

**UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE ZACATECAS**  
**“FRANCISCO GARCÍA SALINAS”**

---



**UNIDAD ACADÉMICA DE MATEMÁTICAS**



**SECUENCIA DE APRENDIZAJE CON EL USO DE  
REALIDAD AUMENTADA PARA LA  
MODELACIÓN GRÁFICA DE FUNCIONES  
LINEALES EN EL NIVEL BÁSICO**

**Proyecto de Desarrollo Profesional  
que para obtener el grado de  
Maestro en Matemática Educativa  
con Orientación en el Nivel Secundaria**

Presenta:

**Ariel Ortega Alvarez**

Directores de tesis:

**Dr. José Iván López Flores**

**Dr. José Luís López Martínez**



## **Carta de responsabilidad y cesión de derechos**

En la ciudad de Zacatecas, Zacatecas, el día 23 del mes de mayo del año 2022, el que suscribe Ariel Ortega Alvarez, egresado del Programa de Maestría en Matemática Educativa con Orientación en Nivel Secundaria con número de matrícula 39206425, manifiesta que es el autor intelectual del trabajo de grado intitulado “SECUENCIA DE APRENDIZAJE CON EL USO DE REALIDAD AUMENTADA PARA LA MODELACIÓN GRÁFICA DE FUNCIONES LINEALES EN EL NIVEL BÁSICO”, realizado bajo la dirección del Dr. José Iván López Flores y el Dr. José Luis López Martínez.

Por tal motivo, asume la responsabilidad sobre su contenido y el debido uso de referencias, acreditando la originalidad del mismo. Asimismo, cede los derechos del trabajo anteriormente mencionado a la Universidad Autónoma de Zacatecas para su difusión con fines académicos y de investigación.

---

**Ariel Ortega Alvarez**



## **Agradecimiento**

Agradezco al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología por el apoyo brindado para la realización de mis estudios de maestría.

Becario No. **1012432**



## **Agradecimientos**

Agradezco a los sinodales Dra. Carolina Carrillo García, Dr. Eduardo Briceño Solís y MME Antonio Cabral Valdez por el tiempo que han dedicado a la lectura de esta investigación y por la ayuda que me han brindado para poder llegar al final.

Agradezco a las doctoras que durante dos años me impartieron clases.

Agradezco a mi asesor Dr. José Luis López Martínez por su ayuda y apoyo durante toda la investigación.

Agradezco eternamente al Dr. José Iván López por aceptarme como su asesorado, por su ayuda incondicional y por haberme guiado durante toda la investigación.

Agradezco a mis padres por apoyarme en mis decisiones y a animarme a continuar superándome.





## Resumen

Este documento reporta una investigación que aborda la problemática de la incorporación de la tecnología en la clase de matemática en primer año de secundaria al ver el tema función. El objetivo es el diseño e implementación de una secuencia de aprendizaje que promueva el desarrollo de los aprendizajes esperados en el plan de estudios de secundaria con el uso de un sistema de Realidad Aumentada (RA) para el tema de función lineal.

Como eje central de la investigación tenemos un ciclo de modelación educativo el cual hace que la investigación sobre función sea novedosa ya que se incorpora la modelación a la RA donde el estudiante tendrá la posibilidad crear modelos a través de determinadas situaciones propuestas.

La RA es un sistema que permite poner una capa extra a la realidad a través de la pantalla de un dispositivo electrónico, permitiendo interactuar con los objetos presentados a través de este en tiempo real, en este caso se optó por una aplicación denominada “Arrancones” que simula en un sistema de RA una carrera de coches que se mueven a velocidad constante.

Para el desarrollo de la secuencia de actividades los participantes contaban con un smartphone con la aplicación instalada. La experimentación se realizó con tres estudiantes de secundaria. Los estudiantes pudieron dar respuesta a los ítems propuestos en la secuencia, al igual pudieron transitar por cada subproceso del ciclo de modelación utilizado.

A partir de los resultados obtenidos describimos la manera en que se promovieron en los estudiantes los aprendizajes esperados en el currículo. Pudiendo significar, según marca el plan de estudios de educación secundaria en México, la ordenada al origen y la pendiente de la recta, como la ventaja que daba uno de los vehículos al otro y como la velocidad de cada uno de ellos, respectivamente.

*Ariel Ortega Alvarez*



## Abstract

This document reports an investigation that addresses the problem of incorporating technology in the mathematics class in the first year of secondary school when seeing the function topic. The objective is to design and implement a learning sequence that promotes the development of the expected learning in the secondary school curriculum using an Augmented Reality (AR) system for the topic of linear function.

As the central axis of the research, we have an educational modeling cycle which makes the research on function novel since modeling is incorporated into AR, where the student will have the possibility to create models through certain proposed situations.

AR is a system that allows an extra layer to be added to reality through the screen of an electronic device, allowing interaction with the objects presented through it in real-time. In this case, an application called "Arrancones" was chosen, which simulates a race of cars that move at a constant speed in an RA system.

The experimentation was carried out with three secondary school students. To develop the sequence of activities, the participants had a smartphone with the application installed. The students were able to respond to the items proposed in the sequence and go through each thread of the modeling cycle used.

Based on the results obtained, we describe how the expected learning in the curriculum was promoted in the students. Signifying, according to the secondary education curriculum in Mexico, the ordinate to the origin and the slope of the line, as the advantage that one of the vehicles gave to the other and as the speed of each of them, respectively.

*Ariel Ortega Alvarez*



## ÍNDICE

Carta de responsabilidad y cesión de derechos .....	i
Agradecimiento.....	iii
Agradecimientos .....	v
Resumen .....	vii
Abstract .....	ix
Introducción.....	xiii
<b>CAPÍTULO I. PLANTEAMIENTO DE LA INVESTIGACIÓN.....</b>	<b>1</b>
1.1. Motivación.....	1
1.2. Antecedentes .....	2
1.2.1. Funciones lineales y su didáctica .....	2
1.2.2. Modelación matemática .....	6
1.2.3. La tecnología en el aula de matemáticas .....	7
1.2.4. La Realidad Aumentada en la escuela.....	12
1.3. Reflexión .....	16
1.4. Planteamiento formal del Problema de Investigación .....	17
1.4.1. Problemática .....	17
1.4.2. Problema .....	17
1.4.3. Objetivo general .....	18
1.4.4. Objetivos particulares.....	18
1.4.5. Justificación .....	18
<b>CAPÍTULO II. MARCO REFERENCIAL .....</b>	<b>19</b>
2.1. Introducción .....	19
2.2. El modelado educativo .....	19
2.3. Programa de estudios: la postura institucional.....	21
2.4. Teoría de Representaciones Semióticas (TRRSS) .....	23
<b>CAPÍTULO III. METODOLOGÍA.....</b>	<b>25</b>
3.1. Enfoque de investigación.....	25
3.2. Tipo de investigación .....	25
3.3. Población.....	25
3.4. Análisis inicial de la investigación .....	26

3.5. El diseño de la secuencia.....	26
3.6. Validación por expertos del instrumento .....	29
3.7. El Software.....	33
3.8. Implementación.....	35
3.9. Validación de los instrumentos .....	36
<b>CAPÍTULO IV. ANÁLISIS Y RESULTADOS.....</b>	<b>40</b>
4.1. Análisis de la implementación .....	40
4.1.1. Validación del alcance de los propósitos educativos .....	40
4.1.2. Análisis de la Realidad Aumentada como un tipo de representación .....	45
4.1.3. Validación del ciclo de modelado .....	48
<b>CAPÍTULO V. CONCLUSIONES.....</b>	<b>51</b>
5.1. Retomando el objetivo general.....	51
5.2. Aprendizajes esperados .....	52
5.3. Ciclo de modelación Blomhøj & Jensen (2006).....	52
5.4. Limitaciones presentadas en la investigación.....	53
5.5. Recomendaciones .....	54
5.6. Propuesta para trabajos futuros.....	54
5.7. Reflexión como docente .....	55
<b>REFERENCIAS .....</b>	<b>56</b>
Anexo 1. Secuencia de actividades .....	62
Anexo 2. Instrucciones para el evaluador de la secuencia de actividades .....	66
Anexo 3. Validación de la secuencia de actividades .....	68
Anexo 4. Validación del software.....	70
Anexo 5. Hojas de trabajo .....	74

## Introducción

En el transcurso de la historia de la humanidad, la escuela, como institución en la formación de estudiantes, enfrenta los retos y cambios del desarrollo del ser humano. De aquí la necesidad de actualizar los métodos para lograr los niveles de enseñanza y aprendizajes esperados propuestos por la SEP (2017).

En la actualidad en la escuela existen deficiencias en la comprensión de contenidos matemáticos, un ejemplo es el tema función lineal, dichas deficiencias pueden tener origen en la concepción del proceso de enseñanza aprendizaje.

El trabajo investigativo que presentamos lleva por título *Secuencia de aprendizaje con el uso de realidad aumentada para la modelación gráfica de funciones lineales en el nivel básico* y aborda el tema matemático función lineal donde se atiende en particular la variación lineal. Con la investigación nos proponemos diseñar e implementar una secuencia de actividades tomando como referencia el modelado educativo, el programa de estudio SEP (2017) y la RA; considerando ésta última como un tipo de representación ejecutable que promueva el desarrollo de los aprendizajes esperados en estudiantes de primer año de secundaria con el uso de un sistema RA para el tema de función lineal.

Para el diseño de la secuencia de actividades se toma como eje central la modelación educativa (Blomhøj & Hoff Kjeldsen, 2006, 2007; Galbraith, & Stillman, 2006). Para llevar a cabo la secuencia de actividades se usó una aplicación donde se simulan situaciones para atender la variación lineal con ayuda de dispositivos tecnológicos promoviendo la enseñanza y comprensión del tema función lineal.

Para la realización del Capítulo I, denominado Planteamiento de la investigación, analizamos investigaciones donde se muestra cómo el concepto de función lineal ha sido objeto de estudio con aportes relacionados con la elaboración de modelos de fenómenos de variación y cambio; la importancia que tiene la modelación en el aula de matemática para el proceso de enseñanza – aprendizaje ya que esta facilita la comprensión conceptual; el uso de la tecnología dentro en el aula de matemática y las implicaciones que ha tenido al ser utilizada como herramienta de apoyo por parte del docente y el uso de la RA dentro de las escuela. La revisión de estas investigaciones nos permitió también ampliar nuestra visión al analizar los procesos metodológicos que se han utilizado en ellas.

El Capítulo II es denominado Marco referencial. En este apartado justificamos porqué consideramos el modelado educativo, lo planteado por el programa de estudio de la SEP (2017) respecto al tema función lineal y el uso de la RA para la creación de un software educativo como sustento para nuestra investigación. El estudio de esta problemática se realizó para analizar y describir cómo los estudiantes construyen significados del objeto matemático función lineal a través de la interacción con diversas formas de representación como las tablas, gráficas y la misma aplicación como otra forma de representación.

En el Capítulo III presentamos la metodología que seguimos para realizar el estudio investigativo, el enfoque, tipo de investigación, así como algunas características del centro escolar y de los estudiantes que participaron en el estudio. Atendiendo a los lineamientos propuestos por la SEP (2017) - objetivo - objetivos particulares – marco referencial se muestra el diseño de la secuencia de actividades con la que se atiende el tema de funciones y se analiza la manera en que los estudiantes construyen sus conocimientos apoyados en un software. Asimismo, para el diseño tuvimos en cuenta diferentes opiniones de docentes que imparten la asignatura. En este apartado de la investigación también presentamos dos herramientas que fueron creadas para el análisis de datos.

En el Capítulo IV se encuentra lo relacionado con la toma y análisis de datos realizados a través de diferentes herramientas para validar la secuencia de actividades atendiendo a determinadas consideraciones y el ciclo de modelación utilizado atendiendo a lo que propone cada uno de los seis subprocesos que lo conforman.

En el Capítulo V presentamos las conclusiones a las que arribamos teniendo en cuenta el trabajo investigativo desarrollado; asimismo, presentamos lo más sobresaliente de los datos obtenidos a través de las hojas de trabajo y grabación de vídeo. Se muestran algunas limitaciones presentadas durante el desarrollo de la implementación de la secuencia de actividades con el propósito de proponer mejoras, así como recomendaciones para aportar información sobre el estudio de funciones en primer año de secundaria.

Finalmente se presentan las referencias que sirvieron para fundamentar este trabajo y los Anexos.



# CAPÍTULO I. PLANTEAMIENTO DE LA INVESTIGACIÓN

En este capítulo se presenta la motivación inicial de la investigación, posteriormente se reporta la revisión de antecedentes respecto al objeto matemático, los cuales para su exposición en el documento se agruparon en las siguientes categorías: funciones lineales y su didáctica, modelación matemática, tecnología en el aula de matemáticas y realidad aumentada en los centros educativos. Finalmente, se encuentra el planteamiento formal del problema de investigación.

## 1.1. Motivación

Lo que me motivó a realizar este trabajo tiene que ver con mi formación académica como profesor de Matemáticas y la carencia de atención del tema función lineal en el currículo escolar con el uso de la tecnología.

Desde el inicio en mi formación pedagógica en Cuba, mi país de origen, se me inculcó el uso e importancia de la tecnología en la clase de matemáticas. En mi propia experiencia docente para atender diferentes contenidos de la asignatura utilizaba el software Elementos Matemáticos perteneciente a la colección El Navegante, éste contaba con una temática llamada Álgebra la cual se identificaba con el lenguaje de las variables, igualdades, proporcionalidad, función y ecuación. El docente contaba con un software con ejercicios, reflexiones, juegos de rompecabezas, crucigramas y parchís.

Al impartir la clase de matemáticas en el laboratorio de computación, observaba que los alumnos tenían una mayor motivación al cambiar la dinámica de la clase y utilizar las computadoras. El interés por construir su propio aprendizaje era diferente a cuando la clase era en el aula tradicional; sin embargo, a pesar de haber computadoras con un software educativo y de que se trabajaban diversas temáticas al tratar el tema funciones, muchos de los ejercicios no estaban ordenados por niveles de aprendizaje, ni se atendía lo relacionado a la variación lineal, cálculo de la pendiente o graficación. La mayor parte de las actividades consistía en determinar la ecuación que definía una situación, hallar la ecuación dada la gráfica y vídeos explicativos.

De aquí mi motivación por trabajar el tema utilizando la tecnología en la escuela mexicana ya que, como plantea el plan de estudio de la SEP (2017), el estudiante al salir de la secundaria básica debe haber adquirido habilidades digitales y conocimiento matemáticos con el uso de las TIC. Por lo antes planteado, es de mi interés diseñar e implementar una secuencia de aprendizaje con el uso de realidad aumentada para el tema de función lineal en el nivel básico.

Por otra parte, pertenecer a un proyecto interdisciplinario en el que se colabora con investigadores y estudiantes del área de ciencias de la computación es otra de las razones que me motivó para realizar la investigación.

En este trabajo se empleará la Realidad Aumentada (RA) como herramienta tecnológica, ya que mediante ella podemos salir del aula y adquirir conocimiento de lo que observamos, tratar un concepto matemático de diferentes maneras de aprendizaje, basado en el descubrimiento, de tal forma que contribuya a que los estudiantes vivan experiencias que sean notables para su aprendizaje con la intención que construyan sus propios procedimientos para resolver situaciones problemáticas.

En síntesis, la investigación está relacionada con la variación lineal mediante la modelación de situaciones matemáticas en primer año de la enseñanza secundaria básica, ya que es uno de los propósitos planteados en el programa educativo propuesto por la Secretaría de Educación Pública (SEP) (2017). En este trabajo mi interés es generar una base de significados para el desarrollo de pensamiento matemático funcional que, al ser atendido con mayor profundidad, le será útil al estudiante para mayor comprensión en primer año de secundaria y en grados escolares posteriores.

## **1.2. Antecedentes**

Dado el tema inicial considerado, se realizó una búsqueda de trabajos previos relacionados con el uso de la tecnología en el aula de matemáticas y RA en la educación, así como con la enseñanza y modelación en el aula de la función lineal. La búsqueda se hizo usando los descriptores “tecnología, realidad aumentada, modelación, función lineal”, en bases de datos y bibliotecas virtuales (Redalyc, Springerlink, Scielo, Funes, Academia).

### **1.2.1. Funciones lineales y su didáctica**

El concepto de función es uno de los más importantes de las matemáticas, por ser una herramienta fundamental en la modelación de fenómenos de variación y cambio. En diversas investigaciones se plantea que el proceso de enseñanza y aprendizaje de la función lineal deja en evidencia que los estudiantes presentan ciertas dificultades.

Estas dificultades pueden estar vinculadas a:

La ausencia del potencial modelizador de la noción de función, el excesivo hincapié en el registro algebraico, la falta de articulación entre registros, el oscurecimiento de los elementos fundamentales de variabilidad y dependencia, y el trabajo descontextualizado, tan frecuente en matemática. (Rey, Boubée, Sastre y Cañibano, 2009, p.153).

Asimismo, en torno a este tema, Campeón, Aldana y Villa (2018) presentan un listado de causas que pueden devenir en dificultades respecto a este tema:

- La construcción deficiente que realizan los estudiantes del concepto.
- La falta de situaciones significativas durante su aprendizaje, lo cual está directamente relacionado con el modelo pedagógico tradicional utilizado por el profesor.
- La clase de actividades desarrolladas con los diferentes registros de representación, que no propician la comprensión de los elementos inmersos en el concepto.

- La ejercitación de lo simbólico, lo cual favorece el dominio de procesos algorítmicos en las situaciones problema donde se utiliza el concepto de función, pero al enfrentarse a situaciones contextualizadas los estudiantes se encuentran con dificultades para solucionarlas por la poca comprensión de elementos como la identificación del tipo de función, de las variables y su relación de dependencia. (Campeón, Aldana y Villa, 2018; citado en Castro y Díaz, 2014, p. 118).

Otro investigador que aborda aspectos asociados a las dificultades en la enseñanza – aprendizaje de las funciones es Campeón (2016), quien menciona los siguientes:

- Dificultades asociadas a los diferentes sistemas de representación del concepto de función.
- En el abordaje del concepto de función se prioriza la realización mecánica de procedimientos y algoritmos sobre el desarrollo conceptual.
- Subvaloración de la importancia del concepto de función, desconociendo su trascendencia para el desarrollo de estructuras matemáticas más complejas.
- La modelación matemática de situaciones aún se encuentra en sus ciernes a pesar de estar incluida en los lineamientos curriculares desde 1998. (p. 18).

Respecto a la forma de impartir este tema, Sierpinska (1992, citado en Ruiz–Higueras, 1994) señala que la función debería desarrollarse en la clase de manera análoga a como se presentó en la historia: primero como un modelo de relaciones, posteriormente como herramienta para la descripción y la predicción. Una de las conclusiones que Sierpinska plantea es que:

Los estudiantes deben interesarse en explicar los cambios, y determinar así regularidades; identificando no sólo aquello que cambia, sino también cómo cambia; en donde las expresiones analíticas de las funciones deberían constituirse como herramientas que permitan modelar situaciones de la vida real. (p. 93).

En su tesis de doctorado, Planchart (2000) plantea ideas sobre mejorar los procesos de enseñanza – aprendizaje del concepto de función siendo analizados desde cuatro aspectos fundamentales:

1. El primer aspecto se refiere al proceso didáctico en la adquisición de las funciones, este plantea que en la enseñanza de las matemáticas se utilizan métodos y concepciones que distan de una construcción activa del conocimiento. Este proceso puede limitar el aprendizaje de las funciones de parte del alumno porque enfatiza en el procedimiento y pierde de perspectiva lo conceptual.
2. El segundo aspecto que se considera es el papel de la visualización en la educación, estudiantes y maestros impulsan la visualización como medio para potenciar el aprendizaje ya que está ligada a acciones cognitivas.
3. El tercer aspecto que se toma en cuenta son los sistemas de representación. Los conceptos matemáticos, a diferencia de los conceptos inherentes de muchas disciplinas, no se pueden abordar directamente, por lo que se requieren formas que lo representen.
4. El cuarto aspecto considera a la modelación desde el contexto físico y geométrico, el uso de las herramientas tecnológicas posibilita resaltar lo visual en la clase de matemáticas, graficar datos, simular y modelar situaciones de la vida que permiten la construcción de funciones en diferentes tipos de representación: gráficas, icónicas y simbólicas. (pp. 2- 4).

Ramírez (2015) encuentra que el aprendizaje de conceptos como el de función, operaciones con funciones y límites es más factible cuando el estudiante puede, a través de un programa, no sólo visualizar el concepto como tal por medio de la graficación de funciones sino también manipular estos objetos para entender de manera dinámica cómo los aspectos algebraicos generan transformaciones al objeto gráfico asociado. Esto le permitiría al estudiante comprender de manera más precisa dichas transformaciones, desde su propia experiencia.

Relacionado a los procesos de enseñanza y aprendizaje de las funciones, Posada y Villa (2006b) señalan que “su estudio se ha desarrollado sin apelar a la noción de variación y esto ha impedido verlas [a las funciones] como modelos matemáticos” (p. 130). Llegan a la conclusión que las estrategias actuales de enseñanza del objeto matemático función no son suficientes para lograr que los estudiantes identifiquen, en este concepto, una herramienta fundamental para la modelación de fenómenos que implican variación y cambio de magnitudes.

