominador con denominador.

Por su parte González (2015) detecta errores en el algoritmo de la suma de las fracciones, produciéndose principalmente al mezclar este algoritmo con el de multiplicación, por ejemplo: $\frac{2}{6} + \frac{2}{3} = \frac{4}{18}$.

También señala que los alumnos siguen utilizando las estrategias válidas con los naturales para la realización de cálculos con fracciones. Por ejemplo en $\frac{2}{3} + \frac{4}{5} = \frac{6}{8}$, los alumnos realizan por separado las operaciones de los numeradores y los denominadores, no considerando la fracción como un número en sí mismo, sino como un par de números naturales que no están relacionados entre sí. El origen de estos errores podría estar en la similitud que existe entre las fracciones y los naturales, además de que los alumnos de primaria en ocasiones son renuentes al cambio y operan como ellos ya dominan.

Por su parte Human (2015) encuentra que en alumnos se evidencian dificultades de comprensión principalmente en el concepto de fracción mixtas así como problemas que involucren el contenido matemático, de igual forma menciona que es importante identificar cuáles son las estrategias que los estudiantes usan para resolver problemas con fracciones, errores que cometen y dificultades que presentan, por lo que centra su trabajo en mejorar el rendimiento académico de los estudiantes por medio de la aplicación de estrategias lúdicas con el fin de que los estudiantes mejoren la resolución de problemas matemáticos y habilidades apoyadas en el sustento teórico.

Coronado (2016), por otro lado realizó una investigación sobre las dificultades que presentan los alumnos en primer grado de secundaria en este tema; los resultados obtenidos evidenciaron que la problemática en el cálculo de operaciones de números racionales está asociada fundamentalmente al estudiante y al medio además de que la comprensión y el uso del conocimiento matemático no se dimensiona.

Algunas de las dificultades encontradas por Coronado (2016) son que los alumnos no identifican las múltiples representaciones que tiene un número racional, no distinguen una fracción como una razón, como la cantidad de veces que “está” una cantidad en otra.

También Gómez y Pérez (2016) realizaron un análisis de los problemas de la enseñanza de los sistemas numéricos, en particular en el sistema de los números racionales que se aborda en el séptimo grado de la educación básica, de acuerdo con los enfoques parte todo, operador y medida.

El estudio lo realizaron utilizando una metodología mixta de tipo descriptiva, exploratoria y de análisis de textos siguiendo los dos primeros pasos de la ingeniería didáctica. Además, se exploraron las concepciones que sobre los números racionales tienen un grupo de docentes, y la forma como enseñan estos conceptos con la mediación de los textos escolares. Los resultados obtenidos mostraron que la enseñanza de los números racionales está influida por el conocimiento que tiene el profesor acerca de dichos números y los contenidos proporcionados por los textos.

Encontraron que el enfoque parte todo es el más usado por los docentes. Así mismo definen el enfoque parte todo como el significado manifestado al considerar la fracción $\frac{a}{b}$ como la relación existente entre dos cantidades específicas a y b , donde b es el número de partes en las que se divide el todo o unidad presentada en forma discreta o continua, y a es el número de partes tomadas del todo (Gómez y Pérez 2016).

Para finalizar mencionan que la enseñanza de los números racionales depende también de los problemas propuestos en los libros de texto para ser resueltos por los estudiantes, los cuales tienen un enfoque algorítmico, dejando de lado los diferentes contextos en los que se desarrolla la noción de número racional, estableciendo un puente muy débil entre la parte conceptual y las implicaciones que dicho concepto tiene en la vida diaria.

En otro orden de ideas, existen varias dificultades para el aprendizaje de los números racionales, según González-Forte et al. (2019) una de las posibles causas de las dificultades de los estudiantes con los números racionales se debe a la aplicación inapropiada de propiedades de los números naturales a los números racionales. El cual es un fenómeno que ha tomado fuerza en los últimos años y que se ha denominado natural number bias (Ni & Zhou, 2005; Van Dooren, Lehtinen, & Verschaffel, 2015), el cual evidencia que si los estudiantes cuentan con un saber sobre los números naturales facilita la resolución de tareas con racionales cuando son similares, pero dificulta la resolución de las tareas que no son compatibles con dicho conocimiento (Vamvakoussi, Van Dooren, & Verschaffel, 2012; Van Dooren et al., 2015).

González-Forte et al. (2019) mencionan que una dificultad persistente en los alumnos es al momento de interpretar el símbolo $\frac{a}{b}$, ya que lo consideran como dos números independientes separados por una línea. Al comparar números naturales el de mayor valor siempre será la cifra mayor, dicho conocimiento que en el campo de los números naturales es útil, en los números racionales los lleva a concluir que una fracción es mayor que otra cuando su numerador, su denominador, o ambos en una fracción son mayores que en la otra. Por ejemplo, al comparar $\frac{13}{20}$ y $\frac{15}{30}$ indicaran que el número mayor es el segundo ya que 15 es mayor que 13 y 30 mayor que 20, pero dicho conocimiento no es válido.

Por otra parte, el conjunto de números racionales se caracteriza por la densidad, la cual los números naturales no la tiene. Es decir, hay un sinfín de números entre dos números

racionales cualquiera, pero la mayoría de los estudiantes en el estudio realizado creen que entre $\frac{5}{7}$ y $\frac{6}{7}$ no hay ningún número, o que entre $\frac{1}{2}$ y $\frac{1}{4}$ únicamente está el $\frac{1}{3}$.

De acuerdo con González-Forte et al. (2019) otra dificultad que se presenta con los números racionales es cuando “al sumar o restar fracciones suelen sumar o restar los numeradores, por una parte, y los denominadores por otra. Así, ante la suma $12/13 + 7/8$ dan como resultado $\frac{19}{21}$, o ante la resta $\frac{1}{4} - \frac{1}{2}$ dan como resultado $\frac{0}{2}$ ” (Siegler & Pyke, 2013; Siegler, Thompson, & Schneider, 2011; Streefland, 1991, citados en González-Forte, et al, 2019).

Reinhold et al. (2020) en un estudio realizado con 234 estudiantes de bajo aprovechamiento de Alemania corrobora estas dos dificultades, mencionando que muchos estudiantes presentan con los números racionales, la primera es que frecuentemente luchan con poder procesar las magnitudes de las fracciones y la segunda, es que confían en que los números naturales se operan igual a los fraccionarios.

Los resultados sugieren que la ocurrencia del sesgo del número natural y la capacidad de procesar la magnitud de la fracción están estrechamente relacionadas. Las representaciones continuas utilizadas en sus herramientas de evaluación digital parecían ser adecuadas para evaluar tanto el sesgo del número natural como el procesamiento de la magnitud de la fracción.

Arenas y Rodríguez (2020) llevaron a cabo un estudio con 16 profesores en servicio buscando las interpretaciones asociadas al concepto de fracción que consideran difíciles para los estudiantes mexicanos del nivel básico primaria.

Implementaron el método Delphi, puesto que es un proceso sistemático e iterativo encaminado hacia la obtención de las opiniones, los participantes del grupo se mantienen en completa discreción y ninguno de ellos debe de conocer las respuestas particulares del otro, para guardar este anonimato y evitar confrontaciones entre ellos se recurre principalmente a un cuestionario; retroalimentación o feedback controlado.

En la investigación diseñaron un cuestionario, para ello se revisaron los planes de estudios y libros de textos mexicanos de 2011 de educación básica primaria. Su objetivo era obtener un mayor conocimiento intersubjetivo y prospectivo acerca de las fracciones en el proceso de enseñanza y aprendizaje.

Los resultados que obtuvieron señalan que los estudiantes presentan mayor dificultad en la fracción como número racional, la fracción como razón y la fracción como indicador de una cantidad (decimal). Lo que se interpreta es que el concepto de fracción es uno de los conceptos de mayor dificultad, ya sea por sus múltiples interpretaciones y por qué los estudiantes no logran comprenderlas en su totalidad. También, se puede deducir que uno de los factores por lo cual estas tres interpretaciones, sean de mayor dificultad para

los estudiantes según los docentes, es por su rigor matemático y su poca aplicación en la vida cotidiana de los estudiantes.

1.2.2 Secuencias didácticas y estrategias de aprendizaje de los números racionales.

Fuentes (2010) realizó un estudio en la Escuela Duao, ubicada en la provincia de Talca, Chile; cuyo objetivo era validar una propuesta metodológica basado en procesos de formación de significados en el contenido de fracciones, para facilitar y mejorar los aprendizajes de los alumnos de quinto año básico.

El estudio es de tipo cuantitativo, cuasiexperimental ya que los grupos sometidos a estudio han sido conformados con anterioridad al experimento y se mantienen intactos. Participaron dos grupos, uno experimental y otro de control. En ambos hubo instancias de evaluación inicial y final, y sólo el grupo experimental recibe el tratamiento.

Los resultados obtenidos relacionados con el diseño de una unidad didáctica con base constructivista que facilite y mejore el aprendizaje de las fracciones, muestran que la base constructivista posibilita el desarrollo de competencias de orden superior en los estudiantes. Con relación a establecer diferencias y semejanzas entre las distintas estrategias metodológicas, se concluye que la principal diferencia entre las estrategias es que la de base constructivista el estudiante es el principal actor de su aprendizaje; en cambio el aprendizaje logrado con la estrategia tradicional no es significativo para los alumnos.

Butto (2013) expone que el entendimiento de fracciones como partes de un todo no posibilita el entendimiento adecuado del concepto y crea una dependencia con los objetos concretos. Se observa, que a pesar de que la mayoría de los estudiantes pasan un tiempo razonable de instrucción escolar, continúan enfrentando problemas con ese concepto matemático.

En este sentido llevó a cabo una secuencia didáctica en dos contextos: lápiz y papel e interactivos. Se diseñaron actividades en lápiz y papel que exploraron las ideas de: relación parte-parte, parte-todo y formación de la unidad, equivalencia y ampliar la noción de fracción que tomó en consideración tanto aspectos matemáticos como cognitivos.

Se aplicaron cuestionarios para posteriormente analizar por medio de un estudio de corte cualitativo. Los resultados revelaron que algunos estudiantes se encuentran en la transición del campo de los números enteros hacia los racionales, por lo tanto, surge la necesidad de diversificar los soportes de representación matemático con el objetivo de propiciar un mejor entendimiento de dicho campo conceptual.

Por su parte, Ausejo (2017) en busca de mejorar el aprendizaje de los estudiantes en el área de matemáticas y elevar de esta manera el rendimiento académico, hace uso de Situaciones Didácticas para el aprendizaje de los números racionales, con el fin de determinar qué efectos produce en el aprendizaje de números racionales.

Proponen una propuesta pedagógica para el aprendizaje de los números racionales mediante la aplicación de la secuencia didáctica en 8 sesiones de aprendizaje relacionadas con números racionales con una duración de 135 minutos cada una en las que pretendió evidenciar lo siguientes aspectos:

- Emplea estrategias heurísticas para resolver problemas que combinan operaciones con decimales y fracciones.
- Justifica cuando un número racional en su expresión fraccionaria o decimal es mayor o menor que otro.
- Emplea procedimientos para identificar un número mayor o menor de una colección de números racionales expresados en su forma decimal o fraccionaria.
- Expresa que siempre es posible encontrar un número decimal o fracción entre otros dos.
- Propone conjeturas referidas a la noción de densidad, propiedades y relación de orden en \mathbb{Q} .
- Expresa la equivalencia de los números racionales, potencias de base 10 y porcentajes usando soportes gráficos y otros.
- Usa modelos aditivos, que expresan soluciones con decimales, y fracciones al plantear y resolver problemas.

Realizó una investigación aplicada. La técnica utilizada fue encuesta y el instrumento pre-test y pos-test. Los resultados obtenidos demuestran que existe evidencia estadística para afirmar que la secuencia didáctica produce efectos positivos en el aprendizaje de números racionales en estudiantes.

La aplicación permitió a los estudiantes comprender el estudio de las fracciones ya que la diferencia de promedios en el post test es de $16.599 - 11.44 = 5.15$ puntos a favor del grupo experimental respecto al grupo control, lo cual indicó un buen aprendizaje de las fracciones.

Córdoba (2017) en su investigación busca fortalecer la enseñanza de los números racionales positivos y el componente numérico -variacional en estudiantes de quinto grado, mediante el uso de las TIC y la resolución de situaciones problemas.

En síntesis, al comparar los resultados de la prueba diagnóstica y la prueba de salida se evidenció que hubo una movilización de los aprendizajes de los niños participantes de esta propuesta.

Fierro y Montaña (2017) presentan una propuesta de secuencia didáctica que integra el uso de material manipulativo para la enseñanza de la adición y la sustracción de fracciones heterogéneas. En su investigación aplicaron un diagnóstico en la que se reflejó que los estudiantes tenían dificultades para realizar adición y sustracción de fracciones. Implementaron la secuencia didáctica haciendo uso de material didáctico y actividades lúdicas.

En una estrategia de tipo histórica, Valencia (2017) mediante un diagnóstico inicial de saberes previos, el diseño y aplicación de una guía didáctica buscó favorecer el

aprendizaje de los números racionales en los estudiantes de séptimo grado del colegio Gimnasio Vermont de Medellín, a través de su historia como recurso didáctico.

Su estudio se enmarca en la metodología investigación acción; para el caso particular, se consideró un ciclo conformado por cuatro fases: planificación, actuación, observación y reflexión.

El estudio brindó a la labor docente una herramienta didáctica enmarcada en el conocimiento de la historia, el desarrollo, las dificultades, el origen de símbolos, los principales personajes y sucesos implicados en la construcción y evolución del objeto de enseñanza; lo cual ofrece una riqueza a nivel conceptual y dialéctica en la práctica docente.

En el mismo sentido Gil (2018), en un estudio realizado con estudiantes de séptimo grado encuentra que los alumnos tienen dificultades en la conceptualización y manejo de los números racionales por lo que diseña y aplica secuencias didácticas que promuevan el fortalecimiento y dominio de operaciones con números racionales.

Da a conocer la necesidad de implementar una estrategia capaz de dinamizar los procesos de enseñanza y aprendizaje para la adquisición y desarrollo de habilidades matemáticas en el reconocimiento y uso de números racionales positivos en diferentes situaciones problemas, que le permitirán a los estudiantes a través del desarrollo de secuencias didácticas trabajar en la práctica de saberes y generar momentos de participación activamente en el aprendizaje significativo.

Sus resultados indican que la implementación de secuencias didácticas promueve el desarrollo cognitivo dado que, mediante propuestas retadoras, los estudiantes se ven estimulados a construir y producir conocimiento, el cual se afianza en su quehacer cotidiano.

En el mismo sentido Barragán y Murillo (2018) con el objetivo de diseñar e implementar una secuencia didáctica para la enseñanza y aprendizaje de números racionales con estudiantes de quinto grado de primaria. Realizaron una secuencia de ocho clases de tres horas, que se desarrollaron apoyadas por las TIC, el contexto social, cultural y económico; además, utilizan la investigación acción participativa, con un análisis cualitativo de las actividades desarrolladas durante las clases.

Sus resultados muestran que existe un buen manejo en la secuencia didáctica, ya que los problemas de números fraccionarios están contextualizados y se implementan las TIC. Asimismo, los docentes, al desarrollar y evaluar la secuencia, lograron proyectar una transversalidad en el Área de Matemáticas, en cuanto a la conceptualización de números fraccionarios, las competencias ciudadanas, competencias lectoras, con la Estadística, las Ciencias Sociales y Naturales.

Pucar (2020) observa que la mayoría de los docentes aún utilizan estrategias didácticas tradicionales, debido a la falta de capacitación, esto conlleva a que el estudiante

pierda rápidamente el interés, la motivación y la capacidad de analizar y evaluar qué estrategias debe utilizar en la resolución de problemas.

Mostrando en los escolares la falta de capacidad y estrategias para la resolución de problemas, esto lo lleva aplicar estrategias lúdicas, con el enfoque significativo para fortalecer la resolución de problemas en las operaciones básicas con números racionales en el área de matemática para desarrollar habilidades y conocimientos que conlleven a un mejor aprendizaje en los estudiantes del primer grado de educación secundaria.

La investigación es de tipo explicativo con diseño preexperimental, teniendo como población 77 estudiantes y una muestra constituida por 27 alumnos, a quienes se le aplicó un pre-test y post-test para verificar su aprendizaje y rendimiento académico en las dimensiones de resolución de problemas.

Los resultados muestran que la mayoría de los estudiantes evaluados en el pre-test obtuvieron un promedio de 7.37 puntos que los ubicó en el nivel inicial, mientras que en el post-test luego de aplicar las estrategias lúdicas, alcanzaron un promedio de 14.74 puntos ubicándolos en el nivel terminal en su aprendizaje en matemáticas, es decir, existe una diferencia significativa entre los promedios antes y después de la aplicación de las estrategias lúdicas. En conclusión, Pucar (2020) afirma que las estrategias lúdicas con enfoque significativo fortalecen la resolución de problemas con números racionales en el nivel secundaria.

1.2.3 Resolución de problemas con fracciones.

Castaño y García (2014) en su investigación identifican las dificultades que se le presentan a los docentes de secundaria en la enseñanza de los números racionales y sus operaciones básicas, encontraron evidencia de que los docentes poseen ciertas dificultades en la enseñanza de los números racionales con sus operaciones, porque sus métodos y estrategias de enseñanza son carentes.

Las dificultades identificadas son: La modelización matemática no se aborda en el aula de clase de forma comprensiva y accesible a los estudiantes. Se observa una falta de fundamentación y relación con la cotidianidad e interacción lúdica para inducir y afianzar el conocimiento. Los docentes suelen confundir ejercicios con problemas, ellos afirman que “Se puede reconocer que, para los maestros, una de las dificultades en la enseñanza de la matemática se refiere a la necesidad de recurrir a representaciones externas para comprender los conceptos matemáticos” (Castaño y García 2014, p. 145).

Human (2015) encuentra que una dificultad que se presentan con gran persistencia en los estudiantes es la resolución de problemas que implican la suma de fracciones mixtas. En su investigación da énfasis a la “capacidad de leer, comprender y resolver problemas vivenciales y del contexto, buscando que el estudiante construya aprendizajes significativos a partir de sus experiencias previas y de su relación con el contexto, problemas de los textos

(...), utilizando estrategias lúdicas” (Human 2015, p. 7), menciona que para resolver problemas se requiere de un proceso de lectura.

Rojas et al. (2015) centran su investigación en el conocimiento especializado de un profesor de matemáticas experto de Educación Primaria, que enseña el tema de los números racionales a estudiantes de 11 a 12 años. Identificaron los conocimientos manifestados por el docente en su práctica, especialmente en tres subdominios, el conocimiento de los temas matemáticos, de las características del aprendizaje de las matemáticas y de la enseñanza de las matemáticas.

Encontraron que la enseñanza del contenido se desvincula de los aspectos matemáticos formales y se centra en dar sentido a la representación fraccionaria del número racional, según distintos significados. Predomina el significado de parte-todo en la conceptualización de la fracción, especialmente en situaciones que llevan a pasar de la representación figural a la simbólica, complementando con tareas que envuelven trabajar distintas magnitudes, identificar la unidad, completar la unidad, entre otras.

Por otra parte, Santos (2019) realizó un estudio con la finalidad de describir el nivel alcanzado en la resolución de problemas de enunciado verbal de números racionales, la investigación la llevaron a cabo con estudiantes de cuarto grado de una primaria. Con el propósito de educar estudiantes competitivos y a la vez adquirir capacidades constructivas e innovadoras según el currículo de Perú.

La investigación se centra en describir los procesos de resolución de problemas, luego se aplica una evaluación, finalmente se llegó a la conclusión de que el 81% de estudiantes de cuarto grado de primaria se encuentra en un nivel inicio lo cual indica que los alumnos tienen dificultades para resolver problemas de números racionales.

1.3 Reflexión

Después de revisar los antecedentes presentados podemos constatar que es amplio el número de trabajos relacionados en torno a los números racionales, toman relevancia aspectos como las dificultades que se presentan, las secuencias didácticas y su impacto al igual que estrategias usadas por los estudiantes.

En torno a las dificultades, por ejemplo, apreciamos que existen no sólo en los estudiantes, sino que también pueden darse en los docentes (Castaño y García, 2014). Asimismo, se observan 2 tipos de dificultades relacionadas con la representación de las fracciones: que pueden observarse como dos números diferentes separados por un guion, así como las relacionadas con la operatividad, en donde los estudiantes tratan de usar las propiedades que conocen de los números naturales, lo cual no siempre es adecuado (Gonzales-Forte et al., 2019).

Lo mencionado por González-Forte (2019) respecto a los obstáculos que los alumnos presentan para entender la operatividad de los números racionales debido a que quieren manejarlos de manera similar a los números naturales, se considera de relevancia,

además Barragán y Murillo (2018) mencionan que los estudiantes no comprenden el concepto de números racionales y tampoco son capaces de utilizarlos en la vida cotidiana.

Por todo lo anterior, se puede resaltar que, aunque existe una amplia área de trabajos e investigaciones en torno a los números racionales que van enfocados a enseñanza y aprendizaje aún existen dificultades en los estudiantes para lograr una comprensión, es por eso por lo que se considera pertinente realizar una secuencia didáctica que tome en cuenta las experiencias y avances de diferentes investigaciones que permita ayudar a los estudiantes a comprender la suma y resta de fracciones.

1.4 Planteamiento del problema

1.4.1 Problemática

Diversas investigaciones reportan dificultades en los estudiantes respecto a la comprensión o entendimiento del concepto fracción (Butto, 2013; Acevedo et al. 2013; Coronado 2016) así como en su operatividad de las fracciones (Castaño y García, 2014; Córdoba, 2017; González-Forte et al. 2019; Reinhold et al. 2020) otros investigadores centran su atención en la resolución de problemas con fracciones (Castaño y García, 2014; Rojas et al. 2015; Santos 2019), y otras tienen como foco de interés a los estudiantes y realizan diversas estrategias y secuencias para tratar de mejorar el desempeño de los estudiantes (Fuentes 2010; Agusajo, 2017; Valencia 2017; Gil, 2018; Barragán y Murillo 2018).

Así, los números racionales representan un gran desafío de enseñanza para los docentes en los diferentes niveles educativos, esto debido a que los estudiantes van cargando desde edades tempranas con dificultades. Las dificultades en los alumnos comienzan cuando enfrentan a contenidos de números racionales sin tener buenas bases, además de que aún no tienen la experiencia suficiente que brindan las situaciones reales (Córdoba, 2017; González-Forte, 2019; Santos 2019) algunos estudiantes se encuentran en la transición del campo de los números enteros hacia los racionales (Butto, 2013).

En ese mismo sentido se encontró que los alumnos tienen problemas para definir una fracción (Acevedo, López, Guerrero y Morales, 2013) ya que no identifican las múltiples representaciones que tiene un número racional, no distinguen una fracción como una razón, como la cantidad de veces que “está” (Coronado 2016), no logran comprender el símbolo $\frac{a}{b}$ ya que lo consideran como dos números independientes separados por una línea, además no logran comprender la densidad en las fracciones (González-Forte, 2019), ni las magnitudes de las fracciones (Reinhold et al. 2020)

Otra dificultad latente en los estudiantes visible en los antecedentes es al momento de operar con fracciones, (Castaño y García, 2014; Reinhold et al. 2020) la suma y resta de fracciones se les dificulta más que la multiplicación, en ese mismo sentido (González-Forte et al. 2019) al sumar (restar) fracciones suelen sumar (restar) los numeradores, por una parte, y los denominadores por otra. Por otra parte la mayoría de los alumnos confunden las fracciones homogéneas con las heterogéneas (Acevedo, López, Guerrero y Morales 2013),

aunque se les facilita más interpretar las fracciones propias, que las impropias, y se les complica operar (sumar y/o restar) de forma gráfica, principalmente con las fracciones heterogéneas.

Por otra parte en relación a la resolución de problemas se encontró que la modelización matemática no se aborda en el aula de clase de forma comprensiva, y falta una relación con el contexto, estableciendo un puente muy débil entre la parte conceptual y las implicaciones que dicho concepto tiene en la vida diaria., además los docentes suelen confundir ejercicios con problemas (Castaño y García (2014) por otra parte también se desvincula de los aspectos matemáticos formales y se centra en dar sentido a la representación fraccionaria del número racional (Rojas, Flores y Carrillo 2015; Santos, 2019).

Respecto a las secuencias didácticas y estrategias se encuentra que se deben diversificar los soportes de representación (Butto, 2013), que la aplicación de la situación didáctica mejoró notablemente el grado de comprensión de los fraccionarios y promueve el desarrollo cognitivo dado que mediante propuestas retadoras los estudiantes se ven estimulados a construir y producir conocimiento. (Castaño y García 2018; Gil, 2018).

Por otra parte, el diseño y aplicación de una guía didáctica favorece el aprendizaje de los números racionales, a través de su historia como recurso didáctico. (Valencia, 2017) puesto que la mayoría de los docentes utilizan estrategias didácticas tradicionales que no favorecen notoriamente el aprendizaje mientras que las estrategias lúdicas con enfoque significativo fortalecen la resolución de problemas con números racionales (Pucar, 2020)

Las situaciones reales a las que se enfrentan los alumnos demandan un conocimiento que implica comprender los números racionales, para posteriormente poder operar con estos, en consecuencia, los docentes deberán brindar diferentes estrategias tendientes a la comprensión para que dichos estudiantes puedan ser capaces de resolver problemas de fracciones en su entorno.

Por lo anterior, esta investigación pretende contribuir a que los docentes de educación primaria cuenten con más y mejores herramientas de enseñanza para la comprensión de los números racionales, realización de sumas y restas de fraccionarios y resolución de problemas contextualizados, de igual forma hacer un estudio que nos permita apreciar el desarrollo profesional de los profesores.

1.4.2 Problema

En la actualidad los alumnos presentan diversas dificultades en la resolución de problemas que implican la suma y resta de fracciones, así como de una comprensión de estas, por tal motivo la presente investigación gira en torno a la comprensión de las operaciones de suma y resta de fracciones en estudiantes de quinto grado de primaria para que puedan resolver problemas reales de su entorno, de tal forma que sea un aprendizaje significativo.

1.4.3 Pregunta de investigación

¿Qué elementos debe contener una secuencia didáctica para que promueva el aprendizaje de las operaciones de suma y resta de fracciones en estudiantes de quinto grado de educación primaria?

1.4.4 Objetivo general

Integrar y aplicar una secuencia didáctica que favorezca el aprendizaje de la suma y resta de fracciones a través de diferentes actividades en alumnos de quinto grado de educación primaria.

1.4.5 Objetivos particulares

- Identificar las diferentes dificultades documentadas de suma y resta de fracciones
- Implementar un diagnóstico para conocer el nivel de los conocimientos de los estudiantes referentes a las fracciones.
- Buscar/diseñar actividades que tomen como base las dificultades reportadas en el tema de suma y resta de números racionales en alumnos de primaria.
- Integrar una secuencia didáctica con actividades tendientes al logro de los objetivos propuestos en bloques del plan de estudios regidos por el aprendizaje significativo.
- Aplicar y analizar de las secuencias diseñadas por etapas tomando en cuenta la investigación-acción.

1.5 Justificación

Actualmente en educación primaria la comprensión de los números racionales implica un gran reto a docentes y alumnos, es por ello que se considera que brindar a los estudiantes las herramientas y conocimientos necesarios para resolver problemas que implican la utilización de suma y resta de números racionales, posibilitará que se desenvuelvan de una mejor manera en el manejo de ellos en los posteriores niveles de formación académica y en la vida cotidiana. Es así como, a partir de esta investigación, se pretende contribuir a superar las dificultades que tienen los estudiantes, desarrollar habilidades y conocimientos para formar alumnos competitivos y que a la vez adquieran capacidades constructivas e innovadoras según el currículo nacional.

Es relevante mencionar que algunas de las dificultades que presentan los estudiantes se debe principalmente a que los alumnos de primaria están en el proceso de conocer y trabajar con números naturales y quieren operar los racionales de la misma forma (González-Forte, 2019; Castaño y García, 2014), es por esta situación que al realizar un proceso de suma o resta de fracciones se les hace más difícil que una multiplicación.

Por su parte la dificultad que Reinhold et al. (2020) enuncia referente a que los alumnos no logran comprender las magnitudes es un aspecto que en el sentido personal se

ha vivido con los estudiantes y se presenta en las aulas recurrentemente al abordar los temas de los números racionales.

Se considera importante resaltar que esta investigación aportará a mi formación y especialización en el campo de conocimiento en que actualmente laboro brindándome herramientas para enfrentar las dificultades y obstáculos que en la docencia me pudieran surgir. Además, se adquirirán conocimientos que se busca implementar en los alumnos y a su vez estos tengan un impacto positivo en sus aprendizajes.

Capítulo 2. Marco Teórico

En esta sección se presenta el referente teórico que rige esta investigación, el cual consta de tres apartados: el primero describe el aprendizaje significativo y sus principales elementos, que es el eje teórico de esta investigación, el siguiente rescata información que guía libros de texto y planes de estudio del quinto grado de primaria en relación con la suma de fracciones, y finalmente se integra un tercer apartado en el que se describen los fundamentos matemáticos del tema.

2.1 Aprendizaje significativo

La teoría del aprendizaje significativo responde a la concepción cognitiva del aprendizaje, en donde las personas interactúan con su entorno tratando de dar sentido al mundo que perciben. De acuerdo con Ausubel (1983), solo habrá aprendizaje significativo cuando lo que se trata de aprender se logra relacionar de forma sustantiva y no arbitraria con lo que ya conoce quien aprende, es decir, con aspectos relevantes y preexistentes de su estructura cognitiva (Rivera, 2004).

El aprendizaje significativo se sustenta en el descubrimiento que hace el aprendiz, el mismo que ocurre a partir de los llamados desequilibrios, transformaciones, lo que ya se sabía; es decir, un nuevo conocimiento, un nuevo contenido, un nuevo concepto, que están en función a los intereses, motivaciones, experimentación y uso del pensamiento reflexivo del aprendiz (Ausubel, 1983).

De acuerdo con Romero (2009), el aprendizaje significativo se desarrolla a partir de dos ejes elementales: la actividad constructiva y la interacción con los otros. El proceso mediante el cual se produce el aprendizaje significativo requiere una intensa actividad por parte del alumno. Esta actividad consiste en establecer relaciones entre el nuevo contenido y sus esquemas de conocimiento.

Shuell (1990, citado por Díaz-Barriga y Hernández, 2002, p. 43) menciona tres fases del aprendizaje significativo:

- Fase inicial: Se memorizan hechos y usan esquemas preexistentes. La información adquirida es concreta y vinculada al contexto específico. Se utiliza el conocimiento previo.
- Fase intermedia: Comprensión más profunda de los contenidos por aplicarlos a situaciones diversas. Hay oportunidad para la reflexión y recepción de realimentación sobre la ejecución.
- Fase final: Mayor integración de estructuras y esquemas. Mayor control automático en situaciones. Menor consciente. La ejecución llega a ser automática, inconsciente y sin tanto esfuerzo.

Según Pérez (2006, pp. 95-108) algunas ventajas del aprendizaje significativo son:

- Se reconstruyen los esquemas cognitivos de quien aprende.
- La información que se asimila se retiene por más tiempo.
- Favorece la adquisición de nuevos conocimientos que puedan estar relacionados con los anteriormente asimilados.
- Estimula el interés del educando por lo que aprende, el gusto por el conocimiento que la escuela le ofrece.
- Permite el crecimiento cognitivo del que aprende.

Por su parte, Díaz Barriga y Hernández (2002) sugieren acciones que el docente puede implementar para lograr un aprendizaje significativo con sus alumnos:

- Presentar los contenidos siguiendo una secuencia lógica y psicológica apropiada.
- Delimitar intencionalidades y contenidos de aprendizaje en una progresión continua que respete niveles de inclusividad, abstracción y generalidad.
- Activar los conocimientos y experiencias previas que posee el alumno.
- Establecer puentes cognitivos para orientar al alumno a detectar las ideas fundamentales, a organizarlas e interpretarlas significativamente.

En el mismo sentido Ausubel (1983) distingue tres tipos de aprendizaje significativo: de representaciones, de conceptos y de proposiciones.

- Aprendizaje de representaciones: Ocurre cuando se igualan en significado símbolos arbitrarios con sus referentes (objetos, eventos, conceptos) y significan para el alumno cualquier significado al que sus referentes aluda.
- Aprendizaje de conceptos: Los conceptos son adquiridos a través de dos procesos: formación y asimilación:
 - En la formación los atributos de criterio (características) del concepto se adquieren a través de la experiencia directa, en sucesivas etapas de formulación y prueba de hipótesis.
 - La asimilación se produce a medida que el niño amplía su vocabulario, pues los atributos de criterio de los conceptos se pueden definir usando las combinaciones disponibles en la estructura cognitiva.
- Aprendizaje de proposiciones: implica la combinación y relación de varias palabras cada una de las cuales constituye un referente unitario, luego éstas se combinan de tal forma que la idea resultante es más que la simple suma de los significados de las palabras componentes individuales, produciendo un nuevo significado que es asimilado a la estructura cognoscitiva (pp.5-6).

Sólo habrá aprendizaje significativo cuando el alumno logra relacionar de forma sustantiva los nuevos conocimientos por medio del descubrimiento a partir de los desequilibrios y transformaciones con lo que ya conoce, esto en función de sus motivaciones, intereses y uso del pensamiento reflexivo (Ausubel, 1983), por lo tanto, los alumnos lograrán aprender los nuevos conocimientos tomando como base lo que ya saben.

En este sentido la elaboración de la primera secuencia de aprendizaje tomará como base los aprendizajes que los alumnos tienen, la segunda secuencia retomará lo que se aprendió en la primera para corroborar que los contenidos estén anclados y así con las subsecuentes. Además, se pretende que los desafíos a los que se enfrenten los alumnos sean con base en escenarios reales y por ende significativos.

Para la elaboración de la secuencia, se tomarán diferentes criterios, partiendo de los que Pérez (2005), describe como secuencia didáctica la cual es una estructura de acciones e interacciones relacionadas entre sí, intencionales que se organizan para alcanzar un aprendizaje. Por eso, es importante que el docente cree actividades que permitan al estudiante movilizar el aprendizaje. Las secuencias tienden a ser de la asignatura y buscan la profundización del conocimiento.

Por su parte Diaz-Barriga (2013) menciona que:

La secuencia didáctica es el resultado de establecer una serie de actividades de aprendizaje que tengan un orden interno entre sí, con ello se parte de la intención docente de recuperar aquellas nociones previas que tienen los estudiantes sobre un hecho, vincularlo a situaciones problemáticas y de contextos reales con el fin de que la información que a la que va acceder el estudiante en el desarrollo de la secuencia sea significativa, esto es tenga sentido y pueda abrir un proceso de aprendizaje. (p. 4)

2.2 Las fracciones en primaria, libro de texto y planes de estudio

La educación básica actualmente está pasando por un proceso de reforma, específicamente en el nivel primaria, ha sido paulatino, por lo que en los 2 primeros grados se trabaja con el plan 2017, mientras que de tercero en adelante se sigue implementando el plan 2011.

El plan y programas de estudio 2011 de quinto grado propone el siguiente enfoque: “utilizar secuencias de situaciones problemáticas que despierten el interés de los alumnos y los inviten a reflexionar, a encontrar diferentes formas de resolver los problemas y a formular argumentos que validen los resultados” (SEP, 2011, p.67).

Además, plantea trabajar fracciones con los aprendizajes esperados: “Resuelve problemas que implican sumar o restar números fraccionarios con igual o distinto denominador” y “usa fracciones para expresar cocientes de divisiones entre dos números naturales”. (SEP, 2011, p.79).

Este mismo plan propone que se utilicen secuencias de situaciones problemáticas para la enseñanza de las matemáticas en quinto grado de primaria, pero únicamente aparecen dos aprendizajes relacionados con la enseñanza de fracciones en su malla curricular además de estar desfasado de los libros de texto que se trabajan en quinto grado de primaria, es decir, no hay concordancia entre los contenidos del libro y lo que marca el PES 2011.

Por su parte los Aprendizajes Clave para la educación 2017, definen el pensamiento matemático como “la forma de razonar que utilizan los matemáticos profesionales para

resolver problemas provenientes de diversos contextos ya sea que surjan en la vida diaria, en las ciencias o en las propias matemáticas". (SEP, 2017, p. 212).

El enfoque señala que la resolución de problemas es tanto una meta de aprendizaje como un medio para aprender contenidos matemáticos y fomentar el gusto con actitudes positivas hacia su estudio, se busca que los estudiantes usen de manera flexible conceptos, técnicas, métodos o contenidos en general y desarrollen procedimientos de resolución que no necesariamente les han sido enseñados con anterioridad.

Los estudiantes analizan, comparan y obtienen conclusiones con ayuda del profesor; y le encuentran sentido y se interesan en las actividades que el profesor les plantea. La autenticidad de los contextos es crucial para que la resolución de problemas se convierta en una práctica más allá de la clase de matemáticas. Algunas cuestiones de la vida cotidiana y de las matemáticas mismas, pueden ser contextos auténticos, pues con base en ellos es posible formular problemas significativos para los estudiantes. Una de las condiciones para que un problema resulte significativo es que represente un reto que el estudiante pueda hacer suyo, lo cual está relacionado con su edad y nivel escolar (SEP, 2017, p. 217).

Aprendizajes clave para la educación integral 2017 (p. 217) plantea para trabajar con fracciones los siguientes aprendizajes:

- Ordena fracciones con denominadores múltiplos.
- Resuelve problemas de suma y resta con decimales y fracciones con denominadores, uno múltiplo del otro.
- Calcula mentalmente, de manera exacta y aproximada, sumas y restas de múltiplos de 100 hasta de cinco cifras y de fracciones usuales.
- Resuelve problemas de multiplicación con fracciones y decimales, con multiplicador en número natural.
- Resuelve problemas de división con números naturales y cociente fraccionario o decimal.

Así, el plan de estudio 2017, aporta en buena forma a la enseñanza, ya que la resolución de problemas es un eje rector para el aprendizaje al ser la meta y el medio para aprender matemáticas, también se destaca la importancia de contextualizar los problemas matemáticos con cuestiones de la vida cotidiana o de las matemáticas mismas que brinden contextos auténticos y con base en ellos sea posible formular problemas significativos al estudiante. Además, plantea cinco aprendizajes esperados relacionados con la enseñanza de fracciones.

Por su parte, el libro de texto establece la siguiente secuencia de actividades, propuesta en los bloques 1,2,3 y 4.

