

# UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE ZACATECAS

“FRANCISCO GARCÍA SALINAS”



UNIDAD ACADÉMICA  
DE MATEMÁTICAS



## LAS CREENCIAS DE AUTOEFICACIA Y SU IMPACTO EN EL LOGRO Y DESEMPEÑO ACADÉMICO, DE ESTUDIANTES DE UNA LICENCIATURA EN MATEMÁTICAS

Tesis que para obtener el grado de  
Maestro en Matemática Educativa  
con Orientación en el Nivel Superior

Presenta:

Isai Francisco Carmona Borjón

Directoras del trabajo de Tesis:

Dra. Lorena Jiménez Sandoval

Dra. Ofelia Montelongo Aguilar

Zacatecas, Zac. 20 de octubre del 2021

A QUIEN CORRESPONDA.

Por este medio se hace constar que el trabajo titulado: ***Las creencias de autoeficacia y su impacto en el logro de estudiantes de una licenciatura en matemáticas***, que realizó el alumno de la Maestría en Matemática Educativa, ***Isai Francisco Carmona Borjón*** para obtener el grado de Maestro en Matemática Educativa bajo nuestra asesoría, ha cumplido con los requisitos de calidad académica para ser sometido a su revisión final. Lo anterior en términos de la legislación vigente en la Universidad Autónoma de Zacatecas y la establecida en el programa de Maestría en Matemática Educativa.

**A T E N T A M E N T E:**

Zacatecas, Zac., 26 de febrero del 2021.



Dra. Lorena Jiménez Sandoval  
Directora de Tesis

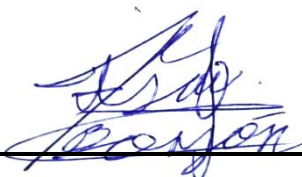


Dra. Ofelia Montelongo  
Aguilar  
Co-asesora de Tesis

## CARTA DE RESPONSABILIDAD Y CESIÓN DE DERECHOS

En la ciudad de Zacatecas, Zacatecas, el día 20 del mes de octubre del año 2021, el suscrita, ISAI FRANCISCO CARMONA BORJÓN, alumno del Programa de Maestría en Matemática Educativa con Orientación en el Nivel Superior con número de matrícula 30114922, manifiesta que es el autor intelectual del trabajo de grado intitulado **“LAS CREENCIAS DE AUTOEFICACIA Y SU IMPACTO EN EL LOGRO Y DESEMPEÑO ACADÉMICO, DE ESTUDIANTES DE UNA LICENCIATURA EN MATEMÁTICAS”** dirigido por la Dra. Lorena Jiménez Sandoval y la Dra. Ofelia Montelongo Aguilar.

Por tal motivo, la suscrita asume la responsabilidad sobre su contenido y el uso debido de referencias, acreditando la originalidad de este. Asimismo, ella cede los derechos del trabajo anteriormente mencionado a la Universidad Autónoma de Zacatecas para su difusión con fines académicos y de investigación.



---

Isai Francisco Carmona Borjón

## **AGRADECIMIENTO**

Al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología por el apoyo brindado para la realización de mis estudios de maestría.

**Becario No. 927875**



# Índice

Resumen.....	i
Abstract.....	ii
Motivación.....	iii
Introducción.....	iv
Capítulo 1: Antecedentes.....	1
1.1 Reflexión.....	10
Capítulo 2: Planteamiento del problema.....	12
2.1 Problemática.....	12
2.2 Problema de investigación.....	12
2.3 Pregunta de investigación.....	13
2.5 Objetivo general.....	13
2.6 Objetivos particulares.....	13
2.7 Justificación.....	14
Capítulo 3: Marco conceptual.....	16
3.1 Dominio afectivo.....	16
3.1.1 Emociones.....	16
3.1.2 Actitudes.....	17
3.1.3 Creencias.....	17
3.1.4.1 Fuentes de creencias de autoeficacia.....	19
3.2 Constructos.....	22
Capítulo 4: Marco metodológico.....	24
4.1 La Investigación cualitativa.....	24
4.2 Estudio de caso.....	25
4.3 Descripción del caso.....	25
4.4 Instrumentos.....	26
4.3.1 Entrevista semiestructurada.....	27
4.3.3 Problemas matemáticos.....	34
4.3.4 Evidencias de desempeño.....	35
4.4 Aplicación de instrumentos.....	35
4.5 Método de análisis de información.....	37
Capítulo 5: Análisis y resultados.....	45
5.1 Entrevista.....	45

<b>5.2 Autoeficacia Percibida Específica de Situaciones Académicas y Problemas Matemáticos</b>	67
<b>5.3 Evidencias de desempeño y logro académico</b>	70
<b>5. 4 Resultados</b>	71
<b>Capítulo 6: Discusiones y conclusiones</b>	75
<b>Referencias</b>	78
<b>Anexos</b>	81
<b>1 Instrumentos</b>	81
<b>1.1 Guion de entrevista</b>	81
<b>1.2 Escalas de Autoeficacia Percibida Específica de Situaciones Académicas (EAPESA)</b>	82
<b>1.3 Problemas matemáticos</b>	84
<b>2. Respuestas a los instrumentos</b>	85

## Resumen

La investigación que se reporta caracteriza y describe las creencias de autoeficacia, y su impacto en el desempeño y logro académico de un grupo conformado por 15 estudiantes de una licenciatura en matemáticas, durante los primeros 18 meses de su carrera. Se caracterizan las creencias de autoeficacia de los estudiantes en términos de sus fuentes y niveles, empleando el análisis temático en una entrevista semiestructurada aplicada al inicio de la carrera de los estudiantes y analizando dos escalas tipo Likert que se aplicaron luego de que habían avanzado nueve y catorce meses de su carrera, de dichas escalas se encontró que los estudiantes en cuestión tuvieron una disminución en sus niveles de autoeficacia.

Se midió el logro de los estudiantes empleando un cuestionario de problemas algebraicos cuyo contenido corresponde a las materias de Álgebra Superior I y Álgebra Lineal I, además de hacer una estimación de la calibración de sus creencias de autoeficacia. Se dio seguimiento a sus calificaciones en las materias de Álgebra Superior I, Álgebra Superior II y Álgebra Lineal I durante los tres primeros semestres para describir el impacto de las creencias en el desempeño.

Con base en el análisis de los resultados obtenidos en cada uno de los instrumentos se obtuvo un nuevo tema, deseo de contribuir, para la tematización de los códigos obtenidos, de la misma manera el tema de persuasión social se separó en dos temas, persuasión social directa y persuasión social indirecta. De manera general los niveles de autoeficacia de los estudiantes tuvieron una disminución del primer año al primer año y medio. Por otra parte se obtuvo que la precisión en la calibración de los estudiantes genera un efecto negativo en el desempeño y logro académico.

**Palabras clave:** creencias de autoeficacia, desempeño y logro académico, calibración.

## **Abstract**

The research reported characterizes and describes self-efficacy beliefs, and their impact on the academic performance and achievement of a group made up of 15 undergraduate students in mathematics, during the first 18 months of their career. Students' self-efficacy beliefs are characterized in terms of their sources and levels, using thematic analysis in a semi-structured interview applied at the beginning of the students' career and analyzing two Likert-type scales that were applied after they had advanced nine and Fourteen months of his career, from these scales it was found that the students in question had a decrease in their levels of self-efficacy.

The achievement of the students was measured using a questionnaire of algebraic problems whose content corresponds to the subjects of Higher Algebra I and Linear Algebra I, in addition to estimating the calibration of their self-efficacy beliefs. Their grades in Higher Algebra I, Higher Algebra II, and Linear Algebra I were tracked during the first three semesters to describe the impact of beliefs on performance.

Based on the analysis of the results obtained in each of the instruments, a new topic was obtained, a desire to contribute, for the thematization of the codes obtained, in the same way the topic of social persuasion was separated into two topics, social persuasion direct and indirect social persuasion. In general, the self-efficacy levels of the students decreased from the first year to the first year and a half. On the other hand, it was obtained that the precision in the calibration of the students generates a negative effect on the academic performance and achievement.

**Keywords:** beliefs of self-efficacy, academic performance and achievement, calibration.

## **Motivación**

En mi experiencia como asesor de matemáticas de estudiantes en diferentes niveles y grados escolares, y aquella que alcancé durante mi formación como licenciado en matemáticas, me fui percatando de cómo las emociones, actitudes y creencias afectaban el desempeño académico de los estudiantes. Con base en la lectura de artículos e intercambio de ideas con mi asesora de tesis, la Dra. Lorena Jiménez Sandoval, nos propusimos realizar una investigación que nos permitiera averiguar hasta dónde las creencias de los estudiantes, en particular las creencias de autoeficacia tienen impacto en su desempeño académico. Adicional a esto, ha existido una preocupación latente por los índices de deserción dentro de la Licenciatura en Matemáticas de la Universidad Autónoma de Zacatecas en donde cursé la licenciatura, en el caso de mi generación, 2013-2017, llegó a ser del 75% en los primeros 2 años. Estas razones nos condujeron a investigar más a fondo lo relativo a las creencias de autoeficacia y cómo es que éstas pueden afectar el desempeño y logro académico de los estudiantes.

Otra de mis motivaciones es obtener resultados que tengan un efecto en la comunidad científica que coadyuven a destacar la relevancia de la investigación de los aspectos afectivos sobre el aprendizaje de la matemática. Además, proporcionar elementos que concienticen a los docentes sobre la importancia de las creencias de los estudiantes, particularmente las creencias de autoeficacia, cuyo análisis puede convertirse en un elemento que contribuya a la mejora de la labor de enseñanza de las matemáticas.

## Introducción

Desde que Bandura, en la década de los 80's, propone la teoría Cognitiva Social, se pone de manifiesto la importancia de las creencias de autoeficacia dada su influencia en el desempeño académico de los estudiantes. Las creencias de autoeficacia se conceptualizan en términos de cómo las personas se perciben a sí mismos para realizar ciertas tareas, en este caso, tareas matemáticas. Bandura (1994) plantea que existen cuatro tipos de experiencias que originan y consolidan las creencias de autoeficacia en el transcurso de la vida de las personas y que llama *fuentes de las creencias de autoeficacia*, éstas son: experiencias de dominio, experiencias vicarias, persuasión social y experiencias de reacciones al estrés.

Estudios como los de Nuria, Guerrero & Blanco (2010), Dimarakis, Bobis, Way & Anderson (2014), Contreras, Espinosa, Esguerra, Haikal, Polanía, Rodríguez (2005), Gómez-Chacon y Op'tEynde & De Corte (2006) han abordado el impacto de las creencias de autoeficacia en el desempeño de labores matemáticas con estudiantes en distintos grados académicos con métodos diferentes que en general permiten hacer comparaciones entre las creencias de autoeficacia (empleando alguna escala de autoeficacia) y la resolución de problemas, o bien, con las calificaciones obtenidas en los cursos.

Los estudios encontrados y reportados en esta investigación, sobre creencias de autoeficacia y sus efectos en el desempeño académico en la materia de matemáticas son, en su mayoría estudios cuantitativos y en niveles escolares de secundaria y bachillerato.

El presente escrito reporta un estudio de caso de 15 estudiantes del nivel superior desde una perspectiva cualitativa empleando el análisis temático sobre una entrevista semiestructurada que se aplicó a los estudiantes de nuevo ingreso a la licenciatura en matemáticas que se ofrece en la Unidad Académica de Matemáticas de la Universidad Autónoma de Zacatecas, en México.

Se analizaron además las respuestas de los estudiantes a dos escalas de autoeficacia diseñadas ad hoc, las cuales se aplicaron en diferentes momentos, la primera después de 9 meses de haber ingresado a la licenciatura y la segunda 5 meses después de la primera aplicación. A la aplicación de cada escala le siguió la aplicación de un cuestionario de problemas matemáticos cuyas soluciones permitieron medir la calibración de la autoeficacia

obtenida de los estudiantes con el empleo de las escalas. Se analizó también una base de datos que contenía las calificaciones de los estudiantes en las materias de Álgebra Superior I, Álgebra Superior II y Álgebra Lineal I que permitieron una mejor observación del impacto de las creencias de autoeficacia en su desempeño y logro académico.

En cada uno de los capítulos del presente escrito, se trabajaron diferentes aspectos para el desarrollo de la investigación. En el primer capítulo se reportan una serie de investigaciones de las creencias de autoeficacia entorno a la enseñanza aprendizaje de las matemáticas de diferentes autores. De cada investigación se rescata la metodología, empleada, resultados y conclusiones, y en algunos casos constructos necesarios. Además, se hace una reflexión general de los artículos revisados y cómo estos aportan a la investigación presente.

En el segundo capítulo se plantea la problemática de la investigación, en ella se describe, el problema, pregunta de investigación, se plantea una hipótesis, objetivos generales y particulares y se finaliza con la justificación. Dichos elementos del segundo capítulo dan los lineamientos para la investigación. En el tercer capítulo se escriben los conceptos y constructos requeridos en la investigación, definiciones como, dominio afectivo, autoeficacia y sus diferentes fuentes, calibración, logro y desempeño.

El cuarto capítulo se describe el marco metodológico, partiendo de una descripción de que es la investigación cualitativa y algunos de sus elementos históricos, estudio de caso, descripción del caso, instrumentos (entrevistas semiestructuradas, Escalas tipo Likert EAPESA, problemas matemáticos y evidencias de desempeño), métodos de análisis (análisis temático, comparación de tablas bajo sus diferentes factores, así como la revisión de los problemas matemáticos, y comparación de las calificaciones como evidencia de desempeño).

En el capítulo cinco de análisis y resultados, se detalla cómo se analizó cada una de las respuestas de los estudiantes en cada instrumento y con base en dichas respuestas se dan los resultados los cuales dan respuesta a la pregunta de investigación. Finalmente en el capítulo de discusión y conclusiones, se da una discusión de los resultados obtenidos en la investigación en contraste con los antecedentes revisados, así mismo se presentan las dificultades y áreas de oportunidad que tiene la investigación, así como las fortalezas de la investigación como sus aportaciones y resultados

## Capítulo 1: Antecedentes

La revisión de la literatura se centró en aquellas investigaciones sobre creencias de autoeficacia y su relación con el rendimiento académico en la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas de diferentes niveles educativos.

Lester, Garofalo & Lambdin (1989) realizaron un estudio que relacionó la resolución de problemas tal y como la propone Schoenfeld (1985) (citado por Lester, Garofano & Lambdin, 1989) y los aspectos no cognitivos presentes; cuestión de confianza en sí mismo, motivación y perseverancia, entre otros autores postulan que:

Individual's failure to solve a problem successfully when the individual possesses the necessary knowledge stems from the presence of noncognitive and metacognitive factors that inhibit the appropriate utilization of this knowledge. These factors are of at least four types: affects and attitudes, beliefs, control, and contextual factors. (p.75).

Lo cual hemos traducido como: *La falla de un individuo para resolver un problema exitosamente, cuando posee los conocimientos necesarios, se deriva de la presencia de factores no cognitivos y metacognitivos que inhiben la adecuada utilización de este conocimiento. Estos factores son de al menos cuatro tipos: afectos y actitudes, creencias, control y factores contextuales.*

La investigación se centra en la conceptualización de creencias y sistema de creencias, bajo la idea de que éstas constituyen el conocimiento subjetivo del individuo sobre sí mismo, las matemáticas, resolución de problemas, y los temas tratados en las declaraciones de problemas. Se considera además que los factores contextuales influyen directamente en la formación de creencias, así como la medida en que un individuo está dispuesto o es capaz de participar en un comportamiento regulatorio durante la resolución de problemas. También, los afectos y las actitudes influyen y están, a su vez, influidos por las creencias.

El estudio de Lester, Garofalo & Lambdin (1989) estuvo basado en cómo estudiantes de séptimo grado (en dos clases de matemáticas en una escuela secundaria pública en Bloomington, Indiana), resuelven 4 ejercicios llamados escenarios y la influencia que tienen las creencias de autoeficacia, las cuales son analizadas en entrevistas videograbadas, en la resolución de dichos ejercicios.



Dicho estudio desde el análisis de los resultados llega a 4 conjeturas siendo de nuestro interés la conjetura número 1, en la cual se explica que las creencias de un individuo sobre sí mismo, las matemáticas y la resolución de problemas juegan un papel dominante, a menudo abrumador, en su comportamiento de resolución de problemas. Los autores están convencidos de que las creencias afectan el comportamiento, particularmente el comportamiento asociado con el aprendizaje y la matemática; y que, sin embargo, las creencias se han ignorado en los estudios del rendimiento en la resolución de problemas.

En Pajares (1999) se reporta una investigación que tiene como objetivos, determinar si la autoeficacia de las matemáticas contribuye de manera independiente a la predicción del rendimiento matemático cuando se controlan otras variables de motivación y logros previos que han demostrado predecir los resultados relacionados con las matemáticas. Descubrir, hasta qué punto las matemáticas en sí mismas comienzan a cambiar durante el primer año de la escuela intermedia. Y, por último, descubrir si las diferencias en las construcciones de motivación variarían según el género o la educación regular/colocación de superdotados.

Para llegar a dichos objetivos aplicó instrumentos tipo Likert: de autoeficacia matemática (que incluye problemas y ejercicios matemáticos que el alumno debe de resolver), de ansiedad matemática de Betz (1978) (citado por Pajares, 1999), de autoconcepto, de autoeficacia para el aprendizaje autorregulado y de compromiso. Además, se recopilaron las calificaciones de los alumnos en el ciclo anterior a cursar la materia de matemáticas. Cabe destacar que la aplicación de dichos instrumentos la realizó a 273 estudiantes en el sexto grado de una escuela secundaria (primer año de la escuela intermedia) pública suburbana en Estados Unidos de América.

En torno al primer objetivo, Pajares (1999) concluyó que la autoeficacia matemática fue la única variable de motivación para predecir el rendimiento matemático tanto al comienzo como al final del año, aportando a la solución de este problema sustantivo. Y que, por lo tanto, la influencia de los factores afectivos en el rendimiento matemático es potencialmente mayor de lo que indican otros resultados obtenidos. En cuanto al segundo objetivo concluye que al final del año académico, los estudiantes describieron la matemática como menos valiosa, y reportaron un menor esfuerzo y persistencia en las matemáticas. Y

finalmente para el último objetivo, concluye que no se encontraron diferencias de género en las creencias de autoeficacia ni al comienzo ni al final del año.

La investigación de Chen (2003) es una investigación cuantitativa, que consistió en analizar la exactitud de la calibración. La calibración la describe como la relación entre las creencias de autoeficacia y la correcta resolución de ejercicios matemáticos (rendimiento matemático, según este autor). Para la recolección de información se utilizaron 5 instrumentos; el primero fue un formulario de 15 ejercicios matemáticos acorde al nivel educativo (7° grado), el segundo fue una escala de autoeficacia en matemáticas, el tercero fue una prueba en torno a los juicios de esfuerzo, el cuarto un instrumento de autoevaluación y el quinto, fueron los puntajes de logros de matemáticas de ciclos anteriores de los estudiantes.

De los resultados que se obtuvieron con la aplicación de los instrumentos descritos, consideramos aquellos que están directamente relacionados con la autoeficacia, para ello en la siguiente figura 1 describimos algunos de éstos.