Dentro de los resultados encontrados, Posada y Villa (2006b) señalan que:

Trabajar desde un enfoque de modelación matemática requiere largos periodos de tiempo, y debe ser abordado desde los primeros años de escolaridad. Este estudio, realizado en grados superiores, se centró fundamentalmente en la fase de abstracción-formulación, la cual posibilitó que los estudiantes reconocieran en el concepto de función lineal, un modelo que permite describir situaciones en contextos particulares, no obstante, se reportan dificultades en la fase de validación y modificación. (p. 127).

Para la conceptualización que tiene un estudiante de un objeto matemático hay que considerar la articulación de las diferentes representaciones del mismo objeto, los impedimentos para convertir una representación en otra pueden ser deducidos como resultado de una conceptualización deficiente.

En torno a estos aspectos de corte cognitivo, Blázquez y Ortega (2001) plantean que “la diversificación de representaciones de un mismo objeto o concepto aumenta la capacidad cognitiva de los sujetos sobre ese objeto o concepto” (p. 221).

Castro y Castro (1997, citado en Blázquez y Ortega, 2001) proponen estos sistemas de representación para trabajar el concepto de función lineal: verbal, tabular (o numérico), gráfico (visual) y algebraico (simbólica y formal). Lo antes planteado nos hace pensar que el empleo correcto de diferentes sistemas de representaciones beneficia a que los estudiantes comprendan las situaciones problemáticas.

Según Romero (2000), la comprensión se caracteriza a partir de una serie de actividades asociadas a los sistemas de representación, las cuales permitirán caracterizar nuestra noción de comprensión posteriormente:

- *La formación de representaciones identificables* en un sistema dado. Implica una selección de rasgos y datos en el contenido que se quiere representar. Debe representar unas reglas cuya función es asegurar las condiciones de identificación y reconocimiento; se trata de reglas de conformidad no de reglas de producción efectiva de sujeto. La enunciación de una frase, la

elaboración de un texto, el diseño de una figura geométrica, la escritura de una fórmula son ejemplos de actividades matemáticas, que reflejarían actividades cognitivas asociadas a sistemas dados de representación.

- *La transformación dentro de un sistema de representación.* Debe representar unas determinadas reglas sintácticas, con o sin referencias a significados exteriores.
- *La traducción entre sistemas de representaciones.* Bajo esta acción, es posible conservar la totalidad o sólo parte del contenido, o ampliar el contenido de la representación inicial. De cualquier forma la traducción supone la coordinación entre distintos sistemas de representación.
- *La cristalización* o consolidación de relaciones y/o procesos en objetos conceptuales o “entidades cognitivas”, los cuales pueden ser utilizados en relaciones o procesos en un nivel de organización más elevado.
- *La modelización.* Este tipo de actividad incluye la construcción y prueba de modelos matemáticos. Supone una traducción entre aspectos de situaciones y sistemas de representaciones. (pp. 37 – 38).

Como resumen de este planteamiento, podemos decir que comprender el concepto de función lineal conlleva a pensarlo como un modelo matemático, éste tiene la ventaja de poder ser modelizado a través de múltiples situaciones y se hará apoyado en diferentes sistemas de representación para atender la falta de articulación entre registros siendo ésta una de las dificultades antes planteada.

Por otra parte, Posada y Villa (2006a) proponen diseñar e implementar una propuesta didáctica de acercamiento al concepto de función lineal, a partir de la consolidación del pensamiento variacional, mediante tres elementos didácticos fundamentales: la noción de variación como base en la construcción del concepto matemático de variable, el proceso de modelación matemática como una estrategia didáctica, y los sistemas semióticos de representación como elementos que facilitan los procesos de modelación y permiten objetivar los conceptos matemáticos.

Respecto al plano oficial educativo en México, en las orientaciones didácticas planteadas por la SEP (2017) a los estudiantes de secundaria en primer año se les presentan las relaciones entre dos conjuntos de cantidades como procesos de variación, específicamente como procesos en los que las literales involucradas están en una relación funcional. Se extienden al estudio de la variación lineal mediante la utilización sistemática de distintas representaciones matemáticas: tablas de variación, gráficas y expresiones algebraicas. De esta manera se progresa en el uso y la interpretación de las funciones lineales en diversas representaciones. (p. 191).

Sugiere la SEP (2017) ver la comparación de distintos tipos de variación lineal y la razón de cambio mediante una tabla de datos que represente el comportamiento de un fenómeno cotidiano, que los estudiantes planteen preguntas para dar respuesta en grupo, donde también se les pedirá que identifiquen las variables relacionadas, que representen los datos de la tabla en el plano cartesiano y que respondan qué forma tiene la gráfica que se obtiene al unir los puntos en el mismo. Es conveniente que ellos interpreten gráficas lineales dadas en términos de las variables

relacionadas entre sí, propongan problemas que correspondan a gráficas que representen situaciones de variación lineal. En cuanto a la pendiente e inclinación de la recta, se profundiza en el estudio de estos tipos de variación, de sus gráficas y sus tablas. (p. 191).

La SEP (2017) espera que el estudiante de primer año de secundaria básica al recibir el contenido matemático “funciones lineales”, analice y compare situaciones de variación lineal a partir de sus representaciones tabular, gráfica y algebraica; interprete y resuelva problemas que se modelan con estos tipos de variación. (p. 191).

La secuencia de actividades tiene una estrecha relación con las orientaciones metodológicas planteadas por la SEP (2017). Al atender la variación lineal del tema funciones lineales utilizamos la tecnología a través de una aplicación que nos permitió modelar una situación donde estuvieron presentes dos conjuntos de cantidades como procesos de variación, también estuvieron presentes las representaciones gráficas, tabulares, algebraicas, icónicas, literales y las ejecutables.

### **1.2.2. Modelación matemática**

Uno de los propósitos para la educación secundaria es modelar situaciones de variación lineal, cuadrática y de proporcionalidad inversa. La Reforma Integral de Educación Básica (2009) expresa la importancia de que los estudiantes modelicen situaciones de la vida práctica desde la escuela primaria hasta la escuela secundaria. En las orientaciones didácticas que aparecen en el libro Aprendizajes Clave para la Educación Integral, en primer año es frecuente el uso de las herramientas tecnológicas con el objetivo de incrementar el aprendizaje en los estudiantes. Al incluirse en la clase de matemáticas aporta beneficios debido a la relación que establece entre la asignatura y determinado contexto extraescolar (SEP, 2017).

La resolución de problemas aparece en los tres grados de secundaria básica, aplicando contenidos y métodos concernientes en cada grado escolar, pasando de propuestas sencillas a problemas con mayor grado de dificultad. Estas actividades incluyen la modelación de situaciones y fenómenos.

De acuerdo con los planteamientos del Plan de Estudios, en la clase, el maestro debe promover que los estudiantes sean capaces de modelar situaciones matemáticas utilizando determinada herramienta tecnológica. Para ello el maestro debe organizar el trabajo en el aula, seleccionar los problemas a realizar donde promueva el análisis sobre una hipótesis mediante preguntas que motiven a los estudiantes a buscar nuevas respuestas y procedimientos.

La escuela, con la incorporación de herramientas tecnológicas, necesita de maestros que propongan situaciones donde aparezca la modelación como un medio que permita la creación o uso de modelos matemáticos a través del planteamiento de problemas en contexto (Niss, Blum y Galbraith, 2007, citado en Zaldívar, Quiroz y Medina, 2017) que le permitan al estudiante alcanzar los aprendizajes esperados desde la enseñanza básica.

Pérez y Buendía (2009, citado en Castañeda, 2010) plantean que:

La modelación es un acto de articulación de dos entes, para actuar sobre uno de ellos, llamado *lo modelado*, a partir del otro, llamado *modelo*. La modelación no es representación, es construir nuevas entidades a partir de la articulación, y con eso crea nuevas realidades (p. 19).

En estudios realizados sobre los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, Castañeda (2010) ha sugerido la importancia de organizar actividades en el aula donde se sobrepasen los procesos algorítmicos realizados de forma mecánica.

Posada y Villa (2006a) señalan que la modelación matemática:

Permite el desarrollo holístico de los sistemas conceptuales matemáticos a través de la clasificación, refinamiento, modificación, integración, extensión y construcción del conocimiento matemático, que incluye las dimensiones de lo situado y lo descontextualizado, lo específico y lo general, lo intuitivo y lo formal, lo estable y lo inestable, lo sintético y lo analítico; es por estas razones que se convierte en una herramienta poderosa de desarrollo del pensamiento matemático. (p. 84).

Por su parte, Trigueros (2006) describe la modelación como un proceso cíclico en el cual, mediante problemas abiertos y complejos, que ponen en juego la creatividad y sus conocimientos para los estudiantes puedan sugerir hipótesis y modelos como explicación de fenómenos.

El momento preciso en el ciclo de modelación matemática para la incorporación de la tecnología ha sido estudiado por autores como Rodríguez y Quiroz (2015, citado en Zaldívar, Quiroz, y Medina, 2017) cuyos resultados indican tres momentos importantes donde la tecnología puede apoyar el proceso de modelación matemática:

- *Al momento de plantear una situación real.* La tecnología podría apoyar a la mejor comprensión de la situación-problema que se plantea.
- *Al momento de la formación de un modelo matemático.* En este momento los recursos tecnológicos brindarían al alumno elementos para acercarse a la creación de un modelo matemático, e incluso vislumbrar la respuesta sin tener aún el resultado analítico.
- *Al momento de vincular los resultados matemáticos con la situación real.* La tecnología permite analizar la respuesta matemática en términos de la misma situación real. Además, apoya la identificación de posibles errores en los resultados del trabajo con el modelo matemático. (p. 93).

Los resultados obtenidos en la investigación de Rodríguez y Quiroz (2015) ofrecen instrucciones para la dosificación de secuencias didácticas basadas en la modelación donde incluyan la tecnología, este tipo de inclusión transforma la manera en que se realizan tradicionalmente los procesos de enseñanza y aprendizaje. Para una adecuada implementación de la modelación en la clase de matemática el maestro necesita estar capacitado; esto trae consigo que si su formación no es la idónea al realizar la dosificación didáctica, la aplicación de la modelación matemática no obtendrá algún logro.

### **1.2.3. La tecnología en el aula de matemáticas**

Las Tecnologías de la Información y la Comunicación (TIC) surgen en los años noventa derivados de los avances científicos producidos en el entorno de la informática y las

telecomunicaciones. Duncombe & Heeks (1999, p. 2) describen a las TIC como “medios electrónicos para capturar, procesar, almacenar y difundir información”.

El Consejo Nacional de Maestros de Matemáticas (NCTM) (2000) establece en su *Principio de Tecnología que*:

Las tecnologías electrónicas, tales como calculadoras y ordenadores, son herramientas esenciales para enseñar, aprender y “hacer” matemáticas... Los escolares pueden aprender más matemáticas y en mayor profundidad con el uso apropiado de la tecnología... En los programas de enseñanza de las matemáticas, la tecnología se debe utilizar frecuente y responsablemente, con el objeto de enriquecer el aprendizaje de las matemáticas por parte de los estudiantes. La existencia, versatilidad y poder de la tecnología hacen posible y necesario reexaminar qué matemáticas deben aprender los escolares, así como también la mejor forma de aprenderlas. En las aulas de matemáticas contempladas en los Principios y Estándares, cada estudiante tiene acceso a la tecnología con el fin de facilitar su aprendizaje matemático, guiado por un maestro experimentado. (pp. 24-25).

En esta cita podemos apreciar la importancia que la NCTM le da a la tecnología en la enseñanza aprendizaje de las matemáticas, estableciendo las líneas de acción generales para su incorporación al aula.

Respecto a la necesidad del uso de recursos interactivos, Triana, Ceballos y Villa (2016, p. 203) señalan que:

En el aprendizaje de las matemáticas el uso de currículos educativos ordenados ha sido fundamental para alcanzar habilidades procedimentales, fundamental para el dominio de conceptos matemáticos, este no puede ser la única vía para un lograr un aprendizaje, por otro lado, está la necesidad de desarrollar habilidades de reflexión y debate sobre los temas abordados y que van más allá de lo memorístico y mecánico. Esta necesidad crea un inicio para el desarrollo de recursos interactivos como apoyo a la enseñanza y el aprendizaje de la matemática.

Por otra parte, Gómez (1997) plantea que el uso de la tecnología en el aula no puede ser considerada un método o solución para el aprendizaje, se debe considerar como un recurso para construir el conocimiento, el cual depende de la preparación del maestro y de la disponibilidad de los equipos. Afirma que su utilización es satisfactoria cuando en clase tiene un objetivo matemático donde facilite y permita el desarrollo del conocimiento en los estudiantes con la ayuda del maestro como guía del aprendizaje.

En el presente hay una gran cantidad de actividades y propuestas metodológicas para la enseñanza de contenidos matemáticos, una de ellas es utilizando la tecnología “software educativo” y en las aulas aún persisten bajos resultados académicos reflejados en la prueba Programa para la Evaluación Internacional de Estudiantes 2018 (PISA). Un error que han cometido investigadores y creadores curriculares es considerar de manera sencilla el uso de las TIC en el aula no contemplando las dificultades que puede traer esa implementación tanto para el estudiante como para el maestro.



El Ministerio de Educación de Quebec (1996, citado en Quiroz, Núñez, Saboya, y Soto, 2019) afirma que:

Dado que la tecnología influye sobre las matemáticas y su utilización, es necesario que el alumno domine las herramientas electrónicas modernas, ... La tecnología no garantiza el éxito de los estudiantes en matemáticas, ya que las calculadoras y la computadora, así como el procesador de texto para un escritor, no son más que herramientas. Sin embargo, ellas permiten al alumno adquirir y comprender los nuevos conceptos más rápidamente. (p. 52).

El uso de la tecnología en la clase de matemáticas debe ser considerada por el maestro como una herramienta útil que favorece la comprensión del contenido matemático, recorta el tiempo de trabajo y permite realizar la comprobación de resultados. Es un error pensar que por la simple interacción del estudiante con la tecnología éste construirá su propio aprendizaje.

La significación que tienen las TIC en la educación y su avance en la implementación en clases en diversas ocasiones no se explotan al máximo pues en el proceso de incorporación e integración, no siempre se tienen presentes los aspectos afectivos y emocionales, entre los cuales las creencias son centrales.

Por diferentes investigaciones sobre la relación que existe entre las matemáticas y la tecnología, Cretchley y Galbraith (2002, citado en Gómez-Chacón, 2010) indican que hay una débil relación entre actitudes hacia la matemática si es comparada con las actitudes hacia el uso de la tecnología. Para Gómez-Chacón (2010) el uso de la tecnología en el aprendizaje de las matemáticas no puede hacerse al margen de las creencias que ya tienen los estudiantes y de los aspectos afectivos que se dan en la relación entre estudiantes y TIC.

Ortiz y Arias (2012), en un curso de capacitación para la utilización de un software educativo como herramienta para la enseñanza matemática, se percatan de que los maestros muestran una actitud de aceptación y motivación. Si estudiantes y maestros aceptan la inclusión de la tecnología como herramienta en la formación de un aprendizaje y persisten los problemas académicos, se puede creer que la dificultad está en la forma en que se usa en la clase. La implementación inadecuada de estas herramientas tecnológicas puede llevar a la dependencia de los estudiantes olvidando los procedimientos y a perder las habilidades matemáticas.

Gómez (2004) señala que, basados en la creencia de que las TIC son la solución al problema de la enseñanza aprendizaje de las matemáticas, las instituciones invierten en la adquisición de tecnología y, a pesar de que por sí misma no es una solución, no podemos ignorar sus potencialidades en el aula.

Con esta perspectiva, de caracterizar los aspectos positivos que son posible con la implementación de las herramientas tecnológicas en la clase de matemáticas, Gamboa (2007) describe que:

Los estudiantes desarrollan conductas como: búsqueda de relaciones entre los elementos de las representaciones, con el propósito de identificar la solución de los problemas; elaboración de conjeturas a partir de los datos observados en las distintas representaciones realizadas en cada una

de las herramientas tecnológicas; generalización de los resultados a casos generales, a partir de las soluciones obtenidas al trabajar con las herramientas tecnológicas; elaboración de conexiones entre los resultados obtenidos y otros contenidos matemáticos; y comprobación de los resultados obtenidos en un proceso de resolución, mediante la elaboración de otro diferente. (p. 37).

El empleo de herramientas tecnológicas en el aula de matemáticas proporciona diversas oportunidades para un aprendizaje significativo por parte los estudiantes, una de ellas es implementar una visión constructivista en la enseñanza. Diversos investigadores han señalado que el uso de las computadoras como herramienta proporciona un apropiado medio creativo para que los estudiantes se expresen y evidencien que han logrado obtener nuevos conocimientos (Hernández, 2008).

Las TIC contribuyen a transformar y evolucionar las actividades de los maestros, las nuevas formas de vida en la sociedad actual y permiten desarrollar software educativo para ser utilizado en la enseñanza en el aula de matemáticas, éstas brindan una gran ayuda en los procesos de enseñanza y aprendizaje. Según Hernández (2008), al utilizar herramientas tecnológicas, los estudiantes tienen la oportunidad de aumentar sus conocimientos y que la clase no sea tradicional, ofreciendo actividades creativas que permitan el trabajo grupal y que promueva el aprendizaje.

Según la Organización de las Naciones Unidas para la Educación, la Ciencia y la Cultura (UNESCO), en sus Estándares de Competencias en TIC para Maestros (2008), en la educación las TIC pueden ayudar a los estudiantes a desarrollar las capacidades necesarias para llegar a ser:

- Competentes para utilizar tecnologías de la información.
- Buscadores, analizadores y evaluadores de la información.
- Solucionadores de problemas y tomadores de decisiones.
- Usuarios creativos y eficaces de herramientas de productividad.
- Comunicadores, colaboradores, publicadores y productores.
- Ciudadanos informados, responsables y capaces de contribuir a la sociedad.

Por las contribuciones del uso de las TIC en la educación, algunos investigadores la han incluido como una herramienta importante para la modelación matemática en el aula. Como resultado de esta incorporación está el despliegue de la autonomía de los estudiantes, además del desarrollo de habilidades como la búsqueda de información y una mayor participación e interés en la clase (Castañeda, 2010).

Dadas las ventajas planteadas por los diversos autores a partir de sus experiencias en la incorporación de la tecnología en el aula, podemos afirmar que la integración de las TIC en el aula de matemáticas le aporta al maestro una diversidad de herramientas tecnológicas y didácticas que colaboran en los logros de los aprendizajes esperados. Le posibilita al maestro tratar de manera más amplia los temas a estudiar en las clases y a los estudiantes a realizar diferentes visualizaciones. Para lograr que esto se cumpla es importante tener concebida previamente la forma en que se llevará la implementación de la tecnología.

Ursini (2006) detalla un modelo pedagógico apoyado en el uso de la tecnología, nombrado Enseñanza de las Matemáticas con Tecnología (EMAT), en el que plantea el empleo de las herramientas tecnológicas que el modelo permite:

- Dar un tratamiento fenomenológico a los conceptos matemáticos, ofreciendo así a los estudiantes la posibilidad de considerar a los conceptos matemáticos como un medio para describir y analizar fenómenos.
- Expresar las ideas matemáticas, manipularlas y ejecutarlas. Esto involucra al alumno en un proceso de formulación, prueba y reformulación de hipótesis expresadas matemáticamente.
- Acercarse a áreas específicas de las matemáticas que se trabajan en la escuela secundaria, que se relacionan con el pensamiento numérico, el pensamiento algebraico, las figuras geométricas y sus propiedades, la presentación, interpretación y tratamiento de la información y la modelación matemática. (p. 26).

Podemos apreciar que la tecnología es un recurso que cada vez se impone más, lo que ha ocasionado que las innovaciones tecnológicas que se han presentado en distintos países animen a la SEP (2017) a implementarla en la Educación Básica, de manera que favorezca tener como resultado a estudiantes más capaces y preparados al egresar de la secundaria.

La SEP (2017) en el libro *Aprendizajes Clave para la Educación Integral*, en el apartado de la educación secundaria plantea que el empleo de la tecnología en la clase de matemáticas es un medio, no un fin. La diversificación y masificación de las TIC no descarta los centros escolares, éstos deben favorecer las condiciones para desarrollar las habilidades del pensamiento para el manejo y el procesamiento de la información, así como para el uso formal y juicioso. El currículo plantea que el uso de las TIC debe tener un objetivo educativo, donde el maestro debe emplear las herramientas tecnológicas que estén a su alcance para impulsar el trabajo colaborativo, vincularlo con el entorno, propiciar que los educandos busquen y construyan respuestas.

La SEP (2017) plantea que existen diversos tipos de equipamiento que permiten dos modelos de uso de la tecnología:

- *Interacción mediada*: el profesor o algunos estudiantes usan la tecnología para realizar actividades con todo el grupo. Usualmente hay un dispositivo y un proyector que les permite participar a todos.
- *Interacción directa con los dispositivos electrónicos*: los estudiantes utilizan dispositivos electrónicos en actividades de aprendizaje individuales o colaborativas, dentro o fuera del aula. (p. 133).