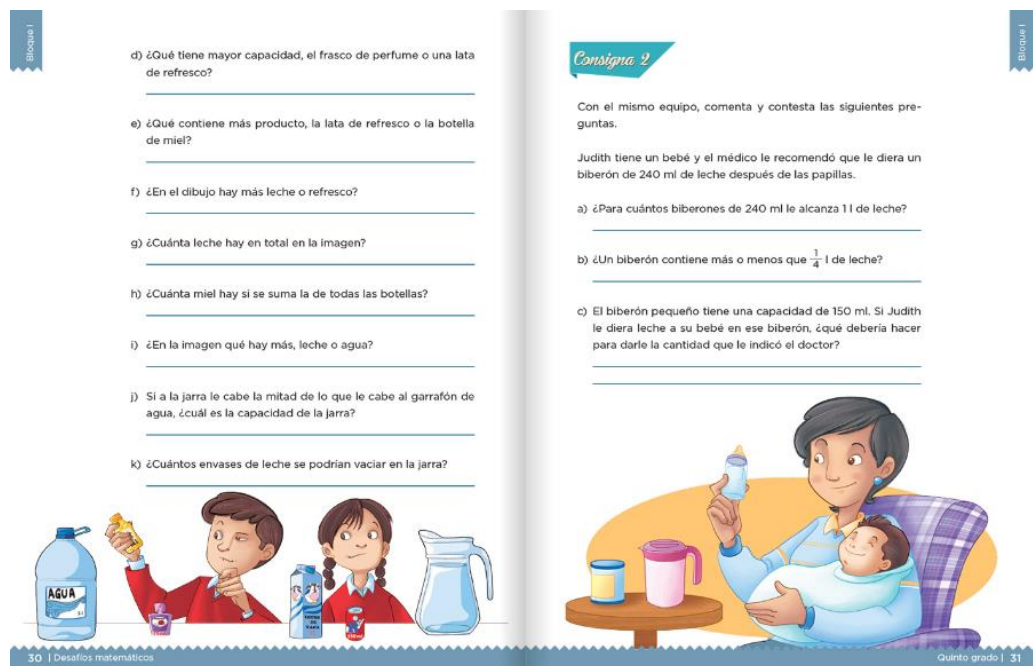
- En el bloque 1 se realizan sumas con fracciones múltiples y mixtas, problemas con operaciones mixtas buscando su equivalencia en impropias.
- En el bloque 2 se aborda la ubicación, representación y suma de fracciones impropias.

- En el bloque 3 se aborda contenido de comprensión de cantidades, faltante para el entero, dobles, triples y mitad de una fracción y suma y resta.
- En el bloque 4 se abordan sucesiones de fracciones y comprensión de valor y magnitud.

Es importante mencionar que en el bloque 5 no aparece ninguna lección de peso en relación con fracciones y solo las usan como complemento de problemas de razonamiento, esto sucede también en el bloque 1 en las lecciones 12 y 13 como se muestra la figura 1 correspondiente a la lección 12, bloque 1 páginas 30 y 31.

Figura 1.

Las fracciones como apoyo del contenido de las unidades de medida.



Nota: Tomado de Libro de texto gratuito de Desafíos matemáticos quinto grado 2019 SEP

El libro aborda de manera prioritaria el tema de fracciones en diez lecciones únicamente en los primeros cuatro bloques y de forma complementaria en 3 lecciones.

Finalmente, otro elemento importante a analizar es el libro para el maestro de quinto grado, cuenta con intenciones didácticas de las cuales se consideran importantes las siguientes por su relación con el tema que se desea abordar, indicando que los alumnos:

- Resuelvan problemas que implican sumar fracciones con diferentes denominadores, distinguiendo cuando los denominadores son múltiplos o divisores entre sí, para así utilizar fracciones equivalentes.

- Resuelvan problemas que impliquen restar y sumar fracciones con distintos denominadores (donde uno es múltiplo del otro), utilizando fracciones equivalentes.
- Reconozcan la relación que guardan entre sí las diversas representaciones de una fracción y las utilicen para abreviar pasos.
- Utilicen diversos recursos para comparar fracciones con el mismo y distinto denominador.
- Utilicen diversos recursos para sumar o restar mentalmente fracciones.
- Resuelvan problemas aditivos (con números fraccionarios y con diferentes denominadores) que impliquen recurrir a estrategias como sumar o restar primero la parte entera o usar fracciones equivalentes para obtener un resultado preestablecido

El libro de texto para el maestro especifica de manera puntual qué acciones debe hacer el estudiante durante las diferentes lecciones, así como brinda algunas definiciones acerca del tema de fracciones. La tabla 1 muestra que los planes de estudio y libro de texto tienen algunas similitudes, pero también hay un alto número de discrepancias a pesar de ser el mismo grado educativo.

Tabla 1.

Comparación de contenidos en los elementos que rigen el aprendizaje

Plan (2011)		Plan (2017)	Libro de texto (2019)	Libro para el maestro (2014)
		Ordena fracciones con denominadores múltiplos		
Resuelve problemas que impliquen sumar o restar números fraccionarios con igual o distinto denominador		Resuelve problemas de suma y resta con decimales y fracciones con denominadores, uno múltiplo del otro	sumas con fracciones múltiples y mixtas, problemas con operaciones mixtas buscando su equivalencia en impropias	resuelvan problemas que impliquen restar y sumar fracciones con distintos denominadores (donde uno es múltiplo del otro), utilizando fracciones equivalentes.
			Ubicación, representación y suma de	

			fracciones impropias	
		Calcula mentalmente, de manera exacta y aproximada, sumas y restas de múltiplos de 100 hasta de cinco cifras y de fracciones usuales		reconozcan la relación que guardan entre sí las diversas representaciones de una fracción y las utilicen para abreviar pasos.
		Resuelve problemas de multiplicación con fracciones y decimales, con multiplicador en número natural	comprensión de cantidades, faltante para el entero, dobles triples y mitad de una fracción y suma y resta	utilicen diversos recursos para comparar fracciones con el mismo y distinto denominador
			sucesiones de fracciones y comprensión de valor y magnitud	utilicen diversos recursos para sumar o restar mentalmente fracciones
Usa fracciones para expresar cocientes de divisiones entre dos números naturales		Resuelve problemas de división con números naturales y cociente fraccionario o decimal.		resuelvan problemas aditivos (con números fraccionarios y con diferentes denominadores) que impliquen recurrir a estrategias como sumar o restar primero la parte entera o usar fracciones equivalentes para obtener un resultado preestablecido

Resuelve problemas de suma y resta con decimales y fracciones con denominadores, uno múltiplo del otro.				Resuelvan problemas que implican sumar fracciones con diferentes denominadores, distinguiendo cuando los denominadores son múltiplos o divisores entre sí, para así utilizar fracciones equivalentes
---	--	--	--	--

Nota: Elaboración propia con base en SEP (2011,2017,2019,2014)

Se considera que el plan de estudios 2017 brinda buenas herramientas como los aprendizajes esperados y su enfoque de resolución de problemas contextualizados para el aprendizaje de los estudiantes que se tomarán en cuenta para la elaboración de la secuencia didáctica. Como se observó en la tabla 1, hay un desfaz entre el libro de texto y el plan, por consecuencia se usará el libro de texto de matemáticas quinto grado como guía de la secuencia didáctica, al ser el libro de texto uno de los principales instrumentos usados por los profesores para la enseñanza.

Para la elaboración de las secuencias de aprendizaje se tomará en cuenta los contenidos e intenciones didácticas que el libro de texto propone, también se tomarán en cuenta el enfoque del plan de estudios 2011 y aprendizajes de éste debido a que para quinto grado sigue siendo el plan correspondiente, del contenido de aprendizajes clave para la educación 2017 se retomará la importancia de contextualizar los desafíos matemáticos con cuestiones de la vida cotidiana y la formulación problemas significativos al estudiante.

2.3 Fundamentos matemáticos del tema de fracciones

El libro de texto para el maestro de tercer grado de primaria (2014) que es donde se aborda por primera vez el tema de fracciones menciona que: “Desde el inicio se debe buscar que los alumnos perciban que las fracciones son números que nos permiten expresar cantidades no enteras.” Además de forma indirecta propone trabajar desde la noción parte todo de la fracción ya que menciona que: “ $\frac{1}{2}$ equivale a la mitad de un conjunto de cosas consideradas como un todo, ya sea un litro, una tira de madera, una cantidad de dinero, una galleta, un conjunto de canicas etcétera” (SEP, p. 102).

Hincapié-Morales (2011) establece lo siguiente respecto a concepto:

La fracción se define como un número de la forma $\frac{a}{b}$ donde a y b, son números enteros y $b \neq 0$ y a/b se entienden como el resultado de dividir una unidad o un todo en partes iguales (b) y luego tomar una cantidad (a) de esas partes.

Donde a se conoce como numerador y b como denominador de la fracción. Desde esta percepción, una fracción es un número que indica las partes que se toman de las divisiones iguales de la unidad o de un todo (p. 20).

Los números racionales (Q) son las fracciones que pueden formarse a partir de números enteros y pertenecen a los números reales. Estos pueden reescribirse como la fracción de dos números enteros porque se conocen tanto el numerador como el denominador. Se debe llegar a poder expresar el conjunto de los números racionales como (Pérez et al, 2014, p. 29):

$$Q = \left\{ \left[\frac{a}{b} \right] / a, b \in \mathbb{Z} \wedge b \neq 0 \right\}$$

Por otra parte, Fandiño (2014) describe el concepto de fracción, mencionando que no es conveniente dar una concepción definitiva de fracción ya que detrás del término se esconden varias acepciones y esto genera confusión: “se pretende dar una “definición” inicial definitiva de este objeto, pero esta elección luego no tiene la fuerza para satisfacer todos los significados que el término asumirá en el curso de los estudios” (p. 25).

Así mismo, Fandiño (2014) enumera los principales significados que la palabra “fracción” puede asumir en matemáticas y por lo tanto en el proceso de enseñanza – aprendizaje de los cuales se retoman los que se consideran pertinentes para su abordaje en quinto grado de educación primaria.

La fracción como parte de una unidad-todo, a veces continua, a veces discreta.

Si se toma la fracción como parte todo hay una relación, si el todo es la unidad o si es un conjunto discreto. Si el todo es una unidad continua hallar el $\frac{a}{b}$ –ésimo puede hacerse siempre, pero pierde sentido con las fracciones impropias ya que al ser la cantidad mayor que la unidad se confunden si es una o más parte todo. Si el todo es la unidad discreta también pierde sentido al momento de la construcción conceptual, ya que si se requiere hallar $\frac{6}{8}$ de 12 personas los alumnos se encontrarían con el obstáculo de que es imposible dividir una persona en 4 partes iguales.

En ambos casos, unidad continua o unidad discreta, es mejor resaltarlo en forma explícita, éstas necesitan una justificación específica, posible, por ejemplo, cuando la fracción finalmente se habrá transformado en un número y no será ya asimilada por el estudiante a una actividad concreta de partición de objetos o de conjuntos (p. 102).

Fracción como cociente

La escritura $\frac{a}{b}$ fue propuesta en precedencia en los términos de parte/todo: dada una unidad, dividirla en b partes iguales.

Es posible ver la fracción $\frac{a}{b}$ como una división no necesariamente efectuada sino simplemente indicada: $a \div b$; en este caso la interpretación más intuitiva no es la parte/todo, sino la siguiente: tenemos a objetos y los dividimos en b partes.

Sin embargo, hay ocasiones en que la operación de división indicada $\frac{a}{b}$ es también efectuada; por ejemplo, $\frac{3}{5}$ puede indicar una fracción parte/todo, una división indicada (3 objetos para distribuir entre 5 personas) pero también el cociente 0.6 si tal división es efectuada. Sólo que la escritura 0.6 no produce ya el efecto operatorio que producía la fracción $\frac{3}{5}$ que la originó. Es evidente que la misma escritura $\frac{3}{5}$ está indicando situaciones que, pueden tener interpretaciones muy distintas (p. 109).

La fracción como relación

En ocasiones la fracción $\frac{a}{b}$ se usa explícitamente para indicar la relación entre a y b y entonces se escribe $a:b$; el signo “:” sustituye “-” no tanto y no sólo indicando la operación de división, sino también al hacer explícito un sentido de relación entre dos magnitudes que están entre ellas como a está a b .

Por ejemplo, si tenemos un segmento AB de 20 cm de largo y uno CD de 25, el primero son los $\frac{4}{5}$ del segundo, lo que puede escribirse: $AB = \frac{4}{5} CD$ o bien $AB:CD = 4:5$. La escritura 4:5 indica la relación entre las longitudes de los dos segmentos (p. 110).

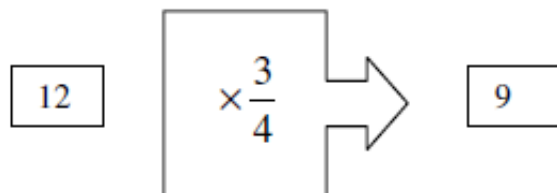
La fracción como operador

Con mucha frecuencia la fracción es considerada un operador multiplicativo, es más, este es uno de sus significados más usados en la escuela. La fracción como operador, entonces, actúa sobre los números puros más que sobre los conjuntos o sobre los objetos; es, de hecho, una nueva operación que combina división y multiplicación (p. 112-113).

En libros de texto enfatizar la fracción como operador con esquemas como el siguiente:

Figura 2.

Fracción como operador.



Nota: Tomado de Fandiño (2014, pp.113).

La fracción en probabilidad

Se establece una comparación todo-todo entre el conjunto de casos favorables y el conjunto de casos posibles. Por ejemplo, al evaluar la probabilidad según la cual, lanzando dos dados, se obtiene un múltiplo de 4. Los casos posibles son 36, los eventos favorables son 9 (que salga 4, que se presenta en 3 casos; 8, que se presenta en 5 casos; 12, que se presenta

en 1 caso). Entonces la probabilidad de ese evento se puede expresar con la escritura $9/36$, es decir el número de casos favorables al evento, con respecto al número de casos posibles (p. 114).

La fracción en los puntajes

Las “fracciones” en los puntajes son un objeto matemático que tiene características propias, intuitivas, pero poco cercanas a la definición que fue dada al inicio (p. 115).

La fracción como número racional

Se da particular atención a cuestiones que tienen que ver con la operatividad: equivalencia entre fracciones, adiciones entre fracciones, etc. El número racional 0.5, por ejemplo, no es otra cosa que la clase de equivalencia [(1; 2), (2; 4), (4; 8), ..., (3; 6), (6; 12), (9; 18), (5; 10), (10; 20), ...] formada por todos y sólo aquellas infinitas parejas ordenadas de números (a; b). Por lo que, tanto 0,5 como $\frac{1}{2}$, se aceptan como representantes del mismo número racional, aun siendo originalmente, antes esencialmente distintos (p. 115).

La fracción como punto de una recta orientada

La fracción es vista como un valor – punto sobre la recta orientada, mucho más cercana a ser un número racional que una fracción. Cuando escribimos, de hecho, $\frac{3}{4} < \frac{6}{7}$, no se evalúa el hecho de que si tomamos los $\frac{3}{4}$ de la misma unidad – todo obtenemos menos que si tomamos los $\frac{6}{7}$, por el contrario, estamos tratando directamente las fracciones como números racionales. La fracción indica en este caso una distancia, la distancia entre el origen y el punto – fracción. Obviamente se trata de una distancia relativa, dado que depende de la unidad de medida. un todo (p. 118).

La fracción como medida

En las botellas de vino con frecuencia se lee 0,75 L, que indica una cantidad, una medida, en la unidad decimal litro. Cualquiera persona está en capacidad de entender que se trata de $\frac{3}{4}$ de un litro. Sin embargo, una cosa es tener una botella graduada de 1 litro y decidir llenar los $\frac{3}{4}$, y otra bien distinta es tener una botella de vino que ya tiene como medida 0,75.

La cantidad de vino en la botella es una medida; que a veces tiene sentido pensarla como números racionales, a veces como fracciones, pero en ningún caso es necesario o conviene hacer referencia a la definición original de fracción. Es mucho más espontáneo un uso directo de la medida, así como viene indicada (p. 119).

La fracción indicador de cantidad de elección

La fracción $\frac{1}{10}$ significa también, en este caso, “1 de cada 10” que no es, estrictamente, la fracción que pretende dividir una unidad–todo en 10 partes iguales (p. 119).

La fracción como porcentaje

La relación que se establece entre un número y 100 recibe el nombre particular de porcentaje. Por regla general, los porcentajes tienen asignado un aspecto de 'operador', es decir, al interpretar 'el 60% de 500' se concibe actuando la fracción $\frac{60}{100}$ sobre 500 (dividir 500 en 100 partes y tomar 60). Aquí la unidad o el todo siempre representa el 100% (p. 120).

La fracción en el lenguaje cotidiano

Las fracciones las implementamos en nuestra vida cotidiana, en aspectos como el deporte, cuando se hace alusión a carreras al recorrer la mitad de una distancia establecida; en recetas de cocina, al decir que se necesita un cuarto, media porción de algún ingrediente, en el uso horarios, al referirse a las horas y cuartos, etc.

De las nociones que describe Fandiño (2015) enunciadas con anterioridad, las que se potenciarán en la secuencia didáctica serán las siguientes:

- La fracción como parte de una unidad-todo, a veces continua, a veces discreta.
- Fracción como cociente.
- La fracción como operador.
- La fracción como punto de una recta orientada.

Dichas nociones son las que en quinto grado de educación primaria se abordan en los libros de texto, son comprensibles por los estudiantes y servirían para explicarles desde diferentes perspectivas cómo se podría entender una fracción (p. 120).

Componentes de una fracción

Toda fracción consta de un numerador y un denominador. El numerador indica el número de partes iguales que se toman de un entero o unidad, mientras que el denominador se refiere a las partes en las que se ha dividido ese entero o unidad del que se habla. O sea, el numerador es el número de unidades repartidas y el denominador el número de trozos producidos en el reparto (p. 123).

Adición y sustracción de fracciones

El procedimiento para realizar las operaciones de adición y sustracción de fracciones cuando tienen igual denominador es sencillo en relación con los que tienen diferente denominador, Fonseca (2020, citado en Valenzuela et al. 2021) dice que "Para sumar y restar fracciones del mismo denominador, se suman o restan los numeradores y se deja el mismo denominador". Aunque el procedimiento sea sencillo, se debe poner énfasis en la parte de dejar igual el denominador, ya que muchos niños cometen el error de también sumarlo o restarlo aplicando conocimientos de números naturales a racionales, por ejemplo: $\frac{1}{4} + \frac{2}{4} = \frac{3}{8}$ (p. 128).

De las nociones que se mencionan con anterioridad las cuales se basan en los escritos de Fandiño (2014) en esta investigación toman relevancia las siguientes que son las que se emplearan en las secuencias didácticas que se llevaran a los alumnos:

- La fracción como parte de una unidad-todo, a veces continua, a veces discreta.
- Fracción como cociente.
- La fracción como operador

- La fracción como punto de una recta orientada.

Por otro lado, cuando las operaciones son con denominadores distintos, se complica un poco más el procedimiento, de hecho Menchú (2013, p.95) expresa que:

Para realizar la adición y sustracción de fracciones con diferente denominador, se debe insistir que solo se puede sumar y restar fracciones con igual denominador, por tanto, es preciso utilizar fracciones equivalentes a las fracciones originales, buscando que los dos sumandos o el sustraendo y el minuendo tengan el mismo denominador. Para la sustracción es el mismo procedimiento, solo hay que cambiar el signo de + a - y efectuar una resta.

En síntesis, para resolver operaciones de adición y sustracción de fracciones con distintos denominadores, lo primero que se debe enseñar al estudiante es que solo se suman y restan fracciones con iguales denominadores; por lo tanto, se debe, en primer lugar, convertir las fracciones con distintos denominadores a unas con igual denominador a través de sus fracciones equivalentes, como se demostró anteriormente.

En la educación secundaria, uno de los algoritmos más utilizados para enseñar la suma de fracciones se basa en la fórmula dada por la expresión algebraica $\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{ad+bc}{bd}$, lo cual centra la atención de los estudiantes en aprenderse a través la misma. (Sbitneva et al, 2020, p. 85).

Figura 3.

Proceso algorítmico para suma de fracciones.

$$\frac{2}{6} + \frac{5}{2} = \frac{2 \cdot 6 + 5 \cdot 2}{6 \cdot 2} = \frac{12 + 10}{12} = \frac{22}{12} = \frac{11}{6}$$

Nota: Tomado de math3logic.

Este último incluirá también en las secuencias, con la finalidad de describir a los alumnos uno de los mecanismos para operar números racionales.

Se considera que un aspecto importante por retomar es la modelización, respecto a este concepto Trelles et al. (2022) expresan que la modelización matemática se refiere al proceso de construcción de un modelo que sirve para explicar o estudiar un fenómeno real o matemático, lo que requiere traducciones constantes entre la realidad y las matemáticas.

Al igual que manifiestan que puede ser entendida de forma sencilla como un proceso de traducción entre el mundo real y las matemáticas.

Por su parte Porras y Fonseca (2014) mencionan que las actividades de modelización matemática son diseñadas en la línea de situación-problema y le permiten al estudiantado definir, explorar y expresar sus ideas y conceptos estimulando en él la elaboración de modelos que permiten explicar un problema de la vida real, donde la información no siempre se presenta de forma explícita o en forma matematizada, y cuya solución no siempre se resume a aplicar un procedimiento o un algoritmo.

Capítulo 3. Metodología

En este capítulo se aborda la metodología con la que se llevó a cabo esta investigación, también describe el tipo de investigación, la cual es descriptiva con un enfoque cualitativo, se describe y se lleva a cabo método de investigación-acción que se empleó para realizar de forma pertinente la investigación.

La naturaleza de esta investigación se define como descriptiva, ya que se aborda una problemática de la que ya existen propuestas de mejora en el aula. De acuerdo con Hernández et al. (2014), la investigación de tipo descriptiva se caracteriza por:

- Se busca especificar las propiedades, las características y los perfiles de personas, grupos, comunidades, procesos, objetos o cualquier otro fenómeno que se someta a un análisis.
- Son útiles para mostrar con precisión los ángulos o dimensiones de un fenómeno, suceso, comunidad, contexto o situación.
- El investigador debe ser capaz de definir, o al menos visualizar, qué se medirá (qué conceptos, variables, componentes, etc.) y sobre qué o quiénes se recolectarán los datos (personas, grupos, comunidades, objetos, animales, hechos).

Sabino (1992) define a la investigación descriptiva como. “el tipo de investigación que tiene como objetivo describir algunas características fundamentales de conjuntos homogéneos de fenómenos, utiliza criterios sistemáticos que permiten establecer la estructura o el comportamiento de los fenómenos en estudio, proporcionando información sistemática y comparable con la de otras fuentes” (pp. 43-44)

Respecto al enfoque, el enfoque que se implementa es el cualitativo, ya que se describe de manera minuciosa hechos, comportamientos, interacciones que los participantes del estudio experimentan al implementarse un modelo de evaluación formativa. De acuerdo con Castaño y Quecedo (2003), el enfoque cualitativo produce datos descriptivos: las propias palabras de las personas, habladas o escritas, y la conducta observable.

Vara (2012) menciona que el modelo de investigación cualitativa se puede distinguir por las siguientes características:

- Es inductiva. El investigador comprende y desarrolla conceptos partiendo de los datos, además sigue un diseño de investigación flexible.
- Es holística. El investigador ve el escenario y a las personas en una perspectiva de totalidad, es decir; los participantes y los contextos no son reducidos a variables, sino considerados como un todo.
- Es humanista. Los investigadores cualitativos son sensibles a los efectos que causan sobre las personas estudiadas.
- Es rigurosa. Los estudios cualitativos dan énfasis a la validez de la investigación.
- Es abierta. Todos los escenarios y personas son dignos de estudio.

En una investigación cualitativa se utiliza una variedad de instrumentos para recoger información: las entrevistas, imágenes, observaciones, historias de vida; en los que se describen las rutinas y las situaciones problemáticas, así como los significados en la vida de los participantes (Blasco & Pérez, 2007).

Vara (2012) plantea que este tipo de investigaciones se realiza con muestras pequeñas y generalmente, abarcan muchas variables de estudio, por lo que se utilizan diversas técnicas de observación, registro y entrevista al mismo tiempo. Sin embargo, existe una desventaja al utilizar este tipo de técnicas, no son estadísticamente generalizables para otro tipo de poblaciones.

El método que se empleó para el presente trabajo fue el de investigación -acción ya que después de la realización de la secuencia se contempla una implementación de ésta, de tal forma que se analicen los resultados obtenidos y con las áreas de oportunidad que se presenten rediseñar una secuencia de tal manera que se pueda ir mejorado de forma paulatina.

Al respecto, Elliott (2005) menciona que es un método que faculta al docente para mejorar su práctica, ya que se indaga con el fin de transformar. Por lo tanto, es una herramienta que le permite al investigador ser generador de conocimientos profesionales que buscan mejorar las acciones. Asimismo, es un instrumento que permite autoevaluarse con el propósito de un desarrollo profesional.

De acuerdo con Hernández et al. (2014) la investigación-acción participativa se caracteriza por su flexibilidad, puesto que es válido e incluso necesario realizar ajustes conforme se avanza en el estudio, hasta que se alcanza el cambio o la solución al problema. Creswell (2012) menciona que implica una inclusión completa y abierta de los participantes en el estudio, como colaboradores en la toma de decisiones, comprometiéndose como iguales para asegurar su propio bienestar.

Son tres fases en las que se lleva a cabo la investigación-acción participativa: fase inicial o de contacto con la comunidad, fase intermedia o de elaboración de plan y fase de evaluación y ejecución del estudio (Bernal, 2010), las cuales serán consideradas para la implementación de las secuencias.

La fase inicial o de contacto con la comunidad es donde se lleva a cabo el primer encuentro con la comunidad para conversar con la gente y motivarle a participar. Una vez que acceden, se organiza el trabajo de detección de necesidades o problemáticas, con el propósito de dar una solución.

En la fase intermedia o de elaboración del plan se plantean los objetivos por alcanzar, se asignan tareas y responsabilidades, técnicas de recolección de información como reuniones, diarios de campo, entrevistas, sociodramas, observación participante estructurada, diálogos anecdóticos, entre otras.

Finalmente, en la fase de ejecución y evaluación del estudio se realiza una retroalimentación constante de los avances y ajustes en las acciones, de tal manera que se alcancen los objetivos propuestos.

Por su parte Evans (2010), establece: Que el método de Investigación - acción inicia con el **planteamiento del problema**. En esta etapa se encuentran las pautas para diseñar y ejecutar este proceso, punto de partida necesario que supone identificar con rigurosidad la situación problemática que está afectando principalmente a los estudiantes y la fundamentación teórica de las variables o elementos clave que pretendas trabajar. Por eso es necesaria la búsqueda y selección de fuentes para construir una teoría articulada o en diálogo con tu práctica docente (p. 27).

La siguiente etapa es la formulación de las **hipótesis de acción y el plan de acción**. Es lo que denomina el corazón de la investigación-acción, en tanto explicita el sentido y la manera cómo intentarás solucionar el problema antes identificado.

Sobre la base de la participación democrática, la colaboración activa del o los docentes, estudiantes y otros actores, debes proponer las acciones de mejora con el fin de revertir el problema señalado. La investigación, la innovación y el conocimiento científico pertinente se relacionan entre sí, con la finalidad de transformar los procesos y los resultados (p. 42).

Con lo ya trabajado, se avanza hacia la etapa de **desarrollo de la propuesta de mejoramiento** que es la ejecución de la planificación realizada anteriormente. En esta etapa encontrar una serie de recursos e instrumentos acorde a los requerimientos y necesidades para llevar a cabo la experiencia, asegurando la rigurosidad metodológica de la investigación (p. 59).

La siguiente etapa comprende dos aspectos: **la evaluación**, que es la valoración y apreciación de los procesos y resultados logrados, los no logrados y algunos logrados, pero no previstos. La evaluación como tal tiene que formularse en el momento del diseño mismo de la investigación-acción y se ejecuta a medida que ésta se desarrolla y finaliza la experiencia.

Además de reconocer lo que se ha logrado, es también importante que el docente haga un proceso metacognitivo acerca de las incidencias de la experiencia en su propio desarrollo personal, su desempeño profesional, reflexione sobre cómo y qué aprendieron sus estudiantes. Estas son las Lecciones aprendidas y la reflexión crítica, proceso transversal que se realiza a lo largo de la investigación-acción.

Como aspecto final está la **difusión de resultados**, que es la rendición de cuentas o comunicación de los hallazgos en términos de fortalezas, debilidades, recomendaciones que permiten a otros, potenciar y reajustar sus proyectos de mejora educativa sobre la base del aprendizaje compartido. La sistematización y difusión de la experiencia aporta

conocimiento y amplia las posibilidades de continuar con el proceso interminable de mejorar la calidad de la educación (p. 70).

3.1 Etapa 1. Planteamiento del problema.

La investigación se realizó con un grupo de 28 alumnos de quinto grado de educación primaria, niños de entre 9 y 10 años, de la Escuela Primaria “Niños Héroes” de Fresnillo, Zacatecas, donde se detectó que los alumnos presentan dificultades en la resolución de problemas que implican la suma y resta de fracciones, así como de una comprensión de los números racionales.

Se llevo a cabo una intervención pedagógica para un desarrollo profesional que favorezca el aprendizaje de los alumnos, una mejora en la práctica docente y brindar una propuesta de secuencia a los docentes que sirva como herramienta para trabajar el contenido de suma de fracciones en primaria.

Las técnicas para recoger la información son las siguientes: videgrabaciones, hojas de trabajo y notas de campo.

Dificultades reportadas que serán consideradas

De acuerdo con los antecedentes de nuestra investigación, serán consideradas para este estudio las siguientes dificultades:

- Un entero se confunde con su inverso: $\frac{1}{7}$ se confunde con $\frac{7}{1}$, o bien, $1\frac{1}{7}$ y $\frac{7}{1}$ se consideran como dos escrituras equivalentes.
- El conocimiento de los naturales puede ser un obstáculo para el dominio de los números racionales; por ejemplo, algunos niños pueden afirmar que $\frac{1}{3} < \frac{1}{5}$ explicando que $3 < 5$.
- La mitad de la fracción $\frac{1}{3}$ se designa frecuentemente por la fracción $\frac{1}{6}$ (que es en realidad el doble de $\frac{1}{6}$), argumentando que la mitad de 6 es 3.
- Para multiplicar entre sí dos fracciones, se les reduce a un común denominador, después se multiplican los numeradores olvidando de multiplicar entre sí los denominadores. Se trata de una confusión entre las reglas de la adición de fracciones y las de la multiplicación.
- Tienen falencias al definir una fracción, la mayoría confunden las fracciones homogéneas con las heterogéneas, aunque se les facilita más interpretar las fracciones propias, que las impropias, y se les complica operar (sumar y/o restar) de forma gráfica, principalmente con las fracciones heterogéneas.
- Errores en el algoritmo suma de las fracciones, produciéndose principalmente al mezclar este algoritmo con el de multiplicación.
- Consideran la fracción como dos números independientes separados por una línea.

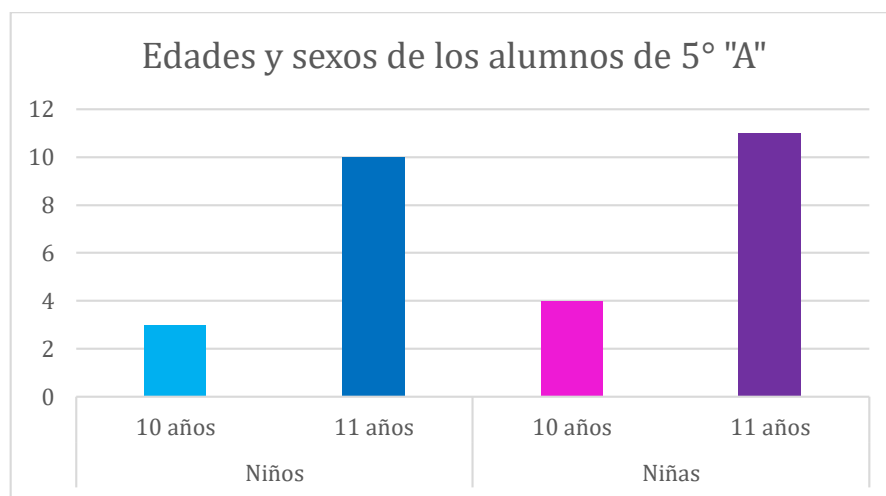
- No identifican las múltiples representaciones que tiene un número racional, no distinguen una fracción como una razón, como la cantidad de veces que “está”.
- Al sumar (restar) fracciones suelen sumar (restar) los numeradores, por una parte, y los denominadores por otra.
- Frecuentemente luchan con poder procesar las magnitudes de las fracciones.
- Dificultad para resolver problemas con fracciones mixtas, así como el concepto de fracciones mixtas.

De igual manera, como nuestro marco teórico es el aprendizaje significativo, dentro del planteamiento debemos considerar los aprendizajes previos, por lo que se realizó una prueba de diagnóstica (ver anexo1) a todos los alumnos de 5° “A” que son un total de 28 con el objetivo de identificar con rigurosidad la situación problema, pues el tema de fracciones debió abordarse desde el tercer grado, sin embargo, al atravesar esta etapa durante la pandemia ocasionada por el virus SARS-Covid-2, se pretende conocer las nociones acuñadas por los alumnos, así como sus procesos operativos, en relación con las fracciones hasta el momento de la aplicación y tomarlo como referente para la elaboración de la secuencia didáctica.

Los participantes fueron 28 alumnos de entre 10 y 11 años, de los cuales 13 son niños (3 con edad de 10 años y 10 con edad de 11 años) y 15 son niñas (4 con edad de 10 años y 11 con edad de 11 años). Como se muestra en la gráfica 1, que describe a los alumnos categorizando por edad y género.

Gráfica 1.

Descripción del grupo



Nota: Elaboración propia

Cabe mencionar que se colocaron claves como por ejemplo A13H, como identificador del alumno 13 que es hombre para cuidar identidad de los alumnos. La prueba aplicada tiene un total de 8 cuestionamientos que contienen 51 reactivos como se muestra en la siguiente tabla, el tiempo designado para la actividad fue de 1 sesión de 90 minutos.

Tabla 2.

Reactivos por actividad incluidos en el diagnóstico

Reactivos por actividad								
Cuestionamientos	1	2	3	4	5	6	7	8
Numero de reactivos	12	6	4	6	3	2	8	10
Total de reactivos	51							

Nota: Elaboración propia.

La pregunta 1 tuvo por propósito conocer si los alumnos identifican la diferencia entre las fracciones propias e impropias, conocen su nombre y logran representarlas.

Los resultados arrojaron que cinco de los estudiantes tiene dificultades para reconocer cuando una fracción es propia o impropia ya que respondieron acertadamente a 3 o menos de los 5 reactivos propuestos, véase en figura 4.

Figura 4.

Alumno con dificultades para distinguir los tipos de fracción.

Fracción	Nombre	Propia/impropia	Representación
$\frac{3}{6}$	tres sextos	propia	
$\frac{4}{2}$	cuatro medios	propia	
$\frac{3}{9}$	tres novenos	impropia	
$\frac{9}{3}$	nueve tercios	propia	
$\frac{10}{12}$	diez duodécimos	impropia	

Nota: Trabajo elaborado por A27M

Mientras que la mayoría de los alumnos 23/28 logró escribir correctamente el nombre de la fracción, de los 5 alumnos que no, únicamente el estudiante A13H no escribió ningún nombre de manera correcta. Respecto a la representación 13 de 28 alumnos representaron entre 4 y 5 reactivos de los 5 propuestos de forma correcta, véase en figura 5.

Figura 5.

Errores al señalar nombre y tipo de fracción.



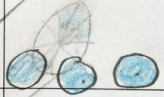

Fracción	Nombre	Propia/impropia
$\frac{3}{6}$	3 sextavos	propia ✓
$\frac{4}{2}$	4 zotavos	propia ✓
$\frac{3}{9}$	3 otavos	impropia ✗
$\frac{9}{3}$	9 3 otavos	propia ✓
$\frac{10}{12}$	10 doctavos	propia ✓

Nota: Elaboración propia, respuesta del alumno A13 a la pregunta 1.

Respecto a la representación se destaca que en donde se tuvo mayor dificultad fue en las fracciones impropias, dicha dificultad fue documentada por Acevedo, López, Guerrero y Morales (2013) cuando expresan que se les facilita más interpretar las fracciones propias, que las impropias, esto puede visualizarse en la figura 6.

Figura 6.

Dificultades para interpretar las fracciones impropias.

Propia/impropia	Representación
propia	 ✓
impropia	 ✗
propia	 ✗
impropia	 ✗

Nota: Elaboración propia tomado de hoja de trabajo.

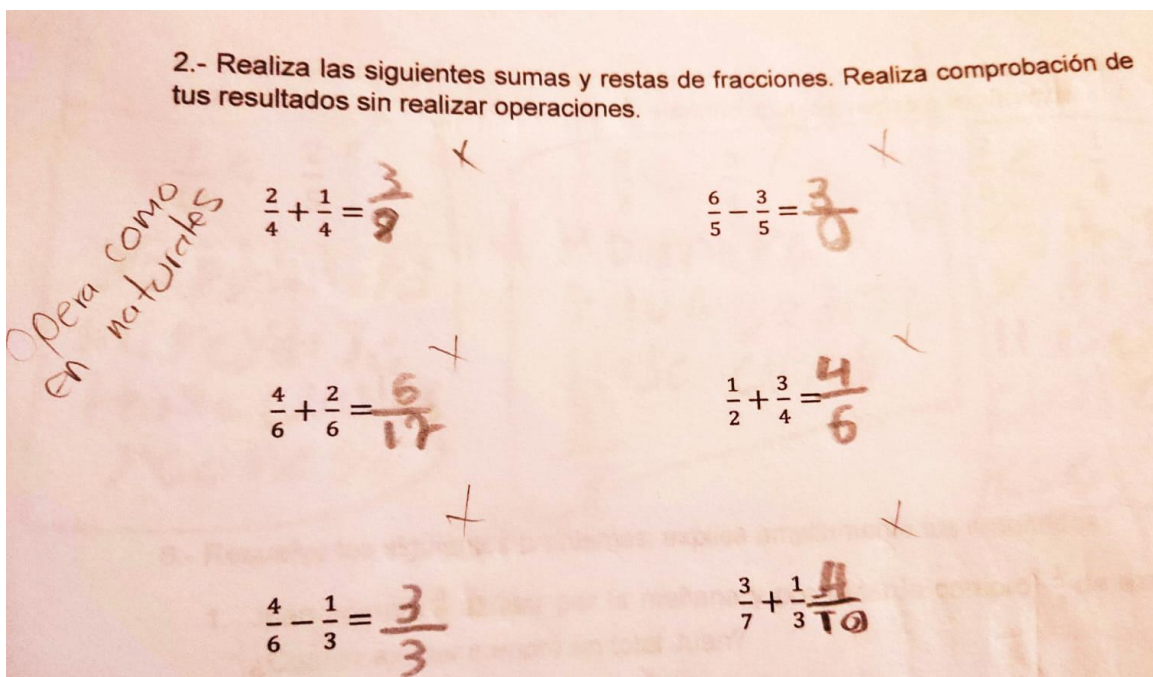
Respecto al alumno A13H que no logró escribir de forma correcta ninguna fracción (como se muestra en la figura 5), González-Forte et al. (2019) menciona que una dificultad persistente en los alumnos es al momento de interpretar el símbolo $\frac{a}{b}$ ya que lo consideran como dos números independientes separados por una línea.