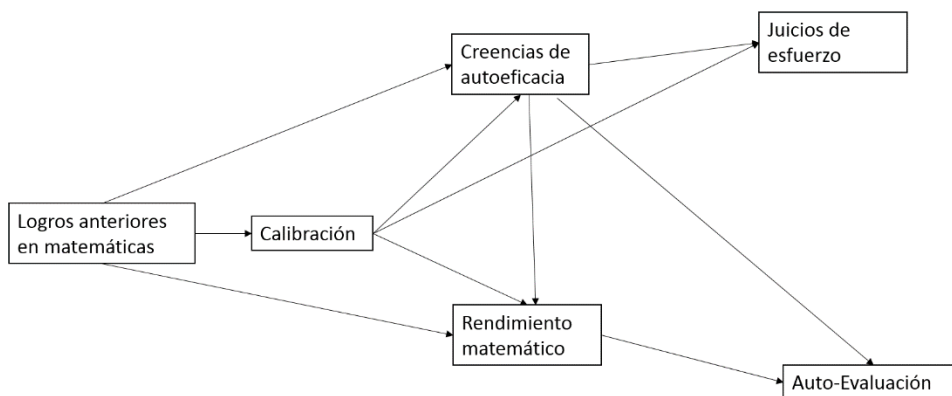


Figura 1. Análisis cualitativo de Chen (2003)

La Figura 1 muestra cómo, según Chen (2003), la autoeficacia tiene dos entradas principales: los logros matemáticos previos y la precisión de la calibración, que a su vez está influenciada por los logros previos en la matemática.

La precisión de calibración de los estudiantes, la autoeficacia y el logro de matemáticas del ciclo anterior, tuvieron efectos significativos en su rendimiento matemático, esto es, con base en ellos los estudiantes reflejaron una modificación en su desempeño y logro académico. Además, el rendimiento en matemáticas y la autoeficacia de los alumnos

predecían la autoevaluación posterior al rendimiento. Un resultado a destacar es, que la autoeficacia de los estudiantes y la precisión de calibración tuvieron efectos negativos en su juicio de esfuerzo. Además, la precisión de calibración tuvo un efecto negativo en la autoeficacia, mientras que el logro del ciclo anterior tuvo un efecto positivo en la autoeficacia. Del mismo modo, el logro del ciclo anterior tuvo un efecto positivo en la precisión de calibración.

Dados estos resultados, la autoeficacia matemática fue una variable crucial para predecir el rendimiento en matemáticas de los estudiantes y la autoevaluación posterior al rendimiento y juicios de esfuerzo. El análisis de la trayectoria reveló un impacto negativo inesperado de las creencias de autoeficacia en los juicios de esfuerzo, lo que indica que una mayor confianza en la capacidad de sí mismo condujo a percepciones de menos esfuerzo.

Por lo tanto, la autoeficacia se correlacionó positivamente con el esfuerzo cuando éste se evaluó antes de completar el rendimiento en matemáticas (es decir, completar el curso). Y a la inversa, la autoeficacia se correlacionó negativamente con el esfuerzo cuando se evaluó el esfuerzo después de completar el desempeño (es decir, finalización del elemento de prueba).

Contreras et al. (2005) reportan los resultados de una investigación cuantitativa cuyo propósito era determinar, si la ansiedad y las creencias de autoeficacia guardaban una relación con el rendimiento académico. Según esta investigación, en el contexto educativo, la ansiedad y creencias tienen una asociación correspondida en la que están presentes estados psicológicos como el temor y la inseguridad. El estudio se realizó con 120 estudiantes de nivel secundaria a quienes se les aplicó la Escala de Autoeficacia Generalizada (EAG), que evalúa las creencias de autoeficacia en situaciones determinadas y el cuestionario de Ansiedad Estado-Rasgo (STAI), que mide “dos dimensiones de la ansiedad rasgo y estado. La ansiedad rasgo (A/R) permite que los sujetos describan cómo se sienten de manera global, mientras que la escala ansiedad estado (A/E) hace referencia a cómo se sienten en una situación más específica” Contreras et al. (2005).

Los resultados señalan que la autoeficacia es el mejor predictor del rendimiento académico en las áreas de artísticas, sociales y matemáticas y existe una significancia estadística entre la ansiedad rasgo-estado para las áreas de sociales y matemáticas,

confirmando el efecto de la autoeficacia mediado por la ansiedad sobre la producción de creencias de inadecuación e inhabilidad en las personas para que hagan frente a determinadas tareas, en particular las tareas matemáticas.

En Gil, Guerrero y Blanco (2006) se presenta un análisis de las creencias, las emociones y las actitudes que los estudiantes de secundaria experimentan en el proceso de aprendizaje de las matemáticas y como éstas son una fuente de motivación y actúan como generadoras de expectativas de éxito ante la materia. Para el análisis de las creencias, emociones y actitudes (C.E.A.) se aplicó un cuestionario, de 52 ítems, Likert con cuatro posibles respuestas (de acuerdo, muy de acuerdo, en desacuerdo y muy en desacuerdo), que fueron seleccionados con base en la lectura de trabajos de Callejo (1994), Camacho, Hernández y Socas (1995) y Gómez-Chacón (2000) (citado por Gil Guerrero y Blanco, 2006). Para el estudio de las creencias sobre “uno mismo como aprendiz de matemáticas” se incluyeron 10 de los 52 ítems, que hacen referencia al autoconcepto matemático en el cual se reflejan también las creencias de autoeficacia.

El cuestionario fue aplicado a 346 estudiantes de nivel secundario del instituto Badajoz, que fueron elegidos empleando un muestreo probabilístico estimándose así que el tamaño de la muestra debía de ser aproximadamente de 300 alumnos lo que representaría un 7% de la población. El estudio se realizó en dos etapas, la primera etapa fue para seleccionar a las escuelas que se aplicaría (públicas o privadas) y la segunda para seleccionar a los alumnos de cada escuela. Finalmente se obtuvo una muestra de 346 alumnos, de los cuales 166 eran varones y 180 mujeres, con edades comprendidas entre los 13 y los 18 años de una clase sociocultural media-baja, con niveles intelectuales normales y sin capacidades diferentes físicas, psíquicas o sensoriales.

Para hacer el análisis de las creencias sobre el autoconcepto matemático se hace referencia al marco teórico de dominio afectivo, que asume el autoconcepto matemático, “la autoimagen de la persona respecto a cómo se percibe y se valora al aprender matemáticas” Gómez-Chacón (1997) (citado por Gil, Guerrero y Blanco, 2006). Además, son ideas, juicios, creencias y atribuciones que se conforman durante el proceso de escolarización en el entorno de aprendizaje.

Los autores concluyen que las creencias acerca de sí mismos, como aprendices de matemáticas no se relacionan con el género de los alumnos. Se muestra una relación directa entre las creencias de sí mismos como aprendices de matemáticas y la motivación y rendimiento académico. Finalmente, se propone elaborar programas de alfabetización emocional en la educación matemática, para promover el cambio en las C. E. A. en alumnos de secundaria, hacer conscientes a los profesores de la importancia e impacto que tiene el conocer las C. E. A. en sus aprendices; creando centros de capacitación. Además, se deja como propuesta de investigación realizar estudios posteriores para analizar la relación que existen entre las variables involucradas.

En Gómez-Chacon, Op'tEynde y De Corte (2006) se presenta una discusión detallada sobre las creencias, entendidas éstas como una de las cinco categorías de aptitudes que todos los estudiantes deberían adquirir para tener una buena disposición matemática desde la perspectiva de Corte, Verschaffel, y Op 't Eynde, (2000); Schoenfeld, (2002) y De Corte, (2004) (citado por Gómez-Chacon, Op'tEynde y De Corte, 2006). Las cinco categorías de las que se habla son: conocimiento matemático, métodos heurísticos, metaconocimientos, habilidades de autorregulación y creencias positivas sobre la matemática y su aprendizaje.

La investigación se realizó en dos momentos, uno en el que se describe el sistema de creencias de los estudiantes; y un segundo en el que se establece una de las relaciones entre creencias, género, contexto sociocultural, rendimiento y opción de estudio elegida por los estudiantes. El cuestionario sobre creencias hacia las matemáticas, Mathematics-Related Beliefs Questionnaire (MRBQ), es un cuestionario propuesto por Op 't Eynde y De Corte (2003) que está compuesto de 44 ítems que contemplan diferentes subescalas: las creencias acerca del papel y la función del profesor, creencias sobre el significado y la competencia en matemáticas, creencias sobre las matemáticas como una actividad social y creencias sobre las matemáticas como un dominio de excelencia, este cuestionario fue aplicado a 279 estudiantes de 15 años de tercero de secundaria.

Además, se aplicó un cuestionario sobre creencias respecto a la educación matemática a los profesores que fue elaborado por Gómez-Chacón (2000a). Para finalizar con el levantamiento de la información y tener elementos para triangularla, los autores realizaron entrevistas a los profesores para indagar el rendimiento y las dificultades de aprendizaje de

los estudiantes. Los alumnos estaban distribuidos en nueve clases de tres colegios diferentes, de características muy diversas, tanto sociales como contextuales.

El marco teórico empleado para el análisis de la información gira en torno al sistema de creencias de los estudiantes en general, caracterizado por Gómez-Chacon, Op'tEynde y De Corte (2006) como “la forma en que cree y no tanto por lo que cree” (p. 311), y que de acuerdo con estos mismos autores se compone de:

Las concepciones implícita o explícitamente sostenidas por los estudiantes acerca de la educación matemática, acerca de sí mismos como aprendices y acerca del contexto social. Estas creencias están en estrecha interacción entre ellas y con los conocimientos previos sobre el aprendizaje de la matemática y las actividades de resolución de problemas en el aula. (p. 311).

En el artículo se hace una clasificación de las creencias dividida en tres ramas principales, cada una con las subramas que se describen a continuación:

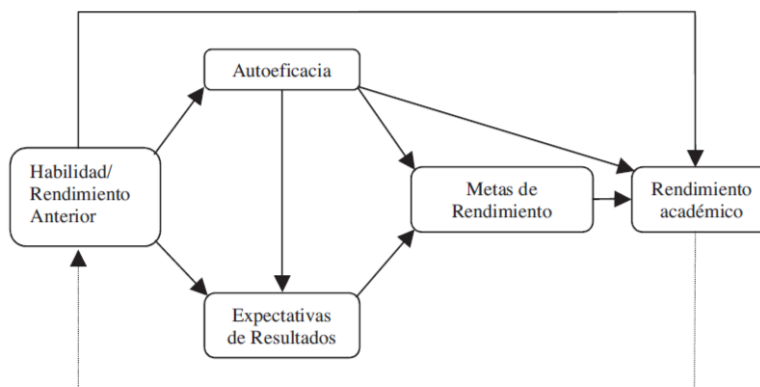
1. Creencias sobre la educación matemática, que incluye:
  - a) Creencias de los estudiantes sobre las matemáticas.
  - b) Creencias sobre el aprendizaje y la resolución de problemas matemáticos.
  - c) Creencias sobre la enseñanza de la matemática
2. Creencias de los estudiantes sobre sí mismos, se refiere a:
  - a) Su creencia intrínseca relativa a la orientación de la meta relacionada con las matemáticas.
  - b) Creencia extrínseca de la orientación de la meta.
  - c) Creencia sobre el valor de la tarea.
  - d) Creencia sobre el control.
  - e) Creencia sobre la autoeficacia.
3. Creencias de los estudiantes sobre su contexto específico de la clase, entre las que se puede distinguir:
  - a) Creencias sobre el papel y el funcionamiento de su profesor.

- b) Creencias sobre el papel y el funcionamiento de los estudiantes en su propia clase.
- c) Creencias sobre las normas y las prácticas sociomatemáticas en la clase. (Gómez-Chacon, Op'tEynde y De Corte, 2006, p. 311).

La investigación mostró una relación entre creencias sobre sí mismos (la confianza y la competencia personal en matemáticas) y la opción de estudios elegida, así como el rendimiento, pero no se profundiza sobre el papel de las creencias de autoeficacia.

En Cupani (2010) se reporta una investigación que tiene como finalidad observar; la relación del rendimiento anterior en matemáticas, la autoeficacia en rendimiento para matemáticas, las expectativas de resultados en matemáticas y metas de rendimiento en matemática, con el éxito académico en esta asignatura, esto con adolescentes de entre 13 y 15 años de Argentina. Como se muestra en la Figura 2, en la que se observan las relaciones entre; rendimiento anterior, autoeficacia, expectativas de resultados, metas de rendimiento con el rendimiento académico.

*Modelo de rendimiento académico propuesto por la Teoría Social-Cognitiva del Desarrollo de Carrera (Lent et al., 1994)*



*Figura 2. Modelo de rendimiento académico propuesto por la teoría socio-cognitiva del desarrollo de carrera (Lent et al., 1994, Tomada de Cupani (2010) p. 65*

Cabe destacar que dicha investigación fue de corte cuantitativo y para recopilar la información utilizaron diferentes instrumentos respecto a cada una de las componentes. Para rendimiento anterior, se operó mediante los promedios finales del primer y segundo cuatrimestre del año electivo en la asignatura Matemática en una escala de 1 a 10 donde la mínima aprobatoria es 7. Para la autoeficacia se utilizó la Escala de Autoeficacia para Enseñanza Media (Middle School Self-Efficacy Scale, Fouad et al., 1997); así mismo como

lo fue la Escala de Autoeficacia para el rendimiento en matemática (Pajares, 1996). Finalmente, para la adaptación de las subescalas de expectativas de resultados en matemática y metas en matemática, y debido al reducido número de ítems que conforman la versión original, se agregaron reactivos pertenecientes a las subescalas de expectativas y metas en ciencia, con la modificación de la palabra “ciencia” por “matemática” (Cupani, 2010).

Con base en los resultados, se observó una alta correlación entre rendimiento previo y el rendimiento académico en matemática. Y una correlación moderada entre autoeficacia para el rendimiento en matemática, así mismo entre metas de rendimiento en matemática con rendimiento académico en matemática (Cupani, 2010) y es en este sentido que se llega a que el rendimiento previo en matemática es el predictor más fuerte, seguido por las creencias de autoeficacia para el rendimiento en matemáticas. Finalmente, en relación de la autoeficacia y las metas con el desempeño en matemáticas, se llega a que:

Aunque las creencias de autoeficacia realmente parezcan conducir a los estudiantes a proponerse objetivos académicos más altos, sus principales contribuciones a predecir el rendimiento académico son de manera directa, ya que poseer confianza sobre sus capacidades es relativamente más importante para el logro académico que el de proponerse metas (Brown et al., 2008. Citado por Cupani (2010) p. 72).

Dimarakis, Bobis, Way & Anderson (2014) informan sobre los resultados de un estudio que examinó las percepciones de los estudiantes sobre sus creencias de autoeficacia (denominada autoconfianza en dicho estudio) y las experiencias y contextos que influyen en su desarrollo. Se seleccionaron 15 estudiantes de 7° año de una High School (equivalente a nivel medio superior en México) católica en un área metropolitana de una ciudad importante en Australia. Con base en sus habilidades matemáticas identificadas previamente, los resultados de una prueba sobre el contenido específico de fracciones, las opiniones de los profesores consultados respecto al rendimiento académico de los estudiantes en grados anteriores y bajo una perspectiva teórica multinivel sobre las creencias de autoeficacia, se emplearon tres instrumentos para levantar la información: Encuesta de Motivación y Compromiso, examen de logros y una entrevista.

Los resultados indican que las disposiciones individuales de los estudiantes, particularmente la persistencia, juegan un papel importante en la conformación de sus



creencias de autoeficacia. Los factores de clase, como el agrupamiento en equipos según sus capacidades, no tuvieron un impacto perjudicial sobre sus creencias, pero sí los factores individuales como las experiencias personales y los resultados obtenidos con anterioridad. Estos últimos impactan sobre su voluntad de persistir cuando se enfrentan a dificultades.

De acuerdo con Schöber, Schütte, Köller, McElvany, & Gebauer (2018), el impacto de las creencias de autoeficacia sobre el rendimiento ha sido consistentemente sustentado y se considera que puede identificarse incluso en un plazo inmediato, pero no ha sido así en la prueba de la influencia que ejerce el rendimiento en el cambio de las creencias de autoeficacia ya que éstas son más estables en el tiempo. Estos autores explican que quizá se debe a que los estudios que se han realizado han considerado periodos de tiempo no más allá de un año, en nuestra investigación, se superó este plazo con medio año más.

## **1.1 Reflexión**

En los antecedentes mostrados en la sección anterior se puede observar que existe una variedad de estudios que implementan métodos distintos y el marco de referencia puede variar en algunos aspectos. Todos tienen en común el análisis de las creencias de autoeficacia y su impacto en el desempeño e impacto académico y son, en su mayoría, investigaciones descriptivas de corte cuantitativo, en contraste nuestra investigación se realizó desde una perspectiva cualitativa en la que se profundizó sobre las características de las creencias de autoeficacia desde sus fuentes y como dichas creencias, impactan en el logro académico.

Destacamos de los resultados de Gil, Guerrero & Blanco (2006) que las creencias de autoeficacia no se ven afectadas por el género de forma tal que no consideraremos el género como punto de atención en nuestra investigación. Además de las creencias la motivación y desempeño matemático influyen consideradamente en los aprendices de matemáticas en. Así mismo, de Dimarakis, Bobis, Way & Anderson (2014) resaltamos que las creencias de autoeficacia son modificadas y consolidadas por los factores individuales como las experiencias personales de éxitos y fracasos y que la persistencia que experimentan los alumnos personalmente esta mediada justamente por estas experiencias.

En el estudio de Contreras et al. (2005), analizan la ansiedad y las creencias de autoeficacia, su relación entre sí y cuál de las dos son mejores predictores del éxito en matemáticas, y dan evidencia que las creencias de autoeficacia son los mejores predictores.

En la investigación hecha por Gómez-Chacon, Op'tEynde & De Corte (2006) establecen una correlación estadística entre las creencias de autoeficacia y la capacidad de resolver problemas exitosamente y como afectan dichas creencias esta tarea.

En Lester, Garofalo & Lambdin (1989) de igual manera, se relaciona la resolución de problemas con el marco teórico de dominio afectivo, específicamente las creencias de los estudiantes, llegando a la conclusión que las creencias sobre uno mismo son importantes para una resolución exitosa de problemas matemáticos.

En general, la revisión de estos artículos proporciona un marco de conceptualización para las creencias de autoeficacia, un panorama de la importancia de las creencias de autoeficacia y cómo éstas pueden incluso ser consideradas como predictores del desempeño académico y de la resolución exitosa de problemas matemáticos. Las investigaciones revisadas describen además algunas características que permitieron una mejor descripción de las creencias de autoeficacia, así como instrumentos (cuestionarios, exámenes cognitivos y entrevistas) que fueron útiles para el levantamiento de la información.