Asimismo, plantea que:

Los modelos de uso no son excluyentes y abren oportunidades para buscar, seleccionar, evaluar, clasificar e interpretar información, presentar información multimedia, comunicarse, interactuar con otros, representar información, explorar y experimentar, manipular representaciones dinámicas de conceptos, crear productos, evaluar los conocimientos y habilidades de los estudiantes (p. 133).

Estas oportunidades que brindan los dos modelos de uso de la tecnología pueden incluirse a un sin número de actividades escolares y estrategias didácticas, permite que maestros y educandos accedan a ideas favorables, como la comprobación de hipótesis, variación, formulación, el uso de algoritmos, entre otras.

Lo anteriormente planteado, además de beneficiar los aprendizajes propuestos por la SEP (2017), fomentará el desarrollo y evaluación de las siguientes habilidades: pensamiento crítico, pensamiento creativo, manejo de información, comunicación, colaboración, uso de la tecnología, ciudadanía digital, auto-monitoreo y pensamiento computacional. La SEP (2017) propone los logros que los estudiantes deben alcanzar al concluir la secundaria, éstos deben “ampliar su conocimiento de técnicas y conceptos matemáticos para plantear y resolver problemas con distinto grado de complejidad, así como para modelar y analizar situaciones. Valora las cualidades del pensamiento matemático”. (p. 27).

Vega, Niño, Duarte y Cárdenas (2015) afirman que el uso de las metodologías tradicionales para el aprendizaje no le permite al alumno generar una comprensión de los temas impartidos al no tener una interacción con el objeto de conocimiento. Plantean, además, que las herramientas tecnológicas, como recurso de exploración y visualización, deben posibilitar que el estudiante establezca relaciones entre los distintos objetos matemáticos y se relacione con las propiedades que éstos cumplen. Asimismo, plantean que las matemáticas han sido una de las asignaturas que más ha demorado en la implementación y utilización de las TIC como herramienta de ayuda al proceso de enseñanza-aprendizaje.

Los obstáculos al acceso de las tecnologías en muchas escuelas debido a la conexión de internet, limitaciones económicas, herramientas tecnológicas representan un problema para la implementación del currículo; sin embargo, en los centros educativos donde su uso sea posible será provechoso para fortalecer el aprendizaje.

La SEP le ha dado importancia al uso de estas herramientas, su implementación tiene como resultado una clase más activa, sin embargo, es necesario analizar la inclusión de las TIC para poder determinar si los objetivos planteados son eficientes. Las prácticas educativas con el uso de las TIC en la clase de matemáticas y actividades creativas propuestas por el maestro pueden motivar a los estudiantes a lograr construir un aprendizaje significativo.

Asimismo, el maestro, como principal elemento en el proceso de integración de las TIC en la clase de matemáticas, en ocasiones no se siente con la confianza suficiente para llevar a cabo este proceso o no tiene un sustento pedagógico debido a su formación. Por lo tanto, se requiere de una preparación extra, por la cual se pueda capacitar para un correcto uso de las TIC en las instituciones de nivel básico; pues, de no estar preparados, esto constituye un freno para lograr los aprendizajes esperados con este medio.

#### **1.2.4. La Realidad Aumentada en la escuela**

Con la creación y desarrollo de las herramientas tecnológicas se ha revolucionado la forma de impartir la clase de matemáticas. En diversas investigaciones se ha argumentado sobre los

beneficios que aportan al desarrollo del pensamiento (Gutiérrez – Sáez, 2017; Gallego, Saura, y Núñez, 2013; UNESCO, 2008). Sabiendo que las TIC agrupan un gran número de instrumentos y herramientas de apoyo, nos centramos en el uso de RA para la modelación gráfica de funciones lineales en el nivel básico ya que “hay pocas tecnologías digitales con el potencial para revolucionar la educación como el que tiene la realidad aumentada” (Kidd & Crompton, 2016).

Una de las definiciones más aceptadas de RA es la de Azuma (1997), quien la define como “la variación de entornos virtuales que permite al usuario ver el mundo real con objetos virtuales superpuestos o compuestos con el mundo real” (pp. 355-356).

Según Azuma (1997), las aplicaciones con RA deben cumplir tres características: “La aplicación de RA deben combinar lo real y lo virtual permitiendo una interactividad en tiempo real donde la misma permita realizar un registro tridimensional” (p. 356). Estas características permiten tener cierto control para poder interactuar con el mundo real, el usuario puede superponer objetos no reales sobre una imagen real y crear un registro del fenómeno que se analiza.

En los últimos años la RA se ha visto favorecida debido al desarrollo tecnológico alcanzado por el hombre. El desarrollo de la tecnología de la RA posibilita emplear sus ventajas en diversos campos y es en educación el área donde esta tecnología podría ser especialmente valiosa (Billinghurst, 2002), ya que ha encontrado en este sector un lugar donde implementar sus aplicaciones, dentro del aula para motivar, también como herramienta facilitándole al maestro diferentes formas de aprendizaje al impartir determinado contenido buscando lograr una mejor comprensión de los estudiantes.

Reinoso (2012) plantea que este término tiene su origen en el año 1990 en un trabajo realizado por Caudell crearon una herramienta para la compañía Boeing. Con la llegada los dispositivos móviles, las aplicaciones con RA fueron surgiendo rápidamente y ganando en aceptación. Según este autor, “la RA es una tecnología que permite disfrutar de experiencias en las que se añade contenido virtual a nuestro entorno en tiempo real” (p. 176). A través de esta tecnología se pueden combinar ambientes del mundo real con la información digital. Asimismo, afirma que “los materiales didácticos basados en RA proporcionan un excelente recurso para el aula, ya que permiten la visualización de modelos y escenas tridimensionales con los que el alumno puede interactuar mejorando su experiencia de aprendizaje” (p. 191). Finalmente, destaca que el empleo de la RA permite al estudiante interactuar con el mundo real y físico, haciendo que su experiencia de aprendizaje sea mejor.

Por otra parte, Yuen, Yaoyuneyong y Johnson (2011) mencionan cinco direcciones de la realidad aumentada en entornos educativos:

- *Libros RA*. Son libros que ofrecen a los estudiantes presentaciones en 3D y experiencias de aprendizaje interactivo. Los libros se amplían con la ayuda de dispositivos tecnológicos como gafas especiales. Los estudiantes son capaces de utilizar el libro como interfaz principal, cambiando perspectiva o dirección moviendo (su cabeza), o moviendo el libro, porque el 3D el

contenido generado por computadora parece estar en adjunto a la página del libro, lo convierte en un medio educativo apropiado.

- *Juegos RA*. los educadores en ocasiones utilizan juegos para ayudar a los estudiantes a comprender fácilmente los conceptos de la clase. Con la ayuda de la tecnología RA, juegos que son basados en el mundo real y aumentados con los datos en red pueden brindarles a los educadores nuevas formas de mostrar relaciones y conexiones. Además, brindan a los educadores formas de aprendizaje altamente interactivas y visuales.
- *Aprendizaje basado en el descubrimiento*. La RA se puede utilizar en aplicaciones que permiten el aprendizaje basado en descubrimiento. Un usuario recibe información sobre un lugar del mundo real y al mismo tiempo considera el objeto de interés. Este tipo de aplicación se usa a menudo en museos, en educación astronómica y en lugares históricos.
- *Modelado de objetos*. La RA también se puede utilizar en aplicaciones de modelado de objetos. Estas aplicaciones permiten a los estudiantes recibir información visual sobre cómo se vería un elemento determinado en un entorno diferente. Los modelos se pueden generar rápidamente, manipular y rotarlos.
- *Entrenamiento de habilidades*. El apoyo a la formación de personas en tareas específicas. Es probable que las aplicaciones de entrenamiento de habilidades de AR apoyen especialmente las habilidades mecánicas. Estas aplicaciones se utilizan, por ejemplo, en el mantenimiento de aviones, donde se muestra cada paso de una reparación, se identifican las herramientas necesarias y se incluyen instrucciones textuales. Las aplicaciones a menudo se realizan con pantallas montadas en la cabeza. (pp. 126-130).

Di Serio, Ibáñez y Delgado (2013) plantean que los sistemas de RA se caracterizan por tres propiedades: combinar objetos reales y virtuales en un entorno real, alineación de objetos reales y virtuales entre sí y ejecutarlos de forma interactiva y en tiempo real. Según sus características se puede afirmar que el uso de la RA mejora la información real que existe favoreciendo que los estudiantes contextualicen determinada información y puedan enriquecerla con la ayuda de la información contenida en los dispositivos tecnológicos.

Podemos llegar a la conclusión con lo antes citado por los investigadores que la RA muestra una representación real y virtual a través de una pantalla de un dispositivo que tenga incorporado una cámara web y al combinar ambas representaciones crean una realidad compuesta en tiempo real brindando al usuario una vivencia innovadora.

Gallego (2013) indica que la utilización de RA en el contexto educativo puede aportar beneficios mediante el uso de aplicaciones directas para mejorar el conocimiento y comprensión, actuando como vínculo entre una información virtual y física a través de actividades propuestas por el maestro ayudando al estudiante a consolidar y aumentar los conocimientos alcanzados mediante la creación de escenarios donde se utiliza la tecnología.

La RA puede ser empleada en la clase de matemáticas de manera satisfactoria si el maestro tiene bien planteado su objetivo y el conocimiento requerido. Siendo así, los estudiantes pueden interactuar con objetos virtuales y reales a través del empleo de una herramienta tecnológica, permitiendo contextualizar una situación donde los estudiantes adicionen vivencias y

aprendan, además de la comprensión de los conceptos adquiridos en clase y su utilidad para dar solución a problemas de la vida real.

García, Peña-López, Johnson, Smith, Levine, & Haywood (2010, citado en Cabero y Barroso, 2016) manifiestan que la RA posibilita el entendimiento de fenómenos y conceptos complejos, ya que favorece, por una parte, la descomposición de un fenómeno y/o objeto en sus diferentes fases, etapas o partes y, por otra, que permite la percepción del objeto o fenómeno desde diferentes puntos de vistas.

Di Serio *et al.* (2013) afirman que en algunas investigaciones se ha demostrado que ante actividades planeadas que se relacionan con objetos de RA, los estudiantes reflejan un alto interés de participación, obtienen un alto grado de gozo con los materiales empleados, tienen la oportunidad de obtener información en diferentes formatos y la impresión de tener el control de la actividad, ya que permite estudiar los temas en el orden que quieran.

Las prácticas docentes apoyadas en RA fomentan una actividad cognoscitiva en el estudiante, ya que él estructura el conocimiento utilizando mecanismos de la mente, puede determinar si necesita aumentar la información y combinar lo real y virtual. El uso de estas herramientas puede aportar experiencias y conocimientos también fuera del contexto escolar, fomentando una estrecha relación entre esta tecnología y determinada situación de aprendizaje.

Desde este análisis podemos afirmar que la RA permite en el aula de matemáticas una metodología constructivista de enseñanza-aprendizaje debido a que el estudiante en la clase de manera laboriosa construye su propio conocimiento, siempre seleccionando metodologías correctas y establecidas de la enseñanza por parte del maestro.

Con lo antes planteado nos surgió la siguiente interrogante, ¿cómo diseñar aplicaciones de RA que sean técnica y pedagógicamente eficientes?

Una de las preocupaciones que tiene la RA (observada en la investigación educativa en general) es poder saber si el sistema es eficiente pedagógicamente. En ocasiones se evalúan solo teniendo en cuenta su eficiencia técnica por un evaluador de sistema. Estas aplicaciones están diseñadas por programadores capacitados donde el producto en términos de tecnología está fuera de discusión, pero “las métricas subjetivas no miden directamente la efectividad para realizar la tarea para la que se diseñó el sistema R.A” (Livingston, 2005, p. 287). Esto es similar a, y de alguna manera justifica, el trabajo multidisciplinar realizado en esta investigación.

Los programadores cuentan con habilidades para el diseño, programación, su objetivo es hacer que los sistemas informáticos funcionen de manera correcta. No obstante, estas habilidades no son suficientes cuando el proyecto tiene que ver con asuntos pedagógicos. Si bien los programadores tienen las habilidades antes mencionadas, los expertos en pedagogía, quizás no tengan el talento o disposición para desarrollar estas herramientas porque carecen de las habilidades de programación.

Según Garzón, Pavón y Baldiris (2017) se debe recordar que:

Al igual que otras aplicaciones tecnológicas, los sistemas de RA son meramente herramientas pedagógicas que deben complementarse con un contenido pedagógico adecuado, y su diseño y uso debe ser guiado por un experto temático. Es decir, la herramienta no reemplaza al maestro, sólo complementa el proceso de aprendizaje. (p. 411).

Finalmente, cabe aclarar que se tiene la creencia que el uso de toda la tecnología en clases requiere un alto coste económico, de la necesidad de tener equipos modernos, alta velocidad de conexión a internet, pero debido al gran número de dispositivos móviles que existen, se puede contar con una realidad aumentada accesible para todos. Asimismo, en diversos sitios Web se encuentran aplicaciones prácticas tanto para computadoras, tabletas o teléfonos celulares que permiten recrear escenas o representarlas integradas en objetos digitales.

### **1.3. Reflexión**

Con base en la revisión y análisis realizados de documentos, observamos que a través de investigaciones realizadas existen dificultades al tratar el tema función, se tienen diferentes propuestas metodológicas para atender el contenido y lograr la comprensión del estudiante. La SEP (2017) reconoce la importancia que tiene la integración de las tecnologías en el currículo y el uso adecuado de ellas en la clase de matemática debido a las posibilidades de mejora que ofrece para el proceso de enseñanza y aprendizaje.

Mediante las investigaciones que estudiamos vinculadas a las TIC nos percatamos que su uso se ha propagado en la educación, con el uso de ésta buscamos la vinculación de la RA y el tema matemático por la amplia variedad de oportunidades que brindan en la formación académica del estudiante, ésta permite nuevas formas de instrucción como los trabajos exploratorios, aprendizaje cooperativo en equipos.

Con lo antes planteado y lo expuesto sobre la modelación matemática con el uso de la tecnología nos proponemos proveer una secuencia aprendizaje usando la RA ya que la SEP tiene identificada la necesidad de la inclusión las TIC en la clase. Lo hacemos para atender el tema matemático función lineal siendo un tema central en primer año de secundaria porque en las orientaciones metodológicas que aparecen en el currículo no se tiene concebido el uso de alguna tecnología para atender este tema. La misma nos permitirá observar y analizar cómo aprenden los estudiantes, lo cual me dotará de conocimientos que me permitirán abordar obstáculos, dificultades y errores en el aprendizaje de este contenido.

Optamos por la RA al ser una tecnología relativamente nueva en la educación y permite el uso de modelos de diversos tipos y de distintas representaciones, al ser un proyecto multidisciplinar permitirá la creación en sincronía de una secuencia didáctica con un sistema RA pedagógicamente eficiente.



## **1.4. Planteamiento formal del Problema de Investigación**

### **1.4.1. Problemática**

En México la SEP (2017) reconoce que en muchas de las aulas todavía se tienen profesores con la creencia que al impartir su clase de manera expositiva los estudiantes van a apropiarse del contenido matemático siendo ellos el único centro de atención, evitando que los estudiantes construyan su propio conocimiento enfrentándose por sí solos a las dificultades que se les pueda presentar y sean ellos el centro de atención.

De acuerdo con los lineamientos propuestos en el currículo, el uso de la tecnología en el aula de matemáticas debe estar presente utilizándose como un medio de apoyo para que los estudiantes construyan sus propias respuestas y los contenidos matemáticos los vinculen con el entorno. Asimismo, la SEP (2017) reconoce las ventajas que ésta ofrece al poder llevar de diferentes maneras el contenido matemático a los estudiantes, sin embargo, en el currículo no se señala el uso de una tecnología específica para atender el tema de función lineal.

La SEP (2017) plantea que el estudiante al ver el tema de funciones en primer año de secundaria analice situaciones que se modelen con el tipo de variación lineal. En la literatura se reflejan los aportes que ha brindado la modelación para el aprendizaje de los estudiantes relacionando los contenidos matemáticos con los eventos cotidianos.

Proponer una actividad donde se modela una situación requiere abandonar los métodos tradicionales de la enseñanza de la matemática, donde el docente debe tener conocimientos que quizás en su formación docente no adquirió. En ocasiones atendiendo a las orientaciones metodológicas que proponen los currículos educativos y la falta de conocimiento para llevar esta metodología se proponen a los estudiantes situaciones que no tienen significado alguno.

Por otra parte, la RA ha tenido un desarrollo amplio con respecto a la educación, pero según se lee en la literatura los desarrollos tecnológicos pasan las pruebas técnicas y señalan la necesidad de diseñar sistemas RA donde se asocien programadores y maestros capacitados metodológicamente para que estos software sean pedagógicamente eficientes.

El uso de herramientas tecnológicas dentro de la clase requiere de dispositivos electrónicos y software que conllevan gastos que en ocasiones los centros educativos, maestros y estudiantes no disponen. También presenta un reto para los maestros que en su formación académica no incluía el uso de la tecnología y ésta le exige mayor dedicación para poder implementarla en su clase.

### **1.4.2. Problema**

La falta de secuencias de aprendizaje/sistemas RA eficientes que favorezcan los aprendizajes esperados en los estudiantes en la escuela secundaria, en particular los relativos al tema de función lineal.

### **1.4.3. Objetivo general**

Diseñar e implementar una secuencia que promueva el desarrollo de los aprendizajes esperados con el uso de un sistema RA para el tema de función lineal en el nivel educativo secundaria.

### **1.4.4. Objetivos particulares**

1. Identificar en el plan de estudio (2017) los aprendizajes esperados para el contenido matemático escolar de la función lineal en primer año de secundaria.
2. Planificar las actividades teniendo en cuenta los aprendizajes esperados y el marco referencial para atender el tema función lineal en primer año de secundaria, tomando en cuenta las características del software de RA.
3. Implementar la secuencia con estudiantes de secundaria.
4. Determinar si los aprendizajes esperados se lograron en la implementación de la secuencia.

### **1.4.5. Justificación**

Maestros e investigadores se han percatado de que es insuficiente el conocimiento que tienen los estudiantes sobre la función lineal, lo que conlleva a desarrollar investigaciones y llevar estrategias correctas de aprendizaje al aula. Es necesario encontrar alternativas para promover los conocimientos matemáticos. En diversos estudios (Reinoso, 2012; Hernández, 2008; Ramírez, 2015) se ha evidenciado la importancia que tiene el uso de la tecnología en el aula de matemáticas como medio de apoyo para lograr un aprendizaje en los educandos.

Esta investigación es pertinente ya que la SEP plantea que la tecnología es requerida en el aula, aun existiendo en México carencias en cuanto a adquisición de equipos. En el trabajo proponemos el uso de dispositivos con un sistema operativo Android debido a que es el más frecuente, también porque el país promedia los 112 millones de teléfonos inteligentes. La preparación de los maestros sobre las herramientas tecnológicas y la investigación sobre sus efectos debe ir un paso adelante, permitiendo que en un futuro la incorporación se dé del mejor modo.

El producto de este trabajo, la secuencia y la aplicación RA viene a cubrir una necesidad del sistema educativo, la incorporación de la tecnología al aula de matemáticas, en particular al tema de función lineal en secundaria.

## CAPÍTULO II. MARCO REFERENCIAL

En este apartado justificamos porqué consideramos el modelado educativo, lo planteado por el programa de estudio de la SEP (2017) respecto al tema función lineal y el uso de la RA para la creación de un software educativo como sustento para nuestra investigación. El estudio de esta problemática se realizó para analizar y describir cómo los estudiantes construyen significados del objeto matemático función lineal a través de la interacción con diversas formas de representación como las tablas, gráficas y la misma aplicación como otra forma de representación.

### 2.1. Introducción

La RA representa la posibilidad de interacción en tiempo real con una capa sobrepuesta al mundo real a través de la pantalla de un dispositivo. Esto brinda la posibilidad de construir entornos controlados en los cuales un estudiante puede interactuar con diversos objetos con fines didácticos. En el caso que nos atañe, los objetos presentados simulan una situación conocida, un objeto que se mueve a una velocidad constante.

La intención de la actividad es la construcción de significados del objeto matemático función lineal a través de la interacción con diversas formas de representación como la simulación misma, la gráfica que se genera por el movimiento del objeto y una tabla con los valores de la distancia recorrida en determinado tiempo, así como de una representación analítica del modelo.

Se busca que, a través de esta interacción, relacionen momentos específicos de la simulación/situación con elementos que componen el modelo lineal, es decir, que relacionen la velocidad constante de un objeto con la inclinación de una recta y la distancia a un punto de referencia del objeto que se mueve con la ordenada al origen de ese modelo. En este sentido, se propone la construcción y significación de un modelo gráfico/analítico para una situación que implica una función lineal.

### 2.2. El modelado educativo

El uso de la modelación con fines didácticos tiene en la Matemática Educativa una larga tradición de más de 30 años. Kaiser y Sriraman (2006) plantean la existencia de seis perspectivas distintas del uso de la modelación:

- Realistic or applied modelling.
- Contextual modelling.
- *Educational modelling; differentiated in a) didactical modelling and b) conceptual modelling.*
- Socio-critical modelling.
- Epistemological or theoretical modelling.

- Cognitive modelling.