En el ejercicio anterior se destaca que un gran número de estudiantes invierte las fracciones, esta dificultad fue documentada por Cid, Godino y Batanero (2006).

Respecto al cuestionamiento 2 referente a sumar fracciones con igual y diferente denominador se identificó que 8 alumnos operan con las fracciones del mismo modo que con los naturales, dicho error fue detectado en la literatura por González-Forte et al. (2019) y González (2015) cuando al sumar (restar) fracciones suelen sumar (restar) los numeradores, por una parte, y los denominadores por otra. Como se muestra en la figura 7.

Figura 7.

Operación de números racionales como naturales.

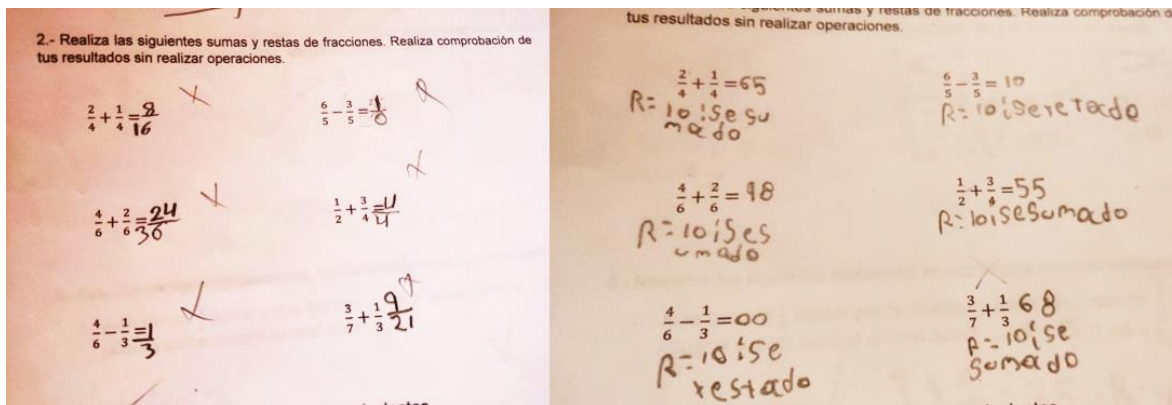


Nota: Tomada del trabajo de A13H.

Mientras que otros 9 alumnos muestran una algoritmización mal ejecutada (ver figura 8), realizan multiplicación cruzada pero no la de denominador por denominador. Además, los alumnos usan números naturales para responder a la suma de fracciones, 5 alumnos lograron responder la mayoría de la suma usando el algoritmo de suma de fracciones y únicamente uno no logró responder nada.

Figura 8.

Respuesta con números naturales a fracciones.

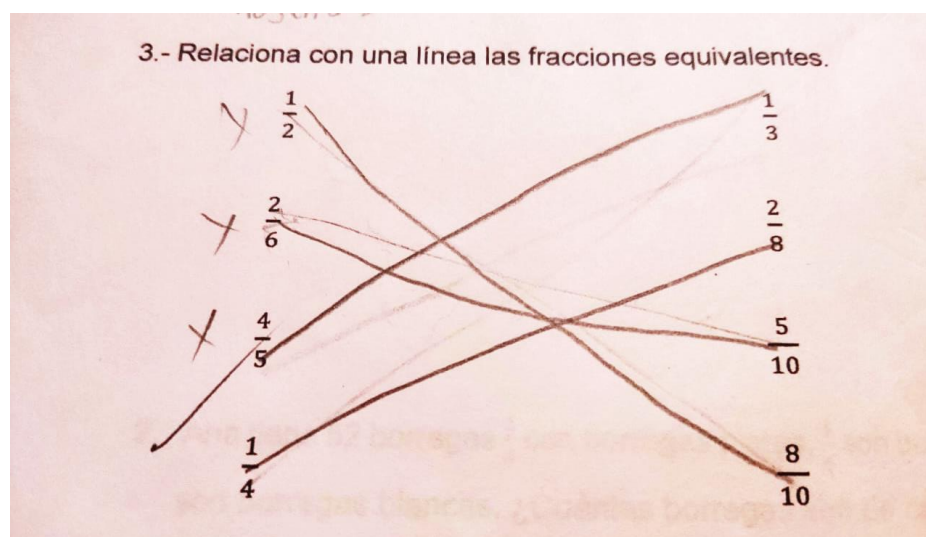


Nota: Tomado de hojas de trabajo de alumnos.

En el cuestionamiento 3 que tenía la intención de conocer si los alumnos identificaban fracciones equivalentes únicamente 3 lograron relacionar la fracción con su equivalente por lo tanto existe una gran necesidad de que los alumnos comprendan la equivalencia de fracciones. Una de las posibles causas puede ser el conocimiento de los naturales puede ser un obstáculo para el dominio de los números racionales Cid, Godino y Batanero (2004).

Figura 9.

Dificultades al realizar fracciones equivalentes



Nota: Elaboración propia tomado de la alumna A3M.

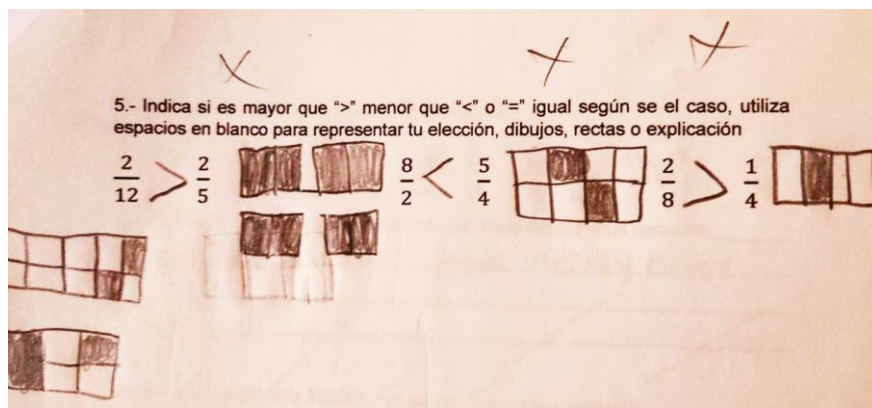
En relación al cuestionamiento 4 donde se deseaba observar si los alumnos identificaban la fracción faltante para completar el entero, por ejemplo $\frac{3}{5}$ más $\frac{2}{5}$ forman

5/5 el entero, únicamente 5 alumnos lograron realizarlo de forma correcta, un gran número de alumnos no colocó una fracción y trató de representar la fracción, otros trataron de relacionar como el ejercicio anterior mientras otros colocaban la misma fracción, por lo tanto se considera que los alumnos tienen dificultades para comprender que las fracciones pueden formar números enteros.

En el cuestionamiento 5 donde se pretendía conocer si los alumnos identificaban qué fracción era mayor que “>” menor que “<” o “=” igual según fuera el caso, los resultados arrojaron que la mayoría tuvo errores, respecto a esto se puede ver que los alumnos tienen dificultades asociadas a la aplicación inapropiada de propiedades de los números naturales a los números racionales González-Forte (2019) y Cid, Godino y Batanero (2006) los cuales mencionan que el conocimiento de los naturales puede ser un obstáculo para el dominio de los números racionales; por ejemplo, algunos niños pueden afirmar que $1/3 < 1/5$ explicando que $3 < 5$.

Figura 10.

Error al comparar fracciones, a mayor denominador mayor será la fracción



Nota: Trabajo de alumno A17M.

En el cuestionamiento 6 donde los alumnos deberían resolver problemas con sumas de fracciones la mayoría de los estudiantes presenta dificultades mencionadas en el cuestionamiento 2, pero además de eso se hizo presente lo mencionado por Santos (2019) quien nos indica que los alumnos tienen dificultades en resolver problemas de números racionales.

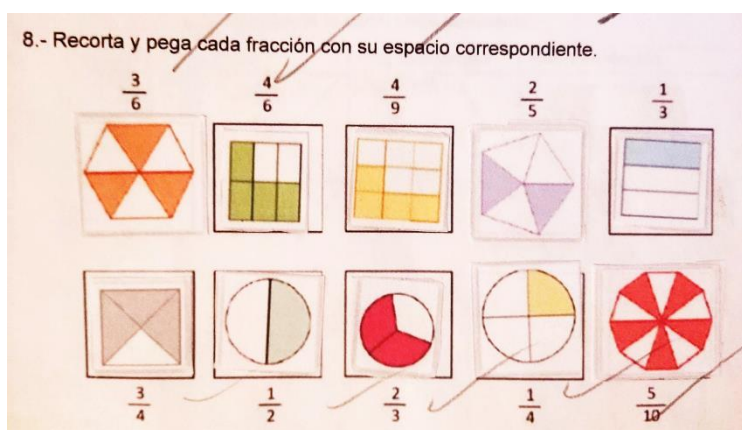
En el cuestionamiento 7 donde se pretendía que los alumnos realizarán una sucesión de fracciones de cuartos y números enteros por ejemplo $3/4, 1, 1\ 1/4, 1\ 2/4 \dots$ únicamente el estudiante A19M logró realizarla de forma correcta, en su mayoría usaron fracciones en cuartos, y pocos usaron números naturales o fracciones distintas a cuartos, por lo tanto, como en el cuestionamiento 4 se considera los alumnos tienen dificultades para comprender que las fracciones pueden formar números enteros mencionada por Reinhold et al. (2020) al

mencionar que los alumnos frecuentemente luchan con poder procesar las magnitudes de las fracciones.

Por último, en el cuestionamiento 8 donde se pretendía conocer si los estudiantes relacionaban fracciones propias con su representación figural. Los resultados fueron favorables debido a que todos los alumnos lograron establecer la relación de qué fracción representaba cada imagen.

Figura 11.

Relación de la fracción con su representación.



Nota: Actividad resuelta por alumno A17M.

Derivado del diagnóstico se han detectado diversas dificultades en su mayoría asociadas a que aplican inapropiadamente el conocimiento de los números naturales a los racionales.

- Consideran que entre más grande sea el numerador mayor será la fracción, por ejemplo, que $1/12$ es más grande que $1/3$. González-Forte (2019) y Cid, Godino y Batanero (2004)
- Los alumnos no identifican las múltiples representaciones que tiene un número racional, no distinguen una fracción como una razón, como la cantidad de veces que “está”. Coronado (2016)
- Invierten fracciones impropias para operarlas como propias. Cid, Godino y Batanero (2004)
- Desconocen que las fracciones pueden formar enteros al tener el mismo numerador y denominador. Reinhold et al. (2020)
- La mayoría no encuentra la relación entre fracciones equivalentes. González-Forte (2019) y Cid, Godino y Batanero (2004)
- La mayoría de los alumnos no logra sumar fracciones propias o impropias. Cid, Godino y Batanero (2004). González (2105), González-Forte (2019)

- Tienen dificultades para resolver problemas con suma de fracciones. Santos (2019)

Por otro lado, los alumnos pueden realizar lo siguiente:

- Los alumnos conocen las representaciones de fracciones propias
- La mayoría sabe el nombre de las fracciones propias.
- Algunos alumnos conocen y ejecutan de forma correcta el algoritmo de suma de fracciones y saben simplificarlas.

Pero cabe destacar que esto únicamente lo hacen de manera mecánica ya que no comprenden el valor y magnitud de las fracciones.

3.2 Etapa 2. Hipótesis y Plan de Acción

El diagnóstico mencionado anteriormente se diseñó de acuerdo con lo planteado en el libro de texto y el plan de estudio, con éste se lograron corroborar algunas de las dificultades reportadas en los antecedentes.

Es importante mencionar que el diseño de la primer secuencia didáctica toma en cuenta los conocimientos evidenciados por los estudiantes ya que como lo marca el aprendizaje significativo, se debe conocer qué sabe el estudiante y partir de sus conocimientos previos.

Al realizar la secuencia didáctica se tomó como referente secuencias ya probadas con resultados favorables como lo son las de Fuentes (2010) y Fierro y Montaña (2017), las secuencias se adaptaron al contexto y se rediseñaron en busca de lograr una comprensión por parte de los estudiantes.

Se planea que la secuencia completa esté integrada por 3 secuencias didácticas las cuales lleven al alumno a resolver problemas de la vida real en los que logren realizar sumas de fracciones. Potenciando de esta forma que los alumnos comprendan la suma de fracciones y logren llevarlo a su contexto real, posteriormente se analizarán para comprobar su funcionalidad y efectos.

Se da énfasis a la capacidad de leer, comprender y resolver problemas vivenciales y del contexto, buscando que el estudiante construya aprendizajes significativos a partir de sus experiencias previas y de su relación con el medio.

Las sesiones de trabajo propuestas no son continuas, dichas sesiones se apegan a la progresión de contenidos que el plan de estudios de educación primaria propone, es decir, han sido planificadas de acuerdo con los bloques programados para quinto grado.

En la tabla 1 se puede observar el contraste entre los objetivos planteados por cada una de las sesiones y el aprendizaje que de ésta se espera obtener.

Tabla 3.

Objetivos y aprendizajes esperados de las secuencias

Secuencias	Objetivo	Aprendizaje esperado
1	Ayudar a los estudiantes a comprender las fracciones propias donde $a < b$, impropias donde $a > b$, aparentes donde $a = b$ y fracciones equivalentes donde $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$.	Identifica fracciones equivalentes, mayores o menores que la unidad.
2	Que el estudiante logre realizar sumas de fracción con mismo y diferente denominador y las utilice para resolver problemas	Resuelve problemas que implican sumar o restar números fraccionarios con igual o distinto denominador
3	Que los alumnos identifiquen las fracciones mixtas y realicen sumas con ellas.	

Nota: Elaboración propia

3.2.1 Secuencia 1

3.2.1.1 Hipótesis

Para la elaboración de la secuencia se toman como referente las dificultades encontradas en la prueba diagnóstica en las que se destacaron las siguientes, las cuales se corroboran con los antecedentes de este trabajo:

- Los alumnos no identifican las múltiples representaciones que tiene un número racional, no distinguen una fracción como una razón, como la cantidad de veces que “está”. (González 2015; Coronado 2016; González-Forte et al. 2019)
- Consideran que entre más grande sea uno de los números de la fracción, mayor será ésta, por ejemplo: $\frac{1}{12} > \frac{1}{3}$ argumentando que $12 > 3$. (Cid, Godino y Batanero 2004)
- Invierten fracciones impropias para operarlas como propias. (Cid, Godino y Batanero 2004; Acevedo, López, Guerrero y Morales 2013)
- Desconocen que las fracciones pueden formar un entero al tener el mismo numerador y denominador. (Reinhold et al. 2020)
- Frecuentemente luchan con poder procesar las magnitudes de las fracciones. (Reinhold et al. 2020)

Se promueve el uso del material (ver figura 12) elaborado en fomi, las cuales son regletas de diferentes medidas proporcionales, con la finalidad de ayudar a los alumnos a comprender magnitudes y comprobar resultados de comparaciones y equivalencias.

Figura 12.

Material complementario.



Nota: Material completo de elaboración propia.

Por binas se les entregará un juego del material, el cual consiste en las siguientes regletas: 2 enteros, 4 de $\frac{1}{2}$, 6 de $\frac{1}{6}$, 8 de un $\frac{1}{4}$, 10 de $\frac{1}{5}$, 12 de $\frac{1}{6}$, 16 de $\frac{1}{8}$, 18 de $\frac{1}{9}$ y 20 de un $\frac{1}{10}$.

De la sesión 1 se tiene la hipótesis que los alumnos lograrán:

- Comprender cuáles son y cómo se representan las fracciones propias e impropias haciendo uso del material didáctico.
- Dejarán de invertir las fracciones al identificarlas correctamente.
- Comprenderán que una fracción con el mismo numerador y denominador es un entero.

En la sesión 2 se incluye las estrategias de simplificación y amplificación de fracciones para que los alumnos comprendan la equivalencia de fracciones. De manera paulatina el material didáctico pasa a segundo plano al indicar la realización de actividades en las que el material no es suficiente para representar y/o comprobar los resultados.

La sesión consta de tres fases, inicial, intermedia y ejecución, en la fase inicial se espera que los alumnos logren identificar el numerador y denominador de una fracción.

Por su parte en la fase intermedia consta de ocho actividades en las que se espera que los alumnos logren una comprensión de las fracciones propias e impropias así como aparentes en las que se apoyan del material didáctico para su comprobación o resolución según sea el caso.

Finalmente, en la ejecución se pone a prueba lo aprendido en las fases anteriores y se les plantea una actividad donde los alumnos determinan si es una fracción, propia o

impropia o forman un entero. Además de que reflexionan sobre éstas con tres preguntas que se plantean: ¿Cómo sabes que una fracción es propia?, ¿Cómo sabes que una fracción es impropia?, y ¿Cómo sabes que una fracción es un entero

En la sesión 2, como en la sesión 1, se hace uso del material didáctico, pero además se incluyen las estrategias de simplificación y amplificación de fracciones para que los alumnos comprendan la equivalencia de fracciones. De manera paulatina el material didáctico pasa a segundo plano al indicar la realización de actividades en las que el material no es suficiente para representar y/o comprobar los resultados.

De la sesión 2 tenemos la hipótesis de que los alumnos lograrán:

- Comprender cuáles son y cómo se representan las fracciones equivalentes haciendo uso del material didáctico.
- Encontrar las fracciones equivalentes haciendo uso de las estrategias de amplificación y simplificación.
- Relacionar lo aprendido con el entorno donde viven observando la utilidad de las fracciones más allá de espacios áulicos.

De igual forma la sesión 2 cuenta con tres fases, en la fase inicial se aborda la equivalencia de fracciones por medio de una hoja en blanco, dicha actividad es guiada y se espera que los alumnos no entren sin conocimientos previos a la fase intermedia.

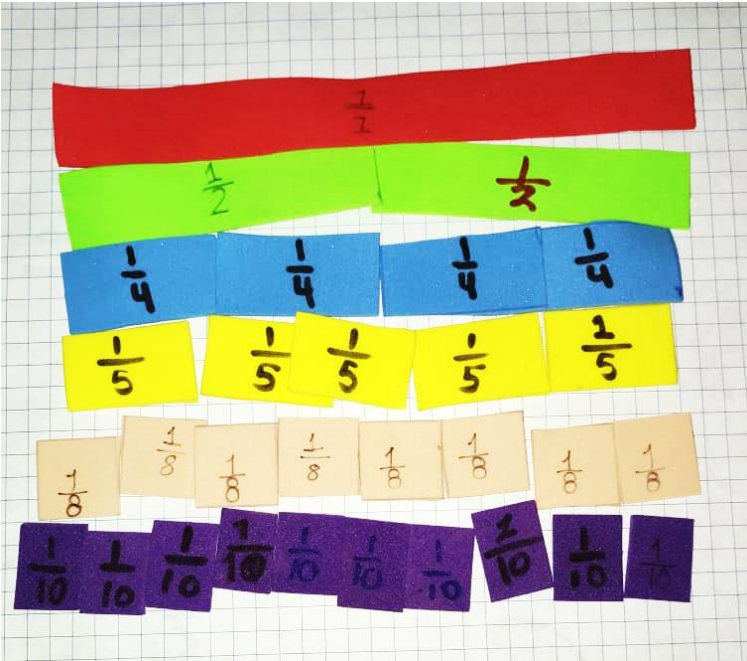
En la fase intermedia se les facilita a los alumnos el material didáctico y con ayuda de éste se resuelven algunas fracciones equivalentes, se espera que el material didáctico no sea la base del aprendizaje debido a que en su mayoría los ejercicios no se pueden resolver con el material y tienen que buscar estrategias heurísticas para encontrar la solución.

Posteriormente se les facilita a los alumnos la estrategia de simplificación y amplificación de fracciones que es un método para encontrar fracciones equivalentes que se espera que utilicen para resolver las actividades propuestas en la ejecución.

En la ejecución se espera que los alumnos logren resolver los problemas y actividades planteadas de fracciones equivalentes con las herramientas que se les han brindado. Por último, respecto a los tiempos de implementación se contempla usar dos días para la aplicación del instrumento, con un trabajo continuo de 1.45 horas.

3.2.1.2 Plan de acción

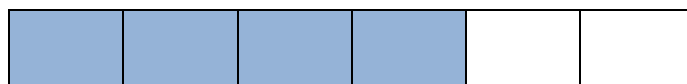
<p>Objetivo: Ayudar a los estudiantes a comprender las fracciones propias donde $a < b$, impropias donde $a > b$, aparentes donde $a = b$ y fracciones equivalentes donde $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$.</p>	<p>Aprendizaje esperado: Identifica fracciones equivalentes, mayores o menores que la unidad.</p>
---	--

Sesión 1	
Fases	Actividades
Inicial	<p>Llevar al salón de clases 11 naranjas y cuestionar a los alumnos lo siguiente:</p> <p>¿Cómo podremos repartir las naranjas en partes iguales entre todo el grupo (28 alumnos)?</p> <p>Partir de forma visual las naranjas aclarando qué parte de la naranja equivale a un medio, cuál a un cuarto y cuál a un octavo. Posteriormente entregar a cada alumno la naranja que le tocó, sería primero un cuarto y posteriormente un octavo. Cuestionar lo siguiente:</p> <p>A. ¿Para qué usamos las fracciones en nuestra vida cotidiana?</p> <p>B. ¿Cómo crees que se sabe cuántas partes se debe de partir de un entero cuando observas una fracción?</p> <p>En caso de que los alumnos no logren responder la pregunta ejemplificar y cuestionar con ayuda de pastel o pizza. Y volver a preguntar.</p> <p>C. ¿Cuáles son las partes de una fracción?</p> <p>En el cuestionamiento B aclarar de forma puntual cuál es el numerador y denominador en caso de ser necesario.</p>
Intermedia	<p>1. Presentar a los alumnos el material (únicamente entero, medios, cuartos, quintos, octavos y decimos):</p> 

2. Entregar a los alumnos por binas (equipos de dos) el material y una hoja de trabajo con los siguientes cuestionamientos.
 - a) Tomando la ficha de la unidad (roja) empezaremos a ver cuántas veces podemos superponer las fichas que representan $\frac{1}{4}$ de la unidad. ¿cuántas fichas necesitaste para completar la unidad?
 - b) ¿Cuántas fichas necesitas para completar la unidad si tomamos las fichas que representan $\frac{1}{5}$ de la unidad?
 - c) Ahora toma la ficha de la unidad, si quieres darle la mitad a tu compañero. ¿Qué ficha representa la parte que le tocaría a cada uno?
 - d) Si se quisiera utilizar 8 fichas para completar la unidad ¿qué fichas estaríamos usando, dibuja el borde de la ficha y escribe qué fracción representa?
3. Entregar e indicar que llenen la siguiente tabla tomando en cuenta la actividad anterior.

Símbolo de la ficha	Fichas necesarias para completar el entero.	Nombre de la ficha
1		Una unidad
$\frac{1}{2}$	2	
$\frac{1}{4}$		Un entero
$\frac{1}{5}$	5	
$\frac{1}{8}$		
$\frac{1}{10}$		

4. Presentar en el pizarrón la siguiente imagen que representa $\frac{4}{6}$ de la unidad y cuestionar: ¿cuántas partes iguales estoy tomando de la unidad y en cuántas partes iguales está dividida la unidad?



5. En el material representa el número $\frac{5}{4}$ (cinco cuartos).

a) ¿Cómo crees que sea dicha representación, dibuja el borde de las fichas que utilizaste?

b) ¿Qué representa el número 5 y el número 4?

c) ¿Es mayor o menor a una unidad?

Explicar a los alumnos que cuando una fracción excede la unidad se llaman fracciones impropias, mientras que si no exceden la unidad reciben el nombre de propias.

6. Representa en el material las siguientes fracciones, colorea de rojo las propias y de azul las impropias

$\frac{3}{4}$ $\frac{3}{2}$ $\frac{5}{8}$ $\frac{7}{5}$ $\frac{4}{2}$

Ejecución

1. Utiliza el material de ser posible para verificar y complementar la siguiente tabla, marca con una x si la fracción es propia o impropia.

Fracción	Propia	Impropia
$\frac{6}{4}$		
$\frac{2}{4}$		
$\frac{2}{5}$		
$\frac{8}{6}$		
$\frac{4}{8}$		
$\frac{4}{3}$		
$\frac{1}{3}$		
$\frac{12}{9}$		

		$\frac{7}{8}$		
		$\frac{4}{5}$		
		$\frac{5}{4}$		

2. Ordena de menor a mayor las fracciones de la tabla.
3. Realizar coevaluación intercambiando la tabla y el orden de fracciones.
Guiar la coevaluación en el pizarrón realizando una copia de la tabla y orden de las fracciones, donde los estudiantes sean quien den las respuestas.
4. Indicar a los estudiantes que en su cuaderno representen de manera gráfica las fracciones anteriormente propuestas.
5. Solicitar a los alumnos que contesten las siguientes preguntas:
 - a. ¿Cómo sabes que una fracción es propia?
 - b. ¿Cómo sabes que una fracción es impropia?
 - c. ¿Cómo sabes que una fracción es un entero?

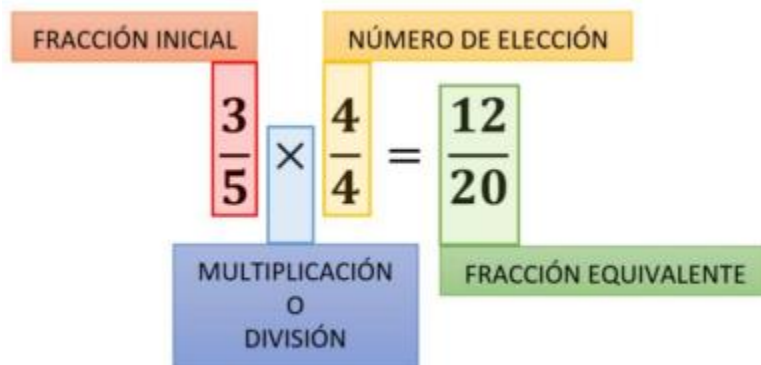
Sesión 2

Inicial	<ol style="list-style-type: none"> 1. Entregar por binas una hoja en blanco. 2. Colocarla en forma vertical y realizar un dobléz por la mitad y cortarla lo más exacta posible. Luego una mitad hacer un dobléz por la mitad representando cuartos. 3. Cuestionar lo siguiente: Si la hoja entregada al principio representa un entero, ¿Qué fracción representa la hoja a la mitad? ¿Qué fracción representa cada una de las partes de la hoja que doblamos a la mitad? ¿Qué fracción será mayor? ($\frac{1}{2}$ o $\frac{2}{4}$) <p>Indicar que representen el caso anterior con el material didáctico, sobreponiendo $\frac{2}{2}$ en $\frac{1}{2}$ y corroborando que son iguales.</p> <p>Hacer referencia a los alumnos que cuando una fracción es igual recibe el nombre de equivalente, estas tienen el mismo valor, pero se escriben diferente.</p>
---------	--

Intermedia	<p>1. Nuevamente se les facilita a los alumnos el material didáctico pero ahora se incluyen los tercios, sextos y novenos. Como se muestra la Figura 12.</p> <p>2. Entregar Hoja de trabajo con los siguiente:</p> <p>a. Toma la ficha que representa la fracción de $\frac{1}{3}$ de la unidad y busca otras que sean equivalentes, recuerda que debes colocar encima fichas del mismo tamaño hasta completar la fracción $\frac{1}{3}$ de la unidad. ¿Cuáles serán equivalentes?</p> <p>b. Ahora representen con el material los siguientes pares de fracciones y le pondremos una \checkmark al par de fracciones equivalentes:</p> $\frac{5}{10} = \frac{1}{2} \qquad \frac{2}{3} = \frac{6}{9} \qquad \frac{1}{4} = \frac{3}{8}$ $\frac{2}{6} = \frac{4}{9} \qquad \frac{4}{10} = \frac{4}{9} \qquad \frac{6}{10} = \frac{3}{5}$ <p>c. Relaciona con una línea las fracciones equivalentes.</p> <table style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td style="text-align: center;">$\frac{1}{2}$</td> <td style="text-align: center;">$\frac{1}{3}$</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">$\frac{2}{6}$</td> <td style="text-align: center;">$\frac{2}{8}$</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">$\frac{4}{5}$</td> <td style="text-align: center;">$\frac{5}{10}$</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">$\frac{1}{4}$</td> <td style="text-align: center;">$\frac{8}{10}$</td> </tr> </table> <p>d. Con ayuda del material encuentra todas las fracciones equivalentes a $\frac{1}{2}$.</p> <p>3. Cuestionar a los alumnos cómo le podremos hacer para encontrar una fracción equivalente.</p> <p>4. Después de la discusión hacer saber a los alumnos que una fracción equivalente se puede hallar multiplicando o dividiendo un mismo número de tu elección con el numerador y el denominador de cualquier fracción como se muestra a continuación.</p> <p>5. Mostrar en una lámina lo siguiente figura, al igual que una en el que se muestre el proceso de simplificación usando la división</p>	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{2}{6}$	$\frac{2}{8}$	$\frac{4}{5}$	$\frac{5}{10}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{8}{10}$
$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{3}$								
$\frac{2}{6}$	$\frac{2}{8}$								
$\frac{4}{5}$	$\frac{5}{10}$								
$\frac{1}{4}$	$\frac{8}{10}$								

Figura 13.

Proceso para ampliar fracciones



Nota: Recuperado de González (2015)

6. Completando los espacios encuentra las fracciones equivalentes:

a. $\frac{3}{2} \times \frac{\square}{\square} = \frac{12}{8}$

c. $\frac{9}{15} \div \frac{\square}{3} = \frac{\square}{\square}$

b. $\frac{4}{10} \div \frac{2}{2} = \frac{\square}{\square}$

d. $\frac{1}{5} \times \frac{\square}{\square} = \frac{4}{20}$

Ejecución

1. Completa la siguiente tabla siguiendo el ejemplo de la primera fila que está en rojo.

Fracción	Fracción equivalente	¿Se multiplicó o se dividió?	¿Por cuánto?
$\frac{3}{5}$	$\frac{6}{10}$	Se multiplicó	2
$\frac{6}{5}$			2
	$\frac{2}{3}$		3
$\frac{1}{5}$		Se multiplicó	
		Se dividió	3

	<p>2. Resuelve los siguientes problemas.</p> <p>a. Luis cumplió años. Sus compañeros Fidel, Saúl y Ramón le ayudaron a inflar globos de diferentes colores, Fidel infló $\frac{3}{9}$ del total de globos los cuales eran de color azul, Saúl infló $\frac{6}{18}$ del total de globos los cuales eran de color verde, mientras que Ramón infló el resto de los globos que eran de color rojo.</p> <p>¿De qué color habrá más globos?</p> <p>¿Por qué?</p> <p>Al término del problema ejemplificar con globos el problema para mejor visualización y comprensión.</p> <p>b. ¿Cómo sabes que una fracción es equivalente?</p> <p>c. ¿Qué fracción de naranja les tocó ayer?</p> <p>d. ¿Cuántos enteros tendré en total si junto la naranja de 7 alumnos? ¿Qué fracción quedaría después de formar los enteros?</p> <p>Tarea: En casa con ayuda de su familia realicen un problema que pudiera surgir de equivalencia de fracciones y lo resuelva.</p>
--	--

3.2.2 Secuencia 2

3.2.2.1 Hipótesis

Para el diseño se tomó como referente las siguientes dificultades documentadas en la literatura y que se hicieron presentes en la prueba diagnóstica y la secuencia didáctica 1, las cuales están encaminadas a la comprensión de la suma y resta de fracciones.

- Al sumar (restar) fracciones suelen sumar (restar) los numeradores, por una parte, y los denominadores por otra. (González Forte et al 2019).
- Los alumnos tienen dificultades para resolver problemas de sumas de fracciones (Santos 2019).
- Los alumnos no identifican las múltiples representaciones que tiene un número racional, no distinguen una fracción como una razón, como la cantidad de veces que “está”. Coronado (2016).

La secuencia consta de dos sesiones, para la sesión 1 se plantea la hipótesis de que los alumnos lograrán:

- Sumar fracciones con igual denominador haciendo uso del material didáctico.
- Sumar fracciones con igual denominador sin hacer uso del material didáctico.

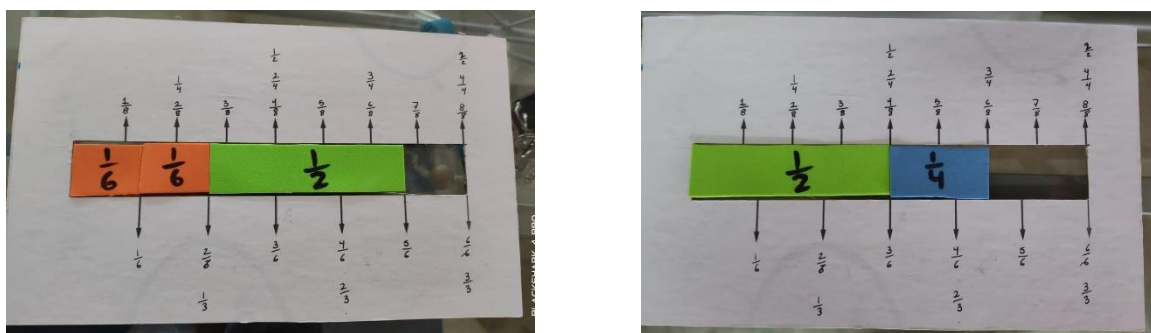
- Conocer el método de igualación de denominadores y algoritmo formal para realizar sumas de fracciones.
- Resolver problemas que involucren la utilización de sumas con igual o diferente denominador pero equivalente.

En la sesión 1 se utiliza el material didáctico que se describe en la secuencia 1 con la misma cantidad de regletas y además se añadirá un sumador de fracciones el cual consiste en sobreponer las fracciones que se desean sumar siempre y cuando sean tercios, medio, cuartos, octavos y sextos.

En la siguiente figura, se presenta el material mencionado:

Figura 14.

Material de suma de fracciones.



Nota: Material de elaboración propia.

En la figura 14 se puede apreciar que únicamente se sobreponen las piezas y según el recorrido este les ira indicando que fracción sumada llevan.

El material tiene limitantes de fracciones con la intencionalidad de que los alumnos no creen dependencia del material para resolver las situaciones problemáticas o ejercicios que se verán en la sesión 2 de la secuencia.

La sesión uno consta de tres fases, la fase inicial pretende que los alumnos recuerden lo visto en la secuencia 1 en la que se abordaron las fracciones propias, impropias y aparentes, así como las equivalentes, también tiene la finalidad de conocer los conocimientos previos de los alumnos acerca de la suma de fracciones, se les plantea una suma sencilla que al tratarse de fracciones con el mismo denominador las pueden sumar como los números naturales.

En la fase intermedia se les presenta un problema el cual provocará en los alumnos dificultades con la intención de que logren reflexionar y validen los resultados que brinden. Además de que se propiciará la reflexión y el diálogo de manera grupal y entre los alumnos al desarrollar los siguientes puntos:

- Comentar y aclarar los datos del problema.

- Dar un tiempo para que traten de resolverlo en binas.
- Comentar avances y posibles soluciones.
- Indicar que traten de resolver el problema con ayuda del material didáctico.
- Debatir grupalmente procesos y soluciones.

Se espera que los alumnos no tengan dificultades al sumar fracciones con el mismo denominador que se realizarán en esta fase, pero en las fracciones con diferente denominador tendrán que recurrir de ser posible al sumador de fracciones.

Una vez que los alumnos traten o logren resolver las fracciones con diferente denominador por medio de estrategias heurísticas, se les facilitará el algoritmo convencional de la suma de fracciones para que comprueben sus resultados.

En la fase de ejecución se espera que los alumnos logren resolver problemas de suma de fracciones con diferente denominador haciendo uso del algoritmo convencional y lo aprendido en la implementación de la sesión.

Para la sesión 2 se plantea como hipótesis que los alumnos logren:

- Sumar fracciones con diferente denominador haciendo uso del material didáctico.
- Sumar fracciones con diferente denominador sin hacer uso del material didáctico.
- Comprender que se puede fraccionar una unidad y un conjunto discreto.
- Resolver problemas que involucren la utilización de sumas con igual o diferente denominador.

La sesión 2 consta de tres fases, en la primera fase se retoman los conocimientos previos vistos en la sesión 1 donde se espera que los alumnos logren vincular lo que ya saben con los nuevos contenidos que se verán en las siguientes fases.

La fase intermedia consta de un problema de suma de fracciones con diferente denominador y que además no se puede representar con el material didáctico brindado a los alumnos. El problema provocará en los alumnos dificultades con la intención de que logren reflexionar y validen los resultados que brinden. Además de que se propiciará la reflexión y el diálogo de manera grupal y entre los alumnos al desarrollar los siguientes puntos:

- Comentar y aclarar los datos del problema.
- Dar un tiempo para que traten de resolverlo en binas.
- Comentar avances y posibles soluciones.
- Indicar que lo resuelvan.
- Debatir grupalmente procesos y soluciones.

Se espera que los alumnos tengan dificultades al resolver el problema ya que se suman cuatro fracciones en la que el camino más corto para resolver el problema es igualar la fracción con diferente y sumar operandos con el mismo denominador.

Posteriormente se presentan ejercicios de sumas de fracciones de diferente denominador en el que se espera que los alumnos hagan uso del algoritmo de suma de fracciones visto en la sesión anterior. Además, se plantea que algunos ejercicios sean resueltos en el pizarrón lo cual ayudará a resolver dudas pudieran presentarse.

Por último, en la ejecución se pone en juego lo aprendido por el estudiante al presentar un problema de suma de tres fracciones con diferente denominador, el cual implica sumar primero dos fracciones y posteriormente sumar la tercera fracción para llegar a la solución, además se espera que hagan uso de la simplificación de fracciones vista en la secuencia 1. En caso de tener un alto grado de dificultad se guiará a los alumnos para que puedan llegar a un proceso de solución pertinente.

Finalmente se espera que de tarea, los alumnos juntamente con su familia realicen un problema matemático donde se espera que los alumnos vinculen lo aprendido en la escuela con su comunidad y le den significado.

3.2.2.2 Plan de Acción

Secuencia didáctica 2	
Objetivo: Que el estudiante logre realizar sumas de fracción con mismo y diferente denominador y las utilice para resolver problemas.	Aprendizaje esperado: Resuelve problemas que implican sumar o restar números fraccionarios con igual o distinto denominador.
Sesión 1	
Fases	Actividades
Inicial	<ol style="list-style-type: none"> 1. Recordar lo visto en la secuencia didáctica 1. 2. Cuestionar a los alumnos lo siguiente acerca de las sumas de fracciones. <ul style="list-style-type: none"> • ¿Para qué nos sirven las sumas? • ¿En las fracciones podremos hacer sumas? • Si Luis tuviera $\frac{1}{4}$ de pastel y Pedro $\frac{1}{4}$ de pastel ¿Cuánto tendría en total? ¿Cómo lo supieron?
Intermedia	<ol style="list-style-type: none"> 1. Proponer la siguiente situación problema: <p>Pedro repartió a tres amigas unos trozos de naranja a Perla le dio $\frac{1}{2}$ a Fernanda $\frac{1}{4}$ y a Yessenia le dio $\frac{2}{8}$ de naranja.</p> <p>¿A quién le tocó más naranja?</p> <p>¿En total cuánta cantidad de naranja les repartió Pedro?</p> <ul style="list-style-type: none"> • Comentar y aclarar los datos del problema.