## **Capítulo 2: Planteamiento del problema**

### **2.1 Problemática**

Bandura (1994) menciona que las creencias de autoeficacia juegan un papel importante en el desempeño académico, Contreras et al. (2005) afirman que las creencias de autoeficacia tienen más impacto en la motivación y desempeño que la ansiedad matemática. Lester, Garofano & Lambdin, (1989) por su parte, muestran a las creencias de autoeficacia como principales motivadores para la resolución de problemas matemáticos. En este orden de ideas, sabemos que los estudiantes que ingresan a la licenciatura en matemáticas, generalmente cuentan con calificaciones mayores o iguales a 8 en las materias de matemáticas del bachillerato, sin embargo, este rendimiento se ve disminuido significativamente en el primer semestre de la licenciatura, Según explicaron las autoridades de la unidad académica, no se ha logrado entender estos cambios en el rendimiento de los estudiantes que ingresan. La experiencia que han acumulado, observando el comportamiento de los estudiantes, les hace pensar que los estudiantes ingresan a la licenciatura con un alto nivel de confianza sobre su conocimiento sobre la matemática pero con hábitos de estudio que no les han demandado mucho tiempo de dedicación porque, según palabras de los propios estudiantes, las matemáticas siempre se les han facilitado, de forma tal que podría considerarse que para los estudiantes que forman parte de la investigación podría aplicarse lo que explica Zimmerman, Bonner & Kovach (1996), respecto a que cambio en su desempeño puede ser ocasionado por el alto sentido de autoeficacia poco realista que manifiestan los estudiantes, generando a su vez una falta de voluntad para cambiar sus métodos de estudio debido justamente a este exceso de confianza.

Por tales razones se tiene la hipótesis de que las creencias de autoeficacia de los estudiantes de nuevo ingreso a la carrera de matemáticas de la Universidad Autónoma de Zacatecas (UAZ) sufren un cambio que impacta por lo general de manera negativa en su desempeño académico durante los primeros semestres pero se desconoce el origen del cambio y como podría entenderse el impacto que tiene este cambio en su desempeño.

### **2.2 Problema de investigación**

Se identificó un bajo nivel de desempeño y bajos resultados de logro en los primeros semestres de la licenciatura en matemáticas que se oferta en la UAZ, y que atribuimos a un

cambio en sus creencias de autoeficacia ya que, según Zimmerman, Bonner y Kovach (1996) hay estudiantes que pueden mostrar un alto sentido de eficacia poco realista y que éste se ve reflejado en una falta de voluntad para cambiar sus métodos de estudio.

### **2.3 Pregunta de investigación**

¿Cómo son las creencias de autoeficacia de los estudiantes que ingresan la licenciatura en matemáticas, cuál es el cambio que sufren transcurridos los primeros 18 meses y cuál es el impacto que tienen las creencias de autoeficacia y su cambio en el desempeño y logro académico?

### **2.4 Hipótesis**

Las creencias de los estudiantes sobre la matemática, su enseñanza y aprendizaje sufren un cambio que disminuye su sentido de autoeficacia y este ajuste impacta negativamente en su desempeño y logro académico transcurridos los primeros 18 meses de carrera.

### **2.5 Objetivo general**

Caracterizar las creencias de autoeficacia de acuerdo con las experiencias que las originan, así como el cambio y el impacto que tienen en el desempeño y logro académico de los estudiantes de la Licenciatura en Matemáticas que se oferta en la Universidad Autónoma de Zacatecas desde su ingreso y durante los primeros 18 meses de la carrera.

### **2.6 Objetivos particulares**

- Indagar las fuentes de las creencias de autoeficacia de 15 estudiantes que ingresaron a la Licenciatura en Matemáticas en agosto del 2018.
- Describir lo realista de las creencias de autoeficacia de los estudiantes en diferentes momentos de su formación entre su ingreso y los 3 primeros semestres de la carrera.
- Analizar el desempeño y logro académico de los estudiantes con base en sus calificaciones parciales y finales de tres de las materias del eje curricular de Álgebra cursadas en los primeros tres semestres.
- Caracterizar el impacto que tienen las creencias de autoeficacia y su cambio en el desempeño y logro de los estudiantes durante los primeros 18 meses en la carrera.

## 2.7 Justificación

En este apartado se resalta la importancia de considerar, observar, analizar, en general, investigar particularmente las creencias de autoeficacia de los estudiantes para mejorar su desempeño y logro matemático. En los antecedentes se muestra la importancia de considerar a las creencias de autoeficacia como factores que influyen directamente en el desempeño académico, así como excelentes predictores y motivadores de éste. Attard, Ingram, Forgasz, Leder & Grootenboer (2016) mencionan que hace falta poner atención en el análisis y descripción de los aspectos del dominio afectivo (creencias, actitudes y emociones) en la enseñanza aprendizaje de las matemáticas de los estudiantes de matemáticas.

Las creencias de autoeficacia pertenecen al marco del dominio afectivo particularmente al indicador de creencias. Attard et al. (2016) describen una serie de investigaciones en una línea temporal del 2012 al 2015, dentro de las cuales encuentran que, tanto para hombres como para mujeres, el mejor predictor de logros académicos son las creencias de autoeficacia y que sin embargo la investigación en torno a la autoeficacia es poca. Los mismos autores señalan que las investigaciones que se han realizado sobre autoeficacia son en su mayoría con alumnos y profesores de niveles básicos, primaria y secundaria. En este sentido, la investigación que se desarrolló adquiere relevancia, al proponer una caracterización de las creencias de autoeficacia y su impacto en el desempeño y logro académico de alumnos de nivel licenciatura y en específico de una licenciatura en matemáticas.

Las investigaciones encontradas han sido mayoritariamente de corte cuantitativo, razón por la cual surge de manera natural la necesidad de realizar más investigación de corte cualitativo que permita describir las creencias de autoeficacia. Otro punto digno de rescatar es que, de entre las investigaciones revisadas, encontramos pocas en las que se describe la relación entre las creencias de autoeficacia, su cambio a lo largo de un periodo de tiempo y el impacto que éste, tiene en el desempeño y logro académico en las matemáticas.

Chen (2003) menciona, por ejemplo, que los maestros debieran tener en cuenta las creencias de autoeficacia de sus estudiantes y tratar de entender cuál es la relación de estas creencias con el rendimiento académico como una dimensión importante en su labor docente,

de este modo se espera que la presente investigación sea de interés para los docentes de nivel licenciatura y que explique la importancia de estudios sobre factores del dominio afectivo presentes en la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas.

## **Capítulo 3: Marco conceptual**

Dado que la investigación se ubica en el estudio de las creencias es importante en primer lugar ubicar este tema dentro de alguna perspectiva teórica. El tema de creencias se considera dentro del dominio afectivo por lo que se conceptualizan constructos como los son, el mismo dominio afectivo, creencias, creencias de autoeficacia, logro y desempeño académico entre otras más, cabe destacar que dichos constructos se consideran específicamente alrededor del proceso de enseñanza aprendizaje de las Matemáticas.

### **3.1 Dominio afectivo**

McLeod (1989) explica que el dominio afectivo es un extenso rango de sentimientos y humores (estados de ánimo) que son generalmente considerados como algo diferente de la pura cognición, e incluye como componentes específicos de este dominio las actitudes, creencias y emociones. Gil, Blanco y Guerrero (2005) coinciden en la conceptualización sobre el dominio afectivo dada por Krathwohl, Bloom y Masia, (1973), quienes describen el dominio afectivo conformado por las actitudes, creencias, apreciaciones, gustos y preferencias, emociones, sentimientos y valores. Por otro lado, Lafortune y Sain-Pierre (1994) describen una categoría general del dominio afectivo, en la que sus componentes sirven para comprender y definirlo, dichas componentes son: las actitudes, los valores, el comportamiento moral y ético, el desarrollo personal, las emociones (en la cual se sitúa la ansiedad) y los sentimientos, el desarrollo social, la motivación y la atribución.

Para fines de la investigación se empleará la definición propuesta por McLeod (1989), que afirma que las componentes principales del dominio afectivo son las actitudes, creencias y emociones que se presentan en la labor de la enseñanza aprendizaje de las Matemáticas. Damos una descripción general de estas componentes con la finalidad de tener elementos que nos permitan distinguir unas de las otras.

#### **3.1.1 Emociones**

Para la caracterización de las emociones se toma la propuesta por Gil, Guerrero y Blanco (2005); “las emociones se pueden interpretar como consecuencias postcognitivas, resultado de las atribuciones de causalidad que se llevan a cabo al analizar los resultados de una acción. Las cogniciones preceden y determinan las reacciones afectivas” (p. 25).

Por tanto, las emociones son respuestas afectivas fuertes que van más allá de las reacciones automáticas o consecuencia de activaciones fisiológicas, alcanzan hasta los resultados complejos del aprendizaje, de la influencia social y de la interpretación (Gómez-Chacón, 2000, citado por Gil Guerrero y Blanco, 2005). En términos generales las emociones son reacciones primitivas que una persona experimenta dada la influencia de un agente, objeto o acontecimiento.

### **3.1.2 Actitudes**

La actitud es la predisposición intencional y de comportamiento, ya sea positiva o negativa, en la que una persona interactúa ante un suceso y/o acontecimiento. Dichas actitudes, constan de tres componentes: a) cognitiva, que se manifiesta en las creencias subyacentes a dicha actitud; b) componente afectiva, que se manifiesta en los sentimientos de aceptación o de rechazo de la tarea o de la materia; y c) componente intencional o de tendencia hacia un cierto tipo de comportamiento (Gil, Guerrero y Blanco, 2005). A lo que en Matemáticas se refiere existen dos grandes tipos de actitudes:

- 1) Actitudes hacia la Matemática; se refiere a la valoración, aprecio e interés hacia la disciplina de las Matemáticas y su aprendizaje. Y se manifiestan bajo el interés, satisfacción, curiosidad, etc.
- 2) Actitudes Matemáticas; giran en torno a los aspectos cognitivos, además se refiere hacia el “modo de utilizar capacidades generales como la flexibilidad de pensamiento, la apertura mental, el espíritu crítico, la objetividad, etc., que son importantes para el trabajo matemático” (Gil, Guerrero y Blanco, 2005, p 20).

### **3.1.3 Creencias**

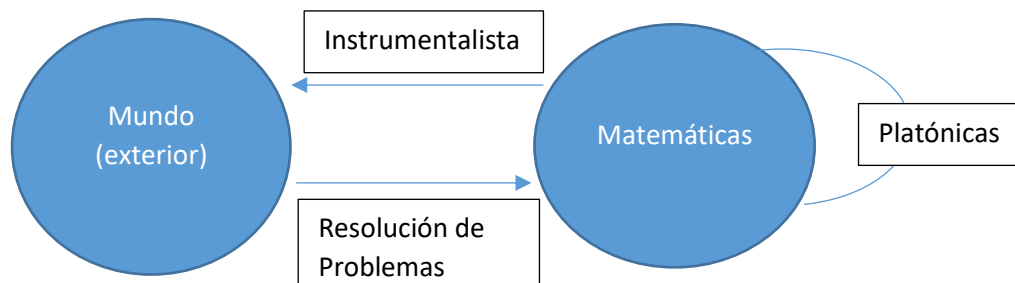
Una creencia se define como:

El conjunto de puntos de vista, de representaciones subjetivas que la persona va interiorizando (individualizando) y reforzando o debilitando durante el transcurso de su vida. Este sistema establece el contexto dentro del cual los recursos, la heurística y el control funcionan (Sánchez, 2008, p. 3). En específico, en cuanto a las creencias sobre la naturaleza de las Matemáticas Ernest (1988) (citado por Gamboa y Moreira-Mora 2016) señala que existen tres visiones, a estas creencias las llamaremos creencias de valor.



- a) Instrumentalista; visión que considera que las Matemáticas pueden ser usadas para resolver situaciones externas a los fines educativos, así mismo, entienden a las Matemáticas yendo desde las Matemáticas hacia las diferentes situaciones del día a día como una herramienta para resolver dichas situaciones; por ejemplo, algunos estudiantes creen que las Matemáticas pueden ser utilizadas como una herramienta para la interpretación del mundo.
- b) Platónica; esta visión plantea que las matemáticas son descubiertas y no creadas, generalmente se interpreta, que las Matemáticas subsisten en sí mismas, incluso vistas como una ciencia.
- c) Resolución de problemas; en esta visión la matemática se considera como un producto cultural no acabado y sus resultados están abiertos a la revisión y creación de nuevas teorías, es decir las Matemáticas se construyen como una manera de interpretar el mundo que nos rodea. En este sentido se entiende que si se presenta algún problema en el mundo exterior se puede recurrir a las Matemáticas para plantear un modelo y resolverlo.

Para la comprensión de las creencias hacia la matemática se presenta la Figura 3.



*Figura 3. Gráfico de descripción de las visiones sobre las creencias hacia la matemática.*

En este sentido, existen otras creencias que establecen cómo el estudiante se percibe a sí mismo ante las Matemáticas para ello, Gil et al. (2005) explica que en su mayoría los alumnos creen que esta disciplina es útil, difícil y está fundamentada en reglas, lo que provoca diversas reacciones. Con esta creencia, la percepción de la utilidad de la disciplina se relaciona positivamente con el rendimiento. Según estos investigadores, las creencias surgen, generalmente, en el contexto escolar y particularmente en el aula.

### **3.1.4 Creencias de autoeficacia**

Bandura (1994) define a las creencias de autoeficacia como; *“people’s beliefs about their capabilities to produce designated levels of performance that exercise influence over events that affect their lives”* (p. 2) lo que se traduce como; *las creencias de las personas sobre sus capacidades para producir niveles designados de desempeño que ejercen influencia sobre eventos que afectan sus vidas*. Y será en ese sentido en que se conceptualizan las creencias de autoeficacia en la presente investigación.

#### **3.1.4.1 Fuentes de creencias de autoeficacia**

Considerando que uno de los objetivos de la presente investigación es identificar las fuentes de las creencias de autoeficacia, es necesario explicar a que nos referimos cuando hablamos de fuentes de autoeficacia. Bandura (1994) describe que las creencias de las personas sobre su eficacia pueden desarrollarse mediante cuatro fuentes basadas en experiencias y son las causantes, no solo de que las creencias de autoeficacia sean creadas sino también modificadas, estas fuentes son: experiencias de dominio, experiencias vicarias, experiencias de persuasión social y experiencias de reacciones al estrés.

##### **3.1.4.1.1 Experiencias de dominio**

“Los éxitos construyen una sólida creencia en la eficacia personal, las fallas lo socavan, especialmente si ocurren fallas antes de que se establezca firmemente un sentido de eficacia” (Bandura, 1994). Si las personas experimentan solo éxitos fáciles, esperan resultados rápidos y el fracaso los desalienta fácilmente. Un sentido de eficacia resiliente requiere experiencia para superar obstáculos mediante un esfuerzo perseverante. Algunos contratiempos y dificultades en las actividades humanas tienen un propósito útil para enseñar a los individuos que el éxito generalmente requiere un esfuerzo sostenido. Una vez que las personas se convencen de que tienen lo necesario para triunfar, perseveran frente a la adversidad y se recuperan rápidamente de los contratiempos. Al resistirlo en tiempos difíciles, emergen más fuertes que la adversidad.

Un ejemplo en torno a cómo las experiencias de dominio consolidan un sentido de eficacia ocurre cuando un estudiante se enfrenta a problemas matemáticos y tiene éxito al resolverlos, entonces el estudiante genera con base en estas experiencias de dominio

creencias de autoeficacia que se arraigan en él, sin embargo, si el estudiante que ha tenido varios éxitos en el aprendizaje de la matemática y, en algún momento se enfrenta con un problema que no puede resolver entonces su autoeficacia se puede ver disminuida o bien ver la dificultad como un desafío y esto redundará en un aumento de su autoeficacia.

#### **3.1.4.1.2 Experiencias vicarias**

Son indirectas proporcionadas por modelos sociales (Bandura, 1994). Estas experiencias surgen con base en la observación de gente similar a uno mismo, al observar que tienen éxito por el esfuerzo constante eleva las creencias de los observadores de que ellos también poseen la capacidad de dominar esas actividades (tareas, resolución de ejercicios, conseguir una nota o calificaciones altas) similares para tener éxito. De la misma manera, al observar el fracaso de otros a pesar del alto esfuerzo, disminuye los juicios de los observadores sobre su propia eficacia y socavan sus esfuerzos. El impacto de los modelos en la autoeficacia percibida está fuertemente influenciado por la similitud percibida con los modelos. Cuanto mayor es la similitud asumida, más persuasivos son los éxitos y los fracasos de los modelos. Si las personas consideran que los modelos son muy diferentes de sí mismos, su autoeficacia percibida no está muy influenciada por el comportamiento de los modelos y los resultados que produce. Así mismo los modelos del observador pueden ser personas con un mayor grado de conocimiento o autoridad, esto como, padres, hermanos familiares o profesores.

La influencia del modelo hace más que proporcionar un estándar social contra el cual juzgar las propias capacidades. Las personas buscan modelos competentes que poseen las capacidades y aptitudes a las que aspiran. A través de su comportamiento y formas de pensar expresadas, los modelos competentes transmiten conocimiento y enseñan a los observadores habilidades y estrategias efectivas para manejar las demandas del entorno. La adquisición de mejores medios aumenta la autoeficacia percibida (Bandura, 1994).

#### **3.1.4.1.3 La persuasión social**

La persuasión social es una tercera forma de conformar o fortalecer las creencias de las personas tienen lo necesario para tener éxito. Las personas que están convencidas verbalmente de que poseen la capacidad de dominar determinadas actividades probablemente movilicen un mayor esfuerzo y lo mantengan que aquellas que albergan dudas sobre sí

mismas y se apoyan en las deficiencias personales cuando surgen problemas (Bandura, 1994). En la medida en que los aumentos persuasivos en la autoeficacia percibida llevan a las personas a esforzarse lo suficiente para tener éxito, promueven el desarrollo de habilidades y un sentido de eficacia personal.

Es más difícil inculcar altas creencias de eficacia personal solo con la persuasión social que socavarlas. Los aumentos de la eficacia poco realistas se confirman rápidamente por los resultados decepcionantes de nuestros esfuerzos. Pero las personas que han sido persuadidas de que carecen de capacidades tienden a evitar actividades desafiantes que cultivan potencialidades y se rinden rápidamente ante las dificultades. Al restringir las actividades y socavar la motivación, la incredulidad en las capacidades de uno crea su propia validación de comportamiento.

Los constructores de eficacia exitosos hacen más que transmitir evaluaciones positivas. Además de aumentar las creencias de las personas en cuanto a sus capacidades, estructuran las situaciones para ellas de manera que tengan éxito y eviten colocar a las personas en situaciones prematuras en las que es probable fracasen con frecuencia. Miden el éxito en términos de superación personal en lugar de triunfar sobre los demás.

#### **3.1.4.1.4 Reacciones al estrés**

El reducir el estrés de las personas y alterar sus emociones negativas, exclusiones y malas interpretaciones de sus estados físicos, ayuda en la conformación de las creencias de autoeficacia (Bandura, 1994). No es solo la intensidad de las reacciones emocionales y físicas lo que importa, sino cómo se perciben e interpretan. Es probable que las personas que tienen un alto sentido de la eficacia vean su estado de exaltación afectiva como un facilitador energizante del desempeño, mientras que las personas acosadas por las dudas sobre sí mismas consideran que su excitación es un debilitador. Los indicadores fisiológicos de eficacia desempeñan un papel especialmente influyente en el funcionamiento de la salud y en las actividades deportivas y físicas.

Las personas también dependen en parte de sus estados somáticos y emocionales para juzgar sus capacidades. Interpretan sus reacciones al estrés y la tensión como signos de vulnerabilidad a un desempeño deficiente. En actividades que involucran fuerza y resistencia,

las personas juzgan su fatiga, dolores y molestias como signos de debilidad física. El estado de ánimo también afecta a los juicios de las personas sobre su eficacia personal. El estado de ánimo positivo aumenta la autoeficacia percibida, el estado de ánimo abatido, lo disminuye (Bandura, 1994).