Blum y Niss (1990) hacen una distinción entre la matematización, como el proceso que va del mundo real a las matemáticas y la modelación (*modelling*) o construcción de modelos para hacer referencia a todo el proceso que va de una situación problema real al modelo matemático. Señalan también que la construcción del modelo no produce una imagen simplificada de la realidad, sino que ella misma es una pieza de la realidad: “Rather, mathematical modelling also structures and creates a piece of reality, dependent on knowledge, intentions and interests of the problem solver” (Blum y Niss, 1991. p. 39).

En este trabajo se asume una postura hacia la modelación acorde a la perspectiva del Modelado Educativo (Blomhøj & Hoff Kjeldsen, 2006, 2007; Galbraith, & Stillman, 2006). En esta perspectiva se adopta una caracterización de competencia matemática de modelado como sigue: “La competencia en modelado matemático significa ser capaz de llevar a cabo de manera autónoma y perspicaz todos los aspectos de un proceso de modelado matemático en un contexto determinado” (Blomhøj & Hoff Kjeldsen, 2006, p. 166).

Esta idea se sintetiza en la Figura 1:

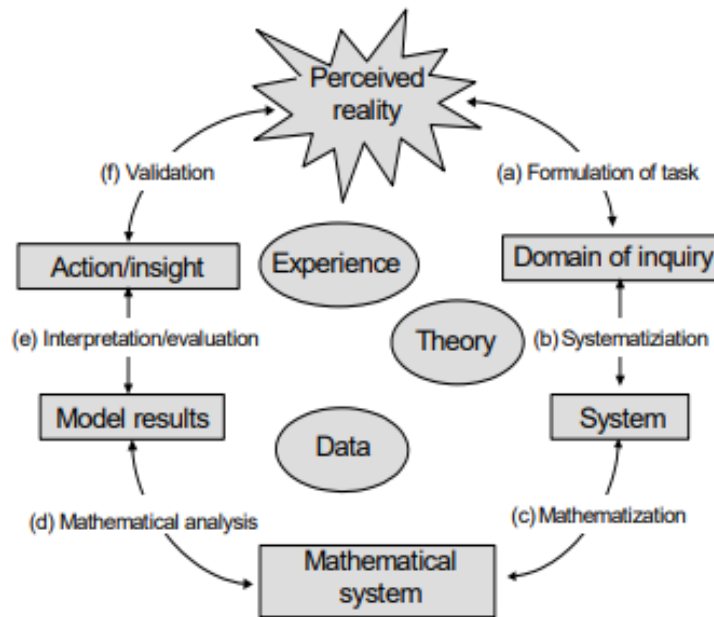


Figura 1. Ciclo del modelado, mostrando los 6 subprocesos (a)-(f). (Blomhøj & Jensen, 2006)

La competencia de modelado matemático incluye la realización de seis subprocesos:

- a. Formulación de una tarea que oriente al estudiante a poner el foco de su atención en las características de una realidad percibida (situación real). Es necesario que se vea en la situación, que se asuma a sí mismo en esa realidad.
- b. Selección e idealización de características (pueden ser objetos, relaciones, etc.) que sea relevantes para lo que se analiza, elementos que después puedan ser matematizados. Esta matematización puede tener fundamento en lo teórico, experiencias o en supuestos y conducen a un modelo.

- c. Representar matemáticamente los objetos y las relaciones en el sistema anterior de un modo coherente.
- d. Usar métodos matemáticos para lograr resultados y conocimientos matemáticos.
- e. Interpretar estos resultados y conocimientos matemáticos en relación con el dominio inicial de la investigación.
- f. Evaluación de la validez del modelo por comparación de experiencias, datos observados, pronosticados o conocimientos teóricos y reflexiones de todo el proceso de modelado.

Estos procesos, si bien pueden ser diferenciados, no aparecen aislados. Se resalta el carácter holístico del modelo. De acuerdo con Blomhøj y Jensen (2006), el progreso de una competencia puede ser caracterizado (en cierto sentido graduado), de acuerdo a tres aspectos:

- 1) Nivel técnico, relativo al tipo de matemáticas que usan y qué tan flexibles son en su uso.
- 2) Radio de acción, según el dominio de situaciones en las que los estudiantes pueden usar esa competencia.
- 3) Grado de cobertura, según con qué parte del modelado están trabajando los estudiantes y el nivel de las reflexiones.

Entre las características planteadas para ser una buena tarea se encuentran las siguientes:

- 1. Que pueda ser reconocida y comprendida por los estudiantes. Es decir, que el alumno sea capaz de dar sentido a la tarea y de dar su propia formulación del problema o, en otras palabras, construir un modelo de situación de la tarea.
- 2. Ofrece un desafío apropiado para que los estudiantes trabajen independientemente del apoyo del maestro con (algunas partes) del ciclo de modelado.
- 3. Es auténtico o incluye datos auténticos. Lo que significa que el problema es relevante en algunas situaciones reales fuera del contexto escolar y, por lo tanto, está abierto para el uso de las experiencias de los estudiantes y para la recopilación de información o datos de otras fuentes.
- 4. Se abre para obtener resultados de modelado interesantes. Demostrar que los modelos matemáticos pueden agregar significado a la situación y proporcionar nuevos conocimientos sobre el problema.
- 5. Se abre a la crítica del modelo y / o la forma en que los resultados del modelo son o pueden usarse.
- 6. Conduce a actividades que son en cierto sentido representativas de un tipo particular de situaciones de modelado.
- 7. Desafiar a los estudiantes de manera apropiada a trabajar con conceptos y métodos que sean relevantes para su aprendizaje matemático. (Blomhøj & Jensen, 2006, 167).

Ésta puede considerarse una guía para el diseño de actividades de modelación y para una planeación didáctica.

### **2.3. Programa de estudios: la postura institucional**

Si bien es importante una postura teórica al respecto de la modelación, también lo es el referente institucional del contexto: los planes y programas de estudio de la educación secundaria en

México. Ésta es necesaria, pues se piensa que esta secuencia y *app* de RA pueda ser usada en la escuela secundaria para el tema de función lineal, atendiendo los requerimientos del programa de estudios.

Según la SEP (2017), se le denomina Pensamiento matemático a la forma de razonar propia de los matemáticos profesionales enfocada a:

...resolver problemas provenientes de diversos contextos, ya sea que surjan en la vida diaria, en las ciencias o en las propias matemáticas. Este pensamiento, a menudo de naturaleza lógica, analítica y cuantitativa, también involucra el uso de estrategias no convencionales, por lo que la metáfora pensar “fuera de la caja”, que implica un razonamiento divergente, novedoso o creativo, puede ser una buena aproximación al pensamiento matemático (p. 158).

Se concibe como una forma de razonamiento estructurada pero que a la vez presenta tintes de creatividad para enfrentar la resolución de problemas.

Los propósitos generales de la educación básica en México son los siguientes:

1. Concebir las matemáticas como una construcción social en donde se formulan y argumentan hechos y procedimientos matemáticos.
2. Adquirir actitudes positivas y críticas hacia las matemáticas: desarrollar confianza en sus propias capacidades y perseverancia al enfrentarse a problemas; disposición para el trabajo colaborativo y autónomo; curiosidad e interés por emprender procesos de búsqueda en la resolución de problemas.
3. Desarrollar habilidades que les permitan plantear y resolver problemas usando herramientas matemáticas, tomar decisiones y enfrentar situaciones no rutinarias (SEP, 2017, p. 161).

Los propósitos específicos para la educación secundaria en México, para el área de matemáticas son los siguientes:

1. Utilizar de manera flexible la estimación, el cálculo mental y el cálculo escrito en las operaciones con números enteros, fraccionarios y decimales positivos y negativos.
2. Perfeccionar las técnicas para calcular valores faltantes en problemas de proporcionalidad y cálculo de porcentajes.
3. Resolver problemas que impliquen el uso de ecuaciones hasta de segundo grado.
4. *Modelar situaciones de variación lineal, cuadrática y de proporcionalidad inversa; y definir patrones mediante expresiones algebraicas.*
5. Razonar deductivamente al identificar y usar las propiedades de triángulos, cuadriláteros y polígonos regulares, y del círculo. Asimismo, a partir del análisis de casos particulares, generalizar los procedimientos para calcular perímetros, áreas y volúmenes de diferentes figuras y cuerpos, y justificar las fórmulas para calcularlos.
6. Expresar e interpretar medidas con distintos tipos de unidad, y utilizar herramientas como el teorema de Pitágoras, la semejanza y las razones trigonométricas, para estimar y calcular longitudes.
7. Elegir la forma de organización y representación —tabular, algebraica o gráfica— más adecuada para comunicar información matemática.
8. Conocer las medidas de tendencia central y decidir cuándo y cómo aplicarlas en el análisis de datos y la resolución de problemas.

9. Calcular la probabilidad clásica y frecuencial de eventos simples y mutuamente excluyentes en experimentos aleatorios. (SEP, 2017, p. 162)

Marcamos el propósito cuatro, toda vez que va ligado al propósito de este trabajo.

El enfoque pedagógico es planteado desde la resolución de problemas con dos matices: el uso de la resolución de problemas y el fomento al gusto por el trabajo matemático.

*La autenticidad de los contextos* es crucial para que la resolución de problemas se convierta en una práctica más allá de la clase de matemáticas. Los fenómenos de las ciencias naturales o sociales, algunas cuestiones de la vida cotidiana y de las matemáticas mismas, así como determinadas situaciones lúdicas pueden ser contextos auténticos, pues con base en ellos es posible formular problemas significativos para los estudiantes. Una de las condiciones para que un problema resulte significativo es que represente un reto que el estudiante pueda hacer suyo, lo cual está relacionado con su edad y nivel escolar.

Se plantea a su vez en la dosificación de contenidos, la siguiente distribución de aprendizajes esperados para primero, segundo y tercer año:

- Analiza y compara situaciones de **variación lineal** a partir de sus representaciones tabular, gráfica y algebraica. Interpreta y resuelve problemas que se modelan con estos tipos de variación.
- Analiza y compara situaciones de variación lineal y proporcionalidad inversa, a partir de sus representaciones tabular, gráfica y algebraica. Interpreta y resuelve problemas que se modelan con este tipo de variación, incluyendo fenómenos de la física y otros contextos.
- Analiza y compara diversos tipos de variación a partir de sus representaciones tabular, gráfica y algebraica, que resultan de modelar situaciones y fenómenos de la física y de otros contextos. (SEP, 2017, p. 175).

Vemos también que en las Orientaciones didácticas para el tema de funciones se plantean lineamientos generales del tratamiento en clase:

- Comparación de distintos tipos de variación lineal y la razón de cambio. Entender su naturaleza de este tipo de variación a través del estudio de situaciones en las que los objetos se mueven a velocidad constante y su contraste con fenómenos que no son lineales, se propone a trabajen en la representación tabular y gráfica (SEP, 2017)
- Relación de la razón de cambio con la inclinación de la recta. Así como usar la razón de cambio y ordenada al origen para la interpretación de los parámetros de  $y=mx+b$  (SEP, 2017).

## 2.4. Teoría de Representaciones Semióticas (TRRSS)

En este apartado rescatamos algunos conceptos de la TRRSS que servirán más adelante para hacer un análisis de la RA como un sistema de representación dinámico. El propósito es tener una caracterización de la misma en términos de las representaciones.

Según Duval (2006), la actividad matemática se realiza necesariamente en un “contexto de representación” donde los estudiantes deberían ser capaces de reconocer el mismo objeto

matemático de conocimiento en otros contextos de representación y usarlos. Los contextos de representación usados en la actividad matemática son necesariamente semióticos y tener en cuenta la naturaleza semiótica de las mismas implica considerar tanto las formas en que se utilizan como los requisitos cognitivos que involucran.

Duval (2006) llama *semiosis* y *noesis* a los actos cognitivos como la aprehensión conceptual de un objeto, la discriminación de una diferencia o la comprensión de una inferencia. La *semiosis* es la actividad ligada a la producción de representaciones, que depende de los signos que forman parte del sistema utilizado para generarlas y llama *noesis* a la actividad ligada a la aprehensión conceptual de los objetos representados incluyendo las diferentes actividades y procesos cognitivos desarrollados por el sujeto.

Según Duval (2006) existen por lo menos dos características de la acción cognitiva involucrada en las habilidades matemáticas:

- Diversos registros de representación semiótica.
- Que los objetos de conocimiento no son accesibles físicamente a través de evidencias sensoriales directas o mediante el uso de instrumentos. Es decir, que los objetos matemáticos son accesibles sólo mediante signos y representaciones semióticas.

Entre los registros que usualmente se incorporan están los siguientes:

*Registro gráfico.* Contempla la representación de funciones lineales en un sistema de coordenadas.

*Registro algebraico.* La matemática se apoya en un lenguaje simbólico formal, a veces denominado algebraico, que sigue una serie de convenciones propias. Los símbolos algebraicos pueden considerarse objetos con valor propio y representan un concepto, una operación, una entidad matemática según ciertas reglas.

*Registro verbal:* contempla elementos de la lengua natural para representar entes matemáticos, situaciones matemáticas, etcétera.

*Registro tabular:* lo componen tablas de datos que en su conjunto permiten observar la cuantificación de una situación en la que se involucra la funciones.



## CAPÍTULO III. METODOLOGÍA

En este capítulo se presenta el enfoque que tuvo la investigación, el tipo de investigación, la población y muestra objeto de estudio, describimos por etapas el procedimiento utilizado para el diseño de las actividades e implementación y las características del software. Explicamos los pasos para lograr los objetivos propuestos, ya que como Kaplan (1973, citado en Cohen, Manion & Morrison, 2007) sugiere “el objetivo de la metodología es que nos ayude a entender, en los más amplios términos, no los productos de la investigación científica, sino el proceso en sí”. (Pág. 47).

### 3.1. Enfoque de investigación

El enfoque de la investigación es de corte cualitativo ya que buscamos comprender cómo los estudiantes asimilan el objeto de estudio “función lineal” apoyados del software como herramienta para luego extraer información detallada, las cuales no serán cuantificadas.

Hernández, Fernández y Baptista (2014) expresan que este enfoque tiene como objetivo “describir, comprender e interpretar los fenómenos, a través de las percepciones y significados producidos por las experiencias de los participantes” (p. 11). Otro aspecto por el que consideramos adecuado este enfoque es porque es del tipo aplicado, dado que se centra en realizar una propuesta para dar solución a la falta de secuencias de aprendizaje/sistemas RA eficientes que favorezcan los aprendizajes esperados en los estudiantes en la escuela secundaria, en particular los relativos al tema de función lineal.

### 3.2. Tipo de investigación

Para realizar la investigación, el método a utilizar será el de **experimentación** con un grupo incidental. Una vez identificados los requerimientos y lineamientos del plan de estudios SEP (2017), éstos se tendrán en cuenta y constituyen la base para el diseño de la secuencia de aprendizaje. Una vez experimentada, los resultados se contrastarán con los objetivos planeados en el diseño de la secuencia.

### 3.3. Población

Este diseño didáctico que involucra tecnología es desarrollado para ser incorporado en un futuro a las aulas de matemáticas de primer año de la escuela secundaria mexicana. Dadas las condiciones de confinamiento provocadas por el Covid-19 y la naturaleza de la aplicación creada se optó por experimentar con tres estudiantes de manera presencial.

Los tres estudiantes participantes en la investigación tienen 12 años y cursan el primer año en la Escuela Secundaria General # 3 Humberto Campos Varela ubicada en la Avenida

Tecnológico y calle Lago Azul en el municipio Nogales, Sonora, una de las más populares de la localidad. Dicha institución cuenta con el turno matutino y vespertino. La infraestructura de la secundaria cuenta con lo siguiente: dirección y subdirección, área administrativa con computadoras e internet, área de trabajo social, sala de maestros, aula de medios con computadoras.

La docente encargada de impartirles matemática a los participantes, a pesar de no conocer cómo trabajan sus estudiantes de manera individual debido a que las clases habían sido en línea hasta el momento de la aplicación, caracteriza al grupo como estudiantes capaces de realizar tareas específicas, saben leer con fluidez, comprender lo que leen, redactar y escribir. Asimismo, resuelven problemas buscando la forma más fácil y adecuada a la situación. El ritmo de aprendizaje del grupo es el adecuado para avanzar con los contenidos que marca el programa de estudios.

Para referirnos a los estudiantes empleamos las iniciales de sus nombres y apellidos, en el estudio no es relevante qué estudiante genera el error, la intención es detectar cómo los estudiantes construyen su conocimiento apoyados en una herramienta tecnológica.

### **3.4. Análisis inicial de la investigación**

En la fase inicial de la investigación seleccionamos el tema que sería objeto de estudio, seguidamente realizamos una revisión bibliográfica donde consultamos diversos documentos, los cuales nos aportaron ciertas características que debe tener el proceso enseñanza - aprendizaje de los estudiantes al estudiar el tema de función lineal; así como propuestas sobre ideas para hacerles llegar este contenido a los estudiantes, las cuales plantean trabajar la visualización, sistemas de representación y la modelación con el uso de la tecnología.

Atendiendo las ideas antes mencionadas recurrimos al currículo propuesto por la SEP (2017) para analizar sus orientaciones metodológicas, lineamientos y sus consideraciones sobre el uso de la tecnología dentro de la clase de matemáticas. Lo anteriormente planteado nos permitió establecer la problemática y problema de la investigación.

### **3.5. El diseño de la secuencia**

Se creó una secuencia de actividades con la que nos proponemos describir cómo los estudiantes construyen su propio conocimiento matemático; para ello, utilizamos el modelado educativo propuesto por Blomhøj & Jensen (2006). Para la formulación de la secuencia tuvimos presentes los lineamientos propuestos por la SEP (2017) al abordar este tema:

- Comparación de distintos tipos de variación lineal y la razón de cambio.
- Entender su naturaleza de este tipo de variación a través del estudio de situaciones en las que los objetos se mueven a velocidad constante.

- Se propone que trabajen en la representación tabular y gráfica.
- Relación de la razón de cambio con la inclinación de la recta.
- Así como usar la razón de cambio y ordenada al origen para la interpretación de los parámetros de  $y=mx+b$ .

Tomando en cuenta el criterio de docentes, los lineamientos antes planteados por la SEP (2017), las orientaciones metodológicas para el tema funciones, y como se reconoce la importancia que tiene el uso de las herramientas tecnológicas, decidimos elaborar una secuencia de actividades en las cuales el estudiante se deberá apoyar de una aplicación que utilizará como herramienta para dar solución.

Al ver el tema funciones lineales en primer año de secundaria se espera que los estudiantes analicen y comparen situaciones de variación lineal a partir de sus representaciones tabular, gráfica y algebraica, así como que interprete y resuelva problemas que se modelan con estos tipos de variación. La Tabla 1 muestra los ítems que conforman esta secuencia de actividades y el objetivo con el que propusimos cada uno atendiendo los lineamientos propuestos por la SEP (2017) y el ciclo de modelación de Blomhøj & Jensen (2006).