- Dar un tiempo para que traten de resolverlo en binas.
 - Comentar avances y posibles soluciones.
 - Facilitar el material didáctico
 - Indicar que traten de resolver el problema con ayuda del material didáctico.
 - Debatar grupalmente procesos y soluciones.
 - Enfatizar a los estudiantes que estamos repartiendo una naranja, pero que igual puede ser una bolsa de canicas y a pesar de que son muchas la podemos tratar como un conjunto y operar por fracciones, por ejemplo $\frac{1}{2}$ bolsa de canicas.
2. Solicitar que resuelvan las siguientes sumas de fracciones sin usar material didáctico.
 - a) $\frac{1}{8} + \frac{2}{8} =$
 - b) $\frac{2}{4} + \frac{1}{4} =$
 - c) $\frac{1}{3} + \frac{4}{3} =$
 - d) $\frac{1}{7} + \frac{4}{7} =$
 3. Pasar algunos alumnos a resolver las sumas, procurando que brinden diversos procesos a los compañeros y se corrijan grupalmente.
 4. Comprobar los resultados con ayuda del material de sumas de fracciones y cuestionar si el resultado es una fracción propia o impropia.
 5. Reflexionar de forma grupal cómo se suman las fracciones con el mismo denominador tratando de que ellos mismos expresen que si tienen el mismo denominador se suma numerador con numerador y el denominador se conserva. Posteriormente cuestionar que sucedería si el denominador es diferente y aclarar que ahí no podríamos sumar igual. (no decirles como sumarlo sino dejarlos a ellos pensar cómo).
 6. Solicitar que resuelvan las siguientes sumas de fracciones donde pueden utilizar material.

<ol style="list-style-type: none"> a. $\frac{1}{2} + \frac{2}{4} =$ b. $\frac{1}{8} + \frac{1}{2} =$ 	<ol style="list-style-type: none"> c. $\frac{1}{3} + \frac{2}{6} =$ d. $\frac{1}{2} + \frac{3}{4} =$
--	--
 7. Pasar algunos alumnos a resolver las sumas de fracciones y rescatar los métodos empleados por los estudiantes.
 8. Compartir con los alumnos los siguientes métodos:
 - a. El método de suma de fracciones igualando los denominadores amplificando o simplificando los denominadores como aprendimos en la secuencia 1.

	<p>b. El algoritmo de suma: (ver figura 3)</p> <p>9. Aclarar que estos métodos también aplican para la resta.</p>
Ejecución	<p>1. Indicar que resuelvan el siguiente problema:</p> <p>Ramón es pintor, y le asignaron pintar una casa, el lunes pintó $\frac{2}{3}$, el martes $\frac{1}{5}$.</p> <p>¿Qué fracción de la casa ha pintado?</p> <p>¿Qué fracción de la casa le falta por pintar?</p> <p>2. De tarea con ayuda de tu familia elabora un problema en el que utilices la suma de fracciones.</p>
Sesión 2	
Fases	Actividades
Inicial	<p>1. Previo a la clase elegir un problema formulado por un alumno para resolverlo de forma grupal.</p> <p>2. Realizar actividad de sucesiones de fracciones, la cual consiste en que los alumnos se irán nombrando por filas de acuerdo con la fracción que les indique comenzando con el numerador uno hasta que se termine la fila. Por ejemplo: $\frac{1}{6}$ $\frac{2}{6}$ $\frac{3}{6}$ $\frac{4}{6}$ $\frac{5}{6}$</p> <p>3. Poner un ejemplo de suma de fracciones contextualizada y cuestionar su respuesta. Si Maricarmen vende $\frac{1}{4}$ kg de fresa en la mañana y otro $\frac{1}{4}$ kg.</p> <p>¿Cuánta fresa vendió en total?</p>
Intermedia	<p>1. Indicar que resuelvan el siguiente problema: En el cumpleaños de Cristian, se dividió el pastel en varias fracciones. Cristian se comió $\frac{2}{12}$ de pastel, Wendy se comió $\frac{1}{12}$, María se comió $\frac{3}{12}$ y Fernanda se comió $\frac{2}{6}$.</p> <p>¿Qué fracción de pastel se comieron entre los cuatro? De ser posible simplifica la fracción que te dé como resultado.</p> <ul style="list-style-type: none"> • Comentar y aclarar los datos del problema. • Dar un tiempo para que traten de resolverlo en binas. • Comentar avances y posibles soluciones. • Indicar que lo resuelvan. • Debatir grupalmente procesos y soluciones. <p>2. Solicitar que ubiquen las siguientes fracciones en sus respectivas operaciones.</p>

	$\frac{1}{12} \quad \frac{3}{4} \quad \frac{1}{2}$ $- + \frac{2}{4} = \frac{6}{8} \quad \frac{1}{3} + - = \frac{5}{12} \quad \frac{2}{8} + \frac{2}{4} = -$ <p>3. Solicitar que resuelvan y simplifiquen las siguientes sumas de fracciones de las cuales no podrán utilizar el material.</p> <p>a. $\frac{1}{2} + \frac{3}{4} =$ c. $\frac{2}{3} + \frac{5}{8} =$</p> <p>b. $\frac{1}{8} + \frac{8}{3} =$ d. $\frac{12}{5} + \frac{3}{4} =$</p> <p>4. Escribir en el pizarrón las sumas de fracciones y solicitar que pasen alumnos voluntarios a resolverlas mientras los demás realizan una autoevaluación.</p> <p>5. Aclarar dudas y procesos de resultados tanto de sumas como de simplificaciones.</p>
Ejecución	<p>1. Indicar que resuelvan el siguiente problema: En la fiesta de cumpleaños de las gemelas su papá compró pizzas, su hermana se comió $\frac{1}{3}$, su mamá $\frac{2}{5}$, entre las dos gemelas se comieron $\frac{4}{6}$, el papá una pizza completa. ¿Qué cantidad de pizza comieron entre todos?</p> <ul style="list-style-type: none"> • Comentar y aclarar los datos del problema. • Dar un tiempo para que traten de resolverlo en binas. • Comentar avances y posibles soluciones. • Indicar que lo resuelvan. • Aclarar que el resultado de la fracción es una fracción mixta y lleva ese nombre porque están presentes números enteros y fraccionarios. <p>Debatir grupalmente procesos y soluciones</p> <p>2. De tarea con ayuda de tu familia elabora un problema en el que utilices la suma de fracciones y números enteros. Enviarlo al WhatsApp.</p>

3.2.3 Secuencia 3

3.2.3.1 Hipótesis

Para la elaboración de la secuencia se toman como referente las siguientes dificultades documentadas en la literatura las cuales están encaminadas a la comprensión de la suma y resta de fracciones, además se retoman las dificultades mostradas por los alumnos en la secuencia 2, al igual que los resultados arrojados por el diagnóstico.

- Al sumar (restar) fracciones suelen sumar (restar) los numeradores, por una parte, y los denominadores por otra (González Forte et al 2019).
- Los alumnos tienen dificultades para resolver problemas de sumas de fracciones (Santos, 2019).
- Dificultad para resolver problemas con fracciones mixtas, así como el concepto de fracciones mixtas (Human, 2015).

En esta secuencia se aborda la comprensión del concepto de fracción mixta, se pretende que los alumnos no lleguen con dudas al operar fracciones, para que una vez que se comprendan se puedan hacer las sumas que se plantean por medio de problemas.

Para esta secuencia se retoma el uso del material didáctico de la secuencia 1 y 2 pero se les brinda a los estudiantes y ellos deciden si usan o no, se espera que lo potencialicen para modelar algunas fracciones mixtas y de esta forma poder comprender la magnitud de éstas.

Esta secuencia consta de 2 sesiones las cuales se abordarán en clases de una hora con 45 minutos cada una durante dos días consecutivos.

Para la sesión 1 se plantea la hipótesis que los alumnos lograrán:

- Comprender el concepto de fracciones mixta por medio de la resolución de problemas que implican el uso de éstas y su relación con las fracciones propias, impropias y equivalentes.
- Comparar fracciones mixtas e impropias con ayuda del material didáctico.

En la primera fase (inicial) se cuestiona a los alumnos sobre algunas medidas de números fraccionarios con la intención de que comprendan que las fracciones no solamente son propias, impropias y aparentes sino que también están las fracciones mixtas que están compuestas de una fracción y un número entero.

Se espera que con los cuestionamientos sean suficiente para logren identificar las fracciones mixtas y su utilidad.

Posteriormente en la fase Intermedia se presenta a los alumnos un problema de magnitudes de fracciones, algunas impropias y otras mixtas, con la finalidad de que puedan comprender el concepto de fracción mixta. El problema provocará en los alumnos dificultades con la intención de que logren reflexionar y validen sus resultados. Además de

que se propiciará la reflexión y el diálogo de manera grupal y entre los alumnos al desarrollar los siguientes puntos:

- Comentar y aclarar los datos del problema.
- Dar un tiempo para que traten de resolverlo en binas.
- Comentar avances y posibles soluciones.
- Indicar que lo resuelvan.
- Debatir grupalmente procesos y soluciones.

Si los alumnos tienen alguna dificultad podrán comprobar sus procesos heurísticos e hipótesis por dos formas, por medio del material didáctico o entregando los listones del tamaño que menciona el problema a los alumnos que también se mencionan en el problema.

Posteriormente se les solicitará que conviertan de fracciones mixtas a impropias y viceversa donde se espera que los alumnos presenten dificultades las cuales se pretenden resolver de forma grupal al pasar al frente a algunos alumnos a resolver ejercicios y puedan por sí mismo cada estudiante detectar y corregir sus errores.

Para finalizar en la etapa de ejecución los alumnos deberán ordenar varias fracciones mixtas e impropias, se espera que el problema se pueda superar al convertir todas ya sea a mixtas o impropias y posteriormente comparen dichas fracciones.

Para la sesión 2 se plantea la hipótesis de que los alumnos lograrán:

- Sumar fracciones mixtas después de resolver problemas relacionados y haber recibido dos distintas formas de resolución propuestas en clase.
- Simplificar resultados de fracciones mixtas al poner en juego los conocimientos adquiridos desde la secuencia didáctica 1 hasta la actual.
- Resolver problemas que involucren la utilización de sumas con igual o diferente denominador.

La sesión 2 tiene en su etapa inicial, plantea que los alumnos realicen una suma de fracciones mixtas muy sencilla, en la que puedan visualizar la importancia de las fracciones mixtas en su contexto.

Posteriormente con el fin de poder realizar suma de fracciones mixtas se hace una recapitulación de lo aprendido con el fin de poner en práctica todos los saberes previos que poseen y estar listos para los nuevos contenidos.

En la fase intermedia se les presenta a los estudiantes un problema a resolver en el que están en juego dos fracciones propias y una mixta para la realización de la suma de estas cantidades.

Se espera que los estudiantes hagan conversión de mixtas a impropias para realización de esta suma, una vez convertida a impropia, sumar a una propia, para el producto de éstas, sumarlo a la otra fracción propia y así obtener el resultado.

En caso de tener dificultades se ha previsto de tiempo suficiente para que los alumnos puedan debatir sus resultados y de ser necesario una intervención de parte del docente para aclarar dudas.

Posteriormente se les brindarán dos métodos de suma de fracciones mixtas que se comparten a continuación:

Primera forma	Segunda forma
$1\frac{3}{6} + 2\frac{1}{3} = 3 + \frac{9+6}{18} = 3\frac{15}{18} = \frac{69}{18}$	$1\frac{3}{6} + 2\frac{1}{3} = \frac{9}{6} + \frac{7}{3} = \frac{27+42}{18} = \frac{69}{18} = 3\frac{15}{18}$
Se suman enteros con enteros y posteriormente fracciones con fracciones.	Las fracciones mixtas se convierten a fracciones impropias y posteriormente se hace la suma, se recomienda simplificar el resultado usando números mixtos o fracciones con menor denominador si es posible.

Se espera que los alumnos decidan por sí mismos qué método usar, ya sea uno de los sugeridos o incluso uno que ellos mismos establezcan.

En la fase de ejecución se plantean 4 sumas de fracciones mixtas en las que los alumnos deberán poner en juego lo aprendido durante las tres secuencias.

Por último, se les solicita a los alumnos una reflexión de lo aprendido.

3.2.3.2 Plan de acción

Secuencia de didáctica 3	
Objetivo: Que los alumnos identifiquen las fracciones mixtas y realicen sumas con ellas.	Aprendizaje esperado: Resuelve problemas que implican sumar o restar números fraccionarios con igual o distinto denominador.
Sesión 1	
Fases	Actividades
Inicial	1. Cuestionar, a los alumnos lo siguiente: Si tengo una pizza ¿Cómo la representaría con números fraccionarios? Si tengo media pizza ¿Cómo se representa con números fraccionarios? Si tengo una pizza y media. ¿Cómo se representaría con números fraccionarios?

	<ol style="list-style-type: none"> 2. Responder grupalmente las preguntas. 3. Aclarar dudas al respecto y hacer saber a los estudiantes que en esta sesión se verán las fracciones mixtas.
Intermedia	<ol style="list-style-type: none"> 1. Presentar a los alumnos el siguiente problema: El profesor entregó a los alumnos 4 listones de diferente cantidad a Pedro se le entregó un listón de $\frac{5}{3}$ de metro, a Juan un listón de $1\frac{1}{3}$ de metro, a Lupita un listón de $\frac{9}{6}$ de metro, mientras que a Carlos un listón de $1\frac{1}{6}$ de metro. ¿Qué alumno recibió el listón más grande? ¿Qué alumno recibió el listón más pequeño? <ul style="list-style-type: none"> • Comentar y aclarar los datos del problema. • Dar un tiempo para que traten de resolverlo en binas. • Comentar avances y posibles soluciones. • Indicar que lo resuelvan. • Debatir grupalmente procesos y soluciones. 2. Ordena de mayor a menor los listones que recibieron los alumnos. 3. Entregar a los alumnos los listones mencionados y comprobar los resultados. 4. Cuestionar a los alumnos si se puede convertir una fracción mixta a propia. 5. Cuestionar a los alumnos sobre cómo convertir una fracción mixta a impropia y su utilidad para poder realizar sumas de fracciones. 6. Cuestionar a los alumnos sobre cómo sumar una fracción mixta. 7. Indicar a los estudiantes que conviertan las siguientes fracciones mixtas a impropias: $a. 1\frac{1}{2} =$ $b. 2\frac{3}{8} =$ $c. 2\frac{1}{3} =$ $d. 2\frac{4}{4} =$ 8. Indicar a los estudiantes que conviertan las siguientes fracciones mixtas a impropias: $a. \frac{3}{2} =$ $b. \frac{13}{8} =$ $c. \frac{8}{3} =$ $d. \frac{9}{4} =$
Ejecución	<ol style="list-style-type: none"> 1. Solicitar a los alumnos que ordenen de mayor a menor las siguientes fracciones y comprueben sus resultados con el material didáctico, verificando tamaño de las fracciones formadas.

	$2\frac{1}{3}, \frac{8}{3}, 1\frac{3}{4}, 2\frac{1}{4}, 2\frac{1}{2}, \frac{8}{2}$						
Sesión 2							
Fases	Actividades						
Inicial	<ol style="list-style-type: none"> Si Luis tiene 1 bulto de alimento, luego le regalan medio bulto y César tiene 3 bultos de alimento. ¿Cuánto alimento tienen en total entre los 2? Hacer un recuento de los aprendido desde la secuencia uno hasta el momento con el fin de aplicarlo para poder realizar sumas de fracciones mixtas. 						
Intermedia	<ol style="list-style-type: none"> Presentar a los alumnos el siguiente problema: Juan trabaja en una frutería y registró la venta de tomate que realizó en una hora. Primero vendió $\frac{1}{2}kg$, después vendió $\frac{1}{3}kg$ y por último vendió $1\frac{1}{4}kg$. ¿Qué cantidad de tomate vendió en total? <ul style="list-style-type: none"> Comentar y aclarar los datos del problema. Dar un tiempo para que traten de resolverlo en binas. Comentar avances y posibles soluciones. Indicar que lo resuelvan. Debatir grupalmente procesos y soluciones. Mostrar a los alumnos dos posibles formas de solución sugeridas las cuales se muestran a continuación: <table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <thead> <tr> <th style="width: 50%;">Primera forma</th> <th style="width: 50%;">Segunda forma</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td style="text-align: center;"> $1\frac{3}{6} + 2\frac{1}{3} = 3 + \frac{9+6}{18} = 3\frac{15}{18} = \frac{69}{18}$ </td> <td style="text-align: center;"> $1\frac{3}{6} + 2\frac{1}{3} = \frac{9}{6} + \frac{7}{3} = \frac{27+42}{18} = \frac{69}{18}$ $= 3\frac{15}{18}$ </td> </tr> <tr> <td>Se suman enteros con enteros y posteriormente fracciones con fracciones.</td> <td>Las fracciones mixtas se convierten a fracciones impropias y posteriormente se hace la suma, se recomienda simplificar el resultado usando números mixtos o fracciones con menor denominador si es posible.</td> </tr> </tbody> </table> 	Primera forma	Segunda forma	$1\frac{3}{6} + 2\frac{1}{3} = 3 + \frac{9+6}{18} = 3\frac{15}{18} = \frac{69}{18}$	$1\frac{3}{6} + 2\frac{1}{3} = \frac{9}{6} + \frac{7}{3} = \frac{27+42}{18} = \frac{69}{18}$ $= 3\frac{15}{18}$	Se suman enteros con enteros y posteriormente fracciones con fracciones.	Las fracciones mixtas se convierten a fracciones impropias y posteriormente se hace la suma, se recomienda simplificar el resultado usando números mixtos o fracciones con menor denominador si es posible.
Primera forma	Segunda forma						
$1\frac{3}{6} + 2\frac{1}{3} = 3 + \frac{9+6}{18} = 3\frac{15}{18} = \frac{69}{18}$	$1\frac{3}{6} + 2\frac{1}{3} = \frac{9}{6} + \frac{7}{3} = \frac{27+42}{18} = \frac{69}{18}$ $= 3\frac{15}{18}$						
Se suman enteros con enteros y posteriormente fracciones con fracciones.	Las fracciones mixtas se convierten a fracciones impropias y posteriormente se hace la suma, se recomienda simplificar el resultado usando números mixtos o fracciones con menor denominador si es posible.						
Ejecución	<ol style="list-style-type: none"> Resuelve las siguientes fracciones y simplifica lo mayormente posible: 						

	$a. 1\frac{1}{2} + \frac{5}{3} =$	$c. 2\frac{1}{3} + \frac{8}{6} =$
	$b. 2\frac{3}{8} + \frac{8}{4} =$	$d. 2\frac{4}{4} + \frac{3}{8} =$
	<p>2. Reflexionar grupalmente sobre lo aprendido a lo largo de las secuencias didácticas.</p> <p>Anotar sus reflexiones acerca de lo que para ellos es una fracción y todas las posibles formas que ésta puede tener, así como los métodos para realizar operaciones con ellas</p>	

3.3 Etapa 3. Desarrollo de la Propuesta de Mejoramiento

En esta etapa se describen los resultados de la aplicación de la propuesta de acción en cada una de las secuencias y las sesiones que la integran.

Como se mencionó anteriormente, la propuesta está integrada por tres secuencias didácticas con la finalidad de lograr que los alumnos de quinto grado de educación primaria se apropien de los conocimientos para resolver problemas que impliquen el uso de las sumas de fracciones.

Las 3 secuencias se programaron a lo largo del ciclo escolar en 2 sesiones cada una, con una duración de 1 hora con 30 minutos cada sesión.

La propuesta se llevó a cabo en la escuela primaria "NIÑOS HÉROES T.M." con C.C.T. 32DPR1188P perteneciente a la Zona Escolar 72 de la Región 02 Federal, en la comunidad San José de Lourdes, del municipio de Fresnillo, Zacatecas.

Siendo esta comunidad considerada como la de mayor población del municipio se caracteriza por la agricultura a gran escala como la principal actividad económica de la localidad, motivo por el cual existe una gran afluencia de jornaleros agrícolas en ciertas temporadas del ciclo escolar, a pesar de eso, la escuela se caracteriza por tener el cupo lleno desde el inicio del ciclo.

El edificio escolar es compartido con el turno vespertino que lleva el mismo nombre con el cual se mantiene una excelente colaboración, lo que permite tener en óptimas condiciones el inmueble escolar, el cual consta de 12 aulas en uso, dos módulos de sanitarios, una sala de cómputo, así como el edificio antiguo donde se ubica la dirección, biblioteca, área de USAER y educación física. La escuela cuenta con una cancha de usos múltiples con domo, donde se llevan a cabo las actividades de educación física y eventos cívicos o culturales.

El personal que labora en la escuela está conformado de la siguiente manera: 1 director técnico, 12 maestros frente a grupo, 1 maestro de educación física, 1 maestra de USAER y 2 intendentes, además, se cuenta con el apoyo del equipo de USAER de manera alternada un día a la semana.

La matrícula escolar al término de inscripciones está conformada por 361 alumnos. La escuela pertenece al nivel Primaria, con sostenimiento Federal, el turno en el que se labora es el matutino y el tipo de organización es completa.

El grupo de alumnos en que se intervino es el 5° “A” y cuenta con 28 alumnos de los cuales 15 son niñas y 13 son niños, la propuesta se llevó a cabo en las siguientes fechas: 11 y 12 de noviembre de 2022; 3 y 4 de marzo del 2023 y 9 y 13 de marzo de 2023, respectivamente.

La secuencia de actividades se realizó de acuerdo con el plan de acción trazado, a continuación se describen las actividades desarrolladas en la propuesta:

3.3.1 Desarrollo de la secuencia didáctica 1

La secuencia didáctica 1 tenía por objetivo ayudar a los estudiantes a comprender las fracciones propias donde $a < b$, impropias donde $a > b$, aparentes donde $a = b$ y fracciones equivalentes donde $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$.

Para el desarrollo de la sesión 1, en la fase inicial se llevó al salón de clase 11 naranjas las cuales se tenían que repartir entre los 28 alumnos que son por medio de la siguiente interrogante: ¿Cómo podremos repartir las naranjas en partes iguales entre todo el grupo (28 alumnos)?

Enseguida se dio oportunidad a los alumnos para reflexionar acerca cómo se podría hacer la repartición, los alumnos llegaron a la conclusión de que les tocaría de un pedazo, que no les tocaría de una entera, por lo que se intervino y grupalmente llegamos a la conclusión de que esos pedazos tienen nombres de fracciones.

Se procedió con la partición de las naranjas en medios indicando el nombre de la fracción y se cuestionó si sería suficiente, a lo que la respuesta inmediatamente fue negativa, así que se partieron los medios en 2, indicando que eran cuartos y se volvió a cuestionar, al responder que sí, se repartieron los cuartos, al hacer esta primer repartición grupalmente pudimos observar que sobraba por lo tanto se repitió el proceso partiendo y repartiendo octavos (a la mitad cada cuarto), sobrando 4 octavos $\frac{1}{2}$ naranja, esta parte fue para el docente y aclarando a los estudiantes que a ellos se les dio en total $\frac{1}{4}$ y un $\frac{1}{8}$.

La siguiente figura muestra los trozos de naranja entregado a los alumnos cuartos y octavos.

Figura 15.

Cuartos y octavos de naranja repartidos a los alumnos.



Nota: Elaboración propia

Esta fase sirvió de motivación ya que los estudiantes trabajaron con mucho gusto y participaron en todo momento, considerando que uno de los principales factores fue que lograron identificar la utilidad de las fracciones en su vida cotidiana.

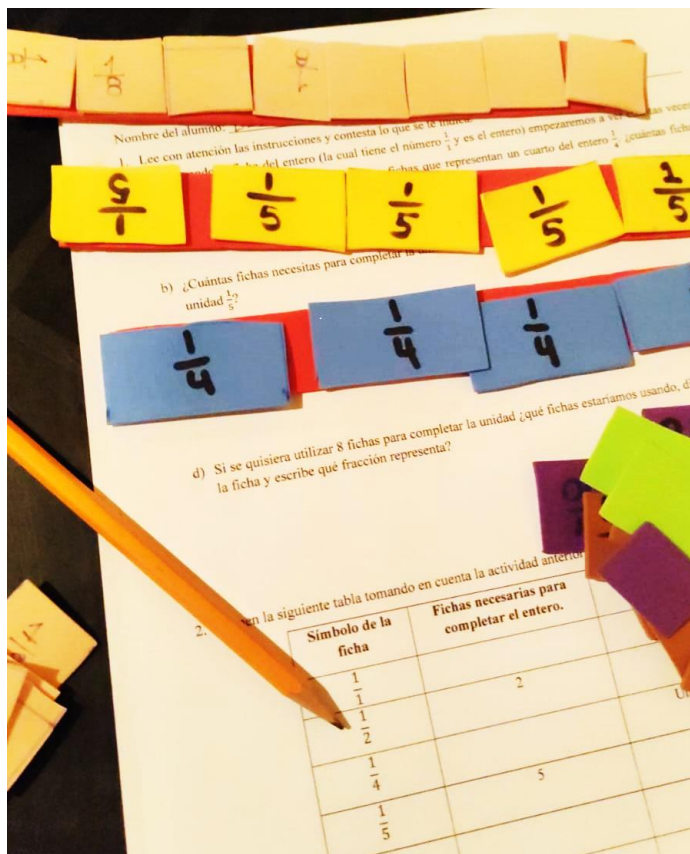
En la introducción del tema se abordó también el concepto de fracción y las partes de ésta, como lo son su numerador y denominador. Ejemplificando en la repartición, que por ejemplo si la naranja se partió en 4 y se le dio una parte a cada uno la fracción sería de $\frac{1}{4}$ el numerador sería el 1 ya que es la parte que les tocó y el 4 sería el denominador y es el número de veces en que se partió la naranja, con esto se hace uso de la fracción como parte-todo, que es con la que ellos se familiarizaron en el ciclo anterior.

Posteriormente en la etapa intermedia se les facilitó a los alumnos material didáctico el cual consiste en regletas de fracciones (ver figura 16) con medias de 1 entero, $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{5}$, $\frac{1}{8}$ y $\frac{1}{10}$. El material tenía como finalidad que los alumnos lograrán dimensionar las magnitudes de las fracciones al poder verlas y manipularlas, además sirvió como introducción para abordar las fracciones aparentes, esta actividad se desarrolló de forma individual.

Para abordar las fracciones aparentes se les indicó a los estudiantes que colocaran la fracción de un entero (roja) y sobrepusieran cuántas fracciones de $\frac{1}{4}$ (color azul) a lo que los alumnos concluyeron que serían 4, posteriormente se repitió la consigna con fracciones de $\frac{1}{5}$ y $\frac{1}{8}$ se pudo observar que los alumnos lograron comprender que para formar un entero se necesita el mismo número de fichas que tiene el denominador. A continuación, se muestra la utilidad del material para resolver los cuestionamientos realizado por el alumno A28H:

Figura 16.

Fichas de fracciones sobrepuestas en el entero.



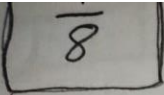
Nota: Elaboración propia con base en el trabajo de A28H.

En esta etapa se comprobó que los alumnos logran visualizar a la fracción como parte-todo, ya que describen que el denominador indica en cuantas partes se reparte y el numerador cuantas de ellas se toman, representado este último por el número de fichas tomadas.

Para reforzar el conocimiento de las fracciones aparentes (que forman un entero) se les asignó completar una tabla en la que deberían señalar cuántas fracciones de $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{5}$, $\frac{1}{8}$ y $\frac{1}{10}$ hacen falta para completar el entero. La figura 17 es una muestra del llenado realizado.

Figura 17.

Llenado de tabla para completar enteros



Llenen la siguiente tabla tomando en cuenta la actividad anterior.

Símbolo de la ficha	Fichas necesarias para completar el entero.	Nombre de la ficha
$\frac{1}{1}$	1	Un entero
$\frac{1}{2}$	2	Un medio
$\frac{1}{4}$	4	Un cuarto
$\frac{1}{5}$	5	Un quinto
$\frac{1}{8}$	8	Un octavo
$\frac{1}{10}$	10	Un decimo

Nota: Elaboración propia con base el trabajo de A9M

Las fracciones propias se pudieron abordar desde la perspectiva que eran menores al entero, para ello se les indicó que representaran la fracción $\frac{4}{6}$ y a la par también se abordaron las fracciones impropias las cuales tras una reflexión se llegó a que eran las mayores a un entero.

Para abordar las fracciones impropias se trabajó con la fracción $\frac{5}{4}$, posteriormente consolidar con los alumnos que las fracciones aparentes son iguales al entero o unidad, las impropias son mayores al entero y las propias menores al entero.

Para reafirmar los conocimientos se les facilitó un ejercicio con 5 fracciones las cuales 2 eran propias y 3 impropias. Posteriormente en la etapa de ejecución se retoman los conocimientos de fracciones propias e impropias por medio de una actividad donde ellos debían señalar el tipo

Al finalizar la tabla que contenía 10 fracciones se les indicó que ordenaran de mayor a menor, lo cual se les dificultó a los estudiantes ya que aún no tenían comprendida de forma clara la magnitud de las fracciones. Cabe destacar que hasta esta parte la clase se había desarrollado de buena forma y conforme a lo planeado.

Para la realización de la actividad de acomodo de fracciones se procedió a orientar a los alumnos e invitarlos a hacer uso del material didáctico, pero a pesar de las orientaciones nunca dejó de ser un trabajo autónomo e individual, al finalizar la actividad se evidenció que tuvieron errores, pero también aciertos.

Figura 18.

Alumnos ordenando fracciones con el material didáctico.



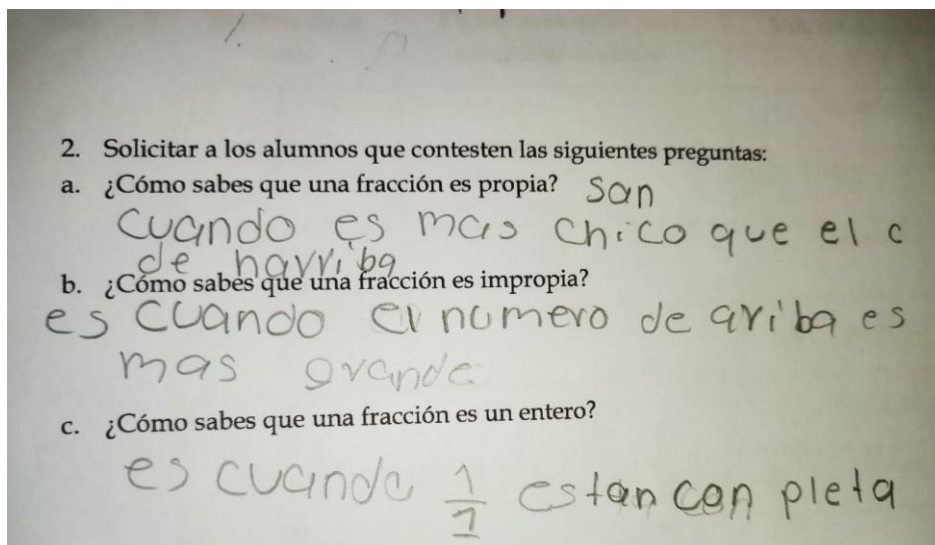
Nota: Elaboración propia alumnos haciendo uso del material.

Para finalizar la sesión se les cuestionó de forma escrita en la hoja de trabajo las siguientes interrogantes: ¿Cómo sabes que una fracción es propia?, ¿Cómo sabes que una fracción es impropia?, ¿Cómo sabes que una fracción es un entero? Con la intención de conocer su comprensión acerca de las fracciones propias, impropias y aparentes.

La figura 19 y 20 muestran respuestas centradas en el valor numérico y el trabajo manipulativo, respectivamente.

Figura 19.

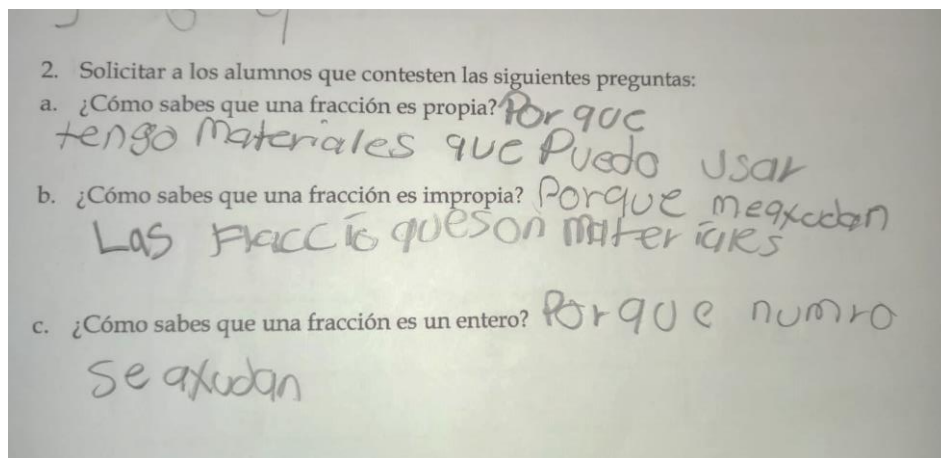
Sentido numérico correcto de la fracción.



Nota: Tomada de la respuesta de A21M

Figura 20.

Comparación basada únicamente en el manejo de material



Nota: Tomada de la respuesta de A3M

En la sesión 2 en la etapa inicial se comenzó clase entregando a los alumnos una hoja en blanco en la que con guía del docente deberían hacer dobleces para representar la fracción de $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$ y $\frac{1}{8}$ sucesivamente como se muestra en la siguiente imagen donde se pueden apreciar las fracciones mencionadas, cabe destacar que los colores están del mismo color que las fichas de fracciones entregadas.

Figura 21.

Representación de fracciones en la hoja en blanco.



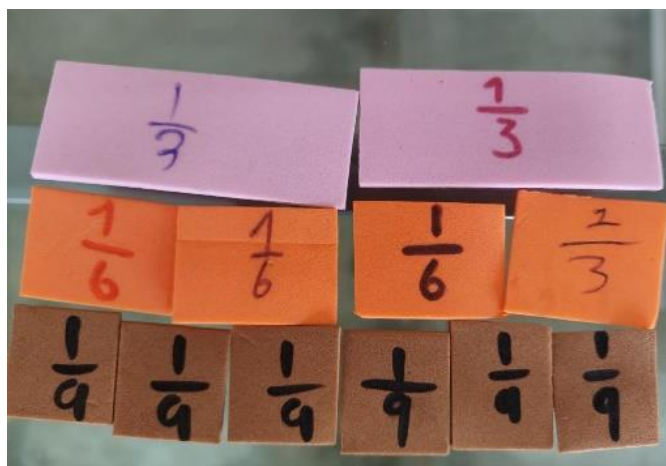
Nota: Trabajo realizado por AH22.

Una vez que los alumnos manipularon la hoja con las fracciones se abordó las fracciones equivalentes, por medio de cuestionar si es la misma parte de hoja la que abarca $\frac{1}{2}$ y $\frac{2}{4}$ al reflexionar ellos que es lo mismo se les hizo referencia a que cuando una fracción es igual recibe el nombre de equivalente, estas tienen el mismo valor, pero se escriben diferente.

Luego en su fase intermedia se les entregaron a los alumnos fracciones que no estaban contempladas en la sesión 1, como se muestran en la siguiente imagen, de tal forma que contaran con mayores posibilidades para completar los enteros.

Figura 22.

Fracciones complementarias

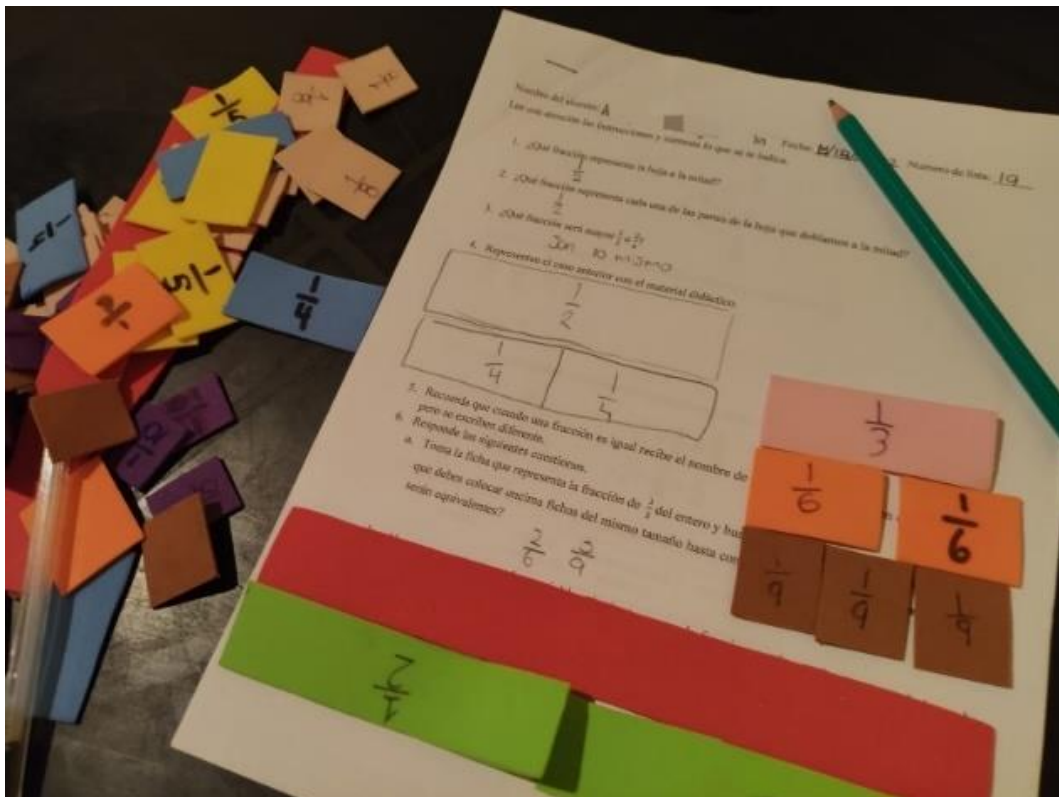


Nota: Elaboración propia con el material complementario.

Por lo tanto, el material les quedó integrado con las siguientes fracciones: entero, $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{5}$, $\frac{1}{6}$, $\frac{1}{8}$, $\frac{1}{9}$ y $\frac{1}{10}$, estas fracciones fueron útiles para comparar los resultados de algunas equivalencias de $\frac{1}{3}$, dónde se logró observar que los alumnos recurrieron en gran medida al material didáctico para encontrar las fracciones equivalentes las cuales en su mayoría fue $\frac{2}{6}$ y algunos pocos $\frac{3}{9}$.