### **3.2 Constructos**

Dadas las condiciones de la investigación y con la finalidad de cumplir los objetivos de la presente, es necesario precisar conceptos como; cambio de creencias de autoeficacia, logro, desempeño, calibración e impacto.

El cambio de creencias de autoeficacia se describe entorno a la modificación de los niveles de autoeficacia, si estos niveles aumentan o disminuyen, esto es, si los niveles de desempeño que una persona designa para realizar una tarea matemática son diferentes a los niveles designados al haber realizado en el pasado tareas matemáticas.

El logro se conceptualiza con base en los resultados de las actividades académicas (Lester et al, 1989 y Chen 2003) como; la calificación resultante en una prueba, o bien, en un curso finalizado con anterioridad de Matemáticas, la calificación en un examen, o resolver de manera satisfactoria problemas o ejercicios Matemáticos.

El desempeño se conceptualiza como el proceso de aprendizaje entorno a los esfuerzos en la labor de aprendizaje de la matemática, como lo menciona Lester et al (1989) y Chen (2003). Se ve reflejado en el tiempo de estudio efectivo, la realización de tareas en tiempo y forma, la atención y participación en clases, o bien, en las calificaciones parciales de un curso de Matemáticas.

La calibración es la relación entre los logros y los niveles de autoeficacia de un alumno (Chen, 2003, Pajares 1999), con base en los resultados de un estudiante reflejadas en sus calificaciones y/o en la correcta resolución de problemas matemáticos y los niveles de autoeficacia, se hace una comparación y si bien, las calificaciones (general de un curso o de la resolución de un problema matemático) corresponden a los niveles de eficacia que el alumno percibe de sí mismo, se dirá que tiene una calibración precisa, en caso contrario se dirá que tiene una calibración imprecisa y de las cuales existen dos en diferentes sentidos,

cuando el sentido de eficacia es más alto que el logro y el caso contrario, cuando el logro es más alto que el sentido de eficacia.

Finalmente, el impacto se considera como el efecto producido en la opinión pública por un acontecimiento, o bien el golpe emocional producido por un acontecimiento o una noticia desconcertantes. Considerándolo en el marco de la enseñanza aprendizaje se conceptualiza como el efecto que tienen las creencias de autoeficacia en los logros y en el desempeño académico. En este sentido se dirá que el impacto es positivo si el efecto causado por el nivel de autoeficacia fue positivo cuando el estudiante, con base en dicho nivel de eficacia, mejora su desempeño y logro académico, en caso contrario diremos que tuvo un impacto negativo.

## Capítulo 4: Marco metodológico

### 4.1 La Investigación cualitativa

La investigación que se propone es de corte cualitativo cuya relevancia la establece Kothari (2004) cuando explica que:

Qualitative research is especially important in the behavioral sciences where the aim is to discover the underlying motives of human behavior. Through such research, we can analyze the various factors which motivate people to behave in a particular manner or which make people like or dislike a particular thing. It may be stated, however, that to apply qualitative research in practice is relatively a difficult job and therefore, while doing such research, one should seek guidance from experimental psychologists. p. 3

Que se tradujo como; *la investigación cualitativa es especialmente importante en las ciencias del comportamiento, donde el objetivo es descubrir los motivos subyacentes del comportamiento humano. A través de dicha investigación, podemos analizar los diversos factores que motivan a las personas a comportarse de una manera particular o que hacen que a las personas les guste o disguste algo en particular. Sin embargo, se puede afirmar que aplicar la investigación cualitativa en la práctica es un trabajo relativamente difícil y, por lo tanto, al realizar dicha investigación, se debe buscar la orientación de psicólogos experimentales.*

La investigación cualitativa tiene sus primeros indicios a finales del siglo XVIII y principios del siglo XIX, “*ya que hasta entonces la sociedad no constituía un problema para la conciencia, puesto que se consideraba que las relaciones sociales, la cultura, el pasado y el futuro funcionaban inercialmente de manera similar a las fuerzas primarias del universo*” (Mieles, Tonon y Alvarado (2012), p. 198). Sin embargo, no fue hasta principios del siglo XX que da inicio lo que hoy conocemos como investigación cualitativa, misma que se desarrolla a lo largo de Estados Unidos, Gran Bretaña y Francia a través de las escuelas de sociología y antropología de Chicago, Columbia, Harvard y Berkeley.

En el mismo artículo de Mieles, et al (2012) se describe los altibajos que sufre esta perspectiva metodológica para que sea aceptada y se establezca como relevante en la “Gran Depresión” de los años treinta. No fue hasta los años cincuenta cuando florece la investigación cualitativa por los problemas sociales que en ese entonces se querían atender. Así mismo fue en aumento el fortalecimiento y aplicabilidad de este tipo de investigación hasta lo que se podría llamar como la edad dorada de la investigación cualitativa en los años setenta en la que los investigadores centraron sus esfuerzos en formalizar de manera sistemática y rigurosa los métodos y análisis de datos cualitativos. Es indicadora de esta preocupación la obra de Glaser y Strauss, *The discovery of Grounded Theory* (1967) (citado por Mieles, et al, 2012), que refleja el avance teórico y metodológico.

Además, dada la descripción de la investigación cualitativa y con base en los objetivos de la presente investigación, los cuales son, describir las características de las creencias de autoeficacia en términos de sus fuentes y los cambios que sufren con base en las experiencias académicas y así mismo se caracteriza como impactan en el logro académico de los estudiantes de una licenciatura en Matemáticas. Finalmente, se ha encontrado poca investigación cualitativa con estos objetivos. Y estas son las razones por las cuales se decide realizar una investigación de corte cualitativa.

## **4.2 Estudio de caso**

Según Martínez (2011) el estudio de caso se define como “una investigación sobre un individuo, grupo, organización, comunidad o sociedad; que es visto y analizado como una entidad” (s.p). Además, como en Stake (2010), se realizará un estudio con un caso colectivo; en el cual se considera un conjunto de casos representativos de la población, esto para estudiar de forma conjunta un determinado fenómeno. Cabe resaltar que la presente investigación se trata de un estudio de un caso colectivo.

## **4.3 Descripción del caso**

El caso consta de 15 estudiantes de 33 de la generación que ingresó a la Licenciatura en Matemáticas en agosto de 2018. Cabe mencionar que el número de participantes del caso son aquellos que permanecieron durante los tres primeros semestres de la licenciatura en Matemáticas. La información recabada, nos muestra características de los estudiantes como, lugar de origen, escuela donde cursaron su bachillerato, en que año lo cursaron dicho



bachillerato y conformación familiar. Esta información se obtuvo en la entrevista semiestructurada. Por circunstancias ajenas a la investigación, no se pudo aplicar la entrevista semiestructurada al estudiante H6 (estudiante registrado con la nomenclatura H6) razón por lo que dicha información sobre H6 no forma parte de la descripción de las características generales que se da a continuación.

El conjunto de estudiantes se conforma por 7 mujeres y 8 hombres. De los cuales, 11 terminaron los estudios de bachillerato en el año del 2018, 2 en el año del 2016 y 1 en el año del 2009. Así mismo, 4 estudiantes cursaron el bachillerato en la capital zacatecana, 7 en municipios de Zacatecas entre ellos; Tabasco, Calera de Víctor Rosales, Casa Blanca, Susticán, Sombrerete, Loreto y Guadalupe y finalmente 3 de fuera del estado de Zacatecas; Totatiche Jalisco, Escuinapa Sinaloa, Villa de Arriaga de San Luis Potosí. Las escuelas de las cuales los estudiantes egresan son; Colegios de Bachilleres, Preparatorias de la Universidad Autónoma de Zacatecas o bien, Preparatorias Estatales.

Finalmente, y en términos generales, los estudiantes provienen de un núcleo familiar donde el padre es quien trabaja y la madre se encarga de las labores del hogar. En pocos casos los padres de los estudiantes se formaron en alguna profesión, en general el sustento económico viene de la dedicación del padre a la realización de algún oficio.

#### **4.4 Instrumentos**

Para la presente investigación se emplearon 4 instrumentos, tres se diseñaron o rediseñaron con base en la bibliografía revisada y el cuarto es la recopilación de una base de datos (calificaciones parciales y finales de las materias de Álgebra correspondiente a los tres primeros semestres):

a) Entrevistas semiestructuradas. Las entrevistas nos ayudan “a recolectar datos que tienen que ver con las percepciones, las actitudes, las opiniones, las experiencias ya vividas, los conocimientos, así como a los proyectos. La entrevista es una técnica personal que permite la recolección de la información en profundidad donde el informante expresa o comparte oralmente y por medio de una relación interpersonal con el investigador su saber (opiniones, creencias, sentimientos, puntos de vista y actitudes) respecto de un tema o hecho” (Martínez (2011), s.p).

b) Escalas de autoeficacia percibida específica de situaciones académicas (tipo Likert). La Escalas de Autoeficacia Percibida Específica de Situaciones Académicas tiene como objetivo medir, para poder describir, los niveles de autoeficacia de los estudiantes. La implementación de una escala tipo Likert se tomó con base en; Pajares (1999), Chen (2003), Contreras et al. (2005), Gil, Guerrero y Blanco (2006), Gómez-Chacon, Op'tEynde y De Corte (2006), Dimarakis, Bobis, Way & Anderson (2014), Schöber, Schütte, Köller, McElvany, & Gebauer (2018), quienes tomaron y rediseñaron diferentes propuestas de escalas, para medir la autoeficacia ajustándose a los intereses de sus investigaciones

c) Problemas matemáticos. A ejemplo de Lester, Garofano & Lambdin, (1989), son ejercicios, relacionados directamente con algunos de los ítems de la escala de autoeficacia percibida en situaciones académicas.

d) Evidencias de desempeño (calificaciones finales). De manera general consta de las calificaciones parciales y finales obtenidas por los alumnos. Al igual que Chen (2003) se aplicó dicho instrumento para establecer la calibración, de igual manera que los problemas matemáticos.

A continuación, se describen cada uno de los instrumentos, observando en todo momento el alcance de los objetivos propuestos y responder a nuestra pregunta de investigación.

#### **4.3.1 Entrevista semiestructurada**

Se presenta el guion de la entrevista semiestructurada, así como lo que se identificó con cada respuesta.

1. *¿Me podrías decir de qué municipio y preparatoria vienes y en qué año egresaste?*

Conocer donde el estudiante adquirió sus últimas experiencias en cuanto a la enseñanza-aprendizaje de las Matemáticas y desde cuando que no forma parte de situaciones escolares.

2. *¿Me podrías describir cómo está integrada tu familia? ¿cuántos y quiénes son y a que se dedica cada uno de ellos?*

Identificar experiencias de persuasión social o bien experiencias vicarias dentro de su núcleo familiar.

3. *¿Me podrías decir si trabajas y cuánto tiempo piensas dedicar a estudiar la carrera de Matemáticas?*

Identificar las creencias de valor y sus experiencias de dominio.

4. *¿Qué te motivó a estudiar la carrera de Matemáticas?*

Identificar las experiencias y el valor que el estudiante asigna a las Matemáticas y su aprendizaje.

5. *¿Por qué y para qué quieres estudiar Matemáticas?*

Identificar las experiencias vicarias, de persuasión social y experiencias de dominio y las creencias de valor.

6. *¿Has pensado qué quieres hacer una vez que termines la carrera de Matemáticas?*

Identificar las creencias de valor.

7. *¿Cuáles son tus hábitos de estudio, cómo organizas tu tiempo para hacer tareas, estudiar para los exámenes?*

Identificar las creencias de autoeficacia a partir de sus experiencias de dominio.

8. *¿Qué te pareció el curso propedéutico, que fue lo que más te gustó y lo que menos o no te gustó?*

9. *El curso propedéutico, ¿cambió tu idea sobre lo que son las Matemáticas?*

Las preguntas 8 y 9 nos permiten identificar, el nivel de calibración de las creencias de autoeficacia y su experiencia en el curso propedéutico, además de las creencias sobre las Matemáticas, sus enseñanza y aprendizaje, que el alumno posee hasta ese momento.

10. *¿Qué crees que son las Matemáticas?*

Identificar las creencias de valor y eso cómo influye en sus creencias de autoeficacia.

11. *¿Qué tanto sabes y crees que has aprendido de Matemáticas en el transcurso de tu vida escolar?*

Identificar en términos generales las creencias de autoeficacia.

12. *¿Qué es enseñar Matemáticas?*

13. *¿Cómo crees que se enseña Matemáticas?*

14. *¿Qué es aprender matemáticas?*

15. *¿Cómo crees que se aprende Matemáticas?*

Las preguntas 12, 13, 14 y 15 tienen la finalidad de identificar lo que esperan los estudiantes entorno a la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, así como identificar las experiencias que el alumno ha tenido en dicha labor y como estas cimientan las creencias de autoeficacia del alumno al aprender matemáticas.

La entrevista nos ayuda a identificar las creencias de los estudiantes sobre la matemática y su enseñanza-aprendizaje y los factores que influyen en dichas creencias, así mismo nos brindará información sobre las fuentes de las creencias de autoeficacia de cada alumno. Al igual que Dimarakis, Bobis, Way & Anderson (2014) la empleamos para la triangulación de la información.

#### **4.3.2 Escalas de Autoeficacia Percibida Específica de Situaciones Académicas (EAPESA)**

En la presente investigación, para el diseño de las dos escalas que se aplican, se toma como base la propuesta de escala que presenta y valida Galleguillos y Olmedo (2017, 2019) la cual consta de 18 Ítems y 5 respuestas fijas y se rediseña con base a las necesidades de la presente investigación. Se dejan las indicaciones que proponen Galleguillos y Olmedo (2017), en las cuales se les pide a los estudiantes las lean con cuidado y detalle cada uno de los ítems, se especifica la intención del instrumento, la confidencialidad y se les solicita que contesten con la mayor honestidad posible haciendo uso de 4 posibles respuestas fijas (1 = Nunca, 2 = Casi nunca, 3 = Casi siempre y 4 = Siempre), esto fue con la finalidad de que no tuvieran un punto medio exacto y ser más precisos en la recolección de la información.

Pasadas las indicaciones vienen una serie de 23 ítems en los cuales se ven involucradas las creencias de autoeficacia de cada alumno al estar en la labor académica de aprender matemáticas de manera general y en diferentes circunstancias (la realización de tareas, contestar exámenes, resolver ejercicios, participación en clases, métodos de estudio, sacar buenas calificaciones, terminar la licenciatura) dentro de la licenciatura. Como se ha mencionado anteriormente se tomó como referencia la escala propuesta por Galleguillos y Olmedo (2017), la cual se presenta en la Figura 4.

Afirmaciones	Nunca puedo	Casi nunca puedo	No sé qué responder	Casi siempre puedo	Siempre puedo
1. Trabajar con cualquier compañero y lograr buenas notas	1	2	3	4	5
2. Trabajar en cualquier tarea y lograr buenas notas	1	2	3	4	5
3. Entender lo que enseña cualquier profesor	1	2	3	4	5
4. Realizar bien cualquier tarea que me den	1	2	3	4	5
5. Aportar buenas ideas para hacer mis tareas en todos los ramos	1	2	3	4	5
6. Esforzarme mucho más que mis compañeros para que me vaya bien en todos los ramos	1	2	3	4	5
7. Realizar cualquier tipo de tarea o trabajo que los profesores den, aunque sean difíciles	1	2	3	4	5
8. Organizar mi tiempo para cumplir con todo lo que los profesores piden	1	2	3	4	5
9. Sacarme buenas notas en las prueba que creo difíciles	1	2	3	4	5
10. Estudiar más horas cuando tengo pruebas difíciles	1	2	3	4	5
11. Esforzarme mucho más para resolver tareas difíciles	1	2	3	4	5
12. Repetir una tarea hasta lograr hacerlo bien	1	2	3	4	5
13. Entender bien la idea central que está explicando el profesor o lo que dice un libro	1	2	3	4	5
14. Cooperar muy bien en los trabajos que realizo en grupo.	1	2	3	4	5
15. Estudiar solo/a y rendir muy bien en cualquier actividad académica	1	2	3	4	5
16. Expresar mi opinión aunque no esté de acuerdo con lo que dice el profesor	1	2	3	4	5
17. Entender lo que explica un profesor aunque exista desorden en la sala.	1	2	3	4	5
18. Estudiar primero, aunque pueda hacer otras cosas (jugar, ver tv)	1	2	3	4	5

*Gracias por su colaboración*

*Figura 4. Escala de Autoeficacia Percibida de Situaciones Académica Específicas; tomada de Galleguillos y Olmedo (2017)*

Se hizo una readaptación, cambiando el orden de los Ítems (1 por 8, 2 por 10, el 3 queda igual, 4 por 1, 5 por 17, 6 por 11, 8 por 12, 9 por 5, 10 por 13, 11 por 14, 12 por 15, 13 por 16, 15 por 18, 16 por 19, 17 por 20 y 18 por 21) así mismo los Ítems 7 y 14 se consideró

suficientemente similar al 4 y 1, 5 respectivamente y se omitieron. Y se aumentaron los Ítems 2 (Comprender bien y con rapidez cualquier materia e incluso sacar buenas calificaciones), 4 (Si me lo propongo, terminar con éxito la carrera), 6 (Aprobar un examen e incluso un curso completo sin necesidad de estudiar), 7 (En un futuro, ser de esas personas que no necesitan estudiar para aprobar un examen e incluso el curso completo), 9 (Aportar buenas ideas para hacer mis tareas de cualquier materia), 22 (Demostrar, usando inducción matemática, que la siguiente igualdad es cierta para todo número natural.  $2 + 6 + 10 + \dots + 2(2n + 1) = 2(n + 1)^2$ ) y 23 (Calcular la inversa de la siguiente matriz  $A = \begin{pmatrix} 1 & 4 & 8 \\ 0 & 1 & 2 \\ -1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$ ).

Los ítems 2, 4, 6 y 9 nos ayudan a identificar los niveles de autoeficacia de acuerdo con sus experiencias de dominio. El ítem 7 nos brinda información de los niveles de eficacia con respecto a las experiencias vicarias. Además, se resalta que los ítems 22 y 23 son sobre dos ejercicios matemáticos uno sobre demostración por inducción matemática y el otro es calcular inversa de una matriz de 3x3, respectivamente, estos ejercicios que corresponden a los temas con mayor grado de dificultad y en el que los alumnos tienen un menor logro académico de acuerdo con las calificaciones de los estudiantes en el curso de Álgebra superior I y II y fue en este sentido la razón por las que se eligieron. A continuación, se presentan los Ítems, la escala en la versión que los estudiantes contestaron se encuentra en los anexos.

1. Enfrentarme con éxito a cualquier tarea académica.
2. Comprender bien y con rapidez cualquier materia e incluso sacar buenas calificaciones.
3. Entender lo que enseña cualquier profesor, aunque sea exigente y duro, pues confío mucho en mi propia capacidad académica.
4. Si me lo propongo, terminar con éxito la carrera.
5. Obtener excelentes calificaciones en los exámenes, aunque sean difíciles.
6. Aprobar un examen e incluso en un curso completo sin necesidad de estudiar.
7. En un futuro, ser de esas personas que no necesitan estudiar para aprobar un examen e incluso el curso completo.
8. Trabajar con cualquier compañero y obtener buenas calificaciones.
9. Aportar buenas ideas para hacer mis tareas de cualquier materia.