*Tabla 1.* Propuesta y objetivos de los ítems para la secuencia de actividades

Ítems	Objetivo / Intención
a) Tomando en cuenta la situación descrita del problema propuesto vamos a introducir los datos correspondientes a cada automóvil y la distancia a recorrer. Apoyados en lo que observaron en sus teléfonos, ¿cuál es el automóvil ganador?, ¿por qué?	<p>Observar la situación modelada para determinar el automóvil ganador.</p> <p>En este ítem pretendemos trabajar la visualización para potenciar el aprendizaje y poder dirigir al estudiante a que perciba las características de la situación formulada.</p>
b) ¿Cómo son representados en la pantalla de sus teléfonos los datos de la carrera realizada por ambos automóviles?	<p>Identificar los tipos de representaciones que el software muestra al modelar la situación.</p> <p>En este ítem buscamos que el estudiante se percate que una situación como la que les proponemos inicialmente puede ser matematizada.</p>
c) Determina la distancia del automóvil rojo a los 3 segundos observando el recorrido que describe el software.	<p>Identificar a través de alguna representación (gráfica – tabular) la información que nos brindan las representaciones anteriormente mencionadas.</p> <p>Buscamos que el estudiante use métodos (<b>interpretación</b>) donde a través de la gráfica o tabla puedan determinar la distancia que había recorrido el automóvil al transcurrir dicho tiempo.</p>

<p>d) ¿Qué variables o magnitudes van a representar los datos?</p>	<p>Identificar las variables con las que se trabaja en la actividad propuesta.</p> <p>Proponemos el ítem para inducir al estudiante a observar que existe una relación entre ambas magnitudes.</p>
<p>e) atendiendo al trayecto descrito por el automóvil rojo qué distancia había recorrido a los:      ___0 segundos ___1 segundo      ___2 segundos ___3 segundos</p> <p>¿En cuánto aumenta la distancia por cada segundo transcurrido?</p>	<p>Identificar a través de alguna representación (gráfica – tabular) información que nos brinda las representaciones anteriormente mencionadas.</p> <p>Buscamos mediante el ítem que el estudiante identifique, a través de la interpretación grafica o tabular, la distancia recorrida por cada segundo y use métodos (<b>comparación, multiplicación, resta</b>) para llegar a la conclusión de que aumenta constantemente por cada segundo, es decir, que los autos llevan una velocidad constante.</p>
<p>f) El automóvil rojo saldrá desde el inicio de la pista y realiza el trayecto en 6 segundos y este le da 20 metros de ventaja al automóvil amarillo y realiza la carrera en el 7 segundo ¿sin el uso del software determina qué automóvil sería el ganador y por qué?</p>	<p>Resolver problemas que correspondan a gráficas que representen situaciones de variación lineal.</p> <p>El propósito del ítem es que los estudiantes (sin utilizar el software) analicen la situación propuesta y usen métodos matemáticos para determinar el automóvil ganador.</p>
<p>f.1)Teniendo en cuenta la propuesta antes planteada construye manualmente una gráfica que represente dicha situación.</p>	<p>Construir gráfico correspondiente a una función lineal dada una situación.</p> <p>Buscamos con el ítem que el estudiante matematice la situación propuesta.</p>
<p>f.2)Para validar la respuesta anterior vamos a simular la carrera utilizando el software. En caso de no haber seleccionado correctamente el coche ganador explica por qué tu pronóstico no fue correcto.</p>	<p>Resolver problemas a través del software donde se modela una situación en las que los objetos se mueven a velocidad constante.</p> <p>Con la propuesta del ítem buscamos que el estudiante compruebe si el método matemático utilizado y el subproceso de matematización fueron correctos o incorrectos y, de ser así, utilice un nuevo método matemático.</p>
<p>g) Utilizando el software realiza una simulación donde el automóvil amarillo gane si ambos automóviles salen del inicio de la pista y el rojo</p>	<p>Resolver problemas a través del software donde se modela una situación en las que los objetos se mueven a velocidad constante.</p> <p>En el ítem se busca que el estudiante, atendiendo</p>

pasa por la meta a los 8 segundos.	a la propuesta del ítem, establezca la relación que existe entre distancia - tiempo y utilizando el software matematice la situación.
h) Utilizando el software realiza una simulación donde el automóvil amarillo gane si el coche rojo sale desde el inicio de la pista y pasa por la meta a los 7 segundos, pero el amarillo tiene 20 metros de ventaja. ¿A qué conclusiones puedes llegar?	Resolver problemas a través del software donde se modela una situación en las que los objetos se mueven a velocidad constante.  En el ítem se busca que el estudiante, atendiendo la propuesta del ítem, establezca la relación que existe entre las posiciones (distancias) - tiempo y utilizando el software matematice la situación.
i) Si el automóvil rojo parte desde el inicio de la pista y recorre los 200 metros en 7 segundos y el automóvil amarillo tiene 10 metros de ventaja y pasa por la meta a los 7 segundos de carrera, llegando al mismo tiempo. ¿Cómo eran las velocidades de ambos automóviles? ¿Cómo se refleja en la gráfica?	Resolver problemas a través del software donde se modela una situación en las que los objetos se mueven a velocidad constante. Relacionar la inclinación de la recta con la noción de razón de cambio.  En el ítem se busca que el estudiante, atendiendo la propuesta del ítem, matematice utilizando el software y establezca una comparación entre las velocidades conociendo las posiciones (distancias) – tiempo. Utilizando métodos matemáticos determine la relación que existe entre la inclinación de la recta.

### 3.6. Validación por expertos del instrumento

Debido al confinamiento causado por el COVID 19 no consideramos hacer un pilotaje antes de la aplicación final porque no tuvimos la posibilidad de contar con un grupo numeroso de estudiantes. Sin embargo, optamos por una validación del instrumento por medio de la opinión de expertos; para ello, se enviaron los instrumentos a docentes que tuvieran experiencia en la asignatura y del trabajo con herramientas tecnológicas dentro de la clase. Se contó con la participación de tres docentes, los cuales hicieron sugerencias sobre la manera en que se realizaría la actividad, secuencia de actividad y el software. Las sugerencias realizadas fueron consideradas en el diseño final de la secuencia de actividades, las realizadas al software se tendrán en cuenta para la última actualización de éste.

Las recomendaciones obtenidas por parte de los docentes para las instrucciones de la secuencia de actividades fueron:

- Especificar que todos los parámetros deben estar llenos, indicándoles que la posición de los automóviles si parten desde el inicio de la pista es cero.

- Proporcionar la dirección donde la imagen de la gráfica es guardada.
- Luego de concluir cada simulación y realizar una nueva se deben reiniciar los datos de la anterior simulación debido a que se superponen en la gráfica, tabla y podría confundir a los estudiantes.

Para la validación de la secuencia de actividades, la Tabla 2 muestra los lineamientos que son atendidos según los docentes.

Tabla 2. Lineamientos que se promueven con la secuencia de actividad

Maestro 1	Maestro 2	Maestro 3
Comparación de distintos tipos de variación lineal y la razón de cambio.	Comparación de distintos tipos de variación lineal y la razón de cambio.	Comparación de distintos tipos de variación lineal y la razón de cambio.
Entender la naturaleza de este tipo de variación a través del estudio de situaciones en las que los objetos se mueven a velocidad constante.	Entender la naturaleza de este tipo de variación a través del estudio de situaciones en las que los objetos se mueven a velocidad constante.	Entender la naturaleza de este tipo de variación a través del estudio de situaciones en las que los objetos se mueven a velocidad constante.
Se propone que trabajen en la representación tabular y gráfica.	Se propone que trabajen en la representación tabular y gráfica.	Así como usar la razón de cambio y ordenada al origen para la interpretación de los parámetros de $y=mx+b$ .
	Relación de la razón de cambio con la inclinación de la recta.	

Asimismo, siguiendo con los datos obtenidos por parte de los profesores participantes, con el objetivo de mejorar el alcance del aprendizaje esperado con la secuencia de actividades los docentes sugirieron:

- Enfatizar más en la distancia que recorre por segundo.
- Analizar cómo se modifica la razón de cambio de acuerdo con variaciones entre la distancia recorrida y el tiempo utilizado.
- Preguntas donde se tenga que interpretar la gráfica para contestar preguntas de carácter de razonamiento.
- En el instrumento didáctico se toma mucho la parte de la RA y como se observa quien llega a la meta primero y te ponen los valores, no creo que se haga mucha conexión con lo tabular o gráfico, quizás cambiar algo para que se pueda trabajar más con estas representaciones (gráfica y tabular).

- Crear un poco más de conexión entre la app, la representación tabular y la gráfica, ya que la *app* te hace ver muy rápido quien llegará primero y con eso quita algo de interacción entre las otras representaciones.

Para atender la redacción de las preguntas en la secuencia de actividades los docentes propusieron:

- En el ítem f podría resultar confuso utilizar “Piloto ganador” y luego preguntar por “auto ganador”.
- En el ítem f considero que estaría mejor indicar que no se use el software si se quiere hacer la comparación en el ítem f.2 ya que en un principio el punto f lo pensé hacer con el software. Fue hasta que leí el punto f.2 que entendí que era por razonamiento el inciso f o ésa fue mi interpretación.
- En el ítem f.1 no sabía si tenía que ser manual o usando la aplicación. Por ser más rápido use la *app*.
- El ítem b es algo confuso, porque no entiendo si los datos que puse, los de la gráfica o los que aparecen en el trayecto de los automóviles, también a qué se refiere en cómo son representados.
- En el ítem f podría para ponerles a pensar un poquito, sin indicarles quién será el ganador y perdedor y que ellos concluyan quién fue el ganador y perdedor, o no sé si esté mal planteada la pregunta.

Atendiendo **la interacción de los estudiantes con el software**, a los expertos les pareció adecuada debido a que se debe estar usando como herramienta para responder a los ítems. Consideran que es muy fácil de manejar y de interpretar. Para mejorar esta interacción se planteó de esencial el botón de ayuda donde se puedan aclarar posibles dudas, es un plus que muestre las instrucciones para los nuevos usuarios.

**La validación del software se realizó** utilizando la versión corta (Short versión UEQ-S) del cuestionario de medición de experiencia de uso de productos interactivos. Disponible en: <https://www.ueq-online.org/>

La Tabla 3 muestra el criterio sobre el software, para ello contamos con la valoración de los tres docentes luego de manipular dicha herramienta. Con esta graduación se evaluaron veintiséis aspectos, como se refleja a continuación en la Tabla 3.

Tabla 3. Criterios de docentes sobre el software

	Maestro 1							Maestro 2							Maestro 3							
Desagradable	1	2	3	4	5	6	7	1	2	3	4	5	6	7	1	2	3	4	5	6	7	Agradable
No	1	2	3	4	5	6	7	1	2	3	4	5	6	7	1	2	3	4	5	6	7	Entendible

entendible																						
Creativo	1	2	3	4	5	6	7	1	2	3	4	5	6	7	1	2	3	4	5	6	7	Sin imaginación
Fácil de aprender	1	2	3	4	5	6	7	1	2	3	4	5	6	7	1	2	3	4	5	6	7	Difícil de aprender
Valioso	1	2	3	4	5	6	7	1	2	3	4	5	6	7	1	2	3	4	5	6	7	De poco valor
Aburrido	1	2	3	4	5	6	7	1	2	3	4	5	6	7	1	2	3	4	5	6	7	Emocionante
No interesante	1	2	3	4	5	6	7	1	2	3	4	5	6	7	1	2	3	4	5	6	7	Interesante
Impredecible	1	2	3	4	5	6	7	1	2	3	4	5	6	7	1	2	3	4	5	6	7	Predecible
Rápido	1	2	3	4	5	6	7	1	2	3	4	5	6	7	1	2	3	4	5	6	7	Lento
Original	1	2	3	4	5	6	7	1	2	3	4	5	6	7	1	2	3	4	5	6	7	Convencional
Obstructivo	1	2	3	4	5	6	7	1	2	3	4	5	6	7	1	2	3	4	5	6	7	Impulsor de apoyo
Bueno	1	2	3	4	5	6	7	1	2	3	4	5	6	7	1	2	3	4	5	6	7	Malo
Complicado	1	2	3	4	5	6	7	1	2	3	4	5	6	7	1	2	3	4	5	6	7	Fácil
Repeler	1	2	3	4	5	6	7	1	2	3	4	5	6	7	1	2	3	4	5	6	7	Atraer
Convencional	1	2	3	4	5	6	7	1	2	3	4	5	6	7	1	2	3	4	5	6	7	Novedoso
Incómodo	1	2	3	4	5	6	7	1	2	3	4	5	6	7	1	2	3	4	5	6	7	Cómodo
Seguro	1	2	3	4	5	6	7	1	2	3	4	5	6	7	1	2	3	4	5	6	7	Inseguro
Activante	1	2	3	4	5	6	7	1	2	3	4	5	6	7	1	2	3	4	5	6	7	Adormecedor
Cubre expectativas	1	2	3	4	5	6	7	1	2	3	4	5	6	7	1	2	3	4	5	6	7	No cubre expectativas
Ineficiente	1	2	3	4	5	6	7	1	2	3	4	5	6	7	1	2	3	4	5	6	7	Eficiente
Claro	1	2	3	4	5	6	7	1	2	3	4	5	6	7	1	2	3	4	5	6	7	Confuso
No	1	2	3	4	5	6	7	1	2	3	4	5	6	7	1	2	3	4	5	6	7	Pragmático







Figura 6. Introducción de datos

Estos datos se corresponden con la distancia total recorrida, tiempo y posición que usarán los vehículos amarillo y rojo respectivamente. En la Figura 7 se puede apreciar la simulación de ambos vehículos.



Figura 7. Vehículos

El prototipo tiene el aspecto presentado en la Figura 8:

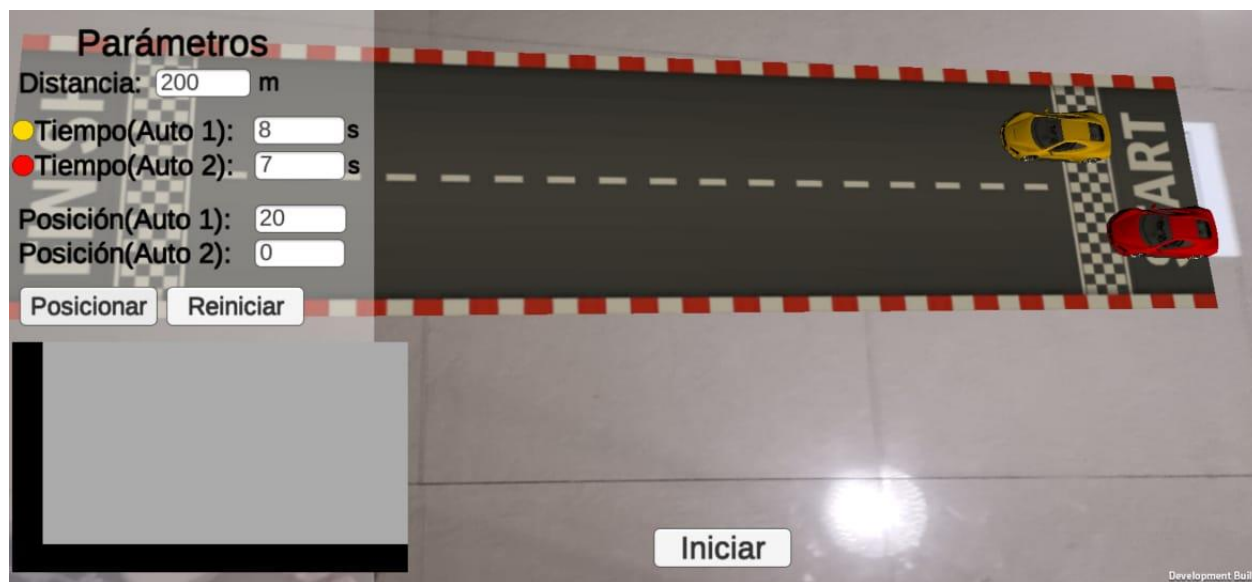


Figura 8. Ejecución de la aplicación

Conforme los autos van avanzando, la aplicación despliega carteles flotantes con el tiempo y distancia hasta ese punto.

En una prueba a la aplicación se pudo detectar que tenía cierta deficiencia en su manipulación, por lo que se recomendó que en las funcionalidades a implementar debía estar un botón de reinicio para no tener que salir de la aplicación a la pantalla principal; así como la configuración de la resolución de la pantalla para poder observar la tabla y gráfica y una casilla de entrada más que sería para configurar una “ventaja” para uno de los vehículos y así poder introducir la idea de ordenada al origen.

### 3.8. Implementación

La implementación se realizó en cuatro momentos donde los estudiantes se relacionaron e interactuaron con aplicaciones que utilizan la RA.

#### Momento 1

Para que los estudiantes se familiarizaran con la RA instalaron desde la Play Store una aplicación sobre el Sistema Solar (<https://play.google.com/store/apps/details?id=com.digitalab>), donde entregamos un marcador y observaron datos de los planetas como el diámetro, distancia al Sol, período de rotación y traslación. El principal objetivo fue que observaran de qué trata esta tecnología y cómo usarla. Consideramos unos 10 minutos para la actividad.

#### Momento 2

Para poner en práctica los instrumentos de la secuencia de actividades se describió la situación y el objetivo de la actividad. Se realizó una demostración sobre su funcionamiento y se les proporcionó otro marcador y la aplicación a instalar en sus teléfonos, el cual debe tener el sistema

operativo Android. Uno de los participantes no contaba con ningún dispositivo que tuviera los requisitos necesarios, por lo que se le entregó un dispositivo con el cual realizó las actividades. Seguido, los estudiantes manipularon la aplicación, para familiarizarse y aclarar dudas respecto al uso de la aplicación.

Esta etapa de capacitación fue de 20 minutos, en los que se les explicó de manera oral:

- La manera de introducir los datos (ningún espacio debe quedar sin asignar un valor numérico), en qué unidad de medidas están expresadas las magnitudes.
- Que la aplicación guarda la imagen de la gráfica en la siguiente dirección: Almacenamiento interno/ Android/ data/ com.EduarCompany. ProyectoCarro/ files/
- Para realizar cada simulación, es necesario antes reiniciar porque, de lo contrario, se superponen los datos de la simulación realizada previamente.
- El software al graficar tiene un cero donde intersecan ambos ejes (x, y) pero también tiene otro cero en el eje x.

### Momento 3

Se realizó en 60 min aproximadamente. Se les entregó una carpeta con una presentación y una hoja explicando cuáles eran los propósitos de la actividad y otra cuartilla con las actividades propuestas. Se les explicó que la actividad se podía desarrollar de manera grupal para darle solución. Al final, entregaron su informe escrito.

### Momento 4

Luego de la entrega se analizó en un tiempo de aproximadamente 30 min de manera grupal y oral las respuestas que obtuvieron. Se tomó evidencia de sus planteamientos a través de una grabación (vídeo) que luego fue analizado y sirvió para observar cómo los estudiantes formularon sus respuestas.

## 3.9. Validación de los instrumentos

Para validar la secuencia de actividades y el ciclo de modelación propuesto por (Blomhøj & Jensen, 2006) creamos dos herramientas en las que se consideraron los lineamientos propuestos por la SEP (2017) y lo planteado en cada subproceso del ciclo de modelación.

La Tabla 4 muestra los aspectos que se tuvieron en cuenta para validar la secuencia de actividades. En ella se indica el ítem al cual se hace referencia, el propósito y se deja una columna para poner la evidencia de las acciones de los estudiantes.

Tabla 4. Validación de la secuencia de actividades

Ítems	Propósito de la actividad	Evidencia de los estudiantes
-------	---------------------------	------------------------------

a	A través de la visualización gráfica, tabular o simulación creada por el software los estudiantes determinan el automóvil ganador.	
b	Logran identificar las representaciones: <ul style="list-style-type: none"> <li>• Tabular</li> <li>• Gráfica (marcas en el piso)</li> <li>• Textual (datos introducidos)</li> <li>• Manipulable</li> </ul>	
c	El estudiante al interpretar las representaciones identificadas escribe la distancia que le corresponde al tiempo.	
d	Los estudiantes identifican que las variables o magnitudes presentes en la actividad es la distancia (m) y el tiempo (s)	
e	Los estudiantes a través de la interpretación: <ul style="list-style-type: none"> <li>• Gráfica</li> <li>• Tabular</li> </ul> Identifican que: La distancia aumenta igualmente por cada segundo de recorrido. La distancia aumenta igualmente porque la velocidad es constante. Expresan el valor en el que aumenta la distancia por cada segundo transcurrido.	
f	Los estudiantes, al manipular el software cambiando el parámetro de posición (20 m) del coche perdedor, determinan el coche ganador. Automóvil rojo porque pasa por la meta en menor tiempo. Automóvil rojo porque tiene mayor velocidad.	
f.1	Los estudiantes van a graficar ambas carreras. Buscan dos puntos de coordenadas para representar ambas rectas. Toman en cuenta el punto coordenada de origen.	
f.2	Los estudiantes van a realizar la situación introduciendo los datos correspondientes del tiempo, distancia y posición. Posiblemente supongan que por recorrer menor distancia iba a ser el ganador, pero lo será el que recorre la distancia en menor tiempo.	
g	Los estudiantes van a manipular el software cambiando	

	<p>parámetros para darle solución a la actividad:</p> <p>Pueden llegar a la conclusión a través del análisis de las diferentes representaciones (tabular, gráfica o manipulando el software):</p> <p>A menor tiempo de recorrido llegan a la meta más rápido.</p> <p>Para que el auto perdedor gane debe superar la velocidad del auto ganador.</p> <p>Debe disminuir el tiempo en que recorre la distancia.</p>	
h	<p>Los estudiantes van a manipular el software cambiando parámetros para darle solución a la actividad:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Disminuir el tiempo del automóvil amarillo.</li> </ul> <p>Pueden llegar a la conclusión a través del análisis de las diferentes representaciones (tabular, gráfica o manipulando el software).</p>	
i	<p>El estudiante plantea que:</p> <p>La velocidad del coche rojo es mayor que la del amarillo.</p> <p>Se refleja en la inclinación de la recta. A mayor velocidad mayor inclinación tendrá la recta (pendiente).</p>	

En la Tabla 5 se presentan los aspectos que tuvimos en cuenta para validar el ciclo de modelado educativo de (Blomhøj & Jensen, 2006). Nuevamente, se deja una columna para que, con el análisis e interpretación de las producciones dadas por los estudiantes, se incluyan aquellas evidencias que permitan concluir la validez de cada subproceso del ciclo de modelado.

*Tabla 5. Validación del ciclo de modelación (Blomhøj & Jensen, 2006)*

<b>Subprocesos</b>	<b>Validación</b>	<b>Evidencia</b>
Formulación	<p>Actividad que oriente al estudiante a poner el foco de su atención en las características de una situación real.</p> <p>Es necesario que se vea en la situación, que se asuma a sí mismo en esa realidad.</p>	
Sistematización	<p>Características relevantes para lo que se analiza, elementos que después puedan ser matematizados.</p>	
Matematización	<p>Los estudiantes representan matemáticamente a través de una gráfica</p>	

		el recorrido de ambos automóviles. El estudiante percibe que la gráfica es un modelo lineal.	
Análisis del sistema matemático	del	Métodos matemáticos para lograr resultados y conocimientos matemáticos.	
Interpretación de resultados	de	Determinar si los estudiantes perciben el modelo lineal relacionando la inclinación de la recta con la velocidad.	
Validación		Los estudiantes son capaces de expresar una predicción de lo que va a suceder con base en lo que han visto de las actividades.	