Figura 23.

Utilidad de fracciones añadidas.



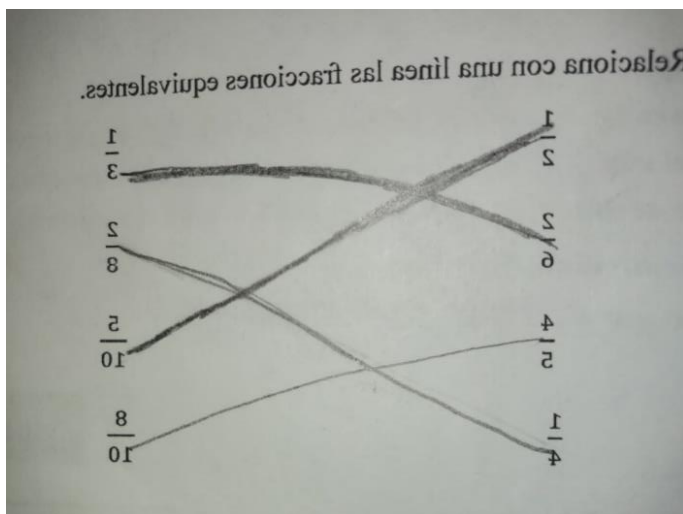
Nota: actividad realizada por A19M.

La introducción anterior sirvió para aclararles cuando una fracción es igual recibe el nombre de equivalente, estas tienen el mismo valor, pero se escriben diferentes, con lo que se hizo uso del concepto de fracción concebida como número racional. Posteriormente se les presentaron a los alumnos 6 pares de fracciones las cuales algunas eran equivalentes y otras no.

Los alumnos hicieron uso del material didáctico para poder comprobar que las fracciones eran o no equivalentes. Posteriormente se colocó dos columnas de cuatro fracciones de las cuales correspondían en equivalencia las de unas a otras, se evidenció que los alumnos en su mayoría lograron relacionar las fracciones con su fracción equivalente.

Figura 24.

Actividad de relación de fracciones.



Nota: elaboración propia elaborada por A11H.

Luego se les indicó que con ayuda del material encentraran todas las fracciones equivalentes a $\frac{1}{2}$ lo cual les resulta muy fácil y llegaron en su mayoría a la conclusión que la fracción es equivalente con cuartos, sextos, octavos y décimos. Dichas fracciones tienen las características de que su numerador es la mitad de su denominador.

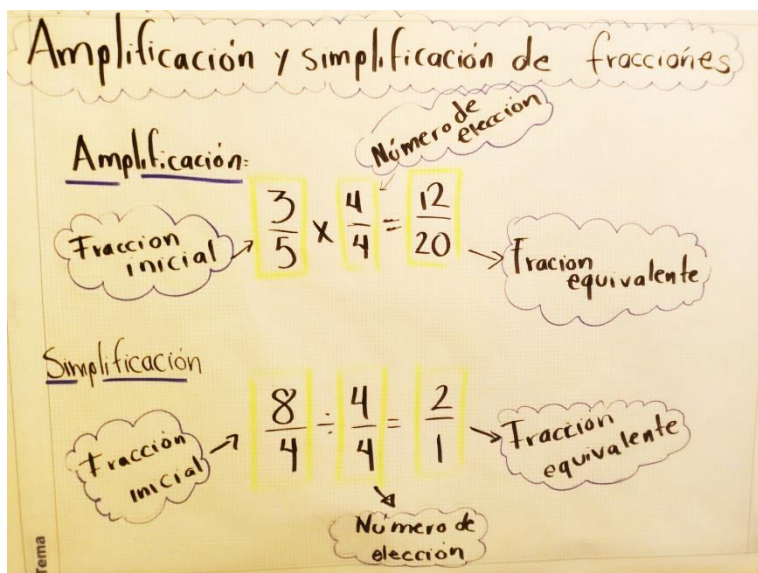
Posteriormente se les cuestionó los alumnos ¿cómo le podremos hacer para encontrar una fracción equivalente? en su mayoría recurren a respuestas en relación con el material didáctico, por lo cual se les hizo reflexionar que en caso de no haber material didáctico que podrían hacer y su respuesta en general fue que por medio del tanteo.

Se intervino haciendo saber a los alumnos que una fracción equivalente se puede hallar multiplicando o dividiendo un mismo número de su elección con el numerador y el denominador de cualquier fracción como se mostraba en una lámina (figura 25).

Se les aclaró que en caso de que se deseara hacer una fracción simplificada, el número de elección debería ser divisor del numerador y denominador de la fracción.

Figura 25.

Método para encontrar fracciones equivalentes.

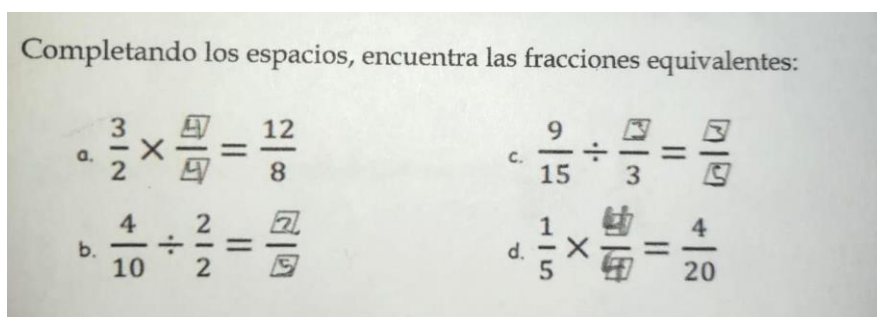


Nota: Elaboración propia.

Posteriormente se les facilitó a los estudiantes cuatro ejercicios con la intención de familiarizarse con el proceso de amplificación y simplificación, en dicha actividad la mayoría logró realizar los ejercicios sin ayuda y una mínima parte requirió de una explicación para su llenado.

Figura 26.

Respuesta a la simplificación y amplificación de fracciones



Nota: Tomada de las respuestas de A15H

En la ejecución se les facilitó a los estudiantes una tabla en la que deberían emplear la simplificación o amplificación para encontrar las fracciones la tabla tenía la intención de ponerlos equivalentes a pensar sobre los posibles resultados y caminos que los guiarían.

Posteriormente se les indicó a los estudiantes que resolvieran el siguiente problema de manera individual: "Luis cumplió años. Sus compañeros Fidel, Saúl y Ramón le ayudaron a

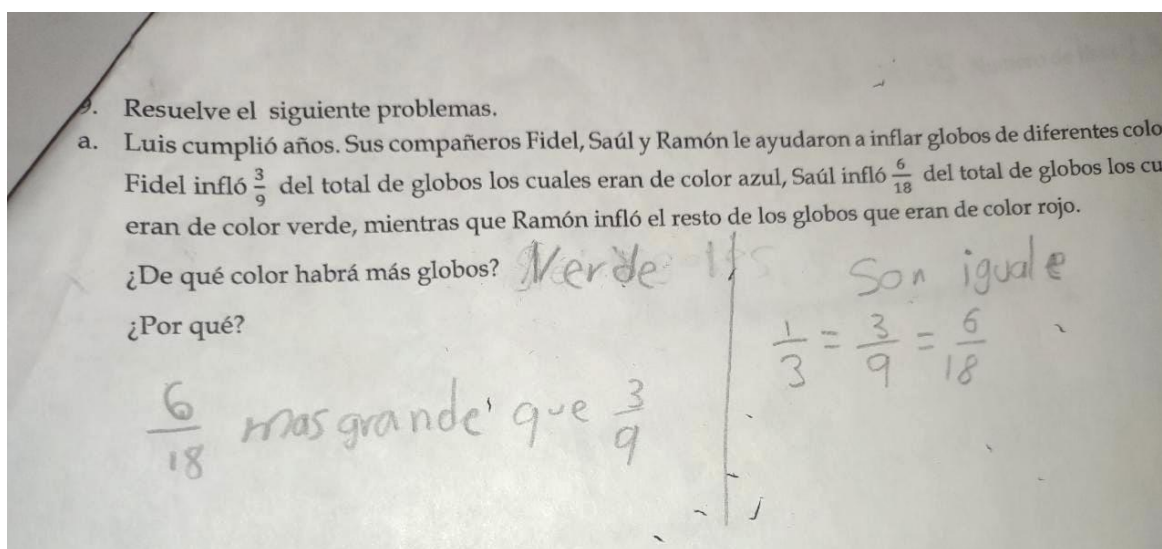
inflar globos de diferentes colores, Fidel infló $\frac{3}{9}$ del total de globos los cuales eran de color azul, Saúl infló $\frac{6}{18}$ del total de globos los cuales eran de color verde, mientras que Ramón infló el resto de los globos que eran de color rojo”.

El problema consistió en ubicar la fracción mayor, pero en realidad las tres fracciones que aparecen en dicho problema son equivalentes, se pudo observar que la mayoría de los alumnos tuvo dificultades para encontrar la tercera fracción faltante y una vez que la lograban identificar nuevamente se encontraban con otra dificultad con relación a si dichas fracciones eran equivalentes.

Al identificar las dudas y dificultades en los alumnos se optó por realizar una discusión grupal partiendo de la respuesta de los propios alumnos e indicando que su procedimiento y resultado ya no se debería borrar y en caso de corregir algún aspecto debería ser en otro espacio.

Figura 27.

Respuesta inicial y corrección a problema.



Nota: Elaboración propia tomado de actividad de A13H.

Al finalizar los alumnos de forma grupal lograron resolver el problema sin necesidad de compartir el resultado. Para finalizar la etapa de ejecución se les cuestionó a los estudiantes sobre cómo sabían que una fracción era equivalente y las respuestas que los alumnos dieron fueron satisfactorias pero al ser individuales y en su hoja de trabajo se les mencionó que las respuestas podrían estar bien o mal pero que se deberían indicar en su hoja de trabajo.

3.3.2 Desarrollo de la secuencia didáctica 2

La secuencia didáctica 2 se trabajó en dos sesiones con una duración de 90 minutos cada una, con el objetivo: que el estudiante lograra realizar sumas de fracción con mismo y

diferente denominador y las utilizara para resolver problemas. Por su parte el aprendizaje esperado fue: Resuelve problemas que implican sumar o restar números fraccionarios con igual o distinto denominador.

Para la secuencia didáctica se usaron los siguientes materiales:

- Hoja de trabajo
- Material didáctico para sumas de fracciones
- Material didáctico de fracciones
- Lámina de suma de fracciones por medio del algoritmo.
- Lámina de suma de fracciones por medio de igualación.

En la sesión 1 en su etapa inicial se comenzó por recordar lo visto en la secuencia didáctica uno, en la que ellos lograron rescatar los puntos importantes abordados en la secuencia, los alumnos mencionaron que se abordó las partes de la fracción, las fracciones equivalentes, las fracciones propias e impropias así como la simplificación de fracciones únicamente se intervino para completar con la amplificación de fracciones.

Posteriormente para conocer los aprendizajes previos de los alumnos como parte esencial del aprendizaje significativo se les cuestionó lo siguiente: ¿Para qué nos sirven las sumas?, ¿En las fracciones podremos hacer sumas?, Si Luis tuviera $\frac{1}{4}$ de pastel y Pedro $\frac{1}{4}$ de pastel ¿Cuánto tendría en total? ¿Cómo lo supieron?

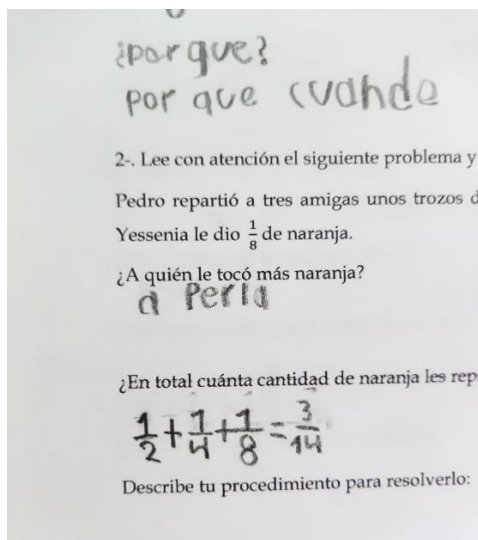
Para la obtención de respuestas se realizó una lluvia de ideas en la que surgieron comentarios como: Las sumas sirven para juntar dos cantidades, para saber cuánto tenemos si nos dan más dinero, en las fracciones si se pueden hacer sumas. Se destaca que tres alumnos mencionaron que no se pidan hacer sumas pero posteriormente se dieron cuenta que si se podía al realizar la situación de suma de pastel entre Luis y Pedro

En la etapa intermedia se les facilitó a los alumnos el siguiente problema: *Pedro repartió a tres amigas unos trozos de naranja a Perla le dio $\frac{1}{2}$, a Fernanda $\frac{1}{4}$ y a Yessenia le dio $\frac{1}{8}$ de naranja. ¿A quién le tocó más naranja? ¿En total cuánta cantidad de naranja les repartió Pedro?*

El problema planteado tuvo buena aceptación de parte de los alumnos ya que en la sesión 1 de la secuencia 1 se les había repartido cantidades de naranja similar, se destaca que a pesar de la aceptación los alumnos tuvieron dificultades para resolver el problema, en un principio algunos alumnos lo resolvieron de forma inmediata pero de forma incorrecta como se muestra en la imagen que muestra la actividad realizada por la alumna A27M:

Figura 28.

Suma de fracciones de forma directa incorrecta.

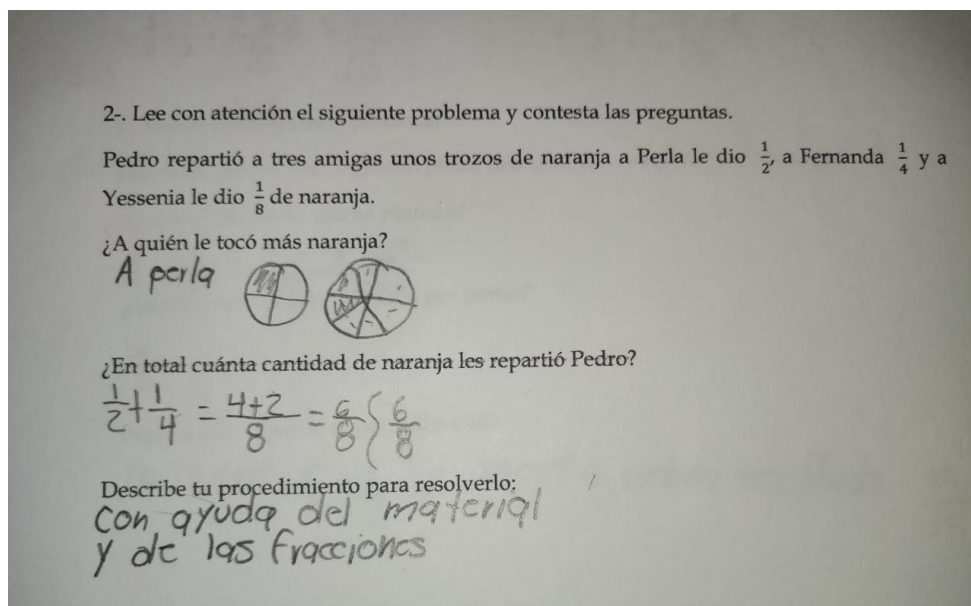


Nota: Elaboración propia Actividad realizada por A27M.

Otros al ver que era una suma de tres fracciones hacían intentos pero no lograban resolver, por lo que se pasó a comentar y aclarar los datos del problema de forma grupal, aclarando cual era el valor de las fracciones en cuanto la magnitud con ayuda del material de fracciones.

Figura 29.

Respuesta donde únicamente suma 2 fracciones.

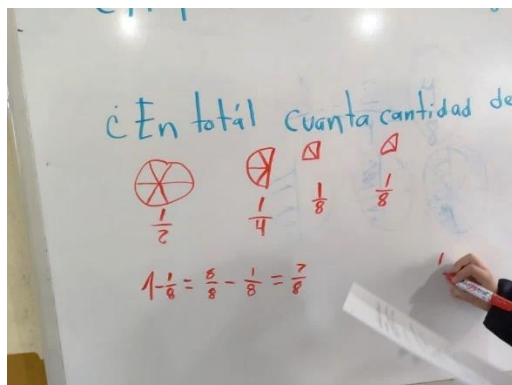


Nota: Elaboración propia Actividad realizada por A1M.

Luego se les dio un tiempo para que trataran de resolver el problema propuesto con su compañero de al lado. Enseguida se comentaron avances y posibles soluciones. Se destaca que para este momento algunos alumnos ya habían logrado resolver el problema a continuación se presenta una imagen donde una alumna de las mencionadas A18M paso a resolverlo al pizarrón:

Figura 30.

Resolución de problema en el pizarrón



Nota: elaboración propia proceso de A19M

Luego de analizar los datos del problema se les facilitó a los alumnos el material didáctico de suma de fracciones el cual les ayudó significativamente a resolver el problema y comprobar sus resultados como se muestra en la siguiente imagen:

Figura 31.

Interacción de los alumnos con el material de sumas de fracciones.



Nota: Alumna A18M haciendo uso del material.

Una vez que le dieron respuesta al problema se pasó algunos alumnos al frente a compartir sus procedimientos y resultados, de manera grupal se establece si el resultado era correcto o había errores, se destaca que los alumnos que pasaron no contaban con errores tal y como se muestra en la figura 31 que corresponde a la alumna A18M.

Luego de las intervenciones de los alumnos, el docente hizo énfasis en que se estaba repartiendo una naranja, pero que igual puede ser una bolsa de canicas y a pesar de que son muchas la podemos tratar como un conjunto y operar por fracciones, por ejemplo $\frac{1}{2}$ bolsa de canicas.

La siguiente actividad consistió en plantear cuatro sumas de fracciones con el mismo denominador, en general no hubo dificultades debido a que retomaron conocimientos del primer problema planeado de la etapa inicial, aun así al finalizar la actividad se les cuestionó sobre cómo se operan estas fracciones y se llegó al acuerdo de que se sumaban los numeradores y los denominadores no cambiaban.

De igual forma se retomaron los conocimientos de la suma de fracciones con el mismo denominador para plantear la interrogante de ¿Qué sucedería si el denominador fuera diferente?, a partir de esta pregunta se propuso que intentaran resolver 4 fracciones con diferente denominador pero se podrían apoyar del material de sumas de fracciones.

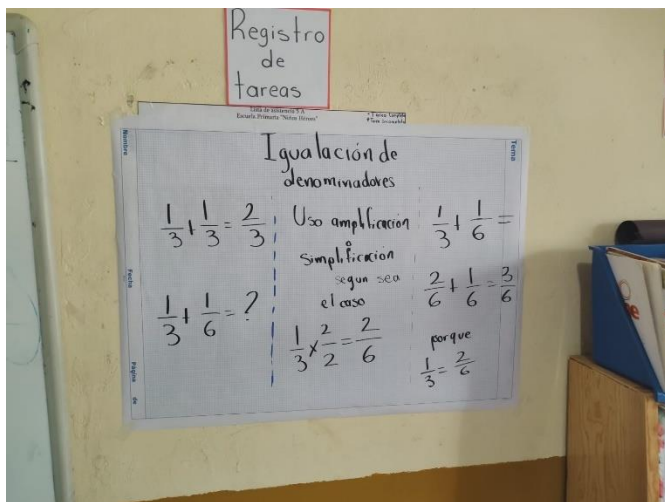
Con ayuda del material propuesto lograron resolver tres de las cuatro sumas pero la del inciso *d*. $\frac{1}{2} + \frac{3}{4} =$ al ser mayor que lo que se podía sumar en el material (únicamente llegaba hasta el entero) tuvieron dificultades, dicha dificultad fue superada debido a que algunos alumnos conocían el algoritmo de la suma de fracciones y lo compartieron a sus compañeros.

Al finalizar la actividad se pasó al frente algunas parejas y compartieron resultados al grupo, para ello algunos alumnos hicieron uso del algoritmo de la suma de fracciones, se destaca que a pesar de tener los resultados correctos dos alumnos no reflexionaban sobre sus respuestas por lo que se plantearon nuevos cuestionamientos que pudieron ayudarlos como por ejemplo: ¿El resultado es mayor al entero o menor? ¿Se podrá representar el mismo resultado con otra fracción? ¿Se puede simplificar?

Para finalizar la etapa intermedia se les compartió a los alumnos dos métodos para sumar fracciones con diferente denominador, el primero por igualación de denominadores y el segundo fue el algoritmo de suma de fracciones como se muestra en las figuras 32 y 33 respectivamente.

Figura 32.

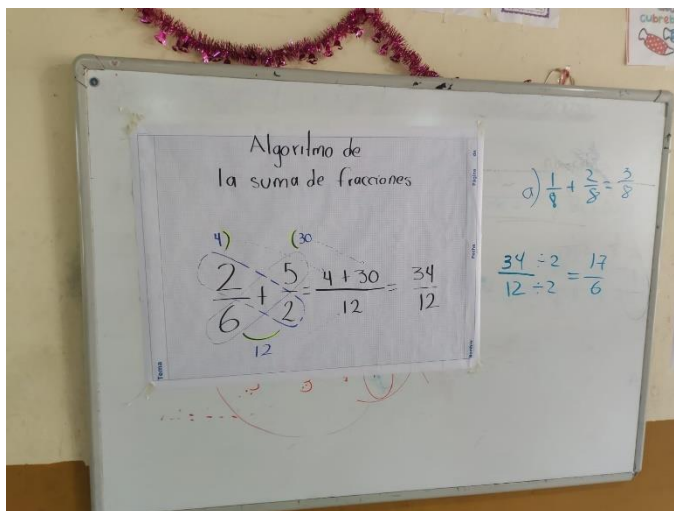
Suma de fracciones por igualación de denominadores.



Nota: Elaboración propia lamina de trabajo.

Figura 33.

Suma de fracciones por medio de algoritmo.



Nota: Elaboración propia lamina de trabajo.

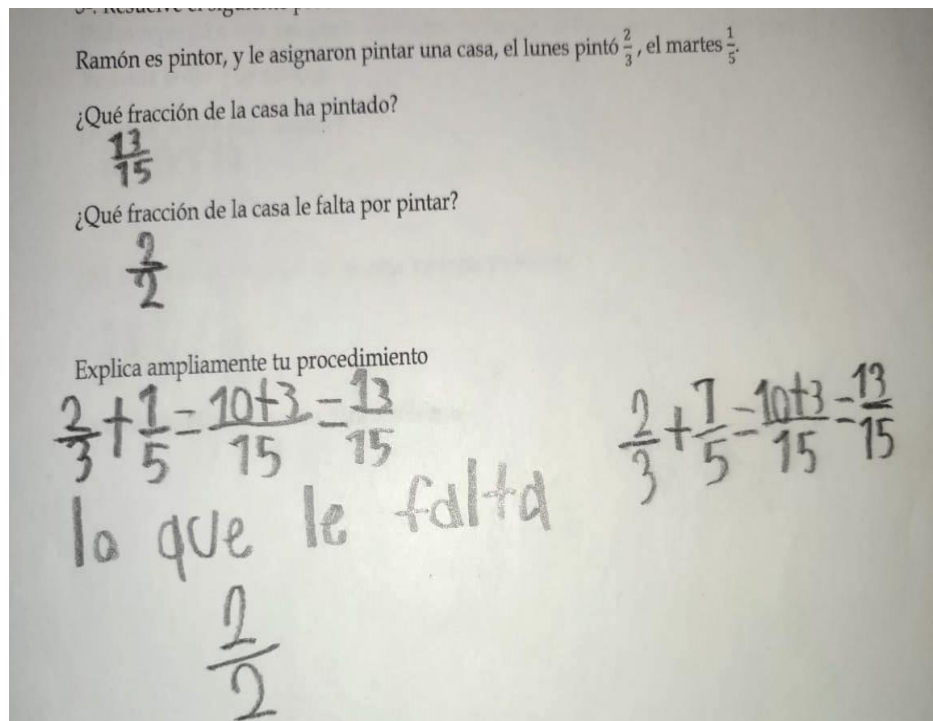
Se analizaron los métodos compartidos y la importancia de reflexionar sobre los resultados que nos pudiera arrojar dicho método, así como la relevancia de simplificar resultados para una mayor comprensión, por último se les aclaró que estos métodos también se aplican para restas de fracciones.

En la etapa de ejecución se les planteó el siguiente problema a los alumnos: “Ramón es pintor, y le asignaron pintar una casa, el lunes pintó $\frac{2}{3}$, el martes $\frac{1}{5}$. ¿Qué fracción de la casa ha pintado? ¿Qué fracción de la casa le falta por pintar?”

El problema se les facilitó a los estudiantes y la mayoría del grupo logró resolverlo sin dificultades, sin embargo, se detectaron detalles tales como que para algunos alumnos la fracción resultante les parecía incorrecta debido a que no se podía simplificar al ser $\frac{13}{15}$, y otros no tomaban la casa como la unidad dividida en quinceavos, es decir, $\frac{15}{15}$, como puede observarse en la respuesta de A23H (ver figura 34).

Figura 34.

Dificultades para trabajar con quinceavos.



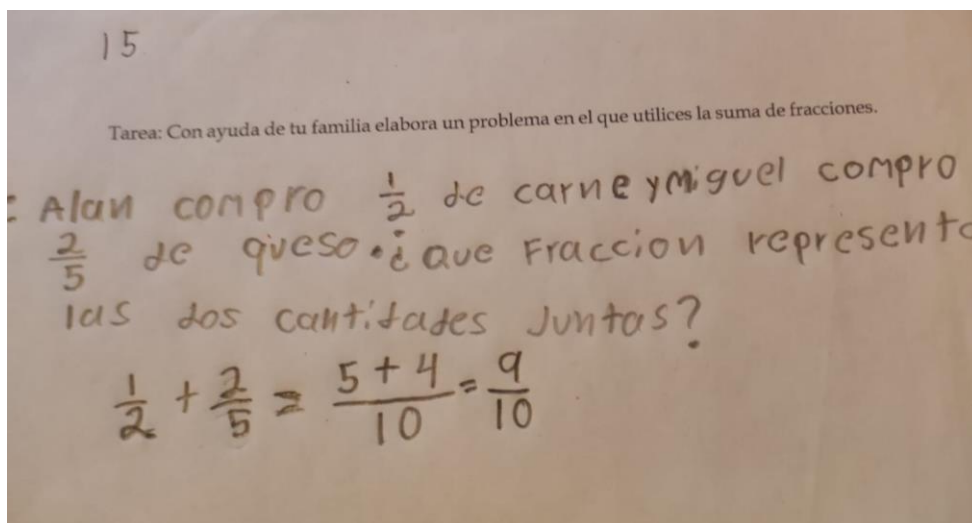
Nota: Trabajo elaborado por el alumno A23H.

Para finalizar se les recogieron las hojas de trabajo y se resolvió de forma grupal el problema y se aprovechó para resolver dudas que pudieran tener.

En la sesión 2 en su etapa inicial se empezó por resolver grupalmente un problema propuesto por el alumno A15H, dicho problema se eligió debido a que fue un problema contextualizado ya que en la familia del alumno cuentan con una carnicería, el problema tuvo buena aceptación por los alumnos y se logró resolver de forma satisfactoria grupalmente. A continuación se presenta el problema:

Figura 35.

Problema propuesto por el alumno y su familia.



Nota: Trabajo realizado por A15H.

Posteriormente con los alumnos se realizó una actividad lúdica que consistió en ir sumando una fracción del mismo denominador, la cual se desarrolló de buena forma y sin dificultades por ejemplo se comenzaba con $\frac{1}{4}$ el siguiente alumno decía $\frac{2}{4}$ y así sucesivamente.

Para finalizar la actividad se les cuestionó los alumnos el siguiente problema: Si Maricarmen vende $\frac{1}{4}$ kg de fresa en la mañana y otro $\frac{1}{4}$ kg. ¿Cuánta fresa vendió en total?, el problema en si fue muy sencillo pero tenía la finalidad de llegar a la reflexión con los alumnos de la importancia de las fracciones y como es que en nuestra vida cotidiana se presentan, así como la importancia de comprenderlas para poder desenvolvernos de manera correcta ante dichas situaciones.

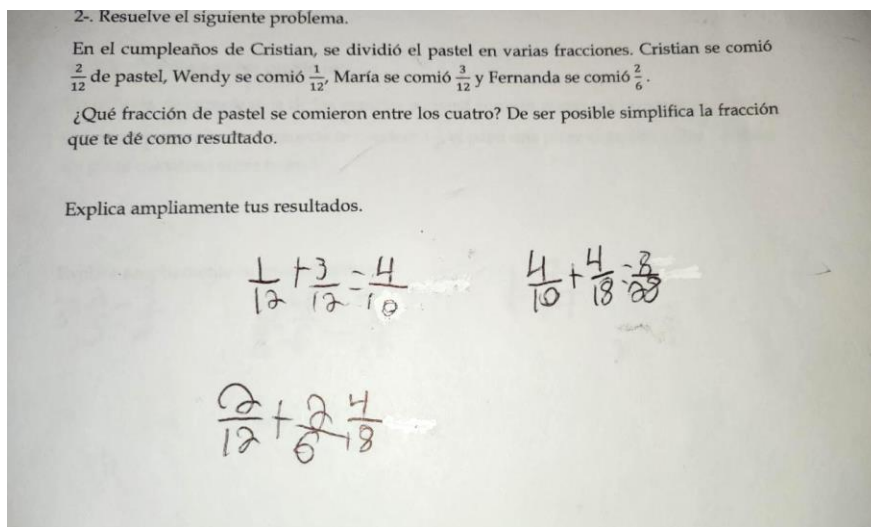
En la etapa intermedia se les presentó a los alumnos un nuevo problema de cumpleaños de Cristian, se dividió el pastel en varias fracciones. Cristian se comió $\frac{2}{12}$ de pastel, Wendy se comió $\frac{1}{12}$, María se comió $\frac{3}{12}$ y Fernanda se comió $\frac{2}{6}$. ¿Qué fracción de pastel se comieron entre los cuatro? De ser posible simplifica la fracción que te dé como resultado.

De entrada el problema provocó dificultades a los alumnos debido a que consistía sumar cuatro fracciones, pero luego de comentar y aclarar los datos del problema algunos alumnos reflexionaron que tres fracciones tenían el mismo denominador y que solo la de $\frac{2}{6}$ tenía un denominador diferente, así que podrían hacer sumas con igual denominador y al resultado sumar la fracción $\frac{2}{6}$, Sin embargo, al ver que el resultado era $\frac{60}{72}$, no sabían cómo simplificar la fracción (ver figura 37)

Otros alumnos no lograron resolver el problema de forma correcta, Esta parte ya se comentó antes, mejor describir un poco de A2H, que cambió los denominadores y su respuesta fue incorrecta, sin embargo el proceso utilizado es correcto.

Figura 36.

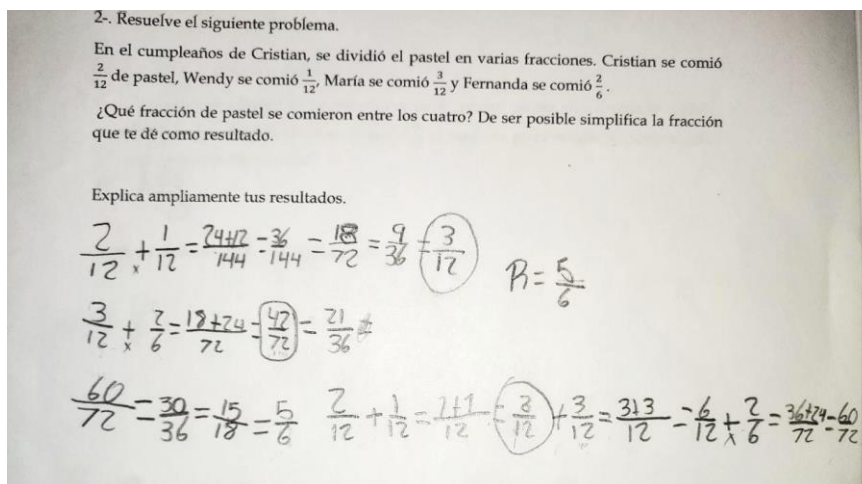
Resolución incorrecta, presenta dificultades al realizar sumas.



Nota: Trabajo elaborado por del alumno A2H

Figura 37.

Respuesta correcta al problema propuesto.



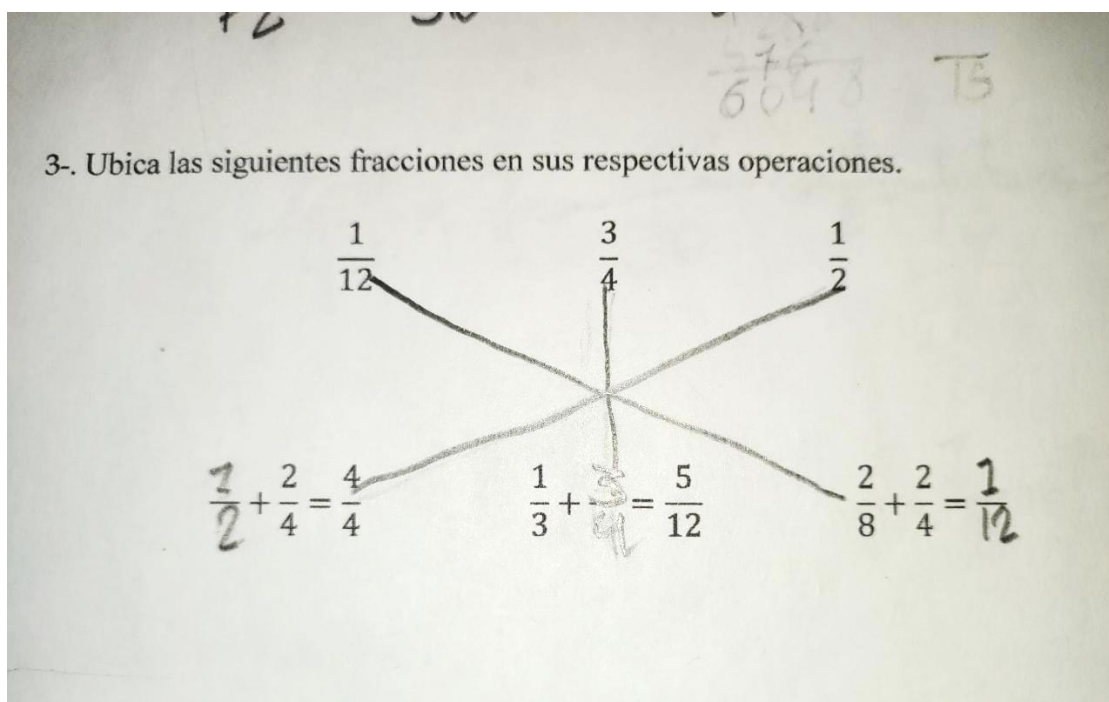
Nota: Trabajo elaborado por alumna A18M.

Finalmente se debatieron grupalmente procesos y soluciones, donde se acordó que los alumnos que obtuvieron como respuesta $\frac{60}{72}$. Estaban en lo correcto pero les faltó hacer simplificación. Luego se simplificó la fracción en el pizarrón pero se les indicó a los alumnos que no cambiaran su respuesta inicial y lo aplicaran únicamente a futuras actividades.

La siguiente actividad consistió en colocar tres sumas con una fracción faltante, dicha fracciones faltantes se encontraban en la parte superior y deberían seleccionar la indicada, la mayoría logro relacionar la fracción con su respectiva (ver figura 38) y los que tuvieron dificultades se apoyaron de su lógica para la resolución.

Figura 38.

Ejercicio resuelto de forma correcta



Nota: Trabajo elaborado por alumna A22H

Posteriormente se les indicó que resolvieran cuatro sumas de fracciones, para dicha actividad todos los alumnos la realizaron con ayuda del algoritmo de suma y los resultados mostrados por los alumnos en su mayoría eran (ver figura 39) únicamente hubo diferencias de resultados entre unos y otros ya que hubo quienes aplicaron la simplificación de fracciones en el ejercicio a.

Figura 39.

Sumas de fracciones y uso de simplificación.

4. Resuelve y simplifica las siguientes sumas de fracciones.

a. $\frac{1}{2} + \frac{3}{4} = \frac{4+6}{8} = \frac{10}{8} = \frac{5}{4}$

c. $\frac{2}{3} + \frac{5}{8} = \frac{16+15}{24} = \frac{31}{24} = 1.5$

b. $\frac{1}{8} + \frac{8}{3} = \frac{3+64}{24} = \frac{67}{24} = \frac{3}{12}$

d. $\frac{12}{5} + \frac{3}{4} = \frac{48+15}{20} = \frac{63}{20}$

Nota: Elaboración propia

Para finalizar la etapa intermedia se realizó una autoevaluación de las sumas propuestas, se procedió a realizarlas unas en el pizarrón, se intercambiaron hojas de trabajo y se realizó la revisión, se aprovechó dicha revisión para aclarar dudas de los estudiantes en la suma y simplificación de fracciones.

En la etapa de ejecución se planteó el siguiente problema: “En la fiesta de cumpleaños de las gemelas su papá compró pizzas, su hermana se comió $\frac{1}{3}$, su mamá $\frac{2}{5}$, entre las dos gemelas se comieron $\frac{4}{6}$, el papá una pizza completa. ¿Qué cantidad de pizza comieron entre todos?”

Se destaca que el problema fue de impacto positivo en los alumnos debido a que los actores de dicha problemática son reales. Se esperaba que los alumnos recurrieran a sumar $\frac{1}{3}$ más $\frac{4}{6}$ para formar el entero y luego sumar los $\frac{2}{5}$ y la pizza completa pero los alumnos recurrieron a sumar las primeras dos fracciones y posteriormente la tercera fracción para finalizar con la pizza entera.

Dicho proceso de solución ocasionó una fracción con denominador de 45 y 90, además los alumnos en su totalidad tuvieron dificultades para simplificar la fracción al igual que para representar la pizza entera en el resultado, sabían que se añadía a la fracción resultante pero no lograban representarla, así que se intervino y se les mencionó que a la fracción resultante únicamente le añadieran el 1 a la izquierda.

Figura 40.

Proceso de resolución al problema

En la fiesta de cumpleaños de las gemelas su papá compró pizzas, su hermana se comió $\frac{1}{3}$, su mamá $\frac{2}{5}$, entre las dos gemelas se comieron $\frac{4}{6}$ el papá una pizza completa. ¿Qué cantidad de pizza comieron entre todos? $\frac{12}{5}$

Explica ampliamente tu procedimiento.

$$\frac{1}{3} + \frac{2}{5} = \frac{5+6}{15} = \frac{11}{15} \times \frac{4}{6} = \frac{60+60}{90} = \frac{120}{90}$$

$$\frac{120}{90} \times \frac{3}{3} = \frac{42}{30} \times \frac{2}{2} = \frac{21}{15} \times \frac{3}{3} = \frac{7}{5}$$

$$\frac{7}{5} = 1 \frac{2}{5}$$

Nota: Trabajo elaborado por parte del alumno A22H.