10. Trabajar con cualquier tarea y obtener buenas calificaciones.
11. Esforzarme mucho más que mis compañeros para que me vaya bien en todas mis materias.
12. Organizar mi tiempo para cumplir con todo lo que los profesores piden.
13. Estudiar más horas cuando tengo exámenes difíciles.
14. Esforzarme mucho más para resolver tareas difíciles.
15. Repetir una tarea de cualquier materia hasta lograr hacerla bien.
16. Entender bien la idea central que está explicando el profesor o lo que dice el libro.
17. Aportar buenas ideas en los trabajos que realizo en grupo.
18. Estudiar solo/a y rendir muy bien en cualquier tarea académica.
19. Expresar mi opinión, aunque no esté de acuerdo a lo que dice el profesor.
20. Entender lo que explica el profesor, aunque exista un desorden en el aula.
21. Estudiar primero, y luego hacer otras cosas (salir con mis amigos, ver TV, etc.).
22. Demostrar, usando inducción matemática, que la siguiente igualdad es cierta para todo número natural.

$$2 + 6 + 10 + \dots + 2(2n + 1) = 2(n + 1)^2$$

23. Calcular la inversa de la siguiente matriz  $A = \begin{pmatrix} 1 & 4 & 8 \\ 0 & 1 & 2 \\ -1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$ .

Continuando con la segunda escala de autoeficacia percibida específica de situaciones académicas, en la cual se hizo una variación en los ítems, la primera escala está redactada en términos generales en cuanto a las materias y la segunda está redactada en una materia en específico que es la de Álgebra Lineal I, se tomó esta decisión considerando que es en esta materia en la que se identifican los índices de reprobación más altos en la licenciatura de la Unidad Académica de Matemáticas ofertada por la UAZ.

Además, se modificaron los ítems 17 (de: Aportar buenas ideas en los trabajos que realizo en grupo, por: Escribir correctamente (según me lo solicite el profesor) la solución de casi cualquier problema de la materia de Álgebra lineal I.), 19 (de: Expresar mi opinión aunque no esté de acuerdo a lo que dice el profesor, por: Explicar a mis compañeros cualquier tema de Álgebra lineal que haya comprendido bien antes), se omitió el 20 (Entender lo que explica el profesor aunque exista un desorden en el aula) y se establecieron 3 ítems respecto

a ejercicios matemáticos. Esta prueba se aplicó antes del examen de la tercera unidad de Álgebra lineal y esa es la razón de plantear los ítems 20, 21 y 22. Obteniendo así el siguiente orden de los Ítems de la escala de autoeficacia, bajo las mismas instrucciones. La escala en la versión que los estudiantes contestaron se encuentra en los anexos.

1. Enfrentarme con éxito a cualquier tarea de Álgebra lineal I.
2. Comprender bien y con rapidez cualquier tema de Álgebra Lineal I e incluso sacar buenas calificaciones.
3. Entender lo que enseña el profesor de Álgebra Lineal I, aunque sea exigente y duro, pues confío mucho en mi propia capacidad académica.
4. Si me lo propongo, terminar con éxito la carrera.
5. Obtener excelentes calificaciones en los exámenes de cualquiera de las materias que curso, aunque sean difíciles.
6. Aprobar los exámenes de Álgebra Lineal I e incluso aprobar el curso completo sin necesidad de estudiar.
7. En un futuro, ser de esas personas que no necesitan estudiar para aprobar un examen e incluso el curso completo.
8. Trabajar con cualquier compañero y obtener buenas calificaciones.
9. Aportar buenas ideas para resolver los ejercicios de Álgebra Lineal I que trabajamos en el pizarrón o en equipo.
10. Trabajar con cualquier tarea y obtener buenas calificaciones en la materia de Álgebra Lineal I.
11. Esforzarme mucho más que mis compañeros para que me vaya bien en todas mis materias.
12. Organizar mi tiempo para cumplir con todo lo que los profesores piden.
13. Estudiar más horas cuando tengo exámenes difíciles.
14. Esforzarme mucho más para resolver tareas difíciles.
15. Repetir una tarea de cualquier materia hasta lograr hacerla bien.
16. Entender bien la idea central de cualquier tema de Álgebra Lineal I que está explicando el profesor o lo que dice el libro.
17. Escribir correctamente (según me lo solicite el profesor) la solución de casi cualquier problema de la materia de Álgebra lineal I.



18. Estudiar solo/a y rendir muy bien en cualquier tema de la materia de Álgebra Lineal I
19. Explicar a mis compañeros cualquier tema de Álgebra lineal que haya comprendido bien antes.
20. Estudiar primero, y luego hacer otras cosas (salir con mis amigos, ver TV, etc.).
21. Determinar si un conjunto dado en un espacio vectorial es o no linealmente independiente.
22. Calcular la matriz de transición uno de una base a otra en un espacio Vectorial cualquiera.
23. Escribir un elemento de un espacio vectorial como combinación lineal de los vectores de una base dada.

#### 4.3.3 Problemas matemáticos

Los ejercicios matemáticos planteados, fueron dos conjuntos de ejercicios relacionados directamente con cada una de las Escalas de Autoeficacia Percibida Específica de Situaciones Académicas (en adelante EAPESA) aplicadas en cada uno de los dos momentos mencionados en párrafos anteriores. Se solicitó a los estudiantes que resolvieran los problemas inmediatamente después de que respondieron cada una de las escalas. En los dos primeros problemas se pide resolver los ejercicios de los ítems 22 y 23:

1. *Demostrar, usando inducción matemática, que la siguiente igualdad es cierta para todo número natural.*

$$2 + 6 + 10 + \dots + 2(2n + 1) = 2(n + 1)^2$$

2. *Calcular la inversa de la siguiente matriz.*

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 4 & 8 \\ 0 & 1 & 2 \\ -1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$$

Dichos ejercicios se plantearon considerando la opinión de la titular de la materia de Álgebra Superior I en ciclo agosto-diciembre del 2018 según la cual el tema de inducción matemática es uno de los que ocasiona mayores dificultades a los estudiantes en el primer

semestre y que en el cálculo de la inversa de una matriz suelen cometerse errores numéricos que los estudiantes consideran poco importantes. Lo cual fue tomado con base en una tabla de desempeño de los estudiantes en la materia de Álgebra superior I.

El segundo conjunto de ejercicios corresponde a la segunda EAPESA en la cual se les plantea:

Sea  $V = P_2$  y sea el conjunto  $\beta_2 = \{3 - x, 2 + x^2, 4 + 5x - 2x^2\}$  determine lo siguiente.

- a) Demuestre que el conjunto es linealmente independiente.
- b) Determinar la matriz de transición de la base canónica  $\beta_1 = \{1, x, x^2\}$  a la base  $\beta_2$ .
- c) Dado el Polinomio  $p(x) = 3x^2 - 1x + 2$ , exprésalo como combinación lineal en ambas bases.

Y se observa la relación directa de los incisos a), b) y c) con los ítems 21, 22 y 23 de la segunda escala de autoeficacia y como se mencionó anteriormente dichos ejercicios fueron parte del examen final de la tercera unidad del curso y fueron propuestos por la docente a cargo de la materia, esto con la finalidad de no interferir con el mismo curso y no implementar ejercicios fuera de contexto de los mismos alumnos. Esto nos ayudará contrastar los niveles de autoeficacia con respecto al desempeño y logro académico.

#### **4.3.4 Evidencias de desempeño**

Siguiendo con la calibración se hará una comparación con las calificaciones finales de los estudiantes en las materias que han cursado en los primeros tres semestres, como lo realiza Chen (2003) y así poder describir la calibración de los estudiantes de acuerdo con las creencias de autoeficacia y su desempeño en las materias cursadas.

#### **4.4 Aplicación de instrumentos**

La aplicación de los instrumentos se realizó en cuatro distintos momentos: En agosto del 2018 se aplicó la entrevista semiestructurada a un total de 29 estudiantes de un total de 33 aspirantes a ingresar a la licenciatura, dichas entrevistas se aplicaron en la Unidad Académica de Matemáticas de la Universidad Autónoma de Zacatecas por una docente de la unidad, quien les impartió parte del curso propedéutico. Dichas entrevistas fueron videograbadas con el permiso de los estudiantes.

En mayo del 2019 se aplicó la primer EAPESA y el primer cuestionario de problemas matemáticos a los 15 alumnos que aún permanecían en la licenciatura de los 32 aspirantes de agosto, uno de los cuales no había sido entrevistado. Dicha escala y cuestionario de resolución de problemas se aplicó en la materia de cálculo I con permiso de la titular de la materia.

En octubre del 2019 se aplicó la segunda EAPESA y segundo cuestionario de resolución de problemas, el cual tuvo lugar en la materia de Álgebra lineal I, y se aplicó a 13 alumnos, de los 15 alumnos del semestre anterior (ya con una deserción de 59.375% de dicha generación). La aplicación se realizó con el permiso de la titular de la materia.

Finalmente, el último instrumento, evidencias de desempeño y logro es una base de datos, la cual contiene las calificaciones parciales y finales de cada alumno en las materias de Álgebra superior I (agosto-diciembre 2018) y II (enero-mayo 2019) y Álgebra lineal I (agosto-diciembre 2019) se tomó dicha base de datos al ser las únicas materias que se cuentan con las calificaciones parciales y finales completas, para analizar el desempeño académico de cada estudiante. La materia de algebra lineal I tiene los índices de reprobación más alta dentro de la licenciatura en matemáticas.

La aplicación de cada uno de los instrumentos, particularmente de la primera y segunda EAPESA la fue normando los tiempos de las materias que los estudiantes estaban cursando, es decir, la primer EAPESA se aplicó cuando los estudiantes estaban finalizando los cursos correspondientes al semestre enero-mayo del 2019. La segunda EAPESA se aplicó en tiempo del tercer y último parcial del semestre agosto-diciembre del 2019 con la finalidad de que los estudiantes no tuvieran una desconexión al menos temporal, de los conocimientos adquiridos en sus materias de Álgebra.

En términos generales la población foco de la investigación serían los estudiantes que ingresaron en el 2018 a la Licenciatura en Matemáticas y a los que se les puede dar el mayor seguimiento en cuanto a su permanencia en la licenciatura.

## 4.5 Método de análisis de información

Para el análisis de la entrevista se empleó el Análisis Temático (AT) propuesto en Braun y Clarke (2006, 2012) con la finalidad de caracterizar las fuentes y niveles de autoeficacia, así como las creencias de valor de los estudiantes, presentadas en las respuestas de los estudiantes de dicha entrevista. A continuación, se describen las 6 fases del AT.

**1) Familiarización con los datos.** Consiste en leer y releer los datos, en este caso las transcripciones de las entrevistas, analizar las entrevistas videograbadas, en pocas palabras, es empaparse de los datos conocerlos a profundidad, además, es generar notas que apoyen el conocimiento y comprensión de los datos y así ver los datos como lo que son, leer los datos de forma analítica, activa, crítica y darles significado. Para esta fase se toma como principal guía, a las preguntas: ¿Cómo este estudiante da sentido a sus experiencias?, ¿Qué supuestos hacen al interpretar su experiencia?, ¿Qué clase de entorno escolar se revela a través de sus respuestas? Entre otras más, que ayuden a una mejor comprensión de los datos (Braun & Clarke, 2012).

**2) Generación de códigos iniciales.** Los códigos son como los ladrillos que ayudan a la construcción de los temas, los códigos identifican y proporcionan una etiqueta para una característica de los datos que es potencialmente relevante para la pregunta de investigación. Los códigos pueden ser semánticos o descriptivos. Los códigos también pueden ir más allá de los significados de los estudiantes y proporcionar una interpretación sobre el contenido de los datos. Dichos códigos interpretativos o latentes identifican significados que se encuentran debajo de la superficie semántica de los datos. Dentro del proceso de codificación se encuentran los siguientes pasos:

- a) Se codifica la mayor cantidad posible de patrones en la información.
- b) Se incorpora en cada código la suficiente información como para no perder la perspectiva del contexto.
- c) Se considera que un mismo extracto de datos puede codificarse más de una vez.

Existen dos formas de codificación: inductiva, que se hace partiendo de los datos, sin codificación previa; y la codificación teórica, que va desde los intereses teóricos específicos del investigador (Mieles, Tonon y Alvarado, 2012).

**3) Búsqueda de temas.** En esta fase, el análisis empieza a tomar forma a medida que pasa de los códigos a los temas. Un tema "captura algo importante sobre los datos en relación con la pregunta de investigación, y representa algún nivel de respuesta o significado con patrón dentro del conjunto de datos" (Braun y Clarke, 2006, p. 82). La búsqueda de temas es un proceso activo, lo que significa que generamos o construimos temas en lugar de descubrirlos. Aunque llamamos a esta fase "buscar temas", no es tal cual como si fuese un descubrimiento sino más bien una construcción detallada y específica de los temas.

Esta fase implica la revisión de los datos codificados para identificar áreas de similitud y superposición entre los códigos y para ello las siguientes cuestiones nos ayudan a determinar los temas (Braun & Clarke, 2012): ¿Se pueden identificar temas generales o problemas sobre los cuales se agrupan los códigos? El proceso básico de generación de temas y subtemas, que son los subcomponentes de un tema, implica la agrupación de códigos que parecen compartir alguna característica unificadora, de modo que reflejen y describan un patrón coherente y significativo en los datos.

**4) Revisión de temas potenciales.** Esta fase implica un proceso recursivo en el que los temas en desarrollo se revisan en relación con los datos codificados y el conjunto de datos completo. El primer paso es comparar los temas con los extractos de datos recopilados y explorar si el tema funciona en relación con los datos (Braun y Clarke, 2012). Si no es así, se deben descartar algunos códigos o reubicarlos bajo otro tema, cabe destacar que no se debe forzar el análisis para que sea coherente. Las preguntas guía para realizar esta fase son las siguientes:

- ¿Es este un tema o podría ser solo un código?
- ¿Cuál es la calidad de este tema, dice algo útil sobre el conjunto de datos y la pregunta de investigación?
- ¿Cuáles son los límites de este tema, qué incluye y excluye?
- ¿Hay suficientes datos significativos para apoyar este tema, el tema es débil o es fuerte?
- ¿Los datos son diversos y dispersos, el tema carece de coherencia?

En este sentido es posible que se termine colapsando una serie de temas potenciales juntos o dividiendo un tema grande y amplio en una cantidad de temas más específicos o coherentes. Una vez que se tenga un conjunto de temas distintivo y coherente que funcione en relación con los extractos de datos codificados, debe realizarse la segunda etapa del proceso de revisión: revisar los temas en relación con todo el conjunto de datos. Esto implica una última lectura de todos los datos para determinar si los temas capturan de manera significativa todo el conjunto de datos o sólo un aspecto de éste. Lo que se busca es un conjunto de temas que capturen los elementos más importantes y relevantes de los datos, y el tono general de los datos, en relación con la pregunta de investigación. Si el mapa temático y el conjunto de temas logran esto, se puede pasar a la siguiente fase, de lo contrario, será necesario seguir refinando y revisando para capturar adecuadamente los datos. Lo más probable es que se produzca una falta de coincidencia si se ha realizado una codificación selectiva o inadecuada, o si la codificación evolucionó sobre un conjunto de datos y los datos no se recodificaron utilizando el conjunto final de códigos. La revisión en esta etapa puede implicar la creación de temas adicionales o la modificación o el descarte de temas existentes.

**5) Delimitación y definición de los temas.** Un buen análisis temático tendrá temas que, según Braun y Clarke (2012);

- a) No intenten describir demasiado, ya que idealmente los temas deberían tener un enfoque singular.
- b) Estén relacionados, pero no se superponen, por lo que no son repetitivos, aunque pueden basarse en temas anteriores.
- c) Abordar directamente su pregunta de investigación.

Cada tema identificado debe tener un enfoque, alcance y propósito claro; cada uno, a su vez, construye y desarrolla los temas anteriores; y juntos, los temas proporcionan una historia general coherente sobre los datos (Braun y Clarke, 2006). En algunos casos, es posible que se desee tener subtemas dentro de un tema. Estos temas son útiles en los casos en los que hay uno o dos patrones generales dentro de los datos en relación con su pregunta, pero cada uno se presenta de diferentes maneras. Existen dos amplios estilos de análisis temáticos:

- a) Descriptivo, (en el que los datos tienden a utilizarse de manera ilustrativa).
- b) Conceptual e interpretativo, (en el que los extractos tienden a analizarse con más detalle).

Para el análisis de los datos, nos basamos en el estilo b) dado que, considerando los conceptos del marco teórico, analizaremos a profundidad las fuentes de autoeficacia. En resumen, de esta fase “Se identifican de manera definitiva los temas, se establece ‘lo esencial’ del tema y se elaboran las jerarquías (temas/subtemas)” (Mieles, Tonon y Alvarado (2012), p. 220).

**6) Producción del informe final.** Si bien la fase final del análisis es la producción de un informe como un artículo de una revista o una disertación, no es una fase que solo comience al final. A diferencia de la investigación cuantitativa, no se complementa el análisis de los datos y luego se escribe. La escritura y el análisis están íntimamente relacionados con la investigación cualitativa, desde la escritura informal de notas e interpretaciones, hasta los procesos más formales de análisis y redacción de informes. El propósito del informe final es proporcionar una historia convincente sobre los datos en función de su análisis. La historia debe ser convincente y clara, pero compleja, e incrustada en un campo académico. Incluso para el AT descriptivo, debe ir más allá de la descripción para presentar un argumento que responda a la pregunta de investigación (Braun y Clarke, 2006, 2012).

Para el análisis de las EAPESA se sigue con la idea de Galleguillos y Olmedo (2017), en este sentido, de acuerdo con su contenido, los Ítems de la primera escala aplicada fueron clasificados en tres factores diferentes:

- **F1 Confianza en el desempeño de la tarea** (1, 6, 7, 8, 10, 11, 14, 17, 18, 19).
- **F2 Esfuerzo en la realización de la tarea** (4, 12, 13, 15, 21).
- **F3 Comprensión de la tarea** (2, 3, 5, 9, 16, 20, 22, 23).

Así mismo para la segunda escala aplicada la clasificación quedó.

- **F1 Confianza en el desempeño de la tarea** (1, 6, 7, 8, 10, 11, 14, 18).
- **F2 Esfuerzo en la realización de la tarea** (4, 12, 13, 15, 20).
- **F3 Comprensión de la tarea** (2, 3, 5, 9, 16, 17, 19, 21, 22, 23).

El primer paso del análisis de las escalas fue capturar en tablas de Excel las respuestas de los estudiantes para facilitar el análisis descriptivo por ítem y por alumno. Esto permitió comparar las respuestas de la primera escala con las de la segunda.

Para identificar y clasificar la primera escala en niveles de eficacia; bajo, medio y alto por cada uno de los tres factores, se empleó la Tabla 1. Se calcularon los promedios de la suma total de las respuestas a las preguntas correspondientes de cada factor y de acuerdo con este, se asignó el nivel de autoeficacia por factor.