## CAPÍTULO IV. ANÁLISIS Y RESULTADOS

En este capítulo se presenta el análisis del desarrollo de la implementación de la secuencia de actividades y se presentan los resultados obtenidos respecto al alcance de los objetivos educativos propuestos, así como la validación del ciclo de modelado. En este apartado recopilamos la información de las hojas de trabajo (contenidas en el Anexo 5).

### 4.1. Análisis de la implementación

Antes de implementar la secuencia de actividades ya los estudiantes participantes habían visto el tema de funciones por lo que no era un contenido nuevo para ellos. Se contempló llevar a cabo la implementación de la secuencia de actividades temprano, por la mañana, porque consideramos que es cuando el estudiante está menos agotado; pero por diferentes motivos no se pudo y se comenzó en el horario de 12:45 a 2:15 pm.

La etapa de familiarización Momento 1 y 2 nos tomó 20 minutos, consideramos que se cumplieron ambos momentos. Observamos que a los estudiantes por su reacción se les hizo muy interesante (RA) observar la combinación de una capa (en este caso la pista de carrera) y los automóviles sobre otra capa real (piso de la vivienda). Aquí recibimos la sugerencia de un estudiante de hacer captura de pantalla de las gráficas porque se le hacía muy largo el proceso de buscar la imagen guardada por el software.

Para el desarrollo del Momento 3 se les propuso que podían trabajar en grupo, pero los participantes no lo tuvieron en cuenta y decidieron trabajar de manera individual. Esta etapa tuvo una duración de 50 minutos aproximadamente. Para finalizar la actividad empleamos 20 min para analizar las respuestas de manera grupal, pudimos comprobar cómo la explicación de un estudiante puede lograr la comprensión del contenido por parte de otro estudiante. Creemos que estos momentos 3 y 4 se cumplieron ya que los estudiantes pudieron transitar por todos los subprocesos del ciclo de modelación, el software fue una herramienta fundamental para atender los lineamientos propuestos por la SEP (2017).

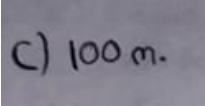
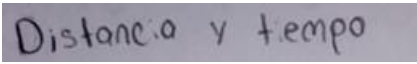
#### 4.1.1. Validación del alcance de los propósitos educativos

La Tabla 6 refleja los aspectos que se tuvieron presentes para validar los propósitos de la SEP (2017) para el tema de funciones. La columna de evidencias muestra transcripciones de las hojas de trabajo (Anexo 5) de los estudiantes también muestra imágenes de la respuesta.

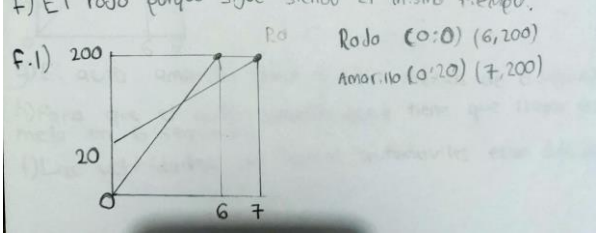
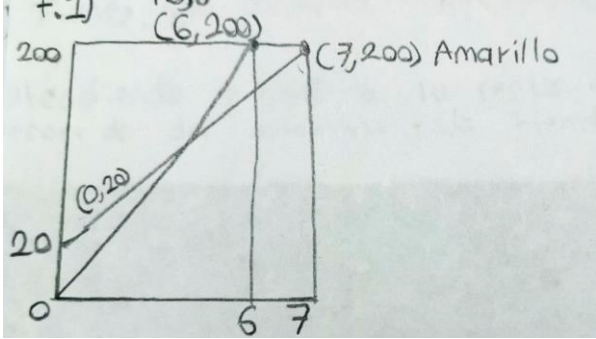

Tabla 6. Validación de los lineamientos

Ítems	Propósito de la actividad	Evidencia de los estudiantes
a	A través de la observación de la gráfica, tabla o software los estudiantes determinan el automóvil	<b>LVA:</b> El rojo porque llegó en menos tiempo a la meta.



	ganador.	<b>AQV:</b> El rojo porque lo recorrió en menos tiempo. <b>DOA:</b> El rojo porque llega a la meta en 6s.
<p><b>Análisis:</b> A través de las hojas de trabajo pudimos comprobar que los estudiantes dan la respuesta correcta.</p> <p>En el análisis del vídeo plantean que determinan el ganador mediante:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• la visualización de lo simulado por el software.</li> <li>• el automóvil rojo porque llevaba mayor velocidad.</li> </ul> <p>Consideramos que el propósito del ítem se logró atendiendo a las respuestas escritas y observadas en el video.</p>		
B	Logran identificar las representaciones: <ul style="list-style-type: none"> <li>• Tabular</li> <li>• Gráfica (marcas en el piso)</li> <li>• Textual (datos introducidos)</li> <li>• Manipulable</li> </ul>	<b>LVA:</b> En un gráfico y en una tabla. <b>AQV:</b> Con un gráfico y una tabla. <b>DOA:</b> Por una tabla y una gráfica.
<p><b>Análisis:</b> Los estudiantes a través de las hojas de trabajo identifican dos representaciones.</p> <p>En el video tenemos que los estudiantes en el momento de análisis de la actividad identifican que en el enunciado del ejercicio se reflejan datos como la distancia y tiempo.</p>		
c	El estudiante al interpretar las representaciones identificadas escribe la distancia que le corresponde al tiempo.	<b>LVA:</b> 100m <b>AQV:</b> 100m <b>DOA:</b> 100m 
<p><b>Análisis:</b> Los estudiantes a través de las hojas de trabajo al interpretar dan la respuesta correcta.</p> <p>En el vídeo obtuvimos que todos determinaron la respuesta a través de la tabla. El estudiante <b>LVA</b> explica que redondea el valor distancia.</p> <p>Al ser un ítem de respuesta abierta se les preguntó en el análisis de sus respuestas que si era la única forma de encontrar la distancia según el tiempo dado. El estudiante <b>LVA</b> explica que tanto la gráfica como la tabla reflejan la carrera realizada por un automóvil. Tanto el estudiante <b>LVA</b> y <b>AQV</b> señalaron que no se les hizo fácil poder identificar en el grafico la distancia que correspondía al tiempo dado.</p>		
d	Los estudiantes identifican que las variables o magnitudes presentes en la actividad es la distancia (m) y el tiempo (s)	<b>LVA:</b> Distancia y tiempo. <b>AQV:</b> Distancia y tiempo. <b>DOA:</b> Distancia y tiempo. 
<p><b>Análisis:</b> Los estudiantes a través de las hojas de trabajo, así como en el vídeo plantean que las</p>		

variables son distancia y tiempo.	
e	<p>Los estudiantes a través de la interpretación:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Gráfica</li> <li>• Tabular</li> </ul> <p>Identifica que:</p> <p>La distancia aumenta igualmente por cada segundo de recorrido.</p> <p>La distancia aumenta igualmente porque la velocidad es constante.</p> <p>Expresa el valor en el que aumenta la distancia por cada segundo transcurrido.</p>
	<p><b>LVA:</b> 0s-0m 1s-33.33m 2s-66.67m 3s-100m</p> <p>La distancia aumenta 33.33m por segundo.</p> <p><b>AQV:</b> 0s-0m 1s-33.33m 2s-66.67m 3s-100m</p> <p>La distancia aumenta 33.33m por segundo.</p> <p><b>DOA:</b> 0s-0m 1s-33.33m 2s-66.67m 3s-100m</p> <p>La distancia aumenta 33.33m por segundo.</p> <p style="text-align: center;"><b>33.33 m.</b></p>
<p><b>Análisis:</b> Los estudiantes a través de las hojas de trabajo dan la respuesta correcta.</p> <p>En el vídeo tenemos que logran identificar la distancia que le corresponde a cada tiempo interpretando la tabla, así como la distancia que aumenta por cada segundo.</p> <p>Igualmente, que en el ítem c señalaron que no podían interpretar en el grafico la distancia que correspondía a 1 segundo.</p>	
f	<p>Los estudiantes al manipular el software cambiando el parámetro de posición (20 m) del coche perdedor determinar el coche ganador.</p> <p>Automóvil rojo porque pasa por la meta en menor tiempo.</p> <p>Automóvil rojo porque tiene mayor velocidad.</p>
	<p><b>LVA:</b> El rojo porque aun así dura menos tiempo en llegar a la meta.</p> <p><b>AQV:</b> El rojo porque sigue siendo el mismo tiempo.</p> <p><b>DOA:</b> El rojo porque llega a la meta en 6s.</p>
<p><b>Análisis:</b> Dos de los estudiantes a través de las hojas de trabajo determinaron correctamente el auto ganador, el estudiante <b>AQV</b> al revisar la actividad vemos que en el vídeo dice que el automóvil rojo sigue ganando porque emplea un tiempo menor que el automóvil amarillo.</p> <p>El estudiante <b>LVA</b> plantea que las simulaciones antes realizadas le permitieron para obtener la respuesta.</p> <p>Aquí podemos percatarnos de que el uso de la simulación y software como herramienta permite a los estudiantes arribar a conclusiones.</p>	
f.1	<p>Los estudiantes van a graficar ambas carreras.</p> <p>Buscan dos puntos de coordenadas para representar ambas rectas.</p>
	<p><b>AQV:</b></p>

	<p>Toman en cuenta los puntos de coordenadas de origen.</p>	<p>f.) El rojo porque sigue siendo el mismo tiempo.</p>  <p>f.1) <math>(0,20)</math> <math>(6,200)</math> <math>(7,200)</math> Amarillo</p> <p><b>LVA:</b></p>  <p><b>DOA:</b> El estudiante no construyó la gráfica.</p>
<p><b>Análisis:</b> Podemos observar que dos estudiantes graficaron la situación propuesta y que a pesar de tener instrumentos de trazados no los utilizan correctamente.</p> <p>En la hoja de trabajo de <b>DOA</b> podemos ver que comienza a construir el gráfico, pero desiste. A través del vídeo podemos determinar que tiene dificultad al construir una gráfica que represente la situación planteada debido a que:</p>  <ul style="list-style-type: none"> <li>No puede determinar los puntos de coordenadas. El estudiante nos dice que sabe construir las dos rectas que coinciden en cero (<b>sistema de coordenadas</b>) pero no sabe por dónde debe pasar la recta y si va hacia arriba o abajo (<b>pendiente</b>).</li> </ul> <p>Considero que influyen las expectativas que tiene sobre el aprendizaje. Al concluir la actividad plantea que no le encuentra importancia o que le aporte conocimientos representar una carrera de automóviles en una gráfica.</p>		
<p>f.2</p>	<p>Los estudiantes van a realizar la actividad introduciendo los datos correspondientes del tiempo, distancia y posición.</p> <p>Posiblemente supongan que por recorrer menor distancia iba a ser el ganador, pero lo será el que recorre la distancia en menor tiempo.</p>	<p><b>LVA:</b> Rojo.  <b>AQV:</b> Rojo.  <b>DOR:</b> Rojo.</p>
<p><b>Análisis:</b> A través de las hojas de trabajo pudimos comprobar que los estudiantes dan la respuesta correcta.</p>		

g	<p>Los estudiantes van a manipular el software cambiando parámetros para darle solución a la actividad:</p> <p>Pueden llegar a la conclusión de que:</p> <p>El automóvil amarillo gana si realiza la carrera en un tiempo menor del tiempo que emplea el rojo para llegar a la meta.</p>	<p><b>LVA:</b> El auto amarillo gana si hace menos de 8 s</p> <p><b>AQV:</b> El auto amarillo gana si hace menos tiempo.</p> <p><b>DOA:</b> El amarillo si realiza el tiempo de 7s.</p>
<p><b>Análisis:</b> A través de las hojas de trabajo pudimos comprobar que los estudiantes dan la respuesta correcta. En el análisis del vídeo tenemos que la manipulación del software fue de gran ayuda. Los estudiantes <b>DOA</b> y <b>AQV</b> determinan el ganador mediante la manipulación del software.</p>		
h	<p>Los estudiantes van a manipular el software cambiando parámetros para darle solución a la actividad:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Disminuir el tiempo del automóvil amarillo.</li> </ul> <p>Pueden llegar a la conclusión a través del análisis de las diferentes representaciones (tabular, gráfica o manipulando el software):</p>	<p><b>LVA:</b> Para que el auto amarillo gane debe llegar a la meta en 6s.</p> <p><b>AQV:</b> Tiene que recorrer menor tiempo.</p> <p><b>DOA:</b> Tiene que recorrer en menos de 7s.</p>
<p><b>Análisis:</b> A través de las hojas de trabajo pudimos comprobar que los estudiantes dan la respuesta correcta, entiendo de la respuesta del estudiante <b>AQV</b> que debe recorrerlo en menor tiempo que automóvil rojo.</p>		
<p>En el análisis del vídeo tenemos que la estudiante <b>AQV</b> determina el ganador mediante la manipulación del software.</p>		
i	<p>El estudiante plantea que:</p> <p>La velocidad del coche rojo es mayor que la del amarillo.</p> <p>Se refleja en la inclinación de la recta. A mayor velocidad mayor inclinación tendrá la recta (pendiente).</p>	<p><b>LVA:</b> Las velocidades de ambos automóviles eran diferentes.</p> <p><b>AQV:</b> Atendiendo la gráfica la recta que describe el recorrido del automóvil rojo tiende a crecer.</p> <p><b>DOA:</b> Era más veloz el rojo porque el amarillo tenía más ventaja y llegaron en 7 segundos los dos.</p>
<p><b>Análisis:</b> Atendiendo a las hojas de trabajos podemos ver que el estudiante <b>LVA</b> no responde el ítem de manera completa. A través del vídeo justifica que al realizar la simulación observa que el automóvil rojo se mueve (velocidad) más rápido y plantea que se refleja en la gráfica con dos rectas que describen la carrera.</p>		
<p>El estudiante <b>AQV</b> de manera escrita no responde la primera interrogante, pero en el vídeo refleja que identifica al automóvil rojo como el que lleva mayor velocidad y su justificación es que comparó las distancias – tiempo y así determina que el de mayor distancia a recorrer tenía mayor velocidad porque llegaron en igual tiempo. En la segunda interrogante tenemos que logra identificar la relación que</p>		

existe entre la velocidad – inclinación de la recta, en su respuesta oral comenta que como el auto rojo llevaba mayor velocidad que el amarillo la recta que describe el recorrido del auto rojo se aleja del eje tiempo (eje de las X o abscisas).

El estudiante **DOA** identifica que un automóvil (rojo) tuvo mayor velocidad que en la carrera y al igual que la estudiante **LVA** plantea que se refleja a través de dos rectas en la gráfica.

Los estudiantes en el ítem logran identificar que los automóviles llevaban diferentes velocidades, pero no obtuvimos la respuesta esperada para la segunda interrogante debido al enfoque que tuvo.

Luego de la implementación y análisis de la secuencia de actividades, observamos que:

- Para darle solución a algunos ítems, el software a través de las simulaciones jugó un papel importante porque sus respuestas están fundamentadas en lo que pudieron observar en la pantalla de su dispositivo.
- Los estudiantes en los ítems donde debían interpretar gráficos o tablas eligieron únicamente la tabla. Al obtener el gráfico luego de la simulación se les hacía difícil determinar la distancia que le correspondía al tiempo ya que el valor no se representaba mientras que en la tabla era más fácil de determinar.
- Lograron a través del software identificar situaciones reales que siguen un modelo lineal.
- Fue de gran beneficio para la secuencia de actividades que el software pueda repetir la simulación las veces deseadas por el estudiante. Esto contribuyó para obtener respuestas correctas ya que en una primera simulación en diferentes ocasiones no pudieron llegar a conclusiones.
- Para la construcción del sistema de coordenadas los estudiantes teniendo los instrumentos de trazados no los utilizan correctamente. Al momento de realizar la revisión de la actividad en la pizarra igualmente contando con instrumentos de trazados no se utilizó. Esta representación gráfica de una función lineal podría traer confusiones.
- Los estudiantes determinaron la relación que existe entre las variables distancia tiempo y que ambas pueden ser representada a través de una tabla o gráfico mediante una línea recta por lo que podemos afirmar que con la actividad se promovieron aquellos aspectos de la función que el plan de estudio considera relevantes.

#### **4.1.2. Análisis de la Realidad Aumentada como un tipo de representación**

Se han señalado los diversos usos que se le ha dado a la Realidad Aumentada en la educación. Al ser éste un proyecto interdisciplinar entre la Matemática Educativa y las Ciencias de la Computación, se hace necesario evaluar la tecnología diseñada *ad hoc* para esta investigación, mediante el referente teórico provisto por la Teoría de Representaciones Semióticas, descrito en el capítulo 2 de esta investigación.

La RA es una tecnología que sobrepone información a la realidad a través de la pantalla de un dispositivo y nos permite interactuar en tiempo real con ella. En este caso, la aplicación diseñada superpondrá a una superficie un vehículo, permitiendo que el estudiante pueda interactuar con esta situación, además de que le permitirá acceder a información tabular y gráfica del suceso.

Asimismo, la idea de representación semiótica se vuelve relevante para explicar el papel que toma la integración en una tecnología de las diversas representaciones del objeto función lineal. En cierto sentido la pregunta es ¿de qué naturaleza es, en un sentido semiótico, la RA?

La información tabular y gráfica está en el sentido literal de sus nombres. En el caso de la capa de realidad aumentada tiene un aspecto como el mostrado en la Figura 2.

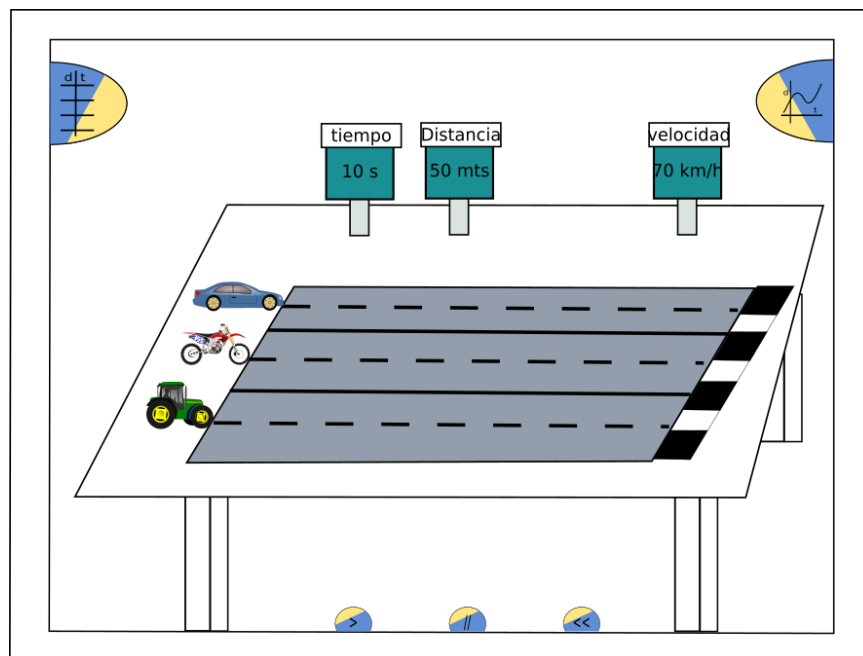


Figura 2. Boceto de la pantalla de la aplicación

Se puede apreciar que la representación es una simulación de la situación, a la par que tiene elementos integrados como la posición y tiempo. Por lo que no es puramente pictórico (o icónica) sino que a la vez es numérica. También es importante señalar su carácter dinámico.

En este sentido, se asumen también algunos elementos de la Teoría de Representaciones Semióticas para caracterizar el desempeño de la tecnología.

La representación gráfica presente, permite modelar la situación atendiendo a los aspectos de la forma de la variación, en el caso de las situaciones de velocidad constante, permite que en la interacción se construyan significados relativos a la relación que existe con la pendiente de la recta y la ordenada al origen. Aspectos que están marcados como objetivos del plan de estudios.

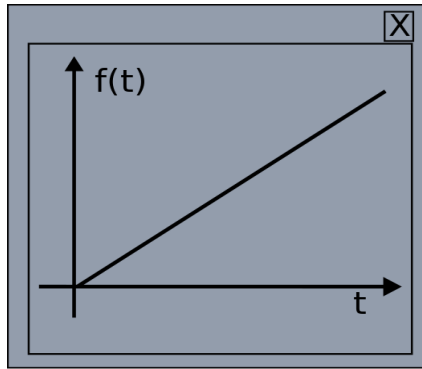


Figura 3. Ejemplo de representación gráfica

En el caso de la representación tabular atiende a la naturaleza numérica de la situación, permite cuantificar el cambio producido en la situación, en este caso, es importante para que estudiante pueda entender un aspecto fundamental para este tipo de situaciones: que a tiempos iguales se recorren distancias iguales. Esto también, como se ha señalado en el apartado de plan de estudios, es un objetivo perseguido.