Por último se les aclaró que la fracción resultante es una fracción mixta. Fue conveniente que los alumnos tuvieran dificultades y errores en este problema que en la secuencia didáctica 3 se abordarían las fracciones mixtas, desde su conformación, concepto y forma de operar.

3.3.3 Desarrollo de la secuencia didáctica 3

En la secuencia didáctica 3 tuvo el objetivo: Que los alumnos identifiquen las fracciones mixtas y realicen sumas con ellas. Por su parte el aprendizaje esperado fue: Resuelve problemas que implican sumar o restar números fraccionarios con igual o distinto denominador.

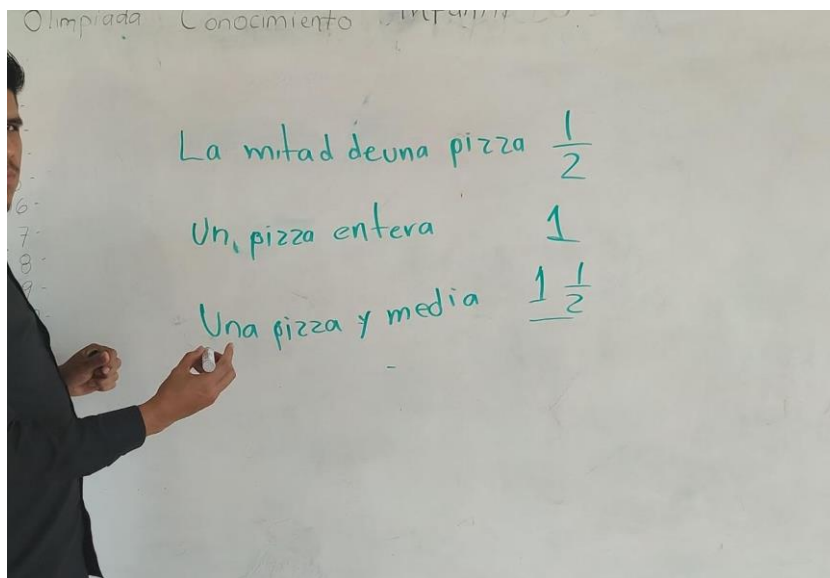
Para la secuencia didáctica se usaron los siguientes materiales:

- Hoja de trabajo.
- Material didáctico para sumas de fracciones.
- Material didáctico de fracciones.
- Listones de las siguientes medidas: de $\frac{5}{3}$ de metro, $1\frac{1}{3}$ de metro, $\frac{9}{6}$ de metro y de $1\frac{1}{6}$ de metro.
- Lámina de suma de fracciones mixtas sumando enteros con enteros y fracciones con fracciones.
- Lámina de suma de fracciones mixtas convirtiendo fracciones mixtas a impropias y realizando las sumas.

En la sesión 1 en su etapa inicial se les cuestionó a los estudiantes sobre cómo representarían media pizza, una pizza y una pizza y media en números fraccionarios, para dar respuesta a los cuestionamientos los alumnos recurrieron a lo aprendido en la etapa de ejecución de la sesión 2 de la secuencia 2 y lograron enunciar correctamente las cantidades, las cuales fueron plasmadas en el pizarrón por el docente (ver figura 41)

Figura 41.

Representación de pizzas en fracciones



Nota: Elaboración propia

Ante los buenos resultados visibles de forma grupal solamente se intervino señalando que cuando una fracción estaba compuesta por números enteros y fraccionarios recibía el nombre de fracción mixta.

En su etapa intermedia se les presentó a forma de reto a los alumnos el siguiente problema: El profesor entregó a los alumnos 4 listones de diferente cantidad a Pedro se le

entregó un listón de $\frac{5}{3}$ de metro, a Juan un listón de $1\frac{1}{3}$ de metro, a Lupita un listón de $\frac{9}{6}$ de metro, mientras que a Carlos un listón de $1\frac{1}{6}$ de metro. ¿Qué alumno recibió el listón más grande? ¿Qué alumno recibió el listón más pequeño?

Posteriormente se comentaron y aclararon los datos del problema, se destaca que el problema no era de sumas de fracciones, sino que está enfocado en la comprensión del concepto de fracción mixta así como sus magnitudes.

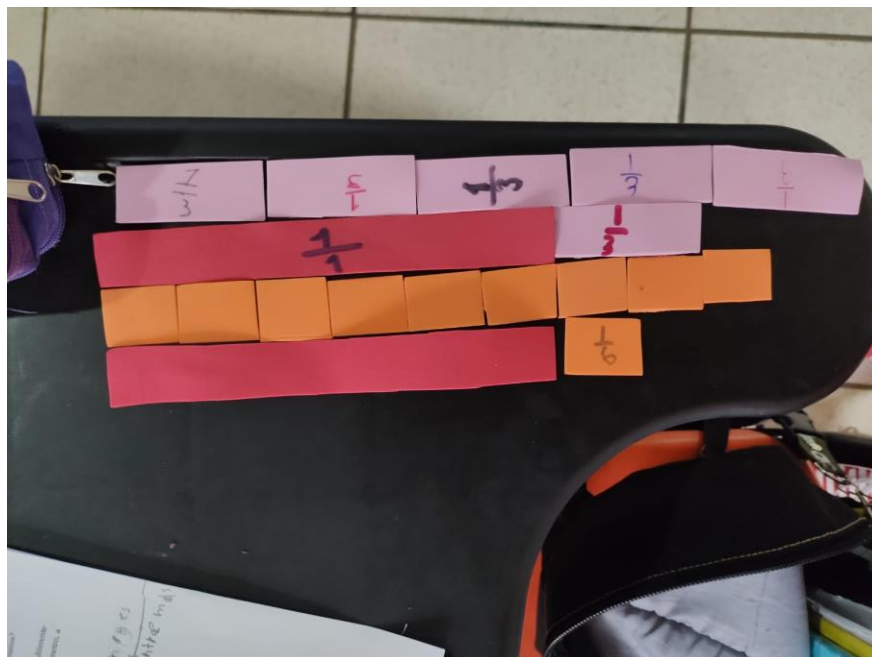
Posteriormente se les dio un tiempo aproximado de 5 minutos para que intentaran proponer soluciones y procesos, luego se comentaron avances y posibles soluciones. Hasta este momento había alumnos que afirmaban de forma errónea que la fracción mayor era $1\frac{1}{3}$ porque tenía un entero y aparte era mayor a $1\frac{1}{6}$, otros decían que la mayor era $\frac{5}{3}$ o $\frac{9}{6}$ pero no tenían buenos fundamentos para decir por qué.

Posteriormente se aclaró que las fracciones mixtas y las impropias son mayores al entero por lo tanto no es un factor a considerar que tengan o no el entero. Enseguida nuevamente se les asignó un tiempo para mejorar sus procesos, hipótesis y soluciones.

Algunos alumnos hicieron uso del material didáctico para representar las fracciones y determinar su magnitud como se muestra en la siguiente imagen:

Figura 42.

Representación de fracciones propuesta.



Nota: Material didáctico manipulado por A19M.

Finalmente se debatieron resultados y soluciones de forma grupal, para este momento la mayoría de los alumnos ya contaban con respuestas correctas y solamente

faltaba comprobar resultados o afirmarlos para ello se repartieron los listones de acuerdo a su nombre y medida indicados en el problema como se muestra a continuación:

Figura 43.

Listones repartidos a los estudiantes para comprobar magnitudes.



Nota: Elaboración propia.

Después se reflexionó grupalmente sobre cómo se podrían hacer sumas con fracciones mixtas, un alumno se propuso para explicar como él sumaría y su proceso fue correcto, el mencionó que *primero sumaría enteros con enteros y fracciones con fracciones*, no se le dijo si era correcto o no pero que en la siguiente sesión se aclararía.

A continuación se cuestionó sobre cómo convertir una fracción mixta a impropia y viceversa, para ello los estudiantes no compartieron ideas o posibles formas por lo que el maestro les indicó un proceso de solución.

En las dos actividades siguientes se proponían ejercicios de esta índole, convertir de fracciones mixtas a impropias y viceversa, los alumnos siguieron mostrando dificultades, se considera que de parte del docente no se les debió dar un proceso y dejar que ellos buscaran su método, es por eso que los alumnos presentaron dificultades.

Al finalizar las actividades de conversión se les reiteró el procedimiento, y la mayoría pareció haber aprendido el procedimiento pero aun así les causaba dificultades.

En la etapa de ejecución se les indicó a los alumnos ordenar de mayor a menor las siguientes fracciones $2\frac{1}{3}$, $\frac{8}{3}$, $1\frac{3}{4}$, $2\frac{1}{4}$, $2\frac{1}{2}$, $\frac{8}{2}$ haciendo saber que podrían hacer uso del material didáctico.

Para la resolución del problema en un primer momento de forma visual los alumnos lograron identificar cuáles eran las fracciones mixtas mayores y menores, así que lo único que faltaba era convertir las fracciones impropias a mixtas, para ello se destaca que en la fracción de $\frac{8}{2}$ tuvieron dificultades de asimilación ya que el resultado era 4 y ellos tenían la idea de que debería dar un número entero y una fracción.

Después de aclarar que una fracción impropia podría ser únicamente un entero se procedió a ordenar las fracciones y de forma visual se logró observar que la mayoría logró ordenar de forma correcta las fracciones.

En la etapa inicial de la sesión 2 se les propuso a los alumnos la siguiente situación: Si Luis tiene 1 bulto de alimento, luego le regalan medio bulto y César tiene 3 bultos de alimento. ¿Cuánto alimento tienen en total entre los 2?

Se destaca que la situación es realista ya que dichos alumnos son hermanos y tienen algunos animales y ocupan alimento para su mantenimiento. En cuanto a la resolución de la situación fue complicada de resolver en un principio ya que los alumnos suelen dar respuestas anticipadas y sin reflexionar pero al cabo de leer el problema y entenderlo los alumnos en su mayoría lograron responder de forma correcta dicha situación.

Luego de la situación se realizó un recuento de lo aprendido desde la secuencia uno hasta el momento con el fin de aplicarlo para poder realizar sumas de fracciones mixtas. Debido a que era necesario que los alumnos identificaran fracciones propias e impropias, fracciones equivalentes, sumas de fracciones y conversión de fracciones mixtas a impropias y viceversa.

En la reflexión se pudo observar que los alumnos lograron recordar y ejemplificar cada uno de los contenidos abordados en las secuencias didácticas, por lo que no hubo necesidad de dar un repaso de temas.

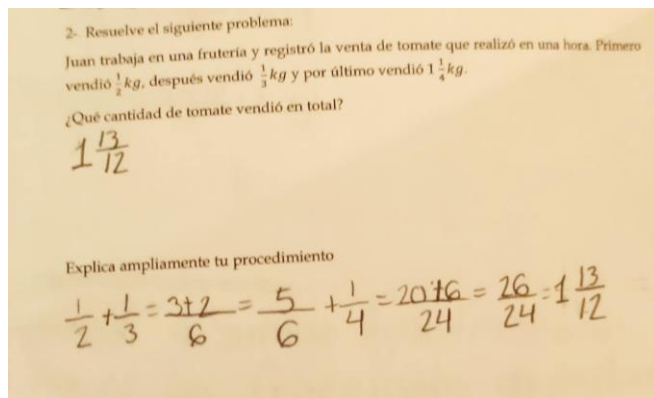
En la etapa intermedia se les facilitó a los alumnos un problema de sumas de fracciones mixtas: Juan trabaja en una frutería y registró la venta de tomate que realizó en una hora. Primero vendió $\frac{1}{2}kg$, después vendió $\frac{1}{3}kg$ y por último vendió $1\frac{1}{4}kg$. ¿Qué cantidad de tomate vendió en total?

Para dar respuesta al problema se leyó grupalmente el problema 3 veces, se aclararon datos del problema, se indicó que se debería hacer para resolverlo, posteriormente se procedió a su resolución, para ello los alumnos indicaron que la mejor forma de resolverlo era sumar primero $\frac{1}{2}$ y $\frac{1}{3}$ luego sumar al resultado $\frac{1}{4}$ y por último el entero.

Los resultados obtenidos por los alumnos fueron los esperados debido a que las respuestas en su mayoría fueron correctas como se muestra en la siguiente imagen donde se puede observar el trabajo elaborado por la alumna A18M:

Figura 44.

Problema resuelto por la alumna.

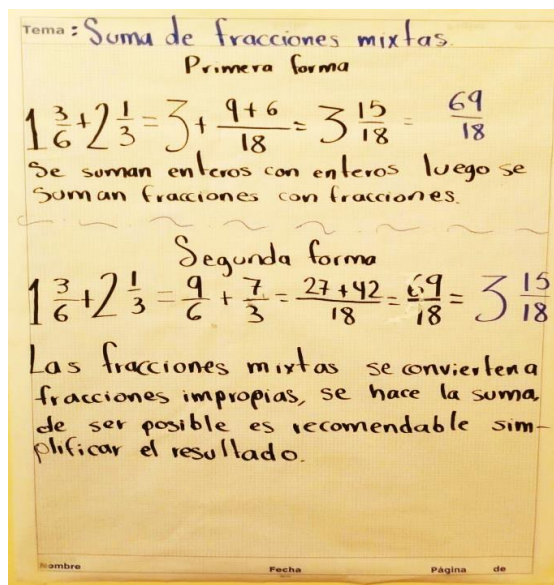


Nota: Tomado de A18M.

Para reafirmar los conocimientos grupalmente se debatieron los procesos y resultados que los alumnos obtuvieron y aclarar dudas sobre sus procesos de solución. Enseguida se les presentó a los alumnos una lámina con dos métodos para sumar fracciones el primero consiste en que se suman enteros con enteros y posteriormente fracciones con fracciones. En el segundo método las fracciones mixtas se convierten a fracciones impropias y posteriormente se hace la suma. Como se muestra a continuación:

Figura 45.

Propuestas para sumar fracciones mixtas.



Nota: Elaboración propia.

Luego en la etapa de ejecución se les indicó a los alumnos que resolvieran y simplificarán de ser posibles cuatro sumas de fracciones mixtas, en general se logró apreciar que los alumnos lograban resolver las sumas de fracciones, pero presentaron dificultades al momento de realizar la simplificación de estas, ya que algunas no se conseguían simplificar.

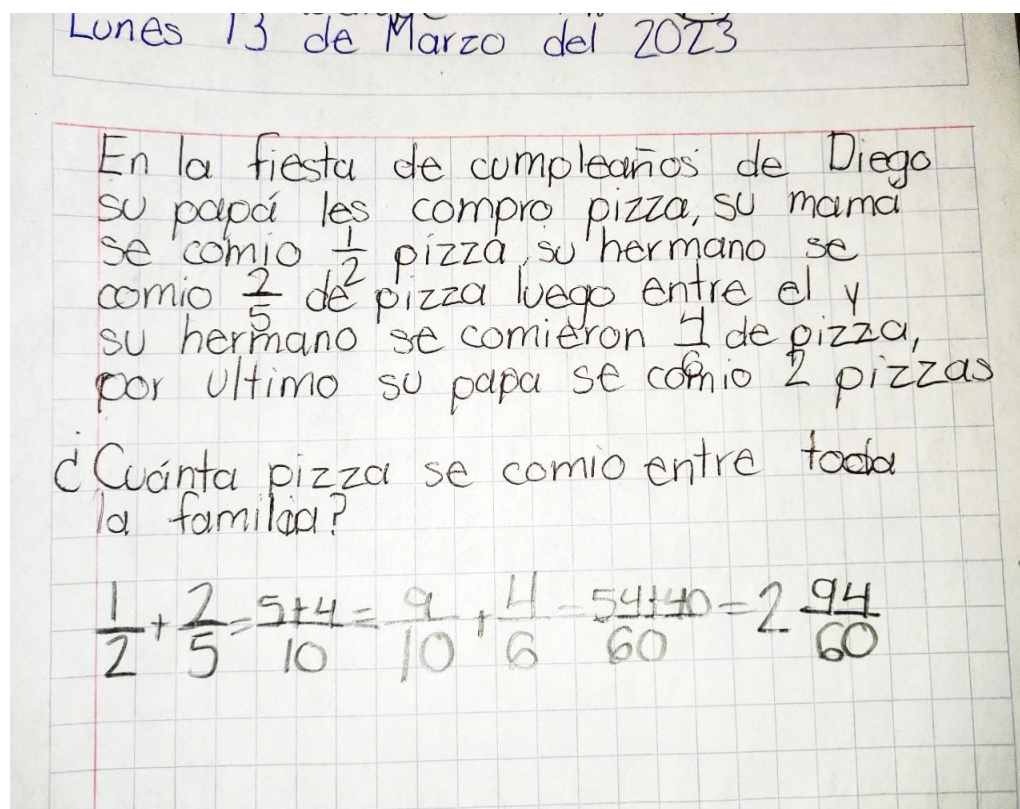
Mientras que en otros casos simplificaban únicamente el numerador pero no el denominador y viceversa, al finalizar se les aclaró que se debería respetar la regla de simplificación (si se reduce el numerador a la mitad, tercer, cuarta etc., también el denominador).

Para finalizar se les dictó un problema de sumas de fracciones mixtas parecido al realizado en la secuencia didáctica 2, sesión 2 en su etapa de ejecución para verificar que los conocimientos de sumas de fracciones mixtas fueran en aumento y existiera una comprensión por parte de los alumnos.

Se pudo apreciar que la mayoría del grupo logró resolver de forma adecuada el problema y sin mostrar dificultades.

Figura 46.

Problema resuelto por la alumna.



Nota: Tomado de respuesta de A14M.

Por último se reflexionó grupalmente sobre lo aprendido a lo largo de las secuencias didácticas y se les solicitó que lo plasmaran en su hoja de trabajo.

En general después de haber aplicado las tres secuencias didácticas se logró visualizar un avance significativo en el aprendizaje de los alumnos que se puede percibir al comparar los resultados del diagnóstico y las actividades realizadas durante las aplicaciones, además de considerar que los alumnos identificaron la importancia de las fracciones en su vida cotidiana.

Por otra parte también se puede apreciar que los alumnos lograron adquirir los contenidos planteados haciendo uso de sus conocimientos previos, además de las situaciones problemáticas planteadas tuvieron sentidos al ser en su mayoría contextualizados y con significado para los estudiantes.

3.4 Etapa 4. Evaluación

Para la etapa de evaluación se diseñaron unas rubricas que nos permitieron comparar los resultados por sesión retomando el objetivo y aprendizajes esperado de cada secuencia didáctica, además se añadieron indicadores de logro a los que se les asignó un puntaje.

Los indicadores de logro son una adaptación de los niveles de aprendizaje significativo propuestos por Diaz Barriga y Hernández (2002), en la tabla 4 en la que se pueden observar los niveles de logro propuestos y su puntaje dado:

Tabla 4.

Indicadores de logro de la evaluación.

Indicadores de logro				
Excelente (10)	Muy bueno (9)	Bueno (8)	Suficiente (7)	Insuficiente (6)
Realiza de forma correcta y automática las actividades propuestas, establece relaciones entre el nuevo contenido y sus esquemas de conocimiento.	Muestra integración de estructuras y esquemas para resolver las actividades propuestas, presenta dificultades mínimas.	Se muestra receptivo a las retroalimentaciones y aplica los contenidos a situaciones diversas. Logra resolver las actividades, pero cuenta con algunas dificultades.	Utiliza conocimientos previos para tratar de resolver las actividades, pero su ejecución cuenta con un alto número de dificultades.	No logra realizar las actividades propuestas.

Nota: Adaptación de los niveles de aprendizaje significativo propuestos por Diaz Barriga y Hernández (2002)

Las evaluaciones de las seis sesiones llevadas a cabo se encuentran en el anexo 9, donde se desglosan los resultados que obtuvieron los 28 alumnos en cada una de ellas y que sirvieron de base para el análisis que se presenta en esta sección.

Para determinar el alcance de conocimientos se optó por promediar los puntajes otorgados a cada alumno por actividad, posteriormente éstos se categorizan por intervalos, los cuales permiten determinar el nivel de logro alcanzado respecto al aprendizaje esperado, de acuerdo con los niveles de aprendizaje que menciona Shuell (1990, citado por Díaz-Barriga y Hernández, 2002, p. 43), como se muestra en la siguiente tabla.

Tabla 5.

Categorización por nivel de aprendizaje

Niveles	Intervalos de promedio correspondientes
Inicial	Entre 6 y 7.39
Intermedio	Entre 7.4 y 8.79
Terminal	Entre 8.8 y 10

Nota: Elaboración propia adaptada de los niveles propuestos por Shuell 1990.

3.5 Etapa 5. Difusión de resultados

En esta etapa se dan a conocer los resultados obtenidos de las secuencias didácticas. Es importante mencionar que de manera general el contenido de la presente la podemos encontrar a continuación de forma puntual en el capítulo IV de la presente investigación.

Capítulo 4. Análisis y resultados

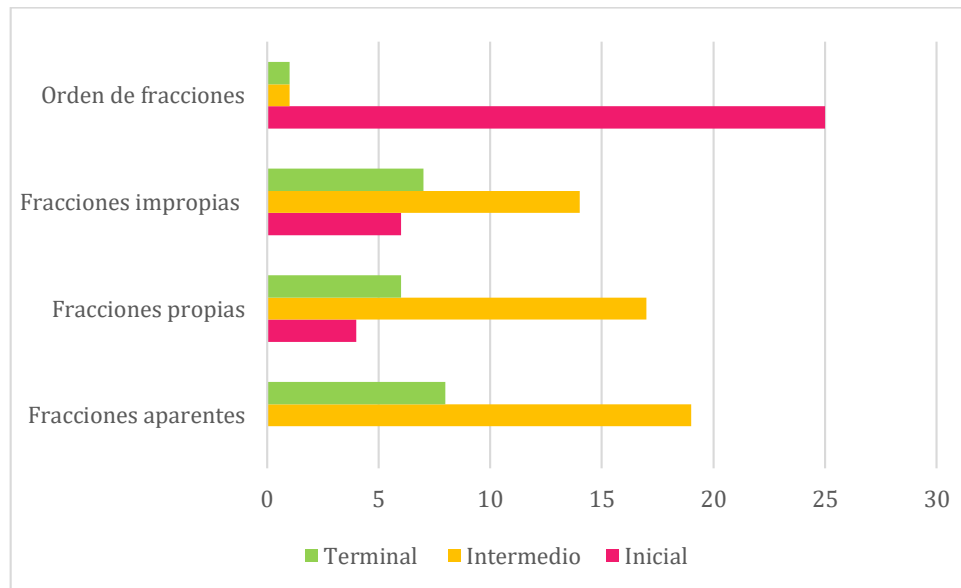
En este capítulo se presenta el análisis de la aplicación así como los resultados obtenidos por sesión y secuencia así como la trascendencia de la teoría al interpretar los datos obtenidos.

La secuencia didáctica uno cuenta con dos sesiones con el objetivo de ayudar a los estudiantes a comprender las fracciones propias donde $a < b$, impropias donde $a > b$, aparentes donde $a = b$ y fracciones equivalentes donde $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$. Mientras que su aprendizaje esperado fue Identifica fracciones equivalentes, mayores o menores que la unidad.

En la sesión 1 se evaluaron 6 actividades de las cuales la 1, 2 y 7 abonaban a las fracciones aparentes, la 4, 5 y 7 estaban asociadas a las fracciones propias, la 8, 5 y 7 con impropias y la actividad 6 por su parte estaba relacionada con orden de fracciones.

Gráfica 2.

Resultados por aspectos de la sesión 1 secuencia 1



Nota: Elaboración propia.

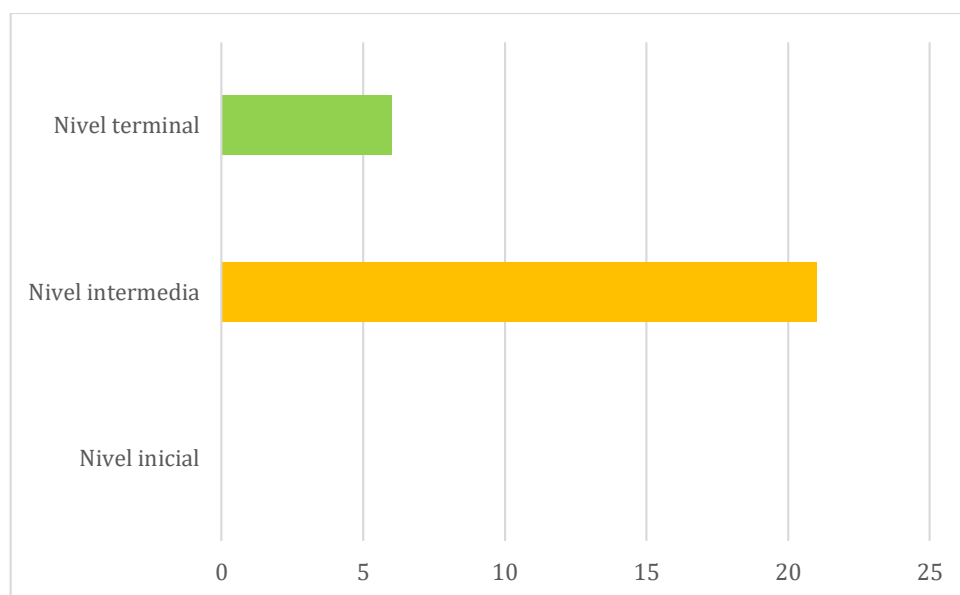
En la gráfica 2 se puede apreciar que en relación con el orden de fracciones, sobresalen aquellos alumnos que permanecen en la etapa inicial, uno de los aspectos que influyeron para que se obtuvieran estos resultados fue que esta actividad tenía el propósito únicamente de introducir a los alumnos en el orden de fracciones para una futura actividad llevada a cabo en la secuencia didáctica 3 sesión 1.

En el resto de los temas (fracciones impropias, propias y aparentes), se puede observar que prevalece en mayor medida el nivel de aprendizaje intermedio, sin embargo podemos resaltar un incremento en el nivel terminal y por consiguiente un decremento progresivo de aquellos que permanecen en la etapa inicial.

Esto quiere decir que la secuencia permitió que los alumnos, en su mayoría, afianzaran los conocimientos previos y lograran relacionarlos con los nuevos procedimientos puestos en juego, como puede observarse en la gráfica 3.

Gráfica 3.

Promedio global de la sesión 1 secuencia 1.



Nota: Elaboración propia.

En la gráfica 3, que muestra los resultados de la sesión 1, se puede visualizar que la mayoría de los alumnos se ubicaron en nivel intermedio, mientras que pocos lograron consolidarse en nivel terminal y se superó la etapa inicial.

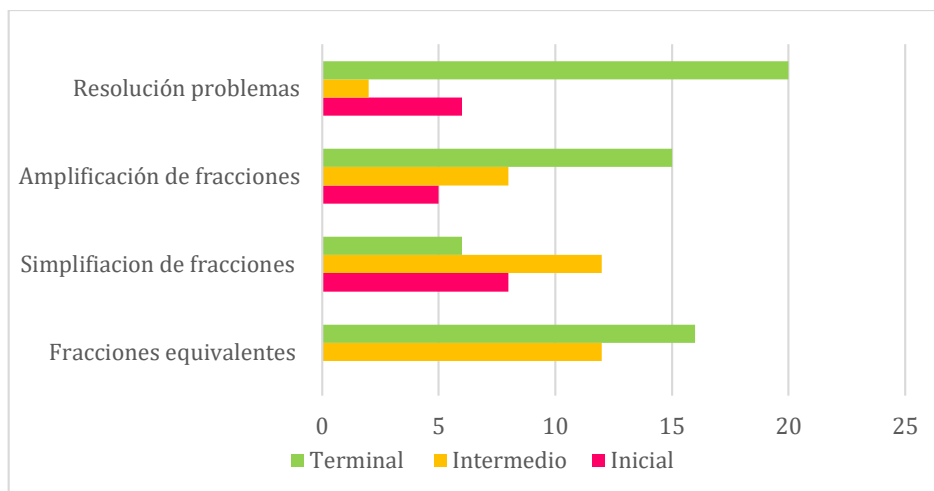
De acuerdo con los resultados se puede inferir que la mayoría de los alumnos se muestra receptivo a las retroalimentaciones y utilizan los conocimientos previos para tratar resolver las actividades propuestas.

En la sesión 2 se evaluaron 7 actividades en las cuales se trabajan las fracciones equivalentes (1, 4, 6 y 10), simplificación y amplificación de fracciones (7 y 8) y resolución de problemas que implican la equivalencia de fracciones (9).

La gráfica 4 se puede apreciar que el nivel terminal es el nivel que más persiste después del terminal es el intermedio. Por su parte el nivel inicial aparece muy pocas veces a excepción de la simplificación de fracciones.

Gráfica 4.

Resultado por aspecto de la secuencia 1 sesión 2.



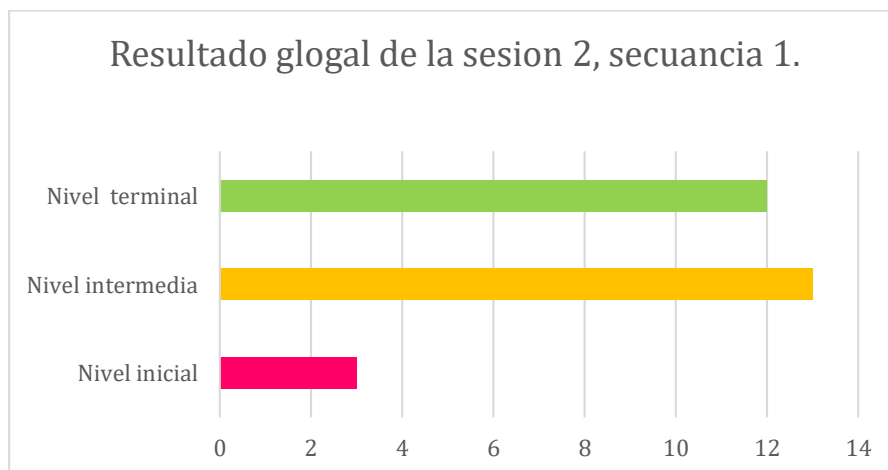
Nota: Elaboración propia.

Por su parte en la simplificación de fracciones el nivel que más veces aparece es el intermedio. En las fracciones equivalentes se evidencia que ningún alumno se encuentra en nivel inicial, además la fase terminal es la que más aparece en este aspecto.

En la simplificación de fracciones los resultados no fueron los óptimos y se puede deber a dos factores, el primero es que para hacer simplificación se debe tener consolidada la división y el segundo factor fue que en el afán por que los alumnos comprendieran se les facilitó el método, lo que ocasionó que no hubiera una reflexión por parte de los alumnos y únicamente hubo memorización.

Gráfica 5.

Promedio global de la sesión 2 secuencia 1.



Nota: Elaboración propia.

Los resultados globales de la sesión 2 que muestra la gráfica 5 evidencia que el nivel intermedio y terminal son los que tienen mayor presencia mientras que alumnos con nivel inicial se muestran muy poco ya que únicamente 3 lograron esa fase.

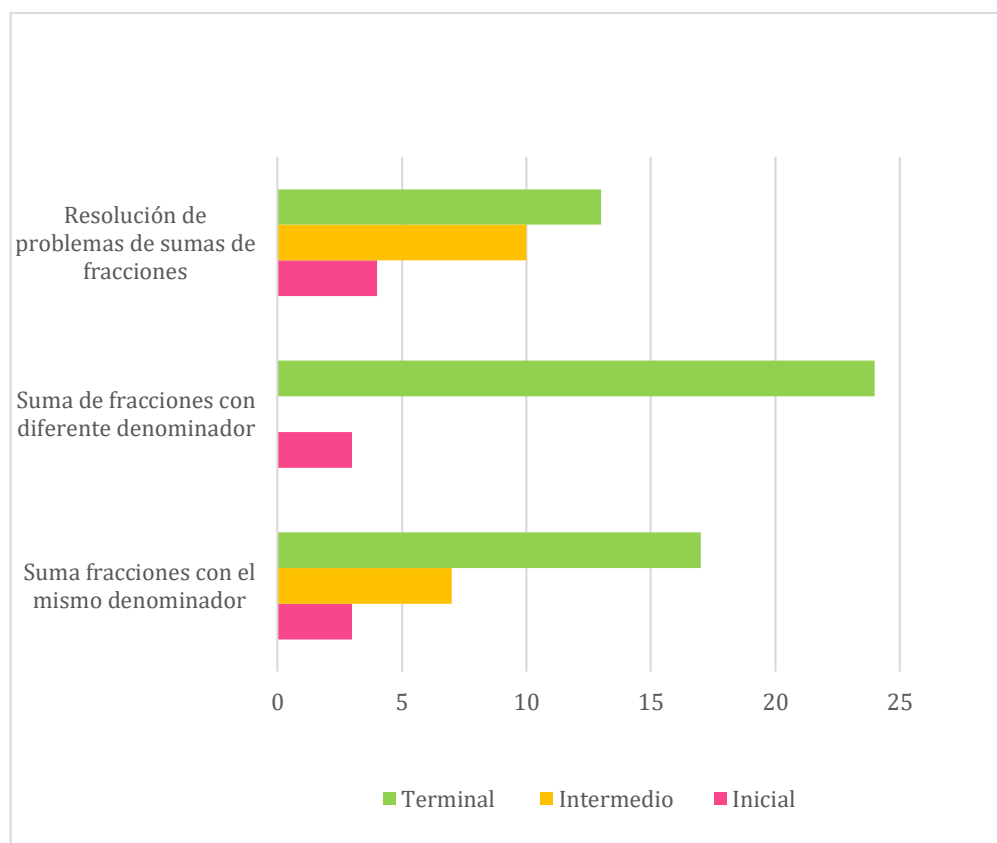
Por lo tanto de acuerdo con el objetivo propuesto de lograr que los alumnos comprendieran las fracciones equivalentes se considera que la mayoría los alumnos dan muestra de integración de estructuras y esquemas para resolver problemas.

La secuencia didáctica 2 tenía por objetivo que se logaran realizar sumas de fracciones con el mismo y diferente denominador y se utilicen para resolver problemas y como aprendizaje esperado que resolviera problemas que impliquen sumar o restar números fraccionarios de ambos tipos.

En la sesión 1 de la secuencia 2 se evaluaron 5 actividades distribuidas en suma de fracciones con el mismo denominador (1 y 3), suma de fracciones con diferente denominador (4) y resolución de problemas que implican la suma de fracciones (2 y 5).

Gráfica 6.

Resultados de la sesión 1 de la secuencia 2



Nota: Elaboración propia.

La gráfica muestra los resultados de la sesión 1, secuencia 2 En todos los resultados se observa de manera puntual que la fase terminal es la que se presenta con mayor presencia en los tres aspectos.

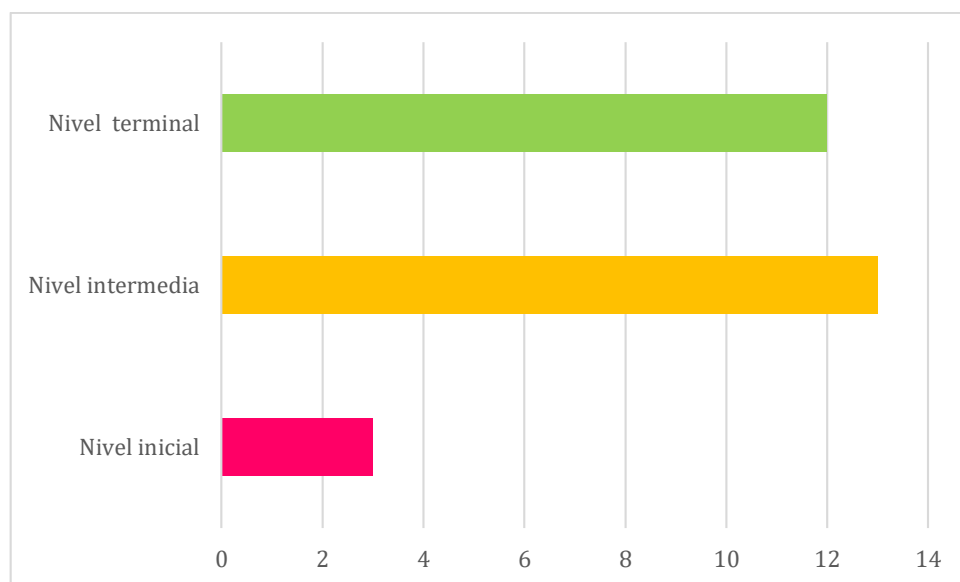
Se destaca que el aspecto de suma de fracciones con diferente denominador casi la totalidad de alumnos se encuentra en nivel terminal y muy pocos en nivel inicial, en la suma de fracciones con el mismo denominador se pudo observar que el nivel terminal es el que más se hace presente, hay pocos intermedios y muy pocas iniciales.

En la resolución de problemas se puede ver que hay un nivel inferior en relación con los otros aspectos, la fase terminal persiste con muy pocos alumnos pero la fase intermedia y terminal muestran cambios, por su parte la terminal disminuyó y la intermedia aumentó.

Por los resultados obtenidos se puede inferir que en resolución de problemas los alumnos aun utilizan conocimientos previos para tratar de resolver los problemas logrando resolver actividades pero aún persisten dificultades.

Gráfica 7.

Promedio global de la sesión 1, secuencia 2.



Nota: Elaboración propia.

La grafica anterior (Gráfica 7) muestra los resultados globales obtenidos en la sesión 1 de la secuencia 2, se puede apreciar que la fase con mayor presencia es la terminal, hay algunos alumnos en fase intermedia y muy pocos en nivel inicial.

Por lo anterior mencionado se puede decir que la mayoría de los alumnos logró cumplir con el objetivo propuesto en la secuencia didáctica ya que los alumnos lograron realizar sumas con el mismo y diferente denominador.