	Niveles bajos (1)	Niveles medios (2)	Niveles altos (3)
Factor 1	10-19	20-30	31-40
Factor 2	5-9	10-15	16-20
Factor 3	8-15	16-24	25-32

*Tabla 1. Factores-Niveles de eficacia, escala uno.*

Para la creación de los intervalos de la Tabla 1, se tomó la diferencia entre el puntaje máximo y el mínimo a obtener en cada uno de los factores, y se divide entre 3 esa diferencia; por ejemplo, el Factor 1 consta de 10 preguntas por lo tanto el puntaje mínimo es de 10 y el máximo es de 40, se hace la diferencia de estos puntajes, resultando 30 y se divide entre 3 obteniendo 10, por lo tanto la amplitud de los intervalos serán de 10 puntos; con diferencia del intervalo del nivel medio, dándole una magnitud de uno más que los otros dos intervalos.

Para identificar y clasificar los valores de la segunda escala se empleó la Tabla 2.

	Niveles bajos (1)	Niveles medios (2)	Niveles altos (3)
Factor 1	8-15	16-24	25-32
Factor 2	5-9	10-15	16-20
Factor 3	10-19	20-30	31-40

*Tabla 2. Factores-Niveles de eficacia, escala dos.*

En términos generales para la suma total de las respuestas se utilizó la misma técnica para medir los niveles de eficacia con base a la Tabla 3.

Tabla 3	Nivel Bajo (1)	Nivel Medio (2)	Nivel Alto (3)
Intervalos	23-45	46-69	70-92

*Tabla 3. Niveles totales de eficacia.*

Esto nos ayudó a comparar los factores de la eficacia de los alumnos y los demás instrumentos aplicados.



Para la revisión de los ejercicios matemáticos se empleó la técnica descrita a continuación. Para el primer conjunto de ejercicios, el cual consta de dos ejercicios; una demostración por inducción matemática y el cálculo de la inversa de una matriz cuadrada de  $3 \times 3$  correspondientes a los ítems 22 y 23 de la primera EAPESA se empleó una ponderación de 0 a 4 en cada uno de los problemas.

En el primer problema se asignó; 0 si el estudiante hizo nada, 1 si el estudiante muestra que la propiedad se cumple para  $n = 1$ ; 2 si además, el estudiante escribe correctamente la hipótesis de inducción, es decir que la propiedad se cumple para  $n = k$ ; 3 si el estudiante, además, escribe correctamente que se quiere demostrar que la propiedad se cumple para  $n = k + 1$  y emplea la hipótesis de inducción de manera correcta para comenzar dicha demostración; y 4 si concluye la demostración sin cometer errores en los procedimientos algebraicos correspondientes.

Para el segundo ejercicio, considerando los cuatro métodos para calcular la inversa de una matriz (calculando la adjunta, método de Gauss-Jordan, por factorización LU, planteando y resolviendo sistemas de ecuaciones), se optó por asignar la siguiente ponderación; 0 si el estudiante hizo nada; 1 si el estudiante escribe explícitamente qué método empleará; 2 si el estudiante inició pero no concluyó el procedimiento, cualquiera sea el método que haya elegido; 3 si el estudiante completó el procedimiento pero comete errores numéricos que lo llevan a dar una matriz inversa con algunas entradas erróneas; y 4 si calculó correctamente la matriz inversa de la matriz dada.

En la segunda EAPESA se proponen tres ejercicios: determinar que un conjunto de vectores es linealmente independiente, calcular la matriz de transición dadas dos bases de un mismo espacio vectorial y escribir un vector dado en término de dos bases diferentes; de igual manera se calificó con una ponderación de 0-4. Para determinar si un conjunto es linealmente independiente existen diferentes teoremas y métodos que el estudiante puede emplear para determinarlo: verificando que cada vector no es combinación lineal de ningún otro subconjunto del conjunto dado; demostrando que el conjunto no es dependiente; si cada uno de los subconjuntos son linealmente independientes entonces el conjunto es linealmente independiente, o bien; determinar que la única forma de escribir el cero vector, como una

combinación lineal del conjunto dado, es con todos los escalares igual a cero, cabe destacar que este último fue el utilizado por todos los estudiantes.

En este mismo sentido, existen varias formas de demostrar que la única forma de realizar la combinación lineal del cero vector es con los escalares todos igual a cero, como los son: resolviendo el sistema de ecuaciones; calcular el determinante de la matriz asociada para verificar que resulta distinto de cero, la solución es única y al ser un sistema de ecuaciones homogéneo se deduce que la solución es la trivial, es decir, todos los escalares igual a cero. En este sentido se calificó de la siguiente manera: 0 si el estudiante no realizó nada; 1 si el estudiante propone el método que empleará; 2 si el estudiante no termina el método que él mismo propone; 3 si el estudiante ejecuta y termina el método, pero se equivoca en alguna operación ya sea de suma, resta o alguna multiplicación; 4 si el estudiante completa el procedimiento de manera adecuada y concluye que precisamente el conjunto es linealmente independiente.

Para el siguiente problema, calcular la matriz de transición de base, a partir de la base canónica, basta con determinar la inversa de la matriz asociada al sistema de ecuaciones, para determinar dicha matriz inversa existen varios métodos, como se mencionó en la resolución del segundo ejercicio del primer cuestionario. Así mismo se asigna la calificación en una ponderación de 0-4.

Finalmente, para el tercer problema; escribir un vector dado como la combinación lineal de la base canónica del espacio vectorial correspondiente y de la base del primer conjunto linealmente independiente. Para escribir el vector dado con la base canónica es de manera trivial, sin embargo, para escribir la combinación lineal con la otra base no canónica, se podría realizar multiplicando la matriz de transición por el vector columna que representa el vector dado, o bien, resolviendo un sistema de ecuaciones. Es en este sentido que se otorgó las calificaciones de la siguiente manera: 0 si el estudiante no contestó nada; 1 si el estudiante determina el método que va a tomar; 2 si el estudiante no termina el procedimiento correspondiente al método que decidió usar; 3 si el estudiante completo el procedimiento, pero cometió algunas fallas en cálculos; finalmente se asigna un 4 si el estudiante contestó y determinó los escalares necesarios para escribir en combinación lineal para el vector y base dada.

Para el análisis de las calificaciones de los estudiantes con relación a las escalas de autoeficacia se retoman las calificaciones parciales y finales de los estudiantes en las materias de Álgebra Superior I y II y Álgebra Lineal I, además, dichas calificaciones se tienen en una escala de 0-10; sin embargo para fines de la investigación se convierten en una escala de 0-4 proporcional y respectivamente, para calcular la calibración con el factor 1, de las dos EAPESA, relacionado con la confianza en el desempeño de una tarea en una materia. Así mismo, se hace una diferencia entre las calificaciones de Álgebra Superior II y Álgebra Superior II y, Álgebra Lineal I y Álgebra Superior II para ver los cambios en el desempeño.

## Capítulo 5: Análisis y resultados

### 5.1 Entrevista

Se hizo un análisis de las entrevistas desde las respuestas de cada alumno, de inicio, este análisis se realizó desde la teoría, según lo explica Miles, Tonon y Alvarado (2012), es decir, se consideraron predeterminados los temas del análisis a partir de las experiencias que originan las creencias de autoeficacia. Llamadas fuentes de creencias de autoeficacia (Bandura, 1994). Dichos temas son: experiencias vicarias, experiencias de dominio, experiencias de reacciones al estrés y experiencias de persuasión social.

Sin embargo, de acuerdo con las respuestas de los estudiantes el tema teórico, experiencias de persuasión social, se dividió en dos: experiencias de persuasión social directa y experiencias de persuasión social indirecta. Las experiencias de persuasión social directas, entendidas cuando la comunicación entre el alumno y una tercera persona (maestro, compañero, familiar) es uno a uno. Con diferencia en la persuasión social indirecta, cuando una tercera persona, principalmente un ponente o un profesor, dirige un discurso a un grupo de personas, de entre ellos el alumno en cuestión, y por el discurso otorgado del ponente o profesor el alumno es persuadido.

Además, se identifican códigos que hacen referencia a un deseo de los estudiantes de aportar y/o ayudar a terceros, estos códigos no se ajustan a ninguno de los temas descritos con anterioridad y se asociaron a un tema adicional: Experiencias de deseo de contribuir. A este tema lo consideramos como una fuente de autoeficacia, dado que, el estudiante al creer en sus altas capacidades dentro de las matemáticas puede ayudar a los demás, siendo así se puede resumir en una frase, “soy tan bueno que puedo ayudar”.

Para este análisis, lo primero fue transcribir las entrevistas de manera textual en un documento de Word con la finalidad de tener dicha información escrita para poder analizarla a detalle. Después lo que se hizo fue trasladar dichas transcripciones a una tabla de Excel (Anexos) en la que se relaciona alumno-respuesta de cada pregunta (todo esto en el marco de la fase 1 del AT).

En las siguientes Tablas de la 4-17, se presentan los códigos y temas encontrados en el discurso de cada estudiante y su descripción.

Códigos	Tema	Descripción
<p>1) <b>Mi papá eléctrico-automotriz y mi hermana trabaja en una fábrica.</b></p> <p>2) <b>He querido ser maestro de matemáticas.</b></p> <p>3) <b>Para ser maestro de matemáticas.</b></p> <p>4) <b>Ser maestro.</b></p> <p>5) <b>Porque quiero ser un buen profe y quiero que hablen bien de mí.</b></p>	Experiencias vicarias.	<p>El código 1 se asocia al tema de experiencias vicarias, pues se considera que el estudiante ve la importancia de las matemáticas en la mecánica y en las fábricas. También puede decirse que el estudiante se compara con sus familiares y de alguna manera quiere salir adelante y tener más allá de un oficio, consiguiendo una profesión.</p> <p>Así mismo, los códigos del 2-4 denotan el deseo de ser maestro, lo cual pudo originarse de observar a sus profesores. El código 5 muestra como el alumno considera que el ser un buen maestro puede hacer que hablen bien de él.</p>
<p>6) Lo que me gustó, pues, de cuando nos dejaban algunos problemas que <b>los podía resolver y me sentía bien.</b></p> <p>7) Lo que no me gustó fue que una vez nos dejaron un trabajo y <b>no lo pude hacer y me sentí mal</b>, y después sí pude, pero le batallé.</p>	Experiencias de reacciones al estrés.	<p>Estos códigos están tomados de las respuestas en torno a la experiencia del curso propedéutico y están Asociados al tema de reacciones al estrés dado que, H1 habla sobre sus emociones de sentirse bien (6) o mal (7) al enfrentarse a diferentes problemas matemáticos durante dicho curso.</p>
<p>8) Pues allá <b>tenía una maestra que estudió aquí, y me decía</b> que no, que no hay tiempo de trabajar que es de tiempo completo la carrera.</p> <p>9) <b>Un amigo, me inculcó aquí</b>, porque yo pensaba estudiar como en una normal o algo así, y con la maestra, ella, de matemáticas también yo ya sabía lo que era.</p>	Experiencias de persuasión social directa.	<p>En los códigos 8 y 9 H1 menciona como influyeron en él los comentarios y motivaciones de una maestra y un amigo para estudiar matemáticas y por ello que están dentro del tema de persuasión social directa.</p>

*Tabla 4. Códigos y temas identificados en H1 (fuentes de autoeficacia).*

Código	Tema	Descripción
<p>1) <b>Mi hermano está haciendo su maestría aquí en mate.</b></p> <p>2) Pero también física nada más que quise más matemáticas principalmente porque si no lograba tener un tema <b>tenía el apoyo de mi hermana y de mi hermano.</b></p> <p>3) Lo quise para ser maestro, porque he tenido maestros de matemáticas muy malos, <b>entonces quiero ser mejor maestro, no como de los que tuve.</b></p> <p>4) <b>Ya había visto a mis hermanos en lo que era esto.</b></p>	Experiencias vicarias.	<p>En los códigos 1, 2, y 4 H2 menciona como, al tener a sus hermanos matemáticos pudo ver cómo es la labor y el trabajo del matemático, además, puede tener el apoyo de sus hermanos. Aún más, en el código 3, H2 menciona las malas experiencias con los maestros de matemáticas y con base en ello, él quiere ser un mejor maestro. Por lo anterior, los códigos están asociados en el tema de Experiencias vicarias.</p>

<p>5) <b>Casi siempre consigo becas</b> y con eso pagó en la escuela y los gastos relacionados y planeo terminar hasta el doctorado o posdoctorado.</p> <p>6) <b>Casi nunca estudió para los exámenes y como si nada los respondo.</b></p>	<p>Experiencias de dominio.</p>	<p>El código 5 se colocan en las experiencias de dominio, porque H2 habla de cómo ha tenido un alto desempeño en la escuela, tanto para obtener becas y poder, también, estudiar hasta un posdoctorado y el código 6 habla de cómo H2, sin estudiar, aprueba las materias lo cual muestra que tiene un alto dominio de los conocimientos necesarios para aprobar y conseguir apoyos económicos.</p>
--	---------------------------------	---

*Tabla 5. Códigos y temas identificados en H2 (fuentes de autoeficacia).*

<b>Código</b>	<b>Tema</b>	<b>Descripción</b>
<p>1) <b>Me gustaba participar como en competencia de matemáticas.</b></p>	<p>Experiencias de dominio.</p>	<p>En este caso el código 1 habla de cómo M1 ha tenido experiencias de dominio dado que ha participado en las competencias de matemáticas y para ello necesita cierto dominio en la materia.</p>
<p>2) <b>Luego una maestra fue como que la que me impulsó.</b></p> <p>3) <b>Motivada porque no sabía cómo comprobar las cosas, entonces ella me dijo que aquí me iban a enseñar y ya me motivó.</b></p> <p>4) <b>Ya me habían explicado, como era.</b></p>	<p>Experiencias de persuasión social directa.</p>	<p>Los códigos 1, 2 y 3 mencionan como M1 tuvo una maestra que le impulsó, motivó y explicó el cómo es estudiar la licenciatura en matemáticas.</p>
<p>5) <b>Trabajar en investigación como matemático.</b></p> <p>6) <b>Trabajar como en un centro de investigación.</b></p> <p>7) <b>Pues no sé si sea una característica de todos los matemáticos, pero casi no salgo y más me la paso estudiando.</b></p>	<p>Experiencias vicarias.</p>	<p>En los códigos 5 y 6 M1 se expresa el interés de poder ser una investigadora en el área de matemáticas lo cual viene de conocer algún matemático o a ver visto en algún lado la labor del matemático investigador y en este sentido es que se caracterizan en el tema de experiencias vicarias. Además, en el código 7, M1 se siente identificada con los estereotipos de matemáticos como lo es ser una persona que invierte la mayoría de su tiempo al estudio.</p>

*Tabla 6. Códigos y temas identificados en M1 (fuentes de autoeficacia).*

<b>Código</b>	<b>Tema</b>	<b>Descripción</b>
<p>1) <b>Daba asesoría</b> a mis primos porque tuvieron problemas con matemáticas.</p> <p>2) <b>No es, que digamos tan complicado.</b></p> <p>3) <b>Ellos se quedaban como "es que no entiendo" pero cuando terminaba les ponía ejercicios y ya lo sabían hacer</b> y era como "ah está interesante"</p>	<p>Experiencias de dominio.</p>	<p>En el código 1 H3 al tener un dominio de las matemáticas puede dar asesorías a familiares cercanos. El código 2 da evidencia de que tiene dominio de las matemáticas lo cual causa que no se le compliquen tanto las matemáticas.</p>

la satisfacción que ellos tenían de encontrar el resultado.		Y finalmente en el código 3, H3 habla de que, bajo su buena instrucción, sus familiares entienden los ejercicios matemáticos, así mismo se destaca el dominio a la materia y a su instrucción en la materia de matemáticas.
4) <b>Me empezó a gustar</b> eso de enseñar las matemáticas en general. 5) <b>Enseñarles porque es divertido.</b>	Reacciones al estrés.	En el código 4, habla sobre una reacción emocional como el gusto, y como anteriormente se menciona H3 que tenía satisfacción al poder enseñar matemáticas. Y en este sentido es que los códigos 4 y 5 están en el tema de reacciones al estrés.
6) También <b>me enseñaron algunos profes a verlas de alguna forma divertida</b> que no solamente es cálculos y todo eso, que podemos ver juegos en las matemáticas, cosas pues que muchos de los profes no enseñan, que es lo que hace complicado. 7) <b>Como a mí me enseñaron.</b>	Experiencias de persuasión social indirecta.	Los códigos 6 y 7 están en el tema de persuasión social indirecta dado que, hay terceros influyendo en H3 como lo son sus profesores, que al mostrar las matemáticas de manera diferentes y divertidas a H3 le convenció estudiar matemáticas. Cabe destacar que los códigos 6 y 7 no están dentro del tema de experiencias vicarias porque no expresan de manera directa o indirecta el querer ser o no como sus profesores.

*Tabla 7. Códigos y temas identificados en H3 (fuentes de autoeficacia).*

<b>Código</b>	<b>Tema</b>	<b>Descripción</b>
1) Mi primo es licenciado ya en matemáticas y ya tiene su maestría, y <b>él me motivó mucho a que entrara a la carrera</b> , por eso.	Experiencias de persuasión social directa.	El código 1, M2 expresa directamente como un primo le motivo a estudiar la licenciatura en matemáticas, el cual también es matemático, es por lo que este código está en el tema de persuasión social directo.
2) <b>Me llamo mucho la atención lo que dijo el doctor</b> sobre lo que muchos matemáticos controlan el lavado de dinero y muchas cosas de esas. 3) <b>Me ha abierto la visión a un mundo nuevo</b> que se puede analizar, se puede medir de bastantes maneras.	Experiencias de persuasión social indirecta.	Los códigos 2 y 3, hablan de como M2 al escuchar, por parte de sus profesores, el trabajo que puede hacer un matemático y mostrar las matemáticas desde otra perspectiva que ella no conocía.
4) <b>Porque es como un reto para mí</b> , de ser licenciada de matemáticas porque lo encuentro muy interesante.	Experiencias de dominio.	El código 4 se caracteriza en el tema de experiencias de dominio, dado que el estudiante se siente desafiado, pero más allá, que puede cumplir con el desafío.
5) Aprender para mí es como adquirir lo que a ti más te interesa de lo que te están enseñando,	Experiencias de reacciones al estrés.	En el código 5 M2 hace referencia de cómo es que se aprende matemáticas desde su perspectiva,

ponerle empeño y que <b>prácticamente te guste, y te agrade lo que estás realizando.</b>		y en ello es que hace referencia al gusto y agrado de lo que se está estudiando y en consecuencia es que este código se tematizó en el tema de experiencias de reacción al estrés.
6) Además de que <b>por medio de las matemáticas quiero llegar a, al menos a contribuir a la sociedad</b> de manera lógica y analítica.	Experiencias de deseo de contribuir.	Finalmente, en el código 6, M2 habla sobre un deseo y motivación de contribuir a la sociedad desde las matemáticas y lo cual no está directamente relacionado con los demás temas.