	A	B	C
1	t	f(t)	
2	0.01	0.007	
3	0.02	0.014	
4	0.03	0.021	
5	0.04	0.028	
6	0.05	0.035	
7	0.06	0.042	
8	0.07	0.049	
9	0.08	0.056	
10	0.09	0.063	
11	0.1	0.07	
12	0.11	0.077	
13	0.12	0.084	
14	0.13	0.091	
15	0.14	0.098	
16			

Figura 4. Representación tabular

La RA integra elementos de las representaciones anteriores, pero tiene características que serán un foco en la investigación, como las siguientes:

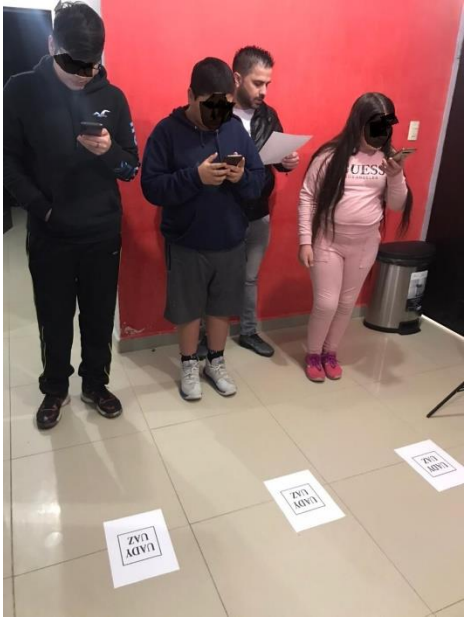
- Su carácter dinámico, a diferencia de otras tecnologías, presenta una simulación interactiva de una situación que es conocida y relevante para los estudiantes.
- Al ser un ambiente controlado, se puede repetir el experimento que se quiere modelar las veces que se quiera.
- Cómo la presencia de elementos de las otras representaciones afecta a esas otras.

### 4.1.3. Validación del ciclo de modelado


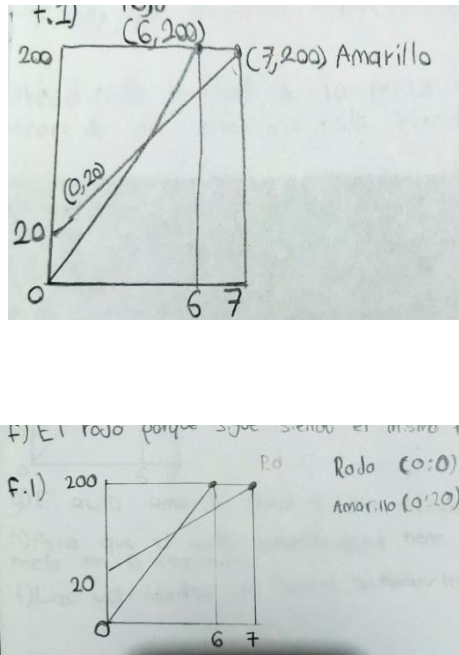
Con el análisis e interpretación de las producciones realizadas por los estudiantes pretendemos encontrar evidencias que nos permitan concluir la validez de cada subproceso del ciclo de modelado.


En la Tabla 7 se presentan aspectos que tuvimos en cuenta para validar el ciclo de modelado educativo de Blomhøj & Jensen (2006).

Tabla 7. Validación del ciclo de modelación

Subprocesos	Validación	Evidencia
<i>Formulación</i>	<p>El subproceso se desarrolló cuando logramos en los estudiantes:</p> <ul style="list-style-type: none"><li>• Captar toda la atención requerida para la ejecución de la actividad.</li><li>• Pudieron identificar la información relevante como la distancia total a recorrer y el tiempo empleado por cada automóvil.</li><li>• Con la ayuda del software al manipularlo notamos en sus actitudes un aumento por el interés de la actividad logrando que ellos se vieran dentro de la situación dándole sentido.</li></ul>	



<p><i>Sistematización</i></p>	<p>El subproceso se desarrolló cuando los participantes atendiendo a las respuestas escritas identificaron esa correspondencia entre distancia y tiempo.</p> <p><b>Ejemplo:</b></p> <p>El estudiante DOA de manera oral al concluir la actividad en las respuestas grupales plantea que a medida que transcurre cada segundo de carrera la distancia aumenta también igualmente.</p>	
<p><i>Matematización</i></p>	<p>El subproceso se cumplió cuando:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• El estudiante percibe que la gráfica es un modelo lineal.</li> <li>• Matematizan cantidades como la distancia y tiempo y su correspondencia a través de la representaron gráfica del recorrido de ambos automóviles en una carrera (dos de los tres estudiantes).</li> </ul>	 <p>The top graph shows a coordinate system with time (t) on the x-axis and distance on the y-axis. The origin is labeled '0'. A vertical line is drawn at t=6, and another at t=7. The y-axis has a tick mark at 20 and 200. A line starts at (0, 20) and passes through (6, 200). A second line starts at (0, 0) and passes through (7, 200). The point (6, 200) is labeled '(6, 200)' and the point (7, 200) is labeled '(7, 200) Amarillo'. The text 'f.1)' is written above the graph.</p> <p>The bottom graph is similar, with the y-axis having a tick mark at 20 and 200. A line starts at (0, 20) and passes through (6, 200). A second line starts at (0, 0) and passes through (7, 200). The text 'f.1)' is written above the graph. To the right of the graph, the text 'Rojo (0:0)' and 'Amarillo (0:20)' is written.</p>

<p><i>Análisis del sistema matemático</i></p>	<p>El subproceso se cumplió a través de la secuencia de actividades apoyadas del software.</p>	
<p><i>Interpretación de resultados</i></p>	<p>Este subproceso se cumplió cuando los estudiantes al darle solución a la secuencia de actividades exponen sus respuestas de manera oral, la cual posibilitó el trabajo de manera grupal llevando a un debate sobre las respuestas dadas, posibilitando que verificaran sus resultados donde pudieron determinar si estaban correctos o incorrectos.</p>	
<p><i>Validación</i></p>	<p>Este subproceso analizamos si fue adecuado utilizar el ciclo de modelación.</p> <p>El subproceso se cumplió al ver el ítem f, los tres estudiantes <b>LVA, AQV, DOA</b> de manera escrita seleccionan al automóvil ganador sin haber realizado la simulación.</p> <p>En la grabación vemos que plantean que el automóvil ganador siempre será el que recorra los 200m de carrera en menor tiempo. La posición o venta que uno tenga respecto al otro no define al ganador.</p>	

## CAPÍTULO V. CONCLUSIONES

En este capítulo se presentan las conclusiones a las que se llegaron después de realizado el análisis de los datos obtenidos en la implementación de la secuencia de actividades. Para llegar a ello, tuvimos en cuenta el objetivo general, los aprendizajes esperados y el cumplimiento del ciclo de modelación. Asimismo, describimos algunas limitaciones del trabajo, trabajos a futuro y por último una propuesta de mejoras del trabajo realizado.

### 5.1. Retomando el objetivo general

El objetivo de nuestro trabajo investigativo fue:

*Diseñar e implementar una secuencia que promueva el desarrollo de los aprendizajes esperados con el uso de un sistema RA para el tema de función lineal en el nivel educativo secundaria.*

Quisimos atender el tema funciones en primer año de secundaria utilizando una herramienta tecnológica como sugiere la SEP (2017). Elegimos la RA, la cual nos permitió comprobar que trabajando conjuntamente matemáticos educativos y programadores informáticos se pueden obtener un software pedagógicamente eficiente.

Esta herramienta tecnológica se diseñó para modelizar determinadas situaciones propuestas en la secuencia de actividades y atender los lineamientos propuestos por la SEP (2017) permitiéndonos ver cómo los estudiantes construyeron sus conocimientos y la manera en que se apropiaban del contenido matemático.

La secuencia de actividades apoyándose en el software posibilitó a los estudiantes que participaron:

- Comparar diferentes tipos de variación lineal, así como su razón de cambio en situaciones donde los objetos (automóviles) se movían a una velocidad constante.
- Trabajar con representaciones gráficas, tabulares, manipulables donde pudieron realizar conclusiones ejemplo: la inclinación de la recta (pendiente) está dada por la velocidad que llevaban los automóviles. Podemos reafirmar la importancia que juega la simulación y visualización dentro de esta actividad.
- Representar a través del software una situación (carrera de automóviles) mediante de un gráfico permitiendo a los estudiantes ver cómo se puede emplear la matemática en la vida real, también los estudiantes pudieron matematizar una situación propuesta con la construcción de un gráfico.
- Permitió ver el comportamiento y representación gráfica de dos automóviles en una carrera cuando ambos parten de distancias diferentes.
- Con la secuencia de actividades los estudiantes se percataron que un concepto matemático como el de función puede ser representado de diferentes formas.

- De gran importancia para la secuencia era que los estudiantes pudieran llegar a conclusiones debido a los hechos que sucedieron previamente, lo que hace ver que el software en momentos solo fue una herramienta de ayuda.

Consideramos que los estudiantes, utilizando el software como herramienta, podrán percibir que la gráfica describe un modelo lineal, realizar comparaciones de diversos tipos de variación lineal, interpretaciones tabulares y gráficas, así como graficar funciones de la forma  $y = mx + b$  donde el valor de  $b = 0$  y  $b \neq 0$ .

## 5.2. Aprendizajes esperados

Con la secuencia de actividades buscamos promover en los estudiantes los aprendizajes esperados que propone la SEP (2017). A través del análisis de datos, podemos afirmar que incidimos satisfactoriamente en la construcción del aprendizaje.

- Mediante las hojas de trabajo y la grabación del vídeo queda evidenciado que un estudiante al comparar distintos tipos de variación lineal y la razón de cambio relaciona la velocidad con la inclinación de la pendiente. Los otros dos no lo hacen de manera escrita, en la grabación utilizando sus brazos le dieron un mayor ángulo al que llevaba mayor velocidad por lo que consideramos que conocen la relación que existe entre la velocidad y la inclinación de la recta. A nuestro entender y por la actitud de los estudiantes hubo una confusión en el entendimiento del ítem í quizás por el enfoque que tuvo la pregunta.
- Los estudiantes se percataron que en este tipo de variación lineal las magnitudes, tiempo y distancia aumentaba de manera constante.
- Los estudiantes al interpretar tablas y gráficas consideramos no tuvieron dificultad, la evidencia escrita lo refleja.
- Al atender el aprendizaje esperado razón de cambio y ordenada al origen para la interpretación de los parámetros de  $y = mx + b$  trabajamos lo relacionado con la inclinación de la pendiente, el valor de **b** no lo trabajamos sobre el modelo, sí sobre la gráfica.

## 5.3. Ciclo de modelación Blomhøj & Jensen (2006)

Como resultado de la secuencia de actividad utilizando el ciclo de modelado para trabaja el tema de función lineal en primer año de secundaria determinamos que los estudiantes al combinar el contenido matemático – software - ciclo de modelación se mostraron motivados al construir los modelos matemáticos lo que benefició al tránsito y cumplimiento de cada subproceso, obteniendo respuestas adecuadas determinadas por los análisis realizados por parte de los estudiantes.

Consideramos que el ciclo de modelación utilizado, combinado con tecnología fue una correcta estrategia educativa que permitió reforzar la Matemática como asignatura y situaciones cotidianas logrando un vínculo que en muchas ocasiones no se ven dentro de la clase. También permitió comprobar, arribar a conclusiones de manera intuitiva y extra-matemáticas sobre las interpretaciones que hicieron a resultados matemáticos.

Tenemos que señalar que estos subprocesos que conforman el ciclo de modelación les brindan a los estudiantes la oportunidad de ahondar en el conocimiento del tema de función y le brinda al docente una oportunidad de ver el tema de una manera diferente a lo tradicional. Uno de los subprocesos esenciales de este ciclo es la matematización, en uno de los ítems el estudiante tuvo que graficar una situación dada en la secuencia, la mayoría estuvieron al alcance del subproceso.

Con el trabajo realizado aportamos elementos a investigaciones realizadas como la de Planchart (2000) el cual propone ciertas ideas para la mejoría del proceso de enseñanza – aprendizaje de la función.

- A través de las simulaciones realizadas utilizando el software nos permitió comprobar la importancia que juega la **visualización** dentro de la asignatura, los estudiantes pudieron dar significado a nociones matemáticas, construir relaciones entre las variables tiempo - distancia, reflexionar, comprender de una manera mucho más rápida y efectiva para construir su propio conocimiento matemático.
- Al realizar las simulaciones se obtienen diferentes **representaciones** (tabulares, gráficas) las cuales reflejan el mismo concepto de función y fueron esenciales para la comprensión del concepto.

#### **5.4. Limitaciones presentadas en la investigación**

En esta sección presentamos aquellos aspectos que consideramos limitaron el alcance de la investigación:

- Consideramos que la poca participación de estudiantes debido a la pandemia de COVID 19 fue la mayor limitante presentada en la investigación. Al no contar con una mayor muestra no se realizó una prueba piloto la cual pudo aportar mayor información al momento de realizar la secuencia de actividades.
- Nos percatamos que en la programación del software luego de realizar la simulación obteníamos una gráfica con dos ceros, en la implementación de la secuencia se explicó este detalle y los participantes lograron comprender dicha situación, pero aun así puede presentar una dificultad para los estudiantes.

- Al interpretar tablas o graficas los estudiantes no pudieron extraer los valores desde la gráfica debido a que no son representadas las distancias que le corresponden a cada tiempo.

## 5.5. Recomendaciones

Algunos aspectos a considerar, que podrían mejorar los resultados de esta investigación, en caso de ser reproducida son:

- Reformular la segunda interrogante del ítem i para evitar posibles confusiones en los estudiantes.
- Al atender el aprendizaje esperado razón de cambio y ordenada al origen para la interpretación de los parámetros de  $y=mx+b$  formular preguntas donde deban buscar el valor de la pendiente y el valor que toma **b**.

## 5.6. Propuesta para trabajos futuros

A continuación, se presentan algunas ideas que podrían desarrollarse en trabajos posteriores, a la luz de lo que se desarrolló en este trabajo de investigación:

- Realizar una experimentación con un grupo mayor de estudiantes donde la muestra sea representativa lo que ayudaría a ganar riqueza en cuanto a la información recopilada.
- Experimentar con la RA en otros temas como el de **Figuras y cuerpos geométricos** ya que con esta tecnología le permitirá al estudiante interactuar ejemplo con un triángulo, quizás poder construirlo y así poder ver los efectos de esta tecnología sobre el aprendizaje de los estudiantes.
- En las clases originar procesos reflexivos que permitan la inclusión del ciclo de modelado de Blomhøj & Jensen (2006). Este ciclo se podría utilizar en el estudio de eventos probabilísticos.
- Se podría elaborar más ítems donde al estudiante se les de diferentes ecuaciones de una función lineal y las relacione a su representación gráfica, también formular la ecuación dada una representación gráfica.
- Elaborar otra aplicación que permita trabajar con gráficas donde la pendiente sea negativa (decreciente).

## 5.7. Reflexión como docente

La investigación realizada donde proponemos una secuencia de aprendizaje para la modelación gráfica de funciones ha sido un factor muy importante para enriquecer mis conocimientos para el proceso de enseñanza aprendizaje como docente. El trabajo me permitió conocer algunas causas como la construcción deficiente del concepto, la ausencia del potencial modelizador, falta de situaciones significativas que pueden provocar dificultades, así como formas de impartir el tema en el aula de primer año del nivel básico.

Quedó evidenciada la necesidad, aporte y beneficio del uso de la tecnología como herramienta en la clase de matemáticas. La aplicación captó la atención de los estudiantes cuando ellos la manipularon y fue posible que ellos modelizaran la situación a través del uso de la tecnología. el Con el uso del software pudieron obtener sus respuestas por lo que considero necesario siempre que se pueda integrar las nuevas tecnologías a la clase, ya que mejoran el proceso de enseñanza y aprendizaje.

Como resultado del trabajo y con el fin de llevar a los estudiantes un aprendizaje de conocimientos y habilidades las investigaciones educativas cada vez más son necesarias para mejorar y transformar el ambiente del aula, proceso de enseñanza y aprendizaje. Logré percatarme que estos procesos de investigación mantienen una relación con el proceso de enseñanza, por lo mismo considero para mi futura práctica docente apoyarme en ellas para tener un amplio conocimiento del tema a impartir.

## REFERENCIAS

- Azuma, R. T. (1997). A survey of augmented reality. *Presence: Teleoperators & Virtual Environments*, 6(4), 355-385.
- Billinghamurst, M. (2002). Augmented Reality in Education. New Horizons for learning. Recuperado el 25 de octubre de 2020 desde [http://solomonalexis.com/downloads/ar\\_edu.pdf](http://solomonalexis.com/downloads/ar_edu.pdf)
- Blázquez, S. y Ortega, T. (2001). Los sistemas de representación en la enseñanza del límite. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*. (4), 3, 219-236.
- Blomhøj, M., & Jensen, T. H. (2007). What's all the fuss about competencies? Experiences with using a competence perspective on mathematics education to develop the teaching of mathematical modelling. *Modelling and applications in mathematics education. The 14th ICMI study*, 45-56.
- Blomhøj, M. & Hoff Kjeldsen, T. (2006). Teaching mathematical modelling through project work - Experiences from an in-service course for upper secondary teachers. *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik*, 38 (2), 163-177.
- Blum, W. y Niss, M. (1991). Resolución de problemas matemáticos aplicados, modelado, aplicaciones y enlaces a otras materias — Estado, tendencias y problemas en la instrucción matemática. *Estudios educativos en matemáticas*, 22 (1), 37-68.
- Cabero, J., & Barroso, J. M. (2016). Posibilidades educativas de la Realidad Aumentada. *Journal of New Approaches in Educational Research*, 5 (1), 46-52.
- Campeón, M. C. (2016). *Aprendizaje del concepto de función a partir de un proceso de modelación de fenómenos en contexto, mediante una ingeniería didáctica* (Tesis de maestría). Universidad Tecnológica de Pereira, Pereira, Colombia.
- Campeón, M.C., Aldana, E., Villa, J.A., (2018) Ingeniería didáctica para el aprendizaje de la función lineal mediante la modelación de situaciones. *Sophia*, 14 (2), 115-126.
- Castañeda, E. (2010). *La modelación como estrategia didáctica para la resolución de problemas en educación secundaria haciendo uso de un recurso educativo abierto* (Tesis maestría). Instituto Tecnológico de Estudios Superiores de Monterrey, Nuevo León, México.
- Cohen, L., Manion, L., & Morrison, K. (2007). *Research Methods in Education* (6<sup>th</sup> ed.). London and New York, NY: Routledge Falmer.
- Di Serio, Á., Ibáñez, M.B., y Kloos, C.D. (2013). Impacto de un sistema de realidad aumentada en la motivación de los estudiantes para un curso de arte visual. *Computadoras y 12*.
- Duncombe, R. y Heeks, R. (1999). Information, ICTs and Small Enterprise: Findings from Botswana. *Development Informatics Working Paper*, (7).



- Duval, R. (1999). *Semiosis y pensamiento humano: Registros semióticos y aprendizajes intelectuales* (M. Vega, Trad.). Cali: Universidad del Valle.
- Duval, R. (2006). Un tema crucial en la educación matemática: La habilidad para cambiar el registro de representación. *La gaceta de la RSME*, 9(1), 143–168.
- Galbraith, P. & Stillman, G. (2006). A framework for identifying student blockages during transitions in the Modelling process. *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik*, 38 (2), 143-162.
- Gamboa, R. (2007). Uso de la tecnología en la enseñanza de las matemáticas. *Cuadernos de investigación y formación en educación matemática*. 2(3), 11-44.
- Gallego, R., Saura, N., y Núñez, P. (2013) AR-Learning: libro interactivo basado en realidad aumentada con aplicación a la enseñanza. *Tejuelo*, 8, 74-88.
- Garzón, J., Pavón, J., y Baldiris, S. (Junio de 2017). Augmented reality applications for education: Five directions for future research. In International conference on augmented reality, virtual reality and computer graphics (pp. 402-414). Springer, Cham.
- Gómez-Chacón, I. M. (2010). Actitudes de los estudiantes en el aprendizaje de la matemática con tecnología. *Enseñanza de las Ciencias: Revista de Investigación y Experiencias Didácticas*, 28(2), 227-244.
- Gómez, P. (1997). Tecnología y educación matemática. *Informática Educativa*, 10(1), 93-111.
- Gómez, P. (2004). *Análisis didáctico y uso de tecnologías en el aula de Matemáticas*. Granada, España: SAEM Thales y Departamento de Didáctica de la Matemática de la Universidad de Granada.
- Hernández, S. (2008). El modelo constructivista con las nuevas tecnologías: aplicado en el proceso de aprendizaje. *RUSC. Universities and Knowledge Society Journal*, 5(2), 26-35.
- Hernández, R., Fernández, C., Baptista, P. (2014). *Metodología de la investigación*. (6a, ed.). México: Mc Graw Hill.
- Kaiser, G., & Sriraman, B. (2006). A global survey of international perspectives on modelling in mathematics education. *ZDM*, 38(3), 302-310.
- Kidd, S. H., & Crompton, H. (2016). Augmented learning with augmented reality. In *Mobile learning design* (pp. 97-108). Springer, Singapore.
- Livingston, M. A., Zambaka, C., Swan, J. E., y Smallman, H. S. (2005). Objective measures for the effectiveness of augmented reality. In *IEEE Proceedings. VR 2005. Virtual Reality, 2005. 1*, 287-288.
- López, J., y Hernández, J. (2016). Usos de la tecnología en los libros de secundaria y competencias estandarizadoras. En R. Ibarra, E. Bueno, R. Ibarra y J. L. Hernández. (Ed.),

*Trascender el neoliberalismo y salvar a la humanidad* (pp. 923-935). Zacatecas, México: Taberna Librería AC.