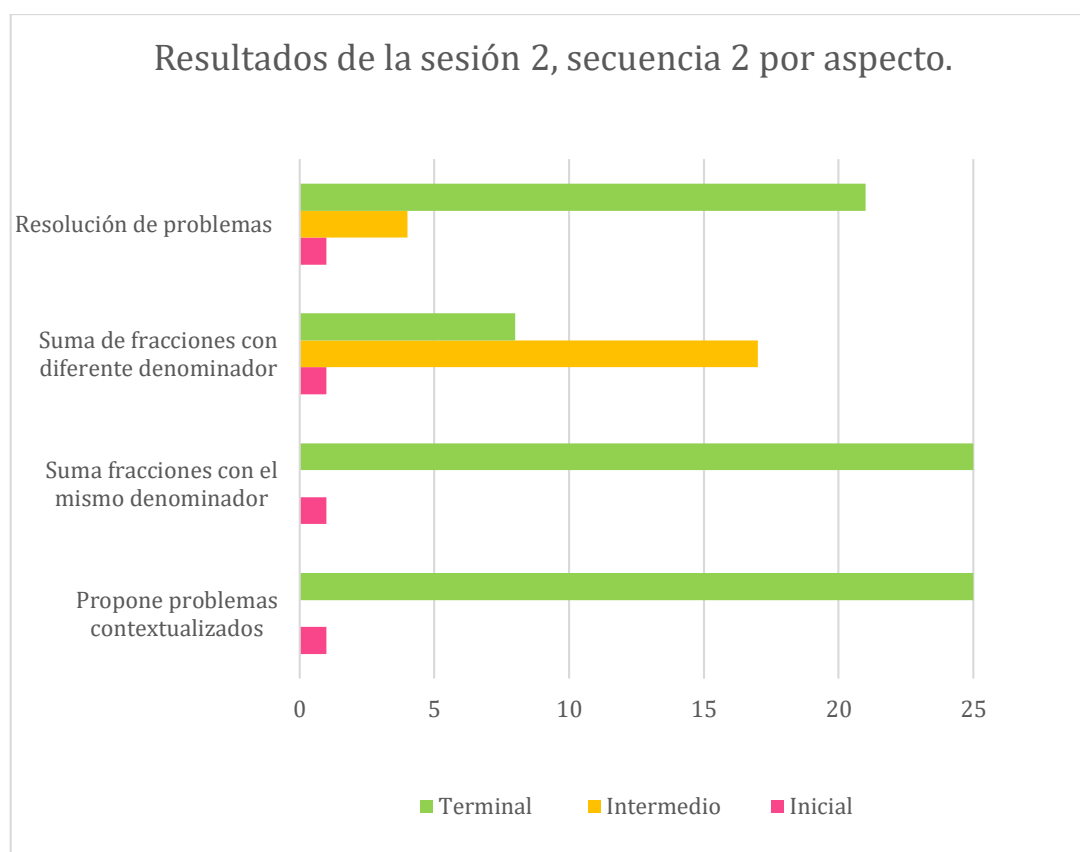
La mayoría de los alumnos se encuentran receptivos y muestran integración de estructuras para resolver los problemas propuestos, también se comienza a ver una automatización de parte de algunos estudiantes en dicho proceso los alumnos logran resolver las actividades propuestas de forma automática y sin dificultades.

En la sesión 2 de la secuencia didáctica 2 se evaluaron cinco actividades de las cuales una fue de tarea en la cual los alumnos juntamente deberían proponer problemas matemáticos de sumas de fracciones que pudieran aplicar a su contexto, la suma de fracciones con el mismo denominador (actividad 1), la suma de fracciones con diferente denominador (3 y 4) y la resolución de problemas que implican la suma de fracciones (2 y 5).

A continuación se presenta la gráfica 8 que muestra los resultados obtenidos por aspecto en la sesión 2 de la secuencia didáctica 2.

Gráfica 8.

Resultados de la sesión 2 de la secuencia 2.



Nota: Elaboración propia.

En la gráfica se puede apreciar que el nivel con mayor presencia es el terminal, únicamente en el aspecto de suma de fracciones con diferente denominador fue rebasado

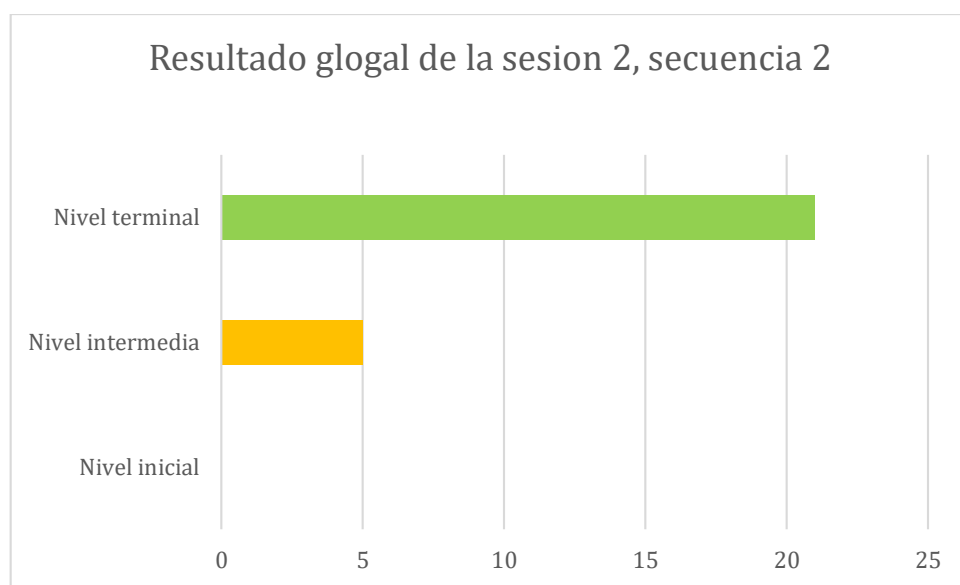
por el nivel intermedio, el nivel intermedio solo se hace presente en dos aspectos que es el mencionado y la resolución de problemas. Por último el nivel inicial está presente en los cuatro aspectos pero como se muestra en la gráfica es mínima la frecuencia en que se muestra.

De acuerdo con los resultados que muestra la gráfica se puede inferir que el aspecto de suma de fracciones con el mismo denominador los alumnos lograron comprender el contenido relacionando lo que ya conocían con los nuevos contenidos mediante la integración de estructuras y esquemas para resolver problemas.

Se destaca que en el aspecto de proponer problemas contextualizados la mayoría de los alumnos cuenta con un nivel terminal, lo que indica que los alumnos lograron comprender la importancia del contenido de fracciones en su contexto dándole significado a lo que aprende en la escuela y lo lleva al escenario de su casa y comunidad.

Gráfica 9.

Promedio global de la sesión 2 secuencia 2.



Nota: Elaboración propia.

Los resultados globales que arroja la sesión 2 de la secuencia 2 evidencian que no hubo ningún alumno en nivel inicial, pocos en intermedio y la mayoría se sitúa en terminal, por lo tanto se abona de forma positiva al aprendizaje esperado de la secuencia y se cumple de forma exitosa el objetivo propuesto.

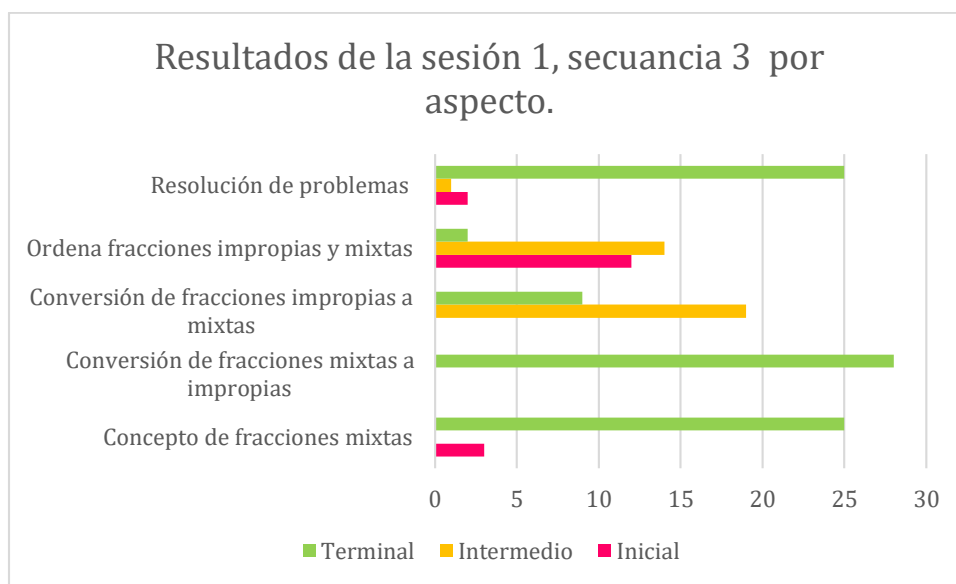
De acuerdo con los resultados que arroja la gráfica 9 (la mayoría se sitúa en nivel terminal) se puede decir que la mayoría de los alumnos realiza de forma correcta y automática las actividades propuestas, establece relaciones entre el nuevo contenido y sus esquemas de conocimiento.

La secuencia 3 tenía por objetivo que los estudiantes lograrán realizar sumas de fracción con mismo y diferente denominador y las utilizarán para resolver problemas. Mientras que el aprendizaje esperado fue que resolvieran problemas que implicaran sumar o restar números fraccionarios con igual o distinto denominador.

En la sesión 1 de la secuencia 3 se evaluaron 5 actividades de las cuales la actividad uno estaba relacionada con el concepto de fracciones mixtas, la actividad 2 con la resolución de problemas, la actividad 3 con la conversión de fracciones mixtas a impropias, la actividad 4 abordó la conversión de fracciones impropias a mixtas, por último en la actividad 5 se trabajó el orden de fracciones mixtas e impropias. A continuación se presenta la gráfica 10 que muestra los resultados por aspecto obtenidos en la sesión.

Gráfica 10.

Resultados de la sesión 1 de la secuencia 3.



Nota: Elaboración propia.

En la gráfica 10 se puede apreciar que en los aspectos Resolución de problemas, conversión de fracciones mixtas a impropias y concepto de fracciones mixtas el nivel terminal es el que está con mayor presencia mientras que el nivel inicial e intermedio es poco visible.

Por su parte en el aspecto de conversión de fracciones impropias a mixtas el nivel que más presencia tiene es el intermedio, seguido del terminal, el nivel inicial no aparece, en la actividad propuesta se puede evidenciar que los alumnos en su mayoría se muestran receptivo a las retroalimentaciones y aplican los contenidos a situaciones diversas.

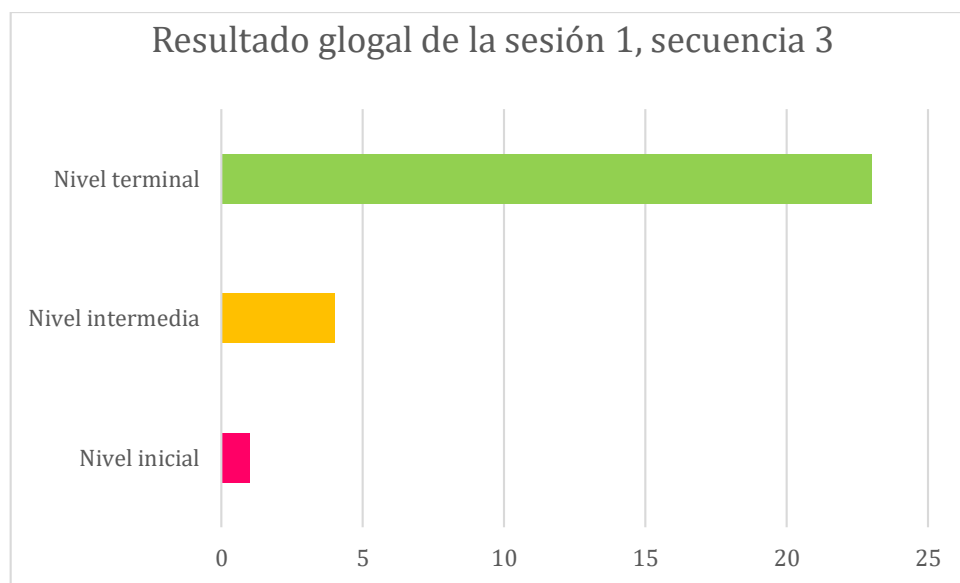
En cuanto al aspecto de orden de fracciones el nivel con mayor presencia es el intermedio, seguido de la inicial, el nivel que menos presencia tiene es el terminal. Por lo tanto en este aspecto se puede decir que una gran cantidad de alumnos aun utiliza los

conocimientos previos para tratar de resolver la actividad propuesta, los conocimientos empleados son válidos en los números naturales, pero no en los racionales.

La siguiente gráfica muestra los resultados globales que alcanzaron los alumnos en la sesión 1 de la secuencia 3.

Gráfica 11.

Promedio global de la sesión 1 secuencia 3.



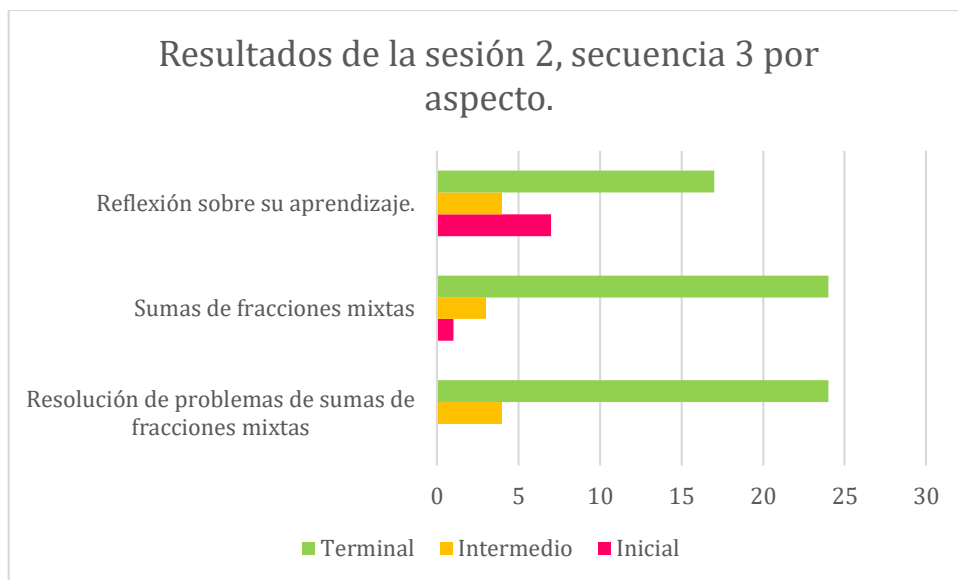
Nota: Elaboración propia.

La gráfica muestra que el nivel con mayor presencia es el terminal, hay pocos alumnos en fase intermedia y muy pocos en inicial. Por lo tanto se considera que esta sesión abordó de forma positiva al objetivo de la secuencia. De acuerdo con los resultados se infiere que la mayoría de los alumnos da muestra de integrar esquemas y estructuras para resolver las actividades pero aún hay alumnos que no logran vincular de forma positiva los conocimientos existentes con los propuestos.

En la sesión 2 de la secuencia 3 se evaluaron 5 actividades de las cuales la actividad 1, 2 y 5 están relacionadas con la resolución de problemas que implica la suma de fracciones mixtas, la actividad 3 tiene relación con suma de fracciones mixtas y la actividad 4 aborda una reflexión sobre lo aprendido en las secuencias. La siguiente gráfica muestra los resultados obtenidos.

Gráfica 12.

Resultados de la sesión 2 de la secuencia 3.



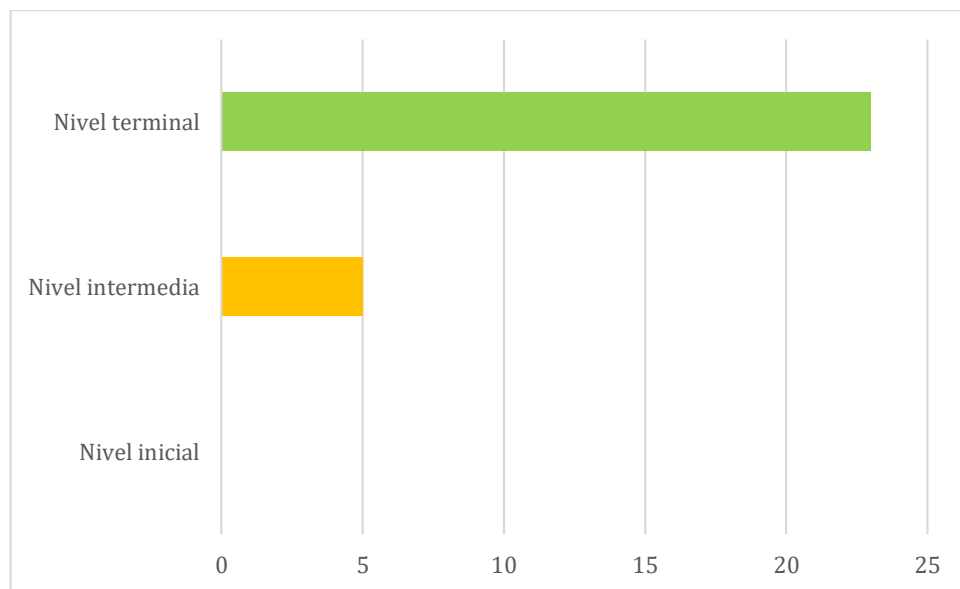
Nota: Elaboración propia.

En la gráfica se puede apreciar que en los tres aspectos evaluados el nivel con mayor presencia es el terminal, y pocos alumnos alcanzaron nivel inicial e intermedio. Únicamente el aspecto de la reflexión sobre su aprendizaje muestra mayor cantidad de alumnos en nivel inicial. Además se destaca que en el aspecto de resolución de problemas con fracciones mixtas no hubo alumnos con nivel inicial, únicamente alumnos con nivel intermedio y terminal.

En el aspecto de reflexión sobre su aprendizaje se puede ver que hay alumnos en nivel inicial esto debido a que aún hay alumnos con dificultades para expresar sus ideas y plasmarlas de forma verbal lo que lleva los alumnos a no lograr realizar la actividad o hacerlo de forma simple.

Gráfica 13.

Promedio global de la sesión 2 secuencia 3



Nota: Elaboración propia.

En la gráfica 13 se puede apreciar que no hubo alumnos en fase inicial, y que la mayoría se ubica en nivel terminal, por su parte el nivel intermedio tiene pocos alumnos. Por lo tanto de acuerdo con los resultados obtenidos se puede dar muestra que el objetivo propuesto en la secuencia se logró, la mayoría de los estudiantes consolidó la suma de fracciones mixtas.

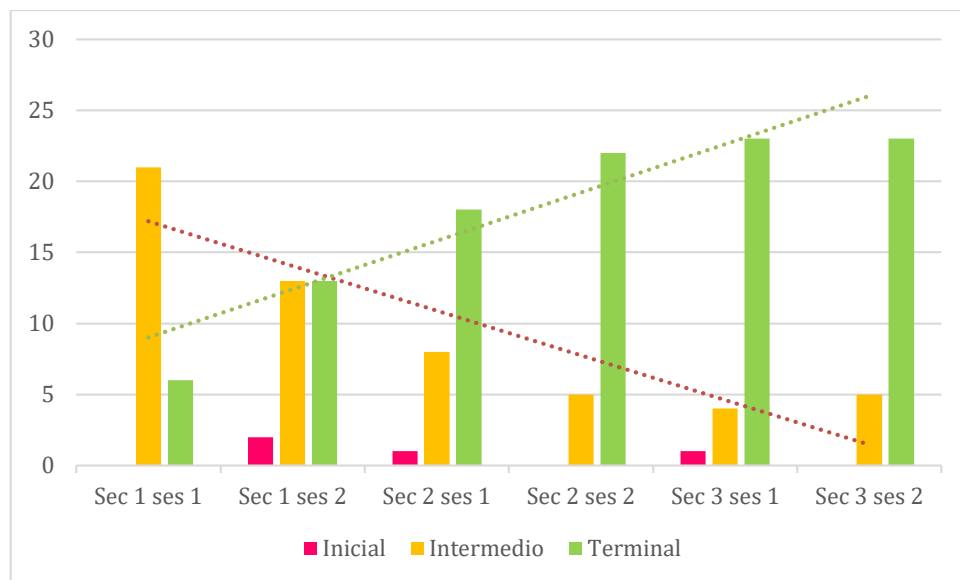
De acuerdo con los resultados que arroja las gráficas 12 y 13 se puede inferir que la mayoría de los alumnos realiza de forma correcta y automática las actividades propuestas, establece relaciones entre el nuevo contenido y sus esquemas de conocimiento. Mientras que pocos alumnos aún tiene dificultades pero se muestran receptivos a las retroalimentaciones del docente y compañeros para aplicar de forma correcta en futuras actividades.

En total se evaluaron 34 actividades que obedecían a los objetivos propuestos en las secuencias didácticas que a su vez abonaron a consolidar en los alumnos los 2 aprendizajes esperados con la finalidad de que los alumnos lograrán realizar sumas de fracciones y las pudieran aplicar a su contexto por medio de la resolución de problemas propuestos por los alumnos y docente.

La siguiente gráfica muestra los resultados que obtuvieron los alumnos por sesión durante las 3 secuencias aplicadas.

Gráfica 14.

Resultados obtenidos por sesiones.



Nota: Elaboración propia.

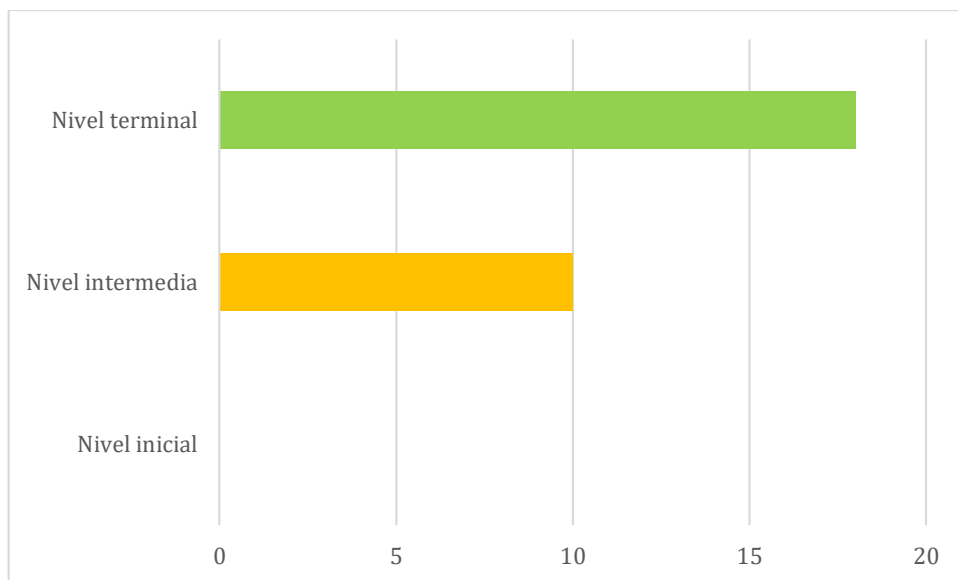
La gráfica 14 resume los resultados globales de secuencia propuesta, donde el nivel terminal se fue consolidando a medida que avanzaron las secuencias, mientras que el nivel intermedio e inicial fueron disminuyendo, con lo que se puede inferir que los alumnos que al principio se ubicaron en nivel intermedio al mostrarse receptivos a las retroalimentaciones propuestas por el docente y discusión entre pares mejoraron su nivel, lo que da muestra de una integración de estructuras y esquemas para resolver las actividades propuestas además de que lograron establecer una relación entre los nuevos contenidos y sus esquemas de conocimiento.

La grafica evidencia que se logró una mejora a lo largo de las aplicaciones ya que como muestran las líneas de tendencia el nivel terminal fue teniendo mayor presencia, mientras que el nivel intermedio fue disminuyendo, además el nivel inicial también fue a la baja. Por lo tanto se puede decir que el método de investigación-acción tuvo resultado positivos que fueron posibles gracias a las mejoras que de manera contante se fueron planteando.

Por último, la gráfica 15 muestra los resultados finales obtenidos por el grupo a lo largo de las 6 sesiones en las 3 secuencias propuestas.

Gráfica 15.

Resultado global de las secuencias propuestas.



Nota: Elaboración propia.

La gráfica muestra que el nivel de logro alcanzado por los estudiantes con mayor frecuencia fue el terminal, seguida del nivel intermedio y el nivel inicial es nulo, por lo tanto los objetivos propuestos en las secuencias didácticas se cumplieron de forma satisfactoria.

De forma general al analizar los resultados alcanzados se puede inferir que la mayoría de los alumnos logró establecer una relación entre los nuevos contenidos y sus esquemas de conocimiento. De igual forma se rescata que los alumnos lograron comprender la importancia que tienen las fracciones en su vida cotidiana al resolver y proponer problemas reales que tienen significado.

Se considera que se pueden mejorar los resultados obtenidos ya que a pesar de que la mayoría está en nivel terminal aún hay estudiantes que se encuentran en nivel intermedio.

Lo que da muestra de que algunos errores como el orden de fracciones, así como el sumar de forma directa dos fracciones con diferente denominador aún persisten.

Capítulo 5. Conclusiones y recomendaciones

En este capítulo se dan a conocer las conclusiones y recomendaciones a las que se llega en la investigación en relación con cada uno de los procesos marcados en los capítulos anteriores.

5.1 Conclusiones

Respecto a la práctica docente llevada a cabo durante la intervención, la primera dificultad fue desconocer los obstáculos, dificultades y errores que los alumnos podían presentar en la suma de números racionales y tomarlas como base para el diseño de la propuesta, ya que por lo general un docente normalista realiza su plan de clase únicamente tomando en cuenta el libro y el plan de estudios.

Una vez identificadas, el segundo reto fue empatar las dificultades reportadas por la literatura, los errores presentes en los resultados del diagnóstico, los objetivos del plan de estudios y las propuestas revisadas en cuanto a la suma de fracciones; sin embargo, se logró desarrollar una secuencia que no dejaran fuera ningún aspecto y el método de investigación acción fue muy útil para el logro de los aprendizajes por parte de los estudiantes.

Así, cada uno de los objetivos específicos permitieron completar un peldaño hacia la meta propuesta, por ejemplo: *Conocer diferentes dificultades documentadas de suma y resta de fracciones*, se considera que se logró ya que durante la búsqueda de antecedentes y a lo largo de este trabajo las dificultades han sido un foco de atención; al *implementar un diagnóstico para conocer el nivel de los conocimientos de los estudiantes referentes a las fracciones*, al aplicar el diagnóstico a los alumnos y analizar los resultados y rescatar las dificultades que los alumnos presentaron se construyeron las bases de la secuencia; al *buscar actividades que tomen como base las dificultades reportadas en el tema de suma y resta de números racionales en alumnos de primaria*, se conjuntaron propuestas como las de Fuentes (2010), Human (2015) y Fierro y Montaña (2017) que contenían secuencias didácticas con actividades que tomaran en cuenta algunas dificultades reportadas y por medio de ellas *integrar una secuencia didáctica con actividades tendientes al logro de los objetivos propuestos en bloques del plan de estudios regidos por el aprendizaje significativo*, cada una con un objetivo particular, en las que se partió del conocimiento de los alumnos para integrar nuevos contenidos; finalmente la *Aplicación y análisis de las secuencias diseñadas por etapas tomando en cuenta las etapas de investigación-acción*, se aplicaron las tres secuencias didácticas por etapas, cada una considerando los resultados de cada una para en las siguientes no caer en las mismas dificultades y errores presentados.

Respecto al objetivo general donde nos propusimos *integrar y aplicar una secuencia didáctica que favorezca el aprendizaje de la suma y resta de fracciones a través de diferentes actividades en alumnos de quinto grado de educación primaria*, se considera que se cumplió de forma satisfactoria ya que se logró estructurar y aplicar 3 secuencias didácticas que integraron de manera secuenciada las fracciones propias, impropias, aparentes y

equivalentes, en las que se operó con fracciones con el mismo y diferente denominador y así como mixtas que en su conjunto mostraron mejorar los niveles de aprendizaje de los alumnos de quinto grado de educación primaria.

Por otra parte, la pregunta de investigación que guio el presente trabajo fue: ¿Qué elementos debe contener una secuencia didáctica para que promueva la comprensión de las operaciones de suma y resta de números racionales en estudiantes de quinto grado de educación primaria?, consideramos que debe tomar en cuenta las dificultades presentes en el alumno, los objetivos deben ser claros y partir de los planes de estudio, libros de texto y nivel de conocimientos que los alumnos alcanzan, sin dejar de lado los aprendizajes esperados a los que se pretende abonar.

Para complementar el aprendizaje de los alumnos la secuencia didáctica debe contener actividades ligadas a las dificultades donde se priorice la modelización por medio de material didáctico que ayude a los alumnos a comprender el tema propuesto.

Las actividades deben ir en relación con los aprendizajes existentes ya que si se conocen los saberes previos de los estudiantes se podrán proponer actividades que tomen en cuenta los conocimientos preexistentes y se llegue por lo tanto a un aprendizaje significativo, esto sin dejar de lado que en las actividades propuestas se logre evidenciar para el ojo del estudiante la utilidad de los conocimientos, esto por medio de problemas contextualizados y de significado.

Respecto a la práctica docente, se considera que esta investigación ha cambiado la perspectiva personal acerca de la enseñanza de las matemáticas debido a que anteriormente al planificar una clase se hacía un esfuerzo por empatar los contenidos del plan de estudios con el libro de texto, actualmente se ha comprendido que aparte de lo mencionado se debe empatar también las dificultades que los alumnos pueden presentar acerca del tema así como aprendizaje significativo e investigaciones que abonen a una secuencia didáctica más completa.

Es de relevancia aclarar que aplicar siempre secuencias didácticas que integren todos los aspectos mencionados para la enseñanza de los contenidos matemáticos en educación primaria sería complejo debido a que no es la única asignatura que se imparte, sin embargo, se considera pertinente tomar en cuenta al menos el plan de estudios, libros de texto, aprendizaje significativo y algunas dificultades.

5.2 Aportaciones

Las aportaciones que destacamos en mayor medida de la investigación realizada son las siguientes:

Las secuencias didácticas elaboradas pueden favorecer el aprendizaje de suma y resta de fracciones, donde la secuencia 1 la cual favorece que los estudiantes comprendan las fracciones, propias, impropias, aparentes y equivalentes; la secuencia 2, pretende ayudar a los estudiantes a sumar y restar fracciones con igual o diferente denominador, y; la secuencia 3, pretende ayudar a los alumnos a realizar sumas de fracciones mixtas.

Se destaca que las actividades son variadas, de tipo lúdicas, modernizadoras, parten de problematización, ejercicios de repaso y otras en las que el estudiante propone problemas de su contexto. Todas las actividades mencionadas tratando siempre de que se resalte la utilidad de las matemáticas en la vida cotidiana dando sentido a lo que aprende en la escuela.

Otro aporte de la investigación es el material empleado para la realización de sumas de fracciones, el cual se considera de gran utilidad para enseñar el tema, pues los alumnos podrán verificar sus resultados, y explorar, evitando la mayor cantidad de dificultades en la suma de fracciones (el material se puede visualizar en la figura 14).

Por último es necesario destacar como otro aporte de la investigación, es el esquema de evaluación diseñada, en la que se hace una adaptación a los niveles de aprendizaje propuestos por Díaz Barriga y Hernández (2002) para poder emplearlos en educación primaria y que a su vez los resultados puedan ayudarnos a ubicar a los alumnos en un determinado nivel y visualizar si hay transición de nivel entre una sesión y otra.

5.3 Recomendaciones para futuras aplicaciones.

Aún y cuando los resultados obtenidos fueron buenos en relación con la mejora en los niveles del aprendizaje significativo, es conveniente mencionar que para futuras aplicaciones se deberían contemplar actividades diferenciadas para brindar a todos alumnos una educación inclusiva atendiendo sus estilos y ritmos de aprendizaje ya que las secuencias son generales y las actividades están propuestas para todos los alumnos por lo tanto se pueden proponer adecuaciones.

Otra recomendación pertinente para futuras aplicaciones es propiciar las condiciones necesarias para que los estudiantes trabajen en equipos de tres o mayores ya que las actividades propuestas son de forma individual, grupal y en binas.

También se recomienda un mayor espacio entre aplicaciones ya que la secuencia 2 y 3 contó con poco margen de diferencia temporal por premuras de tiempo, lo cual ocasionó que éste no fuera el deseable para evaluar y mejorar entre una y otra secuencia.

Referencias

- Acevedo, D. M., López, M. A., Guerrero, Y. A. y Morales, L. F. (2013). La fracción parte - todo a través de una mirada gráfica. Edición especial, 291-295. Recuperado de: <http://funes.uniandes.edu.co/6643/1/Morales2013Fraccion.pdf>
- Arenas, J. y Rodríguez-Vásquez, F. M. (2020). Dificultad en las fracciones para los estudiantes de la educación primaria mexicana. *Gestión, Competitividad e innovación*(enero-junio 2020), 24-33. Recuperado de: [\(PDF\) Dificultad en las fracciones para los estudiantes de la educación primaria mexicana \(researchgate.net\)](#)
- Ausubel, D. P. (1983). *Psicología educativa. Un punto de vista cognoscitivo*. México: Ed. Trillas. 2°E
- Ausejo, A. T. (2016). Efectos de la Situación Didáctica de Brousseau en el aprendizaje de los números racionales en estudiantes del segundo grado de Educación Secundaria de la Institución Educativa Tungasuca, Carabayllo, 2016 (Tesis para obtener el grado de Maestría, Universidad Nacional de Educación. Obtenido de <https://repositorio.une.edu.pe/handle/UNE/1458>
- Barragán, L. y Murillo, M. (2018). Secuencia didáctica para la enseñanza y aprendizaje de los números racionales y resolución de problemas en la Educación Básica Primaria. *Ideales*, 7(1),90-96. Obtenido de <http://revistas.ut.edu.co/index.php/Ideales/article/view/1360>
- Bernal, C. (2010). *Metodología de la investigación*. Colombia: Pearson Educación.
- Blasco J. E. y Pérez J. A. (2007). *Metodologías de investigación en las ciencias de la actividad física y el deporte*. Alicante: Club universitario.
- Butto, C. (2013). El aprendizaje de fracciones en educación primaria: una propuesta de enseñanza en dos ambientes. *Revista Iberoamericana*, 15(1),33-45.
- Castaño, N. y García, L. (2014). Dificultades en la enseñanza de las operaciones con números racionales en la educación secundaria. *Magistro*, 8(16), 123-158.
- Castaño, C. y Quecedo, R. (2003). Introducción a la metodología de investigación cualitativa. *Revista de psico didáctica*, 5 (40).
- Córdoba, J. (2017). *El uso pedagógico de las TIC y la resolución y planteamiento de situaciones problemas en la enseñanza de los números racionales positivos*. Universidad Nacional de Colombia. Obtenido de <https://repositorio.unal.edu.co/handle/unal/59636>
- Coronado, E. (2016). Dificultades que se encuentran en el cálculo de las operaciones con números racionales en estudiantes de primero básico en los institutos nacionales de educación básica de Malactán, San Marcos. Tesis de grado. Universidad Rafael Landívar Recuperado de: <https://recursosbiblio2.url.edu.gt/tesisjcem/2016/05/86/Coronado-Eleazar.pdf>

- Creswell, J. (2012). Educational research. Planning, conducting and evaluating quantitative and qualitative research. [Investigación educativa. Planeación, conducción y evaluación en investigación cuantitativa y cualitativa]. (4ª Ed). USA: Pearson.
- Díaz-Barriga, F. y Hernández, G. (2002). Estrategias docentes para un aprendizaje significativo. Una interpretación constructivista. (2ª ed.). D. F., México: Mc Graw Hill.
- Díaz-Barriga, A. (2013). Guía para la elaboración de una secuencia didáctica. Universidad Nacional Autónoma de México. UNAM. Recuperado de: http://www.setse.org.mx/ReformaEducativa/Rumbo%20a%20la%20Primera%20Evaluaci%C3%B3n/Factores%20de%20Evaluaci%C3%B3n/Pr%C3%A1ctica%20Profesional/Gu%C3%ADa-secuencias-didacticas_Angel%20D%C3%ADaz.pdf
- Elliott, J. (2005). La investigación-acción en educación. Madrid: Morata.
- Evans, E. (2010). Orientaciones metodológicas para la investigación-acción. Perú: SIGRAF.
- Fandiño, M.I. (2014). Las fracciones Aspectos conceptuales y didácticos. México: Ed. NEISA.
- Fierro, J. y Montaña, C. (2017). Una secuencia didáctica con material manipulativo para la enseñanza de fracciones heterogéneas en grado 5to de Educación Básica. Tesis de grado. Obtenido de: <http://funes.uniandes.edu.co/11577/1/Ferro2017Una.pdf>
- Fuentes, R. (2010). Enseñanza de fracciones. Una experiencia didáctica en quinto año de enseñanza primaria. Revista Iberoamericana de educación matemática. Junio de 2010, Número 22, 169-182.
- Gómez, A. y Pérez, A. (2016). Tres enfoques para la enseñanza de los números racionales. Saber, Universidad de Oriente, Venezuela. 28(4), 819-827.
- Godino, J., Batanero, C. y Cid, E. (2004). *Didáctica de la matemática para maestro*. II sistemas numéricos. Capítulo IV Fracciones y números racionales. Proyecto Edumat-Maestros.
- Gil, L.J. (2018). La didáctica de las operaciones matemáticas con números racionales, secuencias colaborativas. Universidad Autónoma de Bucaramanga. Obtenido de: https://repository.unab.edu.co/bitstream/handle/20.500.12749/2546/2018_Articulo_Luz_bin_Javier_Gil.pdf?sequence=2&isAllowed=y.co
- Gil, L.J. (2018). Fortalecimiento de las operaciones con números racionales positivos en los estudiantes del grado 7 del colegio Víctor Félix Gómez Nova a través de las secuencias didácticas y trabajo colaborativo (Tesis para obtener el grado de Magíster en Educación, Universidad Autónoma de Bucaramanga). Obtenido de <https://repository.unab.edu.co/handle/20.500.12749/2546>
- González-Forte, J.M., Fernández, C. y Linares, S. (2019). El fenómeno natural number bias: un estudio sobre los razonamientos de los estudiantes en la multiplicación de números racionales. *Quadrante*, 28(2), 32-52.