*Tabla 8. Códigos y temas identificados en M2 (fuentes de autoeficacia).*

<b>Código</b>	<b>Tema</b>	<b>Descripción</b>
<p>1) <b>Si siempre se me han dado las matemáticas</b> y siempre se me ha dado explicárselas a los demás.</p> <p>2) <b>Nunca tuve la necesidad para estudiar para muchos exámenes.</b></p> <p>3) <b>Tengo la capacidad de que se me pegan rápido los conceptos.</b></p> <p>4) "Quiero hacer algo" y <b>sacaba la tarea y me ponía hacerla.</b></p> <p>5) La verdad para mí <b>el curso</b> venía muy completo, pero <b>quizás hasta muy sencillo para mí.</b></p> <p>6) <b>Sentí que las cosas eran algo sencillas,</b> y que sólo era afinar detalles.</p> <p>7) <b>La manera más sencilla es a cuenta propia.</b></p> <p>8) <b>El autoaprendizaje la mejor manera de aprender.</b></p>	Experiencias de dominio.	<p>En este caso los códigos 1, 2 y 3 el estudiante H4 menciona que durante sus experiencias académicas ha tenido un alto dominio, tanto para no estudiar mucho o bien, menciona que tiene un nivel de retención alto. El código 4, hace referencia a que el estudiante cuando está en tiempo libre hace las tareas y lo hace sabiendo que va a tener éxito en resolverlas.</p> <p>En los códigos 5 y 6 el estudiante habla sobre sus experiencias en el curso propedéutico y menciona que desde su perspectiva fue elemental pero sencillo para él, reflejando que se siente con el dominio de la materia.</p> <p>Y en los códigos 7 y 8 se describe que el desempeño autodidacta es suficiente para aprender y eso refleja que H4 ha tenido experiencias de dominio con este método.</p>
<p>9) <b>Como vi que a todos les dificultaba y que a mí se me hacían sencillas.</b></p> <p>10) Para mejorar su servicio <b>y veo que a muchas cosas que no se le ve una potenciación matemática, la tienen,</b> y si uno puede ser capaz de ver esas habilidades o <b>esos conocimientos en un lugar donde nadie más lo ve,</b> pues a mí me daría mucho gusto poder ser esa persona.</p>	Experiencias vicarias.	<p>En el código 9 se establece el tema de experiencias vicarias dado que, el estudiante H4 al observar que a sus compañeros se le dificultaba el aprendizaje de las matemáticas y al no, él podía ver que en comparación tenía facilidad para las matemáticas.</p> <p>Continuando con el código 10, H4 narra cuál es tu trabajo (turismo) y analiza que no hay personas que se dediquen a conjuntar ambas materias; turismo y matemáticas, y en ello es donde surge la comparación al creer que él puede</p>



		ser quien logre conjuntar ambas áreas del conocimiento.
<p>11) <b>Porque también disfruté mucho</b> de las primeras clases dónde estamos en duda, de que era en verdad un número natural.</p> <p>12) Me sirvió, quizás, <b>hasta para emocionarme de la carrera.</b></p> <p>13) Entonces para mí <b>enseñar matemáticas, es verdaderamente sorprendente.</b></p> <p>14) <b>No estresando a los alumnos</b>, porque estresar con matemáticas es lo más sencillo que uno puedes hacer.</p>	Experiencias de reacciones al estrés.	<p>El código 11 menciona una experiencia emocional la cual es el disfrutar ante ciertas problemáticas matemáticas.</p> <p>El código 12 deja explícito como la experiencia del curso propedéutico le emocionó.</p> <p>Y los códigos 13 y 14 H4 habla que para la enseñanza de las matemáticas el proceso emocional como lo es la sorpresa y el no estresar a los aprendices y es por ello por lo que dichos códigos están en las reacciones al estrés.</p>
<p>15) La doctora Lupita (alias) y el doctor Javier (alias), y dije no este, ya tengo la contrariedad si me voy aquí o allá, y ya con el tiempo empecé a buscar más sobre las carreras, me empecé a informar, vine a ambas unidades, <b>se me dio la oportunidad de hablar con ambos directores</b>, y dije no, es que mi ambiente, las materias que yo quiero tener, lo que a mí me gusta es de este lado.</p> <p>16) Ya me habían presentado las matemáticas el doctor Javier y la doctora Lupita, <b>me habían dicho; sabes que, las matemáticas son así, se hacen así.</b></p>	Experiencias de persuasión social directa.	<p>Los códigos 15 y 16 expresan que H4 bajo la influencia de dos doctores de la unidad de matemáticas los cuales los cuales bajo su discurso y conversación con H4 lo motivaron a estudiar en la facultad de matemáticas.</p>

Tabla 9. Códigos y temas identificados en H4 (fuentes de autoeficacia).

Código	Tema	Descripción
<p>1) <b>A mí me motivó el cálculo prácticamente</b>, porque, pues en primero en las primeras materias que nos daban de matemáticas si se me daban.</p> <p>2) <b>No puedo ser bueno en todo</b>, ósea necesito, ósea si vengo a aprender. Y yo dije lo que no aprendí en el bachillerato aquí <b>lo aprendí aquí en una semana</b> y eran conceptos tan fáciles y a mí en la prepa se me hacían difíciles y ahorita que los vi en la licenciatura aquí en el curso, dije; <b>ay;; Dios mío estaba tan fácil.</b></p> <p>3) No me voy a aburrir <b>porque voy a aprender nuevos conceptos</b>, nuevos temas, y lo que yo más quiero es aprender a demostrar.</p>	Experiencias de dominio.	<p>El código 1, H5 expresa que durante sus primeros cursos de matemáticas (en la preparatoria) tenía facilidad en la materia.</p> <p>El código 2 refleja la experiencia del curso propedéutico y al dominar en ese momento ciertos conceptos y al ponerlos en comparación, en términos del aprendizaje, con lo aprendido en la preparatoria muestra que domina los temas estudiados.</p> <p>Continuando con el código 3, el cual expresa como el estudiante tiene la certeza de que va a aprender reflejando que en sus experiencias ha dominado lo que en clases le enseñan.</p>
<p>4) <b>Y el más grande se graduó en contaduría y administración</b>, pero ahorita no está ejerciendo y pues también trabaja ahí.</p>	Experiencias vicarias	<p>En el código 4, H5 está hablando sobre su hermano mayor y a que se dedica y en este sentido, es que se</p>

<p>5) <b>Hablan mal de las matemáticas</b> porque piensan que son malas cuando en realidad no es así.</p> <p>6) <b>Pues bueno el doctor Javier sabe mucho sobre cálculo y eso se nota</b> desde la forma en que habla, y yo dejé: "¡Soy de aquí!"</p>		<p>puede sentir reflejado para estudiar una carrera.</p> <p>El código 6 expresa como H5 se siente identificado con el doctor, el cual le dio clases en el curso propedéutico.</p> <p>El estudiante en el código 5 se está comparando con los demás que no entienden, pero el sí.</p>
<p>7) Y pues como que <b>sí recibí ese impactó</b>, pero me agradó, por que dije; ¡voy a hacer matemáticas!</p> <p>8) Y entonces eso fue como que <b>lo más impactante que se me hizo</b>.</p>	<p>Experiencias de reacciones al estrés.</p>	<p>En los códigos 9 y 10 el estudiante H5, expresa como con la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas experimenta el gusto y el impacto interpretado por la sorpresa.</p>
<p>9) <b>Desde pequeños nuestros padres nos enseñaron</b> más a enfocarnos más a las cosas prácticas y a la practicidad de la vida y no a demostrar y explicar las cosas tal y como son.</p>	<p>Experiencias de persuasión social directa.</p>	<p>Finalmente, en el código 11, el estudiante H5 menciona como ha sido la influencia de sus padres directamente en la percepción del uso del conocimiento lo cual impulso a H5 a estudiar matemáticas centrándose en el cálculo como una herramienta aplicada de las matemáticas.</p>
<p>10) Son cosas que desde la prepa yo me había preguntado, y <b>no había nadie que podía contestarlo, y yo decía, aquí sí</b>.</p> <p>11) Porque incluso <b>en secundaria, tuve maestros que, si te enseñaban, según eso</b>, pero tú les preguntabas: ¿qué es un cuadrante? Y su respuesta era ahí está en el libro y hágale así, pero ¿Por qué es así? porque es así y no pregunte, Entonces no cualquier persona puede, o está capacitada para enseñar matemáticas.</p>	<p>Persuasión social indirecta.</p>	<p>Los códigos 10 y 11 se asocian en el tema de persuasión social indirecta dado que, el estudiante H5 al narrar sus experiencias de preguntar sus dudas a sus docentes de matemáticas de los niveles básicos y al observar que dicho docentes apelaban a la autoridad (como lo es el libro) el estudiante interpreta dicha acción como desconocimiento de la pedagogía matemática y ahora en consecuencia al encontrarse en la carrera de matemáticas donde se le explican los porqué de las matemáticas, y así queda persuadido en la misma enseñanza de la carrera.</p>

Tabla 10. Códigos y temas identificados en H5 (fuentes de autoeficacia).

Código	Tema	Descripción
<p>1) Siempre he pensado que hay que tenerles paciencia, y después de ahí fue cuando ya empezaba a comprender más cosas y <b>fue cuando me empezaron a gustar, cuando las empecé a comprender</b>.</p> <p>2) Aparte de que me guste, pienso que <b>será una carrera en la que me podría desempeñar muy bien</b> porque sí me gusta echarle muchas ganas.</p>	<p>Experiencias de dominio.</p>	<p>EL estudiante H7, con base en el código 1 en el que narra cómo ha sido su aprendizaje de las matemáticas y como ha ido superando con éxito y dominio cada desafío en la enseñanza aprendizaje de las matemáticas.</p> <p>Así mismo, el código 2 de manera explícita denota que H7 tiene la percepción de poder tener un</p>

<p>3) Primero <b>como yo aprendí matemáticas</b>, aprendiendo sobre lo que representa cada cosa, o sea no viendo fórmulas, no viendo opciones, viendo que es cada cosa.</p>		<p>desempeño alto en la carrera, dada su experiencia en lo académico en la que el mismo dice que le gusta echarle ganas. Continuando con el código 3, el estudiante narra cómo es que se deberían aprender las matemáticas y con base en su experiencia y como ha ido dominando la materia, las matemáticas se aprenden como el aprendió.</p>
<p>4) Porque me gusta, otra principal cosa es que <b>algunas otras carreras están demandadas</b> como medicina y también las carreras de humanidad, y aparte ninguna de esas áreas me llama la atención.</p>	<p>Experiencias de persuasión social indirecta.</p>	<p>En el código 4, el alumno habla sobre por qué decidió estudiar matemáticas a lo que él dice con base en observar a la sociedad, en particular a los jóvenes que están decidiendo su profesión, concluye que el área de las matemáticas es poco concurrida y por ello decide estudiar esta carrera al tener menor nivel de competencia y poder de alguna manera resaltar en la sociedad.</p>
<p>5) Pero <b>lo que me presentaron</b> aquí no me desagrado, <b>de echo hizo que me gustaron aún más</b></p> <p>6) Pero sí, <b>sí hicieron que me gustaran más</b>, yo venía con una idea de aprender solo fórmulas y que se me va a complicar aquí.</p>	<p>Experiencias de persuasión social directa.</p>	<p>En los códigos 5 y 6, se menciona como el estudiante después de haber tomado el curso propedéutico y por cómo se le presentaron las matemáticas quedo más motivado y sintiendo un nuevo desafío.</p>
<p>7) Y <b>empecé a ver</b> que, desde primer semestre, <b>que todos decían que las matemáticas eran difíciles</b> y no les entendían. Y luego empecé a ver que realmente <b>si era posible entender</b>.</p> <p>8) Pues sí, pienso que las matemáticas vienen desde mucho y presentan parte del hombre, <b>aunque para muchos no les guste, pienso que es una parte del ser humano</b>.</p>	<p>Experiencias vicarias</p>	<p>En el código 7, se menciona como el estudiante observaba a sus compañeros y como ellos batallaban con las matemáticas, con el tiempo H7 las iba comprendiendo y es en este sentido en que él podía compararse y analizar que si podía entender la materia cuando sus compañeros quizás no. Finalmente, en el código 8 H7 menciona su análisis de cómo se aprende matemáticas y con su observación y estudio, afirma que las matemáticas son parte de la naturaleza del ser humano, aunque hay personas que no les gustan, él ya las interiorizó en sí mismo y es donde surge la comparación con los que no les gusta dicha materia.</p>

Tabla 11. Códigos y temas identificados en H7 (fuentes de autoeficacia).

Código	Tema	Descripción
<p>1) <b>Pues lo combino</b> desde los 11 años y <b>me ha ido bien</b>, nunca ha sido un problema, yo no veo</p>	<p>Experiencias de dominio</p>	<p>En el código 1, H8 narra cómo ha sido su experiencia al estudiar y</p>

<p>como las personas que dicen que trabajan y por eso les va mal, yo lo veo como un pretexto, yo digo que el que tiene ganas, si sale.</p> <p>2) <b>Se me dan las matemáticas, se me da muy bien</b> entender las cosas, grabármelas, pero sobre todo entenderlas, porque no me gusta, no me va a servir de nada grabármelas, sino entenderlas, por eso me gusta.</p> <p>3) <b>Normalmente me tomo mucho mi tiempo</b>, por ejemplo, cuando toca en fines de semana estudiar, yo me llevo mis apuntes, aunque sea en apuntados en una servilleta, en lo que sea, y los repaso ahí en el trabajo, no me cuesta nada en tiempos libres que siempre va a ver. Ya en mi casa me dedico de lleno, estudio dos días antes del examen y por eso siempre estoy preguntando los profes ¿Cuándo va a hacer el examen? para anticipar.</p> <p>4) Me gusta todo en sí, yo creía que ya lo sabía, no todo, pero si esa parte ya la había tenido bien clara, esa parte de números reales y todo eso; pero la verdad me gustó mucho porque es lo que <b>a mí me gusta saber el porqué de las cosas</b>, por eso me gustó mucho.</p> <p>5) <b>Lo complemento</b>, porque para mí las matemáticas si es hacer cálculos, si es hacer operaciones, etcétera. Pero también lo complemento de esa forma de ver las matemáticas, ósea que no sólo es cálculo sino razonar, y todo lo que nos enseñaron en el curso.</p> <p>6) Yo he aprendido, me fijo en lo que está haciendo el profesor, poniendo mucha atención, no hago apuntes no hago nada de eso, <b>solamente me concentro mucho en lo que está haciendo el profesor</b>, y al final cuando termina tomó una foto al pizarrón y llegó a mi casa, lo trató de resolver yo, y si me atoró en algún lugar veo mi celular veo como le hizo y le sigo, y le sigo haciendo así otra vez y <b>así me va bien</b></p>		<p>trabajar simultáneamente, y como ha logrado con éxito desempeñar ambas labores, resaltando que puede dominar el estudiar y trabajar como lo ha lograr como anteriormente lo ha hecho.</p> <p>El código 2, de manera explícita, narra el dominio de la materia con facilidad y fluidez.</p> <p>En el código 3, H8 habla de cuáles son sus métodos de estudio y como pese al trabajo él ha dominado la materia con base en el estudio anticipado y ordenado.</p> <p>Así mismo el siguiente código menciona lo relacionado con lo que le gusto al estudiante del curso propedéutico y como el estudiante tiene una percepción de tener en claro o dominar los temas abordados en dicho curso, además de estar motivado de haber visto algunos “por qué” de las matemáticas, que son cuestiones que al estudiante H8 le motivaban entender y todo esto queda reafirmado con el código 5 donde H8 habla sobre como el curso complemento sus conocimientos y como es que el llevo a dominar dicho complemento.</p> <p>Finalmente, en el código 6 se habló de la percepción de H8 de como aprender matemáticas y con base en ello le va bien.</p>
<p>7) <b>Veía como un reto, nadie viene a esta carrera</b>, así como a física</p>	<p>Experiencias vicarias</p>	<p>El código 7 se asocia a experiencias vicarias por el hecho como H8 observa que pocos estudian matemáticas, así como física y es ahí donde él se puede comparar con ese resto que no lo hace sintiéndose motivado por dicha comparación.</p>
<p>8) Yo siempre he querido enseñar a los demás, me gustas enseñarles, me gusta decirles porque, <b>no me gusta ser como envidioso y</b></p>	<p>Experiencia de deseo de contribuir.</p>	<p>Y por último en el octavo código, el estudiante narra cómo quiere enseñar las matemáticas que él ha</p>

guardarme mis conocimientos sino compartirlos con todos, y yo quiero ser profe. Más bien yo quiero ser profe.		aprendido y no quedarse con todo ese conocimiento. En este código y en general de las respuestas en la entrevista, no se está comparando o muestra evidencias de ser persuadido para ser docente ni directa, ni indirectamente.
---	--	---

Tabla 12. Códigos y temas identificados en H8 (fuentes de autoeficacia).

Código	Tema	Descripción
1) Mi principal razón fue la de irme por la educación, por la docencia, <b>se me hace un trabajo muy bonito ser maestra.</b>	Experiencias vicarias	El código 1 se asocia al tema de experiencias vicarias, porque la estudiante establece que quiere ser docente dado que, desde su percepción es una profesión muy bonita y puedo haber sido con base en haber observado a sus exmaestros.
2) La verdad me gusta mucho, mucho la matemática, <b>fui muy buena en la escuela en la secundaria</b> , y en prepa se me dificultó un poco más pero, pues bueno.  3) <b>La verdad matemática es muy difícil de estudiar</b> siento que no es tanto estudiarse si no practicarse y <b>lo que hago yo es practicar.</b>  4) Lo que me gustó fue la geometría, en <b>parte porque le entendí más y se me facilitó más</b> que las otras cosas.	Experiencias de dominio	En el código 2, M2 expresa de manera explícita que, durante su desarrollo académico en matemáticas, tenía dominio de la materia. Continuando con el código 3, la estudiante afirma que las matemáticas son difíciles y que la forma de aprenderlas es practicando, y es en este punto donde se resaltan sus experiencias de dominio dado que, ella afirma que lo que más hace es practicar. Finalmente, en el último código expresa como en el curso propedéutico, lo que más le gustó fue la materia de geometría en consecuencia de, ser la materia que más dominó en dicho curso.

Tabla 13. Códigos y temas identificados en M3 (fuentes de autoeficacia).

Código	Tema	Descripción
1) <b>Todos tienen su profesión</b> , ahora sí que soy la, única, <b>la última que no la tiene.</b>  2) Ahora que estoy aquí pues mi finalidad es buscar un trabajo de fines de semana, porque realmente no tengo, ahora sí que... bueno está mi padre como sustento, <b>pero realmente a mi edad no me gustaría tanto apoyarme de él.</b>	Experiencias de persuasión social indirecta.	El código 1, la estudiante, al ser la única, de entres sus hermanos, que no tiene una profesión siente que es necesario obtener una. Así mismo en el código 2, la estudiante de igual manera es persuadida de manera indirecta dada su situación familiar, y al sentir que por sus medios debe de salir adelante con sus estudios, así mismo que por medio de los estudios podrá apoyar a su familia.
3) Yo creo que fue que influyeron mucho mis profesores del COBAEZ y también <b>influyó</b>	Experiencias de persuasión social directa.	El código 3 expresa como por la influencia directa de sus docentes, M4 decide estudiar matemáticas.

<b>mucho un maestro del tecnológico de Loreto.</b>		
<p>4) Pero mi finalidad es esa, es la docencia me <b>gusta mucho, aparte de lo que es hablar en público</b>, creo que es lo que me encanta, lo que me motiva, <b>y pues las matemáticas</b> en sí, no es qué me sienta inteligente, porque creo que no, pero, <b>con disciplina todo se puede.</b></p> <p>5) <b>Siempre le dedicaba horas extras a lo que era la tarea</b>, más que nada, o sea como que si algo no entiendo en clases me gusta indagar y me gusta mucho leer, pero pues obviamente libros de matemáticas están un poco más complicados, pero es, no sé, auxiliarse con videos o preguntar.</p> <p>6) Pero en sí yo creo que <b>es cuestión de repasar un poco, y pues echarle ganas.</b></p> <p>7) Todo hay que razonarlo, todo hay que cuestionarlo porque <b>así se aprende, cuestionarnos todo.</b></p>	Experiencias de dominio	El código 4, la estudiante M4 habla de sus motivaciones del porque quiere estudiar la carrera de matemáticas y una de ellas es la docencia, por el hecho de que le gusta hablar en público y puede ser porque siente que lo hace bien. En el mismo sentido tiene una percepción que teniendo disciplina puede lograr la carrera, lo cual queda reflejado en los códigos 5, 6 y 7, en el que se narra cómo es que se ha enfrentado y como se debe de enfrentar a la materia de matemáticas.
8) Pero pues cuándo comienzo a resolver algún problema, no sé, como que <b>en vez de estresarme me desestreso</b> , y es algo que me gusta pues.	Experiencias de reacción al estrés	En el código 8 queda expresada de manera explícita como es que la estudiante al momento de estar resolviendo problemas matemáticos se desestresa.
<p>9) Bueno pues la docencia, es mi finalidad regresar a mi rancho.</p> <p>10) Como a mí me han enseñado matemáticas que <b>fue de modo que ciertos maestros me gustan mucho pues</b> fue, tener bien claro lo que se está diciendo, o sea porque si hay docentes que siempre están explicando algo, pero <b>en sí como que no tienen la idea clara, y pues realmente no saben explicar</b></p>	Experiencias vicarias	Finalmente, los códigos 9 y 10 quedan en conjunción dado que la estudiante al ver cómo eran sus profesores al enseñar matemáticas quiere ser como ellos y así desempeñar dicha profesión.

*Tabla 14. Códigos y temas identificados en M4 (fuentes de autoeficacia).*

<b>Código</b>	<b>Tema</b>	<b>Descripción</b>
1) Y si tengo ganas de estudiar porque <b>mi hermana me está ayudando a pagar los estudios</b> , pero no quiero tenerle el peso a ella y entonces quiero ver si no está muy pesada la carrera conseguir un trabajo por aquí, para ayudarle.	Experiencias de persuasión social indirecta.	En este código que es el código 1, la estudiante puede sentirse persuadida de manera indirecta, al sentirse presionada por el apoyo que su hermana le está brindando y así mismo siente el compromiso de terminar la carrera con un buen desempeño.
2) Al estar en la materia de matemáticas como que siempre <b>me emocionaba mucho con las matemáticas.</b>	Experiencias de reacción al estrés	En los códigos 2 y 3, la estudiante narra cómo al estar en las clases de matemáticas en años y niveles académicos pasados sentía emociones fuertes y como ahora después del
3) Pues primero <b>me sentí como asustada</b> , porque dije ¡ay! ¿Qué es esto? Yo veía como		

otro mundo y no sé de <b>con el tiempo como que me empezó a emocionar más</b> , el saber una vista diferente a las matemáticas y <b>me sentí más motivada</b> todavía y <b>ahorita estoy emocionada</b> .		curso propedéutico sigue sintiendo emociones fuertes aún más que antes.
4) <b>Sentí que me gustaron todavía más, mucho.</b>		

Tabla 15. Códigos y temas identificados en M5 (fuentes de autoeficacia).

Código	Tema	Descripción
1) <b>Mi hermano mayor está estudiando ingeniería química</b> , y mi otro hermano está en Estados Unidos trabajando, y <b>mi hermana está estudiando eléctrica industrial</b> .  2) Porque <b>tuve unas maestras que de plano no les gustaba</b> , y yo dije: "no voy a estudiar nada que tenga matemáticas" y los últimos dos años en la prepa <b>tuve un profe muy bueno y que le gusta mucho y de ahí me contagió</b> y me di cuenta de que era buena.	Experiencias de persuasión social indirecta.	En el primer código la estudiante se puede sentir persuadida por su entorno familiar, en el que sus hermanos están estudiando una carrera (con afinidad a las matemáticas) y de alguna manera se siente comprometida a estudiar. En el siguiente código, M6 narra como con base en la experiencia de estar con dos tipos de maestros, de inicio, una que no le gustaban las matemáticas y después uno que le gustaban y las transmitía de manera en que la acabó convenciendo en estudiar la carrera en matemáticas.
3) Ni idea ni siquiera en el bachillerato sabía a qué meterme, si a biológicas o a físico y ya a alguien me dijo que; ¿porque no me metía a matemáticas? Y nunca se me había cruzado por la mente, <b>y desde que me dijo y empecé a investigar</b> , y en la Exporienta vinieron y estaba un estudiante de aquí, que iba a egresar <b>y pues dije que platicaré y me gustó</b> .	Experiencias de persuasión social directa.	En el código 3, M6 narra como de manera directa dos personas, un compañero y un estudiante de matemáticas, la convencieron de estudiar la carrera en matemáticas, lo cual fue, el primero le creo la idea inicial en ella y el segundo, al platicar como era la carrera, la convenció.
4) <b>Primera semana estaba muy ansiosa y nerviosa</b> , y ya esta semana me gustó y siento que sí me gustaría.	Experiencias de reacción al estrés	En este código la estudiante narra como en la primera semana del curso propedéutico sufrió dos emociones fuertes, ansiedad y nerviosismo, sin embargo, al paso de la segunda semana se sintió mejor mostrando satisfacción.
5) Siento que me falta mucho por aprender, pero pues <b>de cierta forma tengo las bases para estar aquí</b> , pero igual me falta más.	Experiencias de dominio.	Finalmente, en este código, M6 tiene una percepción de tener el dominio mínimo de las matemáticas para poder desempeñarse correctamente en la carrera.

Tabla 16. Códigos y temas identificados en M6 (fuentes de autoeficacia).

Código	Tema	Descripción
1) Pues, es que <b>en la prepa era lo que se me daba más fácil</b> , era la que más le entendía, era la materia que más me gustaba, además, cuando estuve en el bachillerato fue lo que más me gustó, y fue por lo que decidí entrar.	Experiencias de dominio	M7 al hablar de porque decidió estudiar la carrera de matemáticas y como queda descrito en el código 1, muestra que ha tenido dominio de las materias de matemáticas durante su formación básica.

<p>2) Pues cuando yo llegué aquí pensé que iba a ser como en otras carreras, que iban a dejar como cuadernillo, <b>por ejemplo, mi amiga está en ingeniero químico y a ella la dejaron muchos cuadernillos, y pensé que iba a ser igual aquí.</b> Fue muy diferente porque aquí dan desde el inicio y allá les dijeron "te voy a enseñar Álgebra y nada más" y no les enseñaron ni números reales ni nada.</p> <p>3) <b>"lo voy a poner en el pizarrón y cómo le entiendan y como ustedes puedan"</b> y <b>no</b>, es saber de dónde salió esto, de dónde proviene y cómo llegamos al resultado que tenemos.</p> <p>4) <b>Pues yo de la manera que aprendí</b> fue poniendo atención y pues cuándo es lo que les gusta se entiende, por ejemplo, <b>a mis compañeros casi no les entendía.</b></p>	<p>Experiencias vicarias</p>	<p>En el código 2, M7 compara su experiencia en el curso propedéutico que ella tomó con el de una amiga y puede ver e interpreta que el curso que ella tomó está más completo y sólido en términos matemáticos.</p> <p>En el código 3, la estudiante M7 al explicar que es enseñar matemáticas, afirma que no se debe de hacer como algunos de sus maestros y es ahí donde surge la comparación porque explica cómo debe de ser el enseñar la materia en cuestión.</p> <p>Prosiguiendo con el código 4, narra cómo es que ella aprendía, pero aún más en la última frase resalta como ella si entendía la materia de matemáticas y como sus compañeros no, comparándose con ellos.</p>
<p>5) <b>Se enseña de una manera paciente</b>, mucha paciencia para entender de dónde sale todo el proceso, porque a veces sí son muy laboriosas y lo que <b>tenemos que tener es paciencia.</b></p>	<p>Experiencias de reacciones al estrés.</p>	<p>Y finalmente en el código 5, la estudiante al explicar cómo es que se enseña matemáticas se debe de recurrir a la paciencia, para no caer en la impaciencia y no poder alcanzar la meta de enseñar matemáticas que de antemano, afirma, hay temas complejos.</p>

*Tabla 17. Códigos y temas identificados en M7 (fuentes de autoeficacia).*

A manera de resumen se destacan y enlistan los códigos correspondientes a los 6 diferentes temas con relación a las experiencias como fuentes de las creencias de autoeficacia de los estudiantes: a) experiencias de dominio, b) experiencias vicarias, c) experiencias de persuasión social directa, d) experiencias de persuasión social indirecta, e) experiencias de reacciones al estrés y f) experiencia de deseo de contribuir. Los cuales se enuncian a continuación en cursiva, que indica una cita textual del discurso de los estudiantes:

a) Los códigos asociados al tema **experiencias de dominio**:

1. H1. *"Casi siempre consigo becas"*
2. H2. *Casi nunca estudio para los exámenes y como si nada los respondo.*
3. M1. *Me gustaba participar en competencia de matemáticas.*
4. M2. *Porque es un reto para mí.*
5. H3. *Daba asesoría.*
6. H3. *No es, que digamos tan complicado.*



7. H3. *Les ponía ejercicios y ya lo sabían hacer.*
8. H4. *Si siempre se me han dado las matemáticas.*
9. H4. *Nunca tuve la necesidad de estudiar para muchos exámenes.*
10. H4. *Tengo la capacidad de que se me pegan rápido los conceptos.*
11. H4. *Sacaba la tarea y me ponía a hacerla.*
12. H4. *El curso... quizás hasta muy sencillo para mí.*
13. H4. *Sentí que las cosas eran algo sencillas.*
14. H4. *La manera más sencilla es a cuenta propia.*
15. H4. *El autoaprendizaje, la mejor manera de aprender.*
16. H5. *A mí me motivó el cálculo prácticamente.*
17. H5. *No puedo ser bueno en todo, ... lo aprendí aquí en una semana ... ay ¡ Dios mío estaba tan fácil.*
18. H5. *Porque voy a aprender nuevos conceptos.*
19. H7. *Fue cuando me empezaron a gustar, cuando las empecé a comprender.*
20. H7. *Será una carrera en la que me podría desempeñar muy bien.*
21. H7. *Como yo aprendí matemáticas.*
22. H8. *Pues lo combino (trabajo)... me ha ido bien.*
23. H8. *Se me dan las matemáticas, se me da muy bien.*
24. H8. *Normalmente me tomo mucho mi tiempo.*
25. H8. *A mí me gusta saber el porqué de las cosas.*
26. H8. *Lo complemento (trabajo y estudios).*
27. H8. *Solamente me concentro mucho en lo que está haciendo el profesor... así me va bien.*
28. M3. *Fui muy buena en la escuela en la secundaria.*
29. M3. *La verdad matemática es muy difícil de estudiar... y lo que hago yo es practicar.*
30. M3. *En parte porque le entendí más y se me facilitó más.*
31. M4. *Me gusta mucho, aparte de hablar en público... y pues las matemáticas... con disciplina todo se puede.*
32. M4. *Siempre le dedicaba horas extras a la tarea.*
33. M4. *Es cuestión de repasar un poco, y pues echarle ganas.*

34. M4. *Así se aprende, cuestionarnos todo.*
35. M6. *De cierta forma tengo las bases para estar aquí.*
36. M7. *En la prepa era lo que se me daba más fácil.*

Los códigos correspondientes a este tema de experiencias de dominio se caracterizan por el énfasis de los estudiantes al destacar que, en algunos momentos de su trayectoria académica, en específico en la materia de matemáticas, ha sido una materia en la que sienten felicidad y gusto, o bien ha representado dificultad, que su capacidad de aprendizaje les ha permitido superar.

b) Los códigos asociados al tema **experiencias vicarias**, son:

1. M4. *Fue de modo que ciertos maestros me gustan mucho pues ... en sí como que no tienen la idea clara, y pues realmente no saben explicar.*
2. M7. *Por ejemplo, mi amiga está en ingeniero químico y a ella la dejaron muchos cuadernillos, y pensé que iba a ser igual aquí.*
3. M7. *“Lo voy a poner en el pizarrón y cómo le entiendan y como ustedes puedan” y no.*
4. M7. *Pues yo de la manera que aprendí... a mis compañeros casi no les entendía.*
5. H1. *Mi papá eléctrico-automotriz y mi hermana trabaja en una fábrica.*
6. H1. *He querido ser maestro de matemáticas.*
7. H1. *Para ser maestro de matemáticas.*
8. H1. *Ser maestro.*
9. H1. *Porque quiero ser un buen profe y quiero que hablen bien de mí.*
10. H2. *Mi hermano está haciendo su maestría aquí en mate.*
11. H2. *Tenía el apoyo de mi hermana y de mi hermano.*
12. H2. *Entonces quiero ser mejor maestro, no como de los que tuve.*
13. H2. *Ya había visto a mis hermanos en lo que era esto.*
14. M1. *Trabajar en investigación como matemático.*
15. M1. *Trabajar en un centro de investigación.*
16. M1. *Pues no sé si sea una característica de todos los matemáticos...*
17. H4. *Como vi que a todos les dificultaba y que a mí se me hacían sencillas.*

18. H4. *Si uno puede ser capaz de ver esas habilidades ... en un lugar donde nadie más lo ve.*
19. H5. *Y el más grande se graduó en contaduría y administración.*
20. H5. *Hablan mal de las matemáticas.*
21. H5. *El doctor Javier sabe mucho sobre cálculo y eso se nota*
22. H7. *Empecé a ver ... que todos decían que las matemáticas eran difíciles ...si era posible entender.*
23. H7. *Aunque para muchos no les guste, pienso que es una parte del ser humano.*
24. H8. *Veía como un reto, nadie viene a esta carrera.*
25. M3. *Se me hace un trabajo muy bonito ser maestra.*

En estos códigos con relación de experiencias vicarias, se identificó cómo los estudiantes establecen una comparación con alguno de sus maestros, con sus compañeros, amigos o con sus familiares; lo cual los motivó o impulsó a estudiar matemáticas.

c) Los códigos asociados al tema **experiencias de reacciones al estrés**, fueron:

1. H1. *Los podía resolver y me sentía bien.*
2. H1. *No lo pude hacer y me sentí mal.*
3. H3. *Me empezó a gustar.*
4. H3. *Enseñarles porque es divertido.*
5. M2. *Prácticamente te guste, y te agrade lo que estás realizando.*
6. H4. *Porque también disfruté mucho.*
7. H4. *Hasta para emocionarme de la carrera.*
8. H4. *Enseñar matemáticas, es verdaderamente sorprendente.*
9. H4. *No estresando a los alumnos.*
10. H5. *Sí recibí ese impacto.*
11. H5. *Lo más impactante que se me hizo.*
12. M4. *En vez de estresarme me desestreso.*
13. M5. *Me emocionaba mucho con las matemáticas.*
14. M5. *Me sentí asustada... con el tiempo me empezó a emocionar más... me sentí un más motivada... ahorita estoy emocionada.*
15. M5. *Sentí que me gustaron todavía más, mucho.*

16. M6. *La primera semana estaba muy ansiosa y nerviosa.*

17. M7. *Se enseña de una manera paciente... tenemos que tener paciencia.*

En estos códigos relacionados con las experiencias al estrés, tienen en común emociones y sentimientos encontrados en los diferentes momentos de su aprendizaje y experiencia en la enseñanza de las matemáticas, como lo es; disfrute, estrés, la diversión, impacto, entusiasmo, ansiedad, nerviosismo, motivación, sentirse bien o mal.

d) Los códigos asociados al tema **experiencias de persuasión social directa**, son:

1. H1. *Tenía una maestra que estudió aquí, y me decía...*
2. H1. *Un amigo, me inculcó aquí.*
3. M1. *Una maestra fue la que me impulsó.*
4. M1. *Dijo que aquí me iban a enseñar y ya me motivó.*
5. M1. *Ya me habían explicado, como era.*
6. M2. *Él me motivó mucho a que entrara a la carrera.*
7. H4. *Se me dio la oportunidad de hablar con ambos directores.*
8. H4. *Me habían dicho; sabes que, las matemáticas son así se hacen así.*
9. H5. *Desde pequeños nuestros padres nos enseñaron.*
10. H7. *Lo que me presentaron ... hizo que me gustaron aún más.*
11. H7. *Sí hicieron que me gustaran más.*
12. M4. *Influyó mucho un maestro del tecnológico de Loreto.*
13. M6. *Y desde que me dijo y empecé a investigar... y pues dije que platicará y me gustó.*

Los códigos establecidos en este tema de experiencias de persuasión social directa se relacionan entre sí, en el sentido de experiencias en las que una persona directamente influye en la decisión del estudiante en una conversación uno a uno.

e) Los códigos asociados al tema **experiencias de persuasión social indirecta**, fueron:

1. H3. *Me enseñaron algunos profes a verlas de alguna forma divertida.*
2. H3. *Como a mí me enseñaron.*
3. M2. *Me llamó mucho la atención lo que dijo el doctor.*

4. M2. *Me ha abierto la visión a un mundo nuevo.*
5. H5. *No había nadie que podía contestarlo, y yo decía, aquí sí.*
6. H5. *En secundaria, tuve maestros que, si te enseñaban, según eso.*
7. H7. *Algunas otras carreras están demandadas.*
8. M4. *Todos tienen su profesión... la última que no la tiene.*
9. M4. *Pero realmente a mi edad no me gustaría tanto apoyarme de él.*
10. M5. *Mi hermana me está ayudando a pagar los estudios.*
11. M6. *Mi hermano mayor está estudiando ingeniería química... mi hermana está estudiando eléctrica industrial.*
12. M6. *Tuve unas maestras que de plano no les gustaba... tuve un profe muy bueno y que le gusta mucho y de ahí me contagió.*

Los códigos establecidos en este tema de experiencias de persuasión indirecta están relacionados entre sí, en que hubo un acontecimiento, una situación social, o bien una situación familiar, que influyeron en la decisión de los estudiantes para ingresar a la carrera de matemáticas.

Finalmente, se encontró que los códigos enunciados a continuación no se identificaban con ninguno de los temas descritos hasta el momento, por lo cual se definió otro tema; ***experiencias de deseo de contribuir***. Dichos códigos se relacionan entre ellos en que los estudiantes al tener una autoeficacia alta en las matemáticas creen que por medio de ellas, pueden ayudar y/o aportar a la sociedad o, a personas específicas que experimentan dificultades con la matemática.

f) Los códigos asociados al tema de **experiencia de deseo de contribuir**, fueron:

1. M2. *Por medio de las matemáticas quiero llegar a, al menos a contribuir a la sociedad.*
2. H8. *No me gusta ser envidioso y guardarme mis conocimientos sino compartirlos.*

Finalmente, en Tabla 18 se establecen las frecuencias de los códigos asociados en cada uno de los temas encontrados.

Tema	Frecuencia
Experiencias de dominio.	36
Experiencias vicarias.	25
Experiencias de reacciones al estrés.	17
Experiencias de persuasión social directa.	13
Experiencias de persuasión social indirecta.	12
Experiencias de deseo de contribuir.	2

*Tabla 18. Tabla de Frecuencias Código-Tema