- NCTM. (2000). Principios y estándares para matemática escolar. Reston, Virginia: NCTM.
- Ortiz, A., y Arias, R. (7 al 9 de junio de 2012). GeoGebra como herramienta para la Enseñanza de la Matemática: Resultados de un curso de capacitación. VIII Festival Internacional de Matemática, 6.
- Planchart, M. (2000). *La visualización y la modelación en la adquisición del concepto de función* (Tesis doctoral). Universidad Autónoma del estado de Morelos. Cuernavaca, México.
- Posada, F. A., y Villa, J. A., (2006a). *Propuesta didáctica de aproximación al concepto de función lineal desde una perspectiva variacional* (Tesis de maestría). Universidad de Antioquia, Medellín, Colombia.
- Posada, F. A., & Villa, J. A., (2006b). El razonamiento algebraico y la modelación matemática. En Secretaría de Educación para la Cultura de Antioquia & Universidad de Antioquia (Ed.), *Módulo 2: Pensamiento Variacional y Razonamiento Algebraico*. (pp. 127-163).
- Quiroz, S., Núñez, E., Saboya, M. y Soto, J. (Eds.). (2019). *Investigaciones teórico prácticas sobre la modelación matemática en un medio tecnológico*. CDMX, México: Amiutem.
- Ramírez, C. A. (2015). Diseño de herramientas que fomentan el aprendizaje de matemáticas con ayuda de Mathematica 10. *Elementos*, 5 (5), 65-78.
- Reinoso, R. (2012). Posibilidades de la Realidad Aumentada en Educación. *Espiral*, pp. 175-197.
- Rey, G., Boubée, C., Sastre, P., y Cañibano, A. (1 de diciembre de 2009). Aportes didácticos para abordar el concepto de función. *Revista Iberoamericana de Educación Matemática*. (20), 153 – 162.
- Rodríguez, R., & Quiroz, S. (2015). Elementos de diseño para una clase de matemáticas a través de modelación matemática. *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa*. 993-1000.
- Romero, I. (2000). Representación y comprensión en pensamiento numérico. *Cuarto Simposio SEIEM*. Huelva, España.
- Ruiz-Higueras, L. (1994). *Concepciones de los estudiantes de secundaria sobre la noción de función. Análisis epistemológico y didáctico*. (Tesis doctoral). Universidad de Granada, Granada, España.
- SEP (2017). *Aprendizajes clave para la educación integral*. Matemáticas. Educación Secundaria. Plan y programas de estudio, orientaciones didácticas y sugerencias de evaluación.
- Triana, M. M., Ceballos, J. F., y Villa, J. A. (2016). Una dimensión didáctica y conceptual de un instrumento para la Valoración de Objetos Virtuales de Aprendizaje. El caso de las fracciones. *Entramado*, 12, (2), 166-186.

- Trigueros, M. (2006). Ideas acerca del movimiento del péndulo: un estudio desde una perspectiva de modelación. *Revista Mexicana de Investigación Educativa*, 11(31), 1207-1240. Recuperado de <http://www.scielo.org.mx/pdf/rmie/v11n31/1405-6666-rmie-11-31-1207.pdf>
- UNESCO (2008). *Estándares de competencias en TIC para docentes*. Recuperado de <http://www.eduteka.org/pdfdir/UNESCOEstandaresDocentes.pdf>
- Ursini, S. (2006). Enseñanza de las Matemáticas con Tecnología. En M.T. Rojano Ceballos, *Enseñanza de la Física y las Matemáticas con Tecnología* (pp. 25-42). México: Secretaría de Educación Pública.
- Vega, J. C., Niño, F., y Paola, Y. (2015) Enseñanza de las matemáticas básicas en un entorno e-Learning: un estudio de caso de la Universidad Manuela Beltrán Virtual. *Revista Escuela de Administración de Negocios*, (79), 172-185.
- Yuen, S. C. Y., Yaoyuneyong, G., & Johnson, E. (2011). Augmented reality: An overview and five directions for AR in education. *Journal of Educational Technology Development and Exchange (JETDE)*, 4(1), 119-140.
- Zaldívar, J. D., Quiroz, S. A., y Medina, G. (2017). La modelación matemática en los procesos de formación inicial y continua de docentes. *IE Revista de Investigación educativa de la REDIECH*, 8 (15), 87-110.

# ANEXOS



## Anexo 1. Secuencia de actividades



SECUENCIA DE APRENDIZAJE CON EL USO DE REALIDAD AUMENTADA PARA LA MODELACIÓN GRÁFICA DE FUNCIONES LINEALES EN EL NIVEL BÁSICO



La actividad a desarrollar de la cual ustedes son participantes tiene como propósito ver como ustedes construyen su conocimiento matemático utilizando un software como herramienta el cual va a emplear para modelizar diferentes situaciones planteadas.

Muchas gracias.

### Actividad

En una carrera de "arrancones" se tienen dos automóviles con iguales características mecánicas uno de color amarillo y otro de color rojo. Ambos recorren una distancia de 200 metros pero en diferentes tiempos. El auto amarillo realiza el recorrido en 7s y el rojo en 6s.

- a) Tomando en cuenta la situación descrita del problema propuesto, vamos a introducir los datos correspondientes a cada automóvil y la distancia a recorrer. Apoyados en lo que observaron en sus teléfonos cuál es el automóvil ganador ¿Por qué?
- b) ¿Cómo es representado al concluir la carrera en la pantalla de sus teléfonos los datos de la carrera realizada por ambos automóviles?
- c) Determina la distancia del automóvil rojo a los 3 segundos observando el recorrido que describe el software.
- d) ¿Qué variables o magnitudes representan a los datos?
- e) Atendiendo al trayecto descrito por el automóvil rojo, qué distancia había recorrido a los:

\_\_0 segundos \_\_1segundo \_\_2segundos \_\_3segundos

¿En cuánto aumenta la distancia por cada segundo transcurrido?

- f) El automóvil rojo saldrá del inicio de la pista y realiza el trayecto en 6 segundos y este le da 20 metros de ventaja al automóvil amarillo y realiza la carrera en 7 segundos ¿sin el uso del software determina qué automóvil sería el ganador y por qué?
  - f.1) Teniendo en cuenta la propuesta antes planteada construye manualmente una gráfica que represente dicha situación.
  - f.2) Para validar la respuesta anterior vamos a simular la carrera utilizando el software. En caso de no haber seleccionado correctamente el coche ganador explica por qué tu pronóstico no fue correcto.
- g) Utilizando el software realiza una simulación donde el automóvil amarillo gane si ambos automóviles salen del inicio de la pista y el rojo pasa por la meta a los 8 segundos.
- h) Utilizando el software realiza una simulación donde el automóvil amarillo gane si el coche rojo sale desde el inicio de la pista y pasa por la meta a los 7 segundos, pero el amarillo tiene 20 metros de ventaja. ¿A qué conclusiones puedes llegar?

i) Si el automóvil rojo parte desde el inicio de la pista y recorre los 200 metros en 7 segundos y el automóvil amarillo tiene 10 metros de ventaja y pasa por la meta a los 7 segundos de carrera, llegando al mismo tiempo. ¿Cómo eran las velocidades de ambos automóviles? ¿Cómo se refleja en la gráfica?





## Anexo 2. Instrucciones para el evaluador de la secuencia de actividades

Previo a la resolución de la secuencia es necesario instalar la APP diseñada para Android.

Es necesario imprimir el marcador, una imagen que permite la activación de la capa de realidad aumentada. Se sugiere considerar un espacio plano despejado como una mesa para proyectar la realidad aumentada.

Los parámetros son los siguientes:

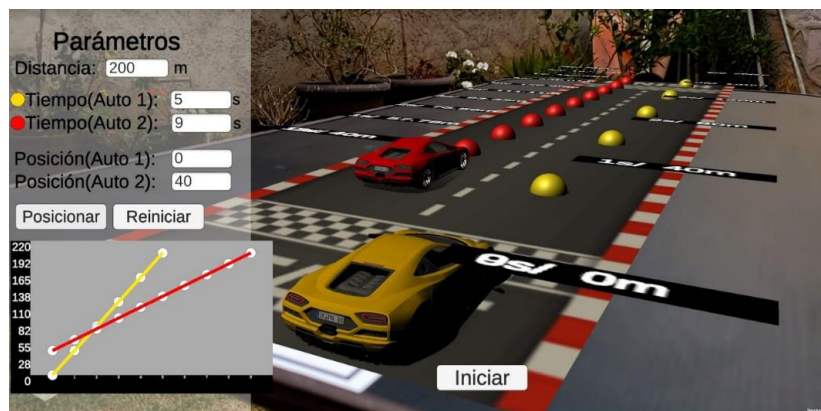
Distancia: la total recorrida en cada evento.

Tiempo auto X: el tiempo total que el auto X utiliza para hacer el recorrido.

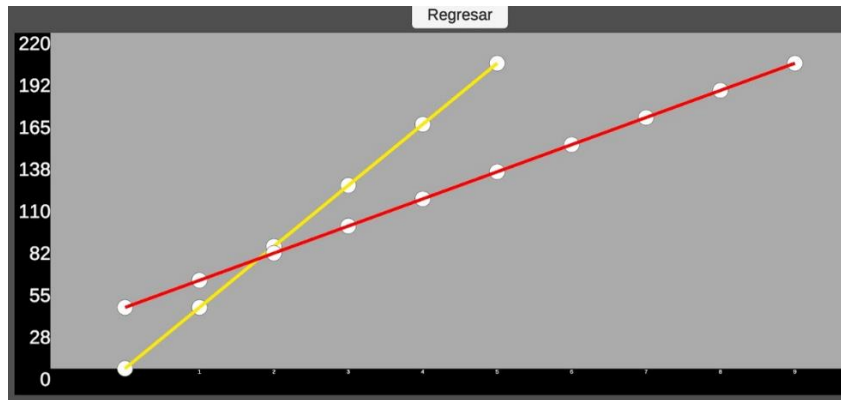
Posición (Auto X): es la posición de arranque, si le pones 40, significa que empieza la carrera a los 40 m del inicio y coincide con el origen (b). Se pensó para que tenga la posibilidad de tener una ventaja en la salida.

Para que se inicie la simulación todos los parámetros deben estar llenos, indicándoles que la posición de los automóviles si parten desde el inicio de la pista es cero.

Luego de concluir cada simulación y realizar una nueva se deben reiniciar los datos de la anterior simulación debido a que se superponen en la gráfica, tabla y podría confundir a los estudiantes.



Si se hace clic sobre la gráfica, esta se maximizará:



A esta pantalla si se hace clic sobre la imagen, se guarda en el dispositivo en la siguiente dirección: Almacenamiento interno/ Android/ data/ com.EduarCompany. ProyectoCarro/ files/ Esta explicación de la APP se hará de manera oral con los participantes y en el momento que los estudiantes estén en la etapa de capacitación se buscará las imágenes generadas de la gráfica.

Otro aspecto a tener en cuenta como se ve en la gráfica es que el software al graficar tiene un cero donde intersecan ambos ejes (x, y) pero también tiene otro cero en el eje x.

### **Anexo 3. Validación de la secuencia de actividades**

El objetivo de esta sección es validar el instrumento didáctico (ID), si bien se están haciendo por separado las validaciones de la App y el ID, en la clase de matemáticas estarán juntos y lo que el estudiante construirá lo hará con la interacción de ambas, así que, si bien en esta sección el foco es el diseño, los comentarios y sugerencias sobre la interacción del estudiante con ambas herramientas son bienvenidos.

Para la formulación de la secuencia tuvimos presente los lineamientos propuestos por la SEP (2017) al ver el tema:

1. Comparación de distintos tipos de variación lineal y la razón de cambio.
2. Entender su naturaleza de este tipo de variación a través del estudio de situaciones en las que los objetos se mueven a velocidad constante.
3. Se propone que trabajen en la representación tabular y gráfica.
4. Relación de la razón de cambio con la inclinación de la recta.
5. Así como usar la razón de cambio y ordenada al origen para la interpretación de los parámetros de  $y=mx+b$ .

**Después de haber respondido y analizado la actividad diseñada responda las siguientes preguntas (si bien se dejan espacios a manera de sugerencia, siéntase con la libertad de usar el espacio que considere adecuado).**

1. ¿La secuencia presentada promueve los aprendizajes esperados por la SEP? Enumere cuáles de los objetivos citados antes si se promueven.
2. ¿Qué cambio sugiere al autor con el fin de mejorar el alcance de estos aprendizajes? Puede ser en lo global o en lo particular por pregunta o aprendizaje esperado.
3. En el transcurso de la actividad el software es usado en diversos momentos. ¿Es esta interacción adecuada y suficiente? ¿Qué sugiere para mejorar esta interacción con el fin de alcanzar los aprendizajes esperados? (considere la app con sus herramientas actuales, pero siéntase con la libertad de sugerir nuevas funcionalidades)
4. ¿Con respecto a las preguntas de las secuencias, fueron las preguntas claras y bien redactadas?

Puede dar su opinión general en este espacio o escribir sobre el documento de la secuencia.



## Anexo 4. Validación del software

### Evaluación de la APP “Arrancones”

**Por favor realice su evaluación ahora.**

**Esta sección corresponde al software únicamente.**

Por favor, rellene el siguiente cuestionario con el fin de evaluar el producto.

Se compone de pares de propiedades opuestas que el producto puede tener. Las gradaciones entre los opuestos están representadas por círculos. Usted puede expresar su conformidad con una propiedad marcando uno de estos círculos que mejor refleje su impresión.

Ejemplo:

	atractivo <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> no atractivo	
--	--	--

Esta gradación significaría que usted evalúa el producto más atractivo que no atractivo.

Por favor, decida espontáneamente. No piense demasiado su opinión y asegúrese que expresa su sensación inicial.

Por favor, marque un círculo para cada par de propiedades, aunque piense que no son aplicables o que hay propiedades parecidas o prácticamente iguales.

Su opinión personal cuenta. Recuerde: ¡no hay respuesta correcta o incorrecta!

Por favor dé su evaluación actual del producto. Por favor, marque sólo un círculo por línea.

## Maestro 1

	1	2	3	4	5	6	7		
desagradable	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	agradable	1
no entendible	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	entendible	2
creativo	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	sin imaginación	3
fácil de aprender	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	difícil de aprender	4
valioso	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	de poco valor	5
aburrido	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	emocionante	6
no interesante	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	interesante	7
impredecible	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	predecible	8
rápido	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	lento	9
original	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	convencional	10
obstructivo	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	impulsor de apoyo	11
bueno	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	malo	12
complicado	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	fácil	13
repeler	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	atraer	14
convencional	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	novedoso	15
incómodo	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	cómodo	16
seguro	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	inseguro	17
activante	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	adormecedor	18
cubre expectativas	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	no cubre expectativas	19
ineficiente	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	eficiente	20
claro	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	confuso	21
no pragmático	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	pragmático	22
ordenado	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	sobrecargado	23
atractivo	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	feo	24
simpático	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	antipático	25
conservador	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	innovador	26

## Maestro 2

	1	2	3	4	5	6	7		
desagradable	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	agradable	1
no entendible	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	entendible	2
creativo	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	sin imaginación	3
fácil de aprender	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	difícil de aprender	4
valioso	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	de poco valor	5
aburrido	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	emocionante	6
no interesante	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	interesante	7
impredecible	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	predecible	8
rápido	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	lento	9
original	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	convencional	10
obstruivo	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	impulsor de apoyo	11
bueno	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	malo	12
complicado	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	fácil	13
repeler	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	atraer	14
convencional	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	novedoso	15
incómodo	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	cómodo	16
seguro	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	inseguro	17
activante	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	adormecedor	18
cubre expectativas	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	no cubre expectativas	19
ineficiente	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	eficiente	20
claro	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	confuso	21
no pragmático	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	pragmático	22
ordenado	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	sobrecargado	23
atractivo	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	feo	24
simpático	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	antipático	25
conservador	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	innovador	26



Maestro 3

	1	2	3	4	5	6	7		
desagradable	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	agradable	1
no entendible	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	entendible	2
creativo	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	sin imaginación	3
fácil de aprender	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	difícil de aprender	4
valioso	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	de poco valor	5
aburrido	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	emocionante	6
no interesante	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	interesante	7
impredecible	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	predecible	8
rápido	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	lento	9
original	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	convencional	10
obstruivo	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	impulsor de apoyo	11
bueno	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	malo	12
complicado	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	fácil	13
repeler	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	atraer	14
convencional	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	novedoso	15
incómodo	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	cómodo	16
seguro	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	inseguro	17
activante	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	adormecedor	18
cubre expectativas	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	no cubre expectativas	19
ineficiente	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	eficiente	20
claro	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	confuso	21
no pragmático	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	pragmático	22
ordenado	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	sobrecargado	23
atractivo	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	feo	24
simpático	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	antipático	25
conservador	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	innovador	26

## Anexo 5. Hojas de trabajo

Estudiante LVA

a) El rojo porque llegó en menos tiempo a la meta.

b) En un gráfico y en una tabla.

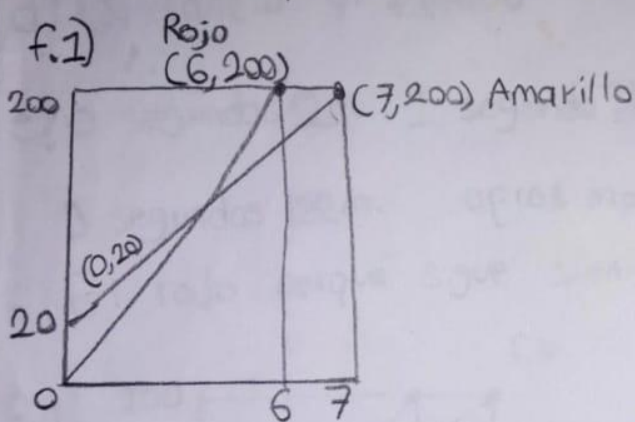
c) 100 metros.

d) Distancia y tiempo.

e) 0s/0m, 1s/33.33m, 2s/66.67m, 3s/100m.

¿En cuánto aumenta la distancia por cada segundo transcurrido? 33.33 m.

f) El rojo porque aun así dura menos tiempo en llegar a la meta.



g) El auto amarillo gana si hace menos de 8 segundos.

h) Para que el auto amarillo gane tiene que llegar a la meta en 6 segundos.

i) Las velocidades de ambos automóviles eran diferentes.

a) El rojo porque lo recorrió en menos tiempo.

b) Con una grafica y una tabla.

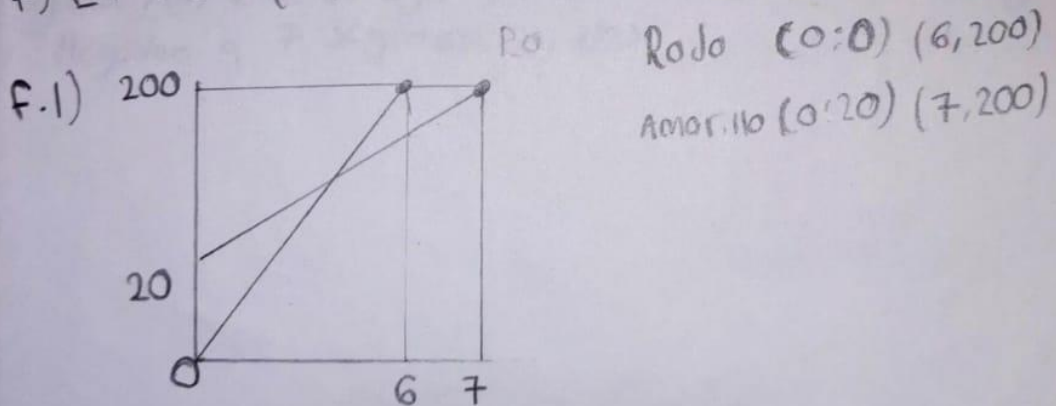
c) 100 m.

d) Distancia y tiempo

e) 0 segundos 0 m. 1 segundo 33.33 m. 2 segundos 66.67 m.

3 segundos 100 m. aproximadamente 33 segundos

f) El rojo porque sigue siendo el mismo tiempo.



g) El auto amarillo gana si hace menos tiempo.

h) Tiene que recorrer menor tiempo.

i) Atendiendo la grafica la recta que describe el recorrido del automovil rojo tiende a crecer.

a) rojo por que llega a la mete en 6 segundos

b) por una tabla y una grafica

c) 100m

d) distancia y tiempo

e) 0 segundos 0m, 1 segundo 33.33m, 2 segundos 66.67m, 3 segundos

100m. ~~Admota~~  $33.33$

f) el rojo por que llega a la meta en 6 segundos

f.1)

g) el amarillo se realiza el tiempo de 7 segundos

h) Tiene que recorrer en menos de 7 segundos

i) es la mas veloz el rojo por que el amarillo tenia ventaja y llegaron a 7 segundos los dos