- González, O. (2015). Errores comunes en el aprendizaje de fracciones un estudio con alumnos de 12/13 años de Cantabria. Tesis de Master. Universidad de Cantabria.
- Hernández, R., Baptista, P., Fernández, C. (2010). Metodología de la investigación. México: McGRAW-HILL.
- Hincapié-Morales, C. (2011). *Construyendo el concepto de fracción y sus diferentes significados, con los docentes de primaria de la institución educativa San Andrés de Girardota* (Trabajo final como requisito parcial para optar al título de Magister en Enseñanza de las Ciencias Exactas y Naturales). Universidad Nacional de Colombia, Medellín, Colombia. Recuperado de <http://repositorioslatinoamericanos.uchile.cl/index.php/record/view/579647>
- Human, T. (2015) Estrategias lúdicas para mejorar la resolución de problemas matemáticos en fracciones mixtas con los estudiantes del 6º "B" de la institución educativa N° 54005 "Miguel Grau" de Abancay- 2014. Tesis de especialidad. Universidad Nacional San Agustín. Recuperado de: <https://repositorioslatinoamericanos.uchile.cl/handle/2250/3261385>
- Menchú M. (2013) Principales factores que dificultan la comprensión y aprehensión de las operaciones de adición y sustracción de fracciones. Universidad de Galileo.
- Pérez, A. (2006). A favor de la escuela educativa en la sociedad de la información y de la perplejidad. En Gimeno Sacristán, J. (comp.). La reforma necesaria: entre la política educativa y la práctica escolar. Ed. Morata/Gobierno de Cantabria. Madrid. Págs. 95-108.
- Pérez, M. (2005). Un marco para pensar en configuraciones didácticas en el campo del lenguaje en la Educación básica. Bogotá, Colombia: Icfes. Obtenido de <http://www.javeriana.edu.co/biblos/tesis/educacion/tesis59.pdf>
- Pérez, I., Alcalde, M. y Lorenzo, G. (2014). *Los números entero y racionales, las magnitudes y la medida en el aula de primaria*. Universitat Jaume DOI: <http://dx.doi.org/10.6035/Sapientia97>
- Porras, K y Fonseca J. (2015) Aplicación de Actividades de modelización matemática en la educación secundaria costarricense. Uniciencia. Vol. 29, No. 1, pp. 42-57. DOI: <http://dx.doi.org/10.15359/ru.29-1.3>
- Pucar, M. (2020). Aplicación de estrategias lúdicas, con el enfoque significativo para fortalecer la resolución de problemas en las operaciones básicas con números racionales en el área de matemática con los estudiantes del primer grado de educación secundaria de la institución educativa "Amauta Atusparia" de distrito de Chacas, Asunción-Ancash, 2019 (Tesis para obtener el grado de maestría, Universidad Católica los Ángeles Chimbote). Obtenido de <http://repositorio.uladech.edu.pe/handle/123456789/17393>
- Reinhold, F., Obersteiner, A., Hoch, S., Hofer S. & Reiss, K. (2020) The Interplay Between the Natural Number Bias and Fraction Magnitude Processing in Low-Achieving Students. *Frontiers in education*. Obtenido de: <https://www.frontiersin.org/articles/10.3389/feduc.2020.00029/full#:~:text=line%20esti,mation%20tasks-,Conclusion,sample%20of%20lower%2Dachieving%20students>

- Rivera, J. (2004). El aprendizaje significativo y la evaluación de los aprendizajes. *Revista de investigación educativa*, 8 (14), pp.47-52. Recuperado de: <https://revistasinvestigacion.unmsm.edu.pe/index.php/educa/article/view/7098/6272r>
- Rojas, N., Flores, P. y Carrillo, J. (2015). Conocimiento Especializado de un Profesor de Matemáticas de Educación Primaria al Enseñar los Números Racionales. *Bolema*, 29(51), 143-166.
- Romero, F. (2009). Aprendizaje significativo y constructivismo. *Revista digital para profesionales de la enseñanza*, (3). pp.1-8.
- Sabino, C. (1992). Planteamiento de la investigación. El proceso de investigación (pp. 41-44). Recuperado de http://paginas.ufm.edu/sabino/ingles/book/proceso_investigacion.pdf
- Santos, D. (2019). Resolución de problemas de enunciado verbal de números racionales en estudiantes de cuarto grado de la institución educativa primaria. Mirador Alto Puno Distrito, Provincia, y región Puno (Tesis para obtener el grado de licenciatura, Universidad Católica los Ángeles Chimbote). Obtenido de <http://repositorio.uladech.edu.pe/handle/20.500.13032/13642>
- Sbitneva, L., Moreno, N Martínez y Ramírez, M. (2020) Rompiendo las reglas de la suma de fracciones. *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa*. 83-94.
- Secretaria de Educación Pública (2011), Programa de estudios 2011. Educación Básica. Primaria. Quinto grado, México, D.F.: SEP.
- Secretaria de Educación Pública (2014), Libro de texto para el maestro quinto grado de matemáticas. Educación Básica, México D.F: SEP.
- Secretaria de Educación Pública (2017), Aprendizajes clave para la educación integral. Educación Básica, México D.F: SEP. Recuperado de: <https://www.planyprogramasdestudio.sep.gob.mx/index-descargas-LMP-prim-5grado.html>
- Secretaria de Educación Pública (2019), Libro de texto para el alumno quinto grado de matemáticas. Educación Básica, México D.F: SEP.
- Trelles, C., Toalongo, X. y Alsina, Á. (2022). Una actividad de modelización matemática en primaria con datos auténticos de la COVID-19. *Enseñanza de las Ciencias*, 40(2), 193-213. <https://doi.org/10.5565/rev/ensciencias.3472>
- Valencia, C. (2017). Estrategias de enseñanza que contribuyen al aprendizaje de los números racionales desde su historia en los niños de séptimo grado del colegio gimnasio Vermont (Tesis para obtener el grado de maestría, Universidad Nacional de Colombia). Obtenido de <https://repositorio.unal.edu.co/handle/unal/60808>
- Vara-Horna, Arístides (2012). Desde La Idea hasta la sustentación: Siete pasos para una tesis exitosa. Un método efectivo para las ciencias empresariales. Instituto de Investigación de la Facultad

de Ciencias Administrativas y Recursos Humanos. Universidad de San Martín de Porres.
Lima. Manual electrónico. Obtenido de:
[https://www.administracion.usmp.edu.pe/investigacion/files/7-PASOS-PARA-UNA-
TESIS-EXITOSA-Desde-la-idea-inicial-hasta-la-sustentaci%C3%B3n.pdf](https://www.administracion.usmp.edu.pe/investigacion/files/7-PASOS-PARA-UNA-
TESIS-EXITOSA-Desde-la-idea-inicial-hasta-la-sustentaci%C3%B3n.pdf)

Anexos

Anexo 1. Diagnóstico de fracciones a estudiantes de quinto grado de primaria.

Diagnóstico a alumnos de 5° "A" del tema de fracciones.

Nombre del alumno: _____ Fecha: _____

Objetivo: Conocer y evaluar los conocimientos que los alumnos de quinto grado de educación primaria poseen en relación con las fracciones hasta el momento de la aplicación y tomarlo como referente para la elaboración de la secuencia didáctica.

Alumno recuerda que: los resultados de esta evaluación no les va a afectar en sus calificaciones, pero será de utilidad para saber los temas en los que debemos trabajar más detenidamente para que todos estos queden bien comprendidos

1.- De las siguientes fracciones escribe su nombre, indica cuales son propias o impropias y represéntalas según lo consideres pertinente.

<i>Fracción</i>	<i>Nombre</i>	<i>Propia/impropia</i>	<i>Representación</i>
$\frac{3}{6}$			
$\frac{4}{2}$			
$\frac{3}{9}$			
$\frac{9}{3}$			

$\frac{10}{12}$			
-----------------	--	--	--

2.- Realiza las siguientes sumas y restas de fracciones. Realiza comprobación de tus resultados sin realizar operaciones.

$$\frac{2}{4} + \frac{1}{4} =$$

$$\frac{6}{5} - \frac{3}{5} =$$

$$\frac{4}{6} + \frac{2}{6} =$$

$$\frac{1}{2} + \frac{3}{4} =$$

$$\frac{4}{6} - \frac{1}{3} =$$

$$\frac{3}{7} + \frac{1}{3} =$$

3.- Relaciona con una línea las fracciones equivalentes.

$$\frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{3}$$

$$\frac{2}{6}$$

$$\frac{2}{8}$$

$$\frac{4}{5}$$

$$\frac{5}{10}$$

$$\frac{1}{4}$$

$$\frac{8}{10}$$

4.- Indica que fracción les hace falta a las siguientes fracciones para completar el entero más cercano.

$$\frac{3}{8}$$

$$\frac{5}{10}$$

$$\frac{12}{5}$$

$$\frac{7}{5}$$

$$\frac{6}{9}$$

$$\frac{5}{6}$$

5.- Indica si es mayor que “>” menor que “<” o “=” igual según se el caso, utiliza espacios en blanco para representar tu elección, dibujos, rectas o explicación

$$\frac{2}{12}$$

$$\frac{2}{5}$$

$$\frac{8}{2}$$

$$\frac{5}{4}$$

$$\frac{2}{8}$$

$$\frac{1}{4}$$

6.- Resuelve los siguientes problemas, explica ampliamente tus resultados.

1. Juan compró $\frac{1}{4}$ azúcar por la mañana y por la tarde compro $\frac{1}{2}$ de azúcar.
¿Cuánta azúcar compró en total Juan?

2. Ana tiene 52 borregas $\frac{1}{4}$ con borregas pintas, $\frac{1}{4}$ son borregas negras, y el resto son borregas blancas. ¿Cuántas borregas son de cada color?

7.- Completa la siguiente sucesión de fracciones

$$\frac{2}{4}, \frac{3}{4}, 1, \quad , 1\frac{2}{4}, \quad , \quad , \quad , \quad , \quad , \quad , 3\frac{1}{4}$$

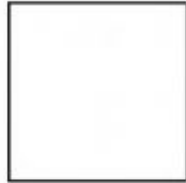
Escribe como lograste saber cuál fracción es la que seguía en la sucesión: _____

8.- Recorta y pega cada fracción con su espacio correspondiente.

$$\frac{3}{6}$$



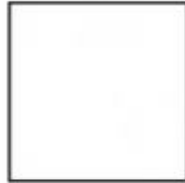
$$\frac{4}{6}$$



$$\frac{4}{9}$$



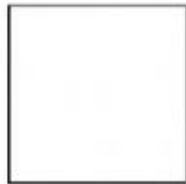
$$\frac{2}{5}$$



$$\frac{1}{3}$$



$$\frac{3}{4}$$



$$\frac{1}{2}$$



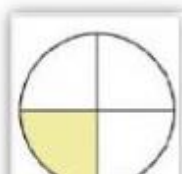
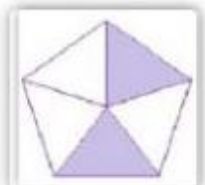
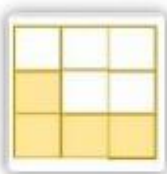
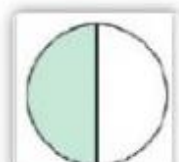
$$\frac{2}{3}$$



$$\frac{1}{4}$$



$$\frac{5}{10}$$



Anexo 2. Actividades propuestas a los alumnos en la secuencia 1, sesión 1.

Nombre del alumno: _____ Fecha: _____

Número de lista: _____

1. Lee con atención las instrucciones y contesta lo que se te indica.
 - e) Tomando la ficha del entero (la cual tiene el número $\frac{1}{1}$ y es el entero) empezaremos a ver cuántas veces podemos superponer (poner encima) las fichas que representan un cuarto del entero $\frac{1}{4}$. ¿cuántas fichas necesitaste para completar la unidad?

 - f) ¿Cuántas fichas necesitas para completar la unidad si tomamos las fichas que representan un quinto de la unidad $\frac{1}{5}$?

 - g) Ahora toma la ficha de la unidad, si quieres darle la mitad a tu compañero. ¿Qué ficha representa la parte que le tocaría a cada uno?

 - h) Si se quisiera utilizar 8 fichas para completar la unidad ¿qué fichas estaríamos usando, dibuja el borde de la ficha y escribe qué fracción representa?

2. Llenen la siguiente tabla tomando en cuenta la actividad anterior.

Símbolo de la ficha	Fichas necesarias para completar el entero.	Nombre de la ficha
$\frac{1}{1}$		Un entero
$\frac{1}{2}$	2	
$\frac{1}{4}$		Un cuarto
$\frac{1}{5}$	5	

$\frac{1}{8}$		
$\frac{1}{10}$		

3. En el material representa el número $\frac{5}{4}$ (cinco cuartos).
- d) ¿Cómo crees que sea dicha representación?, dibuja el borde de las fichas que utilizaste.

e) ¿Qué representa el número 5 y el número 4?

f) ¿Es mayor o menor a una unidad?

4. Representa en el material las siguientes fracciones, colorea de rojo las propias y de azul las impropias

$$\frac{3}{4} \quad \frac{3}{2} \quad \frac{5}{8} \quad \frac{7}{5} \quad \frac{4}{2}$$

Puedes utilizar el espacio para representar las fracciones.

5. Utiliza el material de ser posible para verificar y complementar la siguiente tabla, marca con una x si la fracción es propia o impropia.

Fracción	Propia	Impropia
$\frac{6}{4}$		
$\frac{2}{4}$		
$\frac{2}{5}$		

$\frac{8}{6}$		
$\frac{4}{8}$		
$\frac{4}{3}$		
$\frac{1}{3}$		
$\frac{12}{9}$		
$\frac{7}{8}$		
$\frac{4}{5}$		
$\frac{5}{4}$		

6. Ordena de menor a mayor las fracciones de la tabla.
7. Solicitar a los alumnos que contesten las siguientes preguntas:
- d. ¿Cómo sabes que una fracción es propia?
 - e. ¿Cómo sabes que una fracción es impropia?
 - f. ¿Cómo sabes que una fracción es un entero?

Anexo 3. Actividades propuestas a los alumnos en la secuencia 1, sesión 2.

Nombre del alumno: _____ Fecha: _____

Numero de lista: _____

Lee con atención las instrucciones y contesta lo que se te indica.

1. ¿Qué fracción representa la hoja a la mitad?
2. ¿Qué fracción representa cada una de las partes de la hoja que doblamos a la mitad?
3. ¿Qué fracción será mayor $\frac{1}{2}$ o $\frac{2}{4}$?
4. Representen el caso anterior con el material didáctico.
5. Recuerda que cuando una fracción es igual recibe el nombre de equivalente, estas tienen el mismo valor, pero se escriben diferente.
6. Responde las siguientes cuestiones.
 - e. Toma la ficha que representa la fracción de $\frac{1}{3}$ del entero y busca otras que sean equivalentes, recuerda que debes colocar encima fichas del mismo tamaño hasta completar la fracción $\frac{1}{3}$ del entero. ¿Cuáles serán equivalentes?

f. Ahora representen con el material los siguientes pares de fracciones y le pondremos una \checkmark al par de fracciones equivalentes

$$\frac{5}{10} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{2}{3} = \frac{6}{9}$$

$$\frac{1}{4} = \frac{3}{8}$$

$$\frac{2}{6} = \frac{4}{9}$$

$$\frac{4}{10} = \frac{4}{9}$$

$$\frac{6}{10} = \frac{3}{5}$$

g. Relaciona con una línea las fracciones equivalentes.

$$\frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{3}$$

$$\frac{2}{6}$$

$$\frac{2}{8}$$

$$\frac{4}{5}$$

$$\frac{5}{10}$$

$$\frac{1}{4}$$

$$\frac{8}{10}$$

h. Con ayuda del material encuentra todas las fracciones equivalentes a $\frac{1}{2}$.

7. Completando los espacios, encuentra las fracciones equivalentes:

$$a. \frac{3}{2} \times \frac{\square}{\square} = \frac{12}{8}$$

$$c. \frac{9}{15} \div \frac{\square}{3} = \frac{\square}{\square}$$

$$b. \frac{4}{10} \div \frac{2}{2} = \frac{\square}{\square}$$

$$d. \frac{1}{5} \times \frac{\square}{\square} = \frac{4}{20}$$

8. Completa la siguiente tabla siguiendo el ejemplo de la primera fila que está en rojo.

Fracción	Fracción equivalente	¿Se multiplicó o se dividió?	¿Por cuánto?
$\frac{3}{5}$	$\frac{6}{10}$	Se multiplicó	2
$\frac{6}{5}$			2
	$\frac{2}{3}$		3
$\frac{1}{5}$		Se multiplicó	
		Se dividió	3

9. Resuelve el siguiente problemas.
- e. Luis cumplió años. Sus compañeros Fidel, Saúl y Ramón le ayudaron a inflar globos de diferentes colores, Fidel infló $\frac{3}{9}$ del total de globos los cuales eran de color azul, Saúl infló $\frac{6}{18}$ del total de globos los cuales eran de color verde, mientras que Ramón infló el resto de los globos que eran de color rojo.
- ¿De qué color habrá más globos?
- ¿Por qué?

10. Contesta las siguientes preguntas.

- A. ¿Cómo sabes que una fracción es equivalente?
- B. ¿Qué fracción de naranja les tocó ayer?
- C. ¿Cuántos enteros tendré en total si junto la naranja de 7 alumnos?
- D. ¿Qué fracción quedaría después de formar los enteros?
- E. Escribe 2 ejemplos de fracciones equivalentes

Anexo 4. Actividades propuestas a los alumnos en la secuencia 2, sesión 1.

Nombre del alumno: _____ Fecha: _____ Número de lista: _____

1-. Responde los cuestionamientos.

- ¿Para qué nos sirven las sumas?
- ¿En las fracciones podremos hacer sumas?
- Si Luis tuviera $\frac{1}{4}$ de pastel y Pedro $\frac{1}{4}$ de pastel ¿Cuánto pastel tendrían en total? Escribe tu procedimiento.

2-. Lee con atención el siguiente problema y contesta las preguntas.

Pedro repartió a tres amigas unos trozos de naranja a Perla le dio $\frac{1}{2}$, a Fernanda $\frac{1}{4}$ y a Yessenia le dio $\frac{1}{8}$ de naranja.

¿A quién le tocó más naranja?

¿En total cuánta cantidad de naranja les repartió Pedro?

Describe tu procedimiento para resolverlo:

3-. Resuelve las siguientes sumas de fracciones sin usar material didáctico.

e) $\frac{1}{8} + \frac{2}{8} =$

f) $\frac{2}{4} + \frac{1}{4} =$

g) $\frac{1}{3} + \frac{4}{3} =$

h) $\frac{1}{7} + \frac{4}{7} =$

4- Resuelve las siguientes sumas de fracciones, pueden utilizar material.

a. $\frac{1}{2} + \frac{2}{4} =$

c. $\frac{1}{3} + \frac{2}{6} =$

b. $\frac{1}{8} + \frac{1}{2} =$

d. $\frac{1}{2} + \frac{3}{4} =$

5- Resuelve el siguiente problema:

Ramón es pintor, y le asignaron pintar una casa, el lunes pintó $\frac{2}{3}$, el martes $\frac{1}{5}$.

¿Qué fracción de la casa ha pintado?

¿Qué fracción de la casa le falta por pintar?

Explica ampliamente tu procedimiento

Tarea: Con ayuda de tu familia elabora un problema en el que utilices la suma de fracciones.

Anexo 5. Actividades propuestas a los alumnos en la secuencia 2, sesión 2.

Nombre del alumno: _____ Fecha: _____ Número de lista: _____

1-. Resuelve el siguiente problema:

Si Maricarmen vende $\frac{1}{4}$ kg de fresa en la mañana y otro $\frac{1}{4}$ kg de fresa en la tarde.

¿Cuánta fresa vendió en total?

2-. Resuelve el siguiente problema.

En el cumpleaños de Cristian, se dividió el pastel en varias fracciones. Cristian se comió $\frac{2}{12}$ de pastel, Wendy se comió $\frac{1}{12}$, María se comió $\frac{3}{12}$ y Fernanda se comió $\frac{2}{6}$.

¿Qué fracción de pastel se comieron entre los cuatro? De ser posible simplifica la fracción que te dé como resultado.

Explica ampliamente tus resultados.

3-. Ubica las siguientes fracciones en sus respectivas operaciones.

$$\frac{1}{12}$$

$$\frac{3}{4}$$

$$\frac{1}{2}$$

$$- + \frac{2}{4} = \frac{4}{4}$$

$$\frac{1}{3} + - = \frac{5}{12}$$

$$\frac{2}{8} + \frac{2}{4} = -$$

4-. Resuelve y simplifica las siguientes sumas de fracciones.

a. $\frac{1}{2} + \frac{3}{4} =$

c. $\frac{2}{3} + \frac{5}{8} =$

b. $\frac{1}{8} + \frac{8}{3} =$

d. $\frac{12}{5} + \frac{3}{4} =$

4- Resuelve el siguiente problema:

En la fiesta de cumpleaños de las gemelas su papá compró pizzas, su hermana se comió $\frac{1}{3}$, su mamá $\frac{2}{5}$, entre las dos gemelas se comieron $\frac{4}{6}$, el papá una pizza completa. ¿Qué cantidad de pizza comieron entre todos?

Explica ampliamente tu procedimiento.

Anexo 6. Actividades propuestas a los alumnos en la secuencia 3, sesión 1.

Nombre del alumno: _____ Fecha: _____ Número de lista: _____

1-. Resuelve las siguientes preguntas:

- Si tengo una pizza ¿Cómo la representaría con números fraccionarios?
- Si tengo media pizza ¿Cómo se representa con números fraccionarios?
- Si tengo una pizza y media. ¿Cómo se representaría con números fraccionarios?

2-. Resuelve el siguiente problema: El profesor entregó a los alumnos 4 listones de diferente medida a Pedro se le entregó un listón de $\frac{5}{3}$ de metro, a Juan un listón de $1\frac{1}{3}$ de metro, a Lupita un listón de $\frac{9}{6}$ de metro, mientras que a Carlos un listón de $1\frac{1}{6}$ de metro.

¿Qué alumno recibió el listón más grande?

¿Qué alumno recibió el listón más pequeño?

Ordena de mayor a menor los listones que recibieron los alumnos.

Explica ampliamente tus resultados.

3-. Convierte las siguientes fracciones mixtas a impropias

a. $1\frac{1}{2} =$

c. $2\frac{1}{3} =$

b. $2\frac{3}{8} =$

d. $2\frac{4}{4} =$

4-. Convierte las siguientes fracciones impropias a mixtas:

a. $\frac{3}{2} =$

c. $\frac{8}{3} =$

$$b. \frac{13}{8} =$$

$$d. \frac{9}{4} =$$

5-. Ordena de mayor a menor las siguientes fracciones y comprueben sus resultados con el material didáctico, verificando tamaño de las fracciones formadas.

$$2\frac{1}{3}, \quad \frac{8}{3}, \quad 1\frac{3}{4}, \quad 2\frac{1}{4}, \quad 2\frac{1}{2}, \quad \frac{8}{2}$$

Anexo 7. Actividades propuestas a los alumnos en la secuencia 3, sesión 2.

Nombre del alumno: _____ Fecha: _____ Número de lista: _____

1-. Resuelve el siguiente problema:

Si Luis tiene 1 bulto de alimento, luego le regalan medio bulto y César tiene 3 bultos de alimento.

¿Cuánto alimento tienen en total entre los 2?

2-. Resuelve el siguiente problema:

Juan trabaja en una frutería y registró la venta de tomate que realizó en una hora. Primero vendió $\frac{1}{2}kg$, después vendió $\frac{1}{3}kg$ y por último vendió $1\frac{1}{4}kg$.

¿Qué cantidad de tomate vendió en total?

Explica ampliamente tu procedimiento

3-. Resuelve las siguientes fracciones y simplifica lo mayormente posible:

a. $1\frac{1}{2} + \frac{5}{3} =$

b. $2\frac{3}{8} + \frac{8}{4} =$

c. $2\frac{1}{3} + \frac{8}{6} =$

d. $2\frac{4}{4} + \frac{3}{8} =$

4-. Anota las reflexiones de lo aprendido:

Tarea 2-. Anota y resuelve 2 problemas matemático que puedas realizar la suma de fracciones. Tratando de que sean problemas reales.

Anexo 8. Evaluaciones de los alumnos

Evaluación de desempeño en base al aprendizaje adquirido en la secuencia didáctica 1, sesión 1											
Aprendizaje esperado: Identifica fracciones equivalentes, mayores o menores que la unidad.				Objetivo: Ayudar a los estudiantes a comprender las fracciones propias donde $a < b$, impropias donde $a > b$, aparentes donde $a = b$ y fracciones equivalentes donde $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$.							
Indicadores de logro											
Excelente (10)			Muy bueno (9)			Bueno (8)			Suficiente (7)		Insuficiente (6)
Realiza de forma correcta y automática las actividades propuestas, establece relaciones entre el nuevo contenido y sus esquemas de conocimiento.			Muestra integración de estructuras y esquemas para resolver las actividades propuestas, presenta dificultades mínimas.			Se muestra receptivo a las retroalimentaciones y aplica los contenidos a situaciones diversas. Logra resolver las actividades, pero cuenta con algunas dificultades.			Utiliza conocimientos previos para tratar de resolver las actividades, pero su ejecución cuenta con un alto número de dificultades.		No logra realizar las actividades propuestas.
Aspectos	Fracciones aparentes			Fracciones propias			Fracciones impropias			Orden de fracciones	Promedio de puntos:
	Act. 1	Act. 2	Act. 7	Act. 4	Act. 5	Act. 7	Act. 4	Act. 5	Act. 7		
A1M	6	10	10	8	10	9	8	10	9	6	8.60
A2H	9	10	6	10	6	6	10	6	6	6	7.50
A3M	10	10	6	7	9	6	7	9	6	6	7.60
A4M	10	10	6	10	8	6	10	8	6	6	8.00
A5H	10	10	8	8	7	8	8	7	8	6	8.00
A6M	10	10	6	8	7	6	8	7	6	8	7.60
A7H	10	8	6	10	8	6	10	8	6	6	7.80
A8M	10	10	8	10	7	6	10	7	6	7	8.10
A9H	10	10	6	8	9	6	8	9	9	7	8.20
A10H	10	10	6	10	9	6	10	9	6	6	8.20
A11H	10	10	6	8	9	9	8	9	9	6	8.40
A12M	10	10	6	8	9	9	8	9	9	6	8.40
A13H	10	10	6	8	7	6	8	7	6	6	7.40

A14M	10	10	6	8	7	10	8	7	10	6	8.20
A15H	10	10	6	10	9	10	10	9	10	9	9.30
A16M	10	11	6	10	8	6	10	8	6	6	8.10
A17M	10	9	6	8	9	6	8	9	6	6	7.70
A18M	10	10	10	10	9	6	10	9	10	6	9.00
A19M	10	10	9	10	9	9	10	9	9	6	9.10
A20H	10	10	6	7	8	9	7	8	9	6	8.00
A21M	10	10	9	10	9	9	10	9	9	6	9.10
A22H	10	10	7	10	9	9	10	9	9	6	8.90
A23H	10	10	6	8	7	9	8	7	9	6	8.00
A24M	10	10	6	10	7	6	10	6	7	6	7.80
A25H	10	10	8	10	9	9	10	9	9	6	9.00
A26M	10	10	6	8	8	9	8	8	9	6	8.20
A27M	10	10	6	10	7	6	10	7	6	6	7.80
A28H											

Evaluación de desempeño en base al aprendizaje adquirido en la secuencia didáctica 1, sesión 2										
Aprendizaje esperado: Identifica fracciones equivalentes, mayores o menores que la unidad.					Objetivo: Ayudar a los estudiantes a comprender las fracciones propias donde $a < b$, impropias donde $a > b$, aparentes donde $a = b$ y fracciones equivalentes donde $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$.					
Indicadores de logro										
Excelente (10)		Muy bueno (9)			Bueno (8)		Suficiente (7)		Insuficiente (6)	
Realiza de forma correcta y automática las actividades propuestas, establece relaciones entre el nuevo contenido y sus esquemas de conocimiento.		Muestra integración de estructuras y esquemas para resolver las actividades propuestas, presenta dificultades mínimas.			Se muestra receptivo a las retroalimentaciones y aplica los contenidos a situaciones diversas. Logra resolver las actividades, pero cuenta con algunas dificultades.		Utiliza conocimientos previos para tratar de resolver las actividades, pero su ejecución cuenta con un alto número de dificultades.		No logra realizar las actividades propuestas.	
Aspectos /Alumnos	Fracciones equivalentes				Simplificación de fracciones		Amplificación de fracciones		Resolución problemas	Promedio de puntos:
	Act. 1	Act. 4	Act.6	Act. 10	Act. 7	Act. 8	Act. 7	Act. 8	Act. 9	
A1M	10	10	10	6	6	7	10	7	9	8.42
A2H	10	10	8	7	7	6	10	6	9	8.14
A3M	10	10	7	7	6	7	6	7	7	6.93
A4M	10	10	10	8	8	9	9	9	10	9.24
A5H	10	10	9	8	10	7	10	10	10	9.67
A6M	10	10	10	7	7	7	7	7	7	7.35
A7H	10	10	10	7	10	7	10	7	8	8.50
A8M	10	10	9	8	7	7	10	7	9	8.53
A9H	10	10	8	7	7	7	7	7	9	7.74
A10H	10	10	9	7	10	8	8	8	9	8.53
A11H	10	10	9	8	8	8	10	8	10	9.13
A12M	10	10	9	8	10	8	10	10	10	9.74
A13H	10	10	8	6	8	8	8	8	7	7.85

A14M	10	10	10	8	8	9	10	9	10	9.48
A15H	10	10	9	7	10	9	10	9	10	9.54
A16M	10	10	9	7	6	6	7	6	6	6.71
A17M	10	10	9	9	8	8	8	8	9	8.47
A18M	10	10	10	9	10	9	10	10	10	9.89
A19M	10	10	10	10	8	8	10	8	9	9.02
A20H	10	10	9	6	7	8	10	8	8	8.52
A21M	10	10	10	10	9	9	10	10	10	9.86
A22H	10	10	8	7	7	8	10	8	10	8.98
A23H	10	10	10	6	10	9	10	9	9	9.31
A24M	10	10	10	9	10	7	10	8	7	8.59
A25H	10	10	8	8	6	6	10	6	10	8.34
A26M	10	10	6	10	10	7	10	8	10	9.16
A27M	10	10	10	7	10	7	10	8	7	8.51
A28H	10	10	8	10	8	6	8	6	9	7.86

Evaluación de desempeño en base al aprendizaje adquirido en la secuencia didáctica 2, sesión 1							
Aprendizaje esperado: Resuelve problemas que implican sumar o restar números fraccionarios con igual o distinto denominador.			Objetivo: Que el estudiante logre realizar sumas de fracción con mismo y diferente denominador y las utilice para resolver problemas.				
Indicadores de logro							
Excelente (10)		Muy bueno (9)		Bueno (8)		Suficiente (7)	Insuficiente (6)
Realiza de forma correcta y automática las actividades propuestas, establece relaciones entre el nuevo contenido y sus esquemas de conocimiento.		Muestra integración de estructuras y esquemas para resolver las actividades propuestas, presenta dificultades mínimas.		Se muestra receptivo a las retroalimentaciones y aplica los contenidos a situaciones diversas. Logra resolver las actividades, pero cuenta con algunas dificultades.		Utiliza conocimientos previos para tratar de resolver las actividades, pero su ejecución cuenta con un alto número de dificultades.	No logra realizar las actividades propuestas.
Aspectos	Suma fracciones con el mismo denominador		Suma de fracciones con diferente denominador		Resolución de problemas de sumas de fracciones		Promedio de puntos:
Alumnos	Act. 1	Act. 3	Act. 4	Act. 2	Act. 5		
A1M	10	10	10	8	9		9.4
A2H	10	10	10	8	7		9
A3M	7	7	6	7	7		6.8
A4M							
A5H	10	10	9	10	10		9.8
A6M	7	10	9	7	6		7.8
A7H	8	10	10	10	9		9.4
A8M	10	10	10	8	9		9.4
A9H	7	10	10	8	8		8.6
A10H	7	8	9	7	8		7.8
A11H	7	7	10	8	7		7.8
A12M	10	9	10	10	8		9.4
A13H	7	10	10	7	10		8.8

A14M	10	10	10	9	9	9.6
A15H	10	10	10	9	9	9.6
A16M	6	10	10	6	8	8
A17M	10	10	10	7	9	9.2
A18M	10	10	10	10	10	10
A19M	10	10	10	10	9	9.8
A20H	7	10	10	9	9	9
A21M	10	10	10	10	9	9.8
A22H	7	10	10	7	10	8.8
A23H	10	10	10	10	10	10
A24M	7	7	10	10	9	8.6
A25H	10	9	7	8	9	8.6
A26M	10	10	10	10	9	9.8
A27M	10	10	10	10	9	9.8
A28H	10	10	7	7	7	8.2

Evaluación de desempeño en base al aprendizaje adquirido en la secuencia didáctica 2, sesión 2									
Aprendizaje esperado: Resuelve problemas que implican sumar o restar números fraccionarios con igual o distinto denominador.				Objetivo: Que el estudiante logre realizar sumas de fracción con mismo y diferente denominador y las utilice para resolver problemas.					
Indicadores de logro									
Excelente (10)		Muy bueno (9)		Bueno (8)		Suficiente (7)		Insuficiente (6)	
Realiza de forma correcta y automática las actividades propuestas, establece relaciones entre el nuevo contenido y sus esquemas de conocimiento.		Muestra integración de estructuras y esquemas para resolver las actividades propuestas, presenta dificultades mínimas.		Se muestra receptivo a las retroalimentaciones y aplica los contenidos a situaciones diversas. Logra resolver las actividades, pero cuenta con algunas dificultades.		Utiliza conocimientos previos para tratar de resolver las actividades, pero su ejecución cuenta con un alto número de dificultades.		No logra realizar las actividades propuestas.	
Aspectos	Propone problemas contextualizados	Suma fracciones con el mismo denominador	Suma de fracciones con diferente denominador		Resolución de problemas		Promedio de puntos:		
Alumnos	Trabajo fam.	Act. 1	Act. 3	Act. 4	Act. 2	Act. 4			
A1M	10	10	8	9	10	10	9.50		
A2H	7	10	8	7	8	7	7.83		
A3M	10	10	6	7	10	9	8.67		
A4M		10	10	8	10	8	9.20		
A5H	10	10	8	9	10	9	9.33		
A6M	10	10	10	7	7	7	8.50		
A7H	9	10	10	8	10	9	9.33		
A8M	9	10	8	10	10	8	9.17		
A9H	10	10	8	9	10	8	9.17		
A10H	10	10	7	9	10	9	9.17		
A11H	10	10	7	10	10	8	9.17		
A12M	10	10	7	10	10	10	9.50		
A13H									
A14M	10	10	7	10	10	10	9.50		

A15H	10	10	7	10	10	8	9.17
A16M	10	10	6	10	8	10	9.00
A17M	10	10	10	10	10	10	10.00
A18M	10	10	7	10	10	10	9.50
A19M	10	10	10	10	10	8	9.67
A20H	10	10	7	8	8	8	8.50
A21M	10	10	7	10	10	9	9.33
A22H	9	10	7	10	10	10	9.33
A23H							
A24M	10	6	8	10	10	10	9.00
A25H	9	10	10	10	10	9	9.67
A26M	10	10	7	10	8	8	8.83
A27M	10	10	8	10	10	9	9.50
A28H	10	10	7	8	8	7	8.33

Evaluación de desempeño en base al aprendizaje adquirido en la secuencia didáctica 3, sesión 1							
Aprendizaje esperado: Resuelve problemas que implican sumar o restar números fraccionarios con igual o distinto denominador.			Objetivo: Que el estudiante logre realizar sumas de fracción con mismo y diferente denominador y las utilice para resolver problemas.				
Indicadores de logro							
Excelente (10)		Muy bueno (9)		Bueno (8)		Suficiente (7)	Insuficiente (6)
Realiza de forma correcta y automática las actividades propuestas, establece relaciones entre el nuevo contenido y sus esquemas de conocimiento.		Muestra integración de estructuras y esquemas para resolver las actividades propuestas, presenta dificultades mínimas.		Se muestra receptivo a las retroalimentaciones y aplica los contenidos a situaciones diversas. Logra resolver las actividades, pero cuenta con algunas dificultades.		Utiliza conocimientos previos para tratar de resolver las actividades, pero su ejecución cuenta con un alto número de dificultades.	No logra realizar las actividades propuestas.
Aspectos	Concepto de fracciones mixtas	Conversión de fracciones mixtas a impropias	Conversión de fracciones impropias a mixtas	Ordena fracciones impropias y mixtas.	Resolución de problemas	Promedio de puntos:	
Alumnos	Act. 1	Act. 3	Act. 4	Act. 5	Act. 2		
A1M	10	10	8	8	10	9.2	
A2H	9	10	8	7	10	8.8	
A3M	9	10	8	6	8	8.2	
A4M	10	10	10	9	10	9.8	
A5H	10	10	8	8	9	9	
A6M	10	10	9	8	10	9.4	
A7H	10	10	8	8	10	9.2	
A8M	9	10	8	7	10	8.8	
A9H	9	10	9	7	10	9	
A10H	10	10	9	8	10	9.4	
A11H	10	10	8	7	7	8.4	
A12M	10	10	9	7	10	9.2	
A13H	6	9	8	6	7	7.2	

A14M	10	10	10	8	10	9.6
A15H	10	9	8	8	10	9
A16M	10	10	9	7	10	9.2
A17M	10	10	8	8	10	9.2
A18M	10	10	8	9	10	9.4
A19M	10	10	8	8	10	9.2
A20H	6	10	8	7	9	8
A21M	10	10	8	8	10	9.2
A22H	9	10	10	8	10	9.4
A23H	10	10	9	7	10	9.2
A24M	6	10	8	8	10	8.4
A25H	10	10	8	8	10	9.2
A26M	9	10	8	7	10	8.8
A27M	10	10	8	8	10	9.2
A28H	10	10	8	6	10	8.8

Evaluación de desempeño en base al aprendizaje adquirido en la secuencia didáctica 3, sesión 2						
Aprendizaje esperado: Resuelve problemas que implican sumar o restar números fraccionarios con igual o distinto denominador.				Objetivo: Que el estudiante logre realizar sumas de fracción con mismo y diferente denominador y las utilice para resolver problemas.		
Indicadores de logro						
Excelente (E)	Muy bueno (MB)	Bueno (B)		Suficiente (S)	Insuficiente (I)	
Realiza de forma correcta y automática las actividades propuestas, establece relaciones entre el nuevo contenido y sus esquemas de conocimiento.	Muestra integración de estructuras y esquemas para resolver las actividades propuestas, presenta dificultades mínimas.	Se muestra receptivo a las retroalimentaciones y aplica los contenidos a situaciones diversas. Logra resolver las actividades, pero cuenta con algunas dificultades.		Utiliza conocimientos previos para tratar de resolver las actividades, pero su ejecución cuenta con un alto número de dificultades.	No logra realizar las actividades propuestas.	
Aspectos	Resolución de problemas de sumas de fracciones mixtas			Sumas de fracciones mixtas	Reflexión sobre su aprendizaje.	Promedio de puntos:
Alumnos	Act. 1	Act. 2	Act. 5	Act. 3	Act. 4	
A1M	10	10	10	10	9	9.80
A2H	8	8	8	10	6	8.00
A3M	10	8	9	7	9	8.60
A4M	10	10	10	10	10	10.00
A5H	10	10	10	10	9	9.80
A6M	10	8	9	10	8	9.00
A7H	10	8	9	8	6	8.20
A8M	10	10	9	10	10	9.80
A9H	10	10	10	10	10	10.00
A10H	10	10	10	10	10	10.00
A11H	10	10	10	10	10	10.00
A12M	10	10	9	10	10	9.80
A13H	10	10	10	8	6	8.80
A14M	10	10	10	10	10	10.00

A15H	10	10	9	10	10	9.80
A16M	10	8	8	10	8	8.80
A17M	10	10	10	10	8	9.60
A18M	10	10	10	10	10	10.00
A19M	10	10	10	10	10	10.00
A20H	10	10	9	10	10	9.80
A21M	10	10	9	10	8	9.40
A22H	10	8	10	8	6	8.40
A23H	10	8	8	10	9	9.00
A24M	10	10	9	10	9	9.60
A25H	10	10	8	10	6	8.80
A26M	10	10	8	10	10	9.60
A27M	10	8	10	10	7	9.00
A28H	10	7	8	10	7	8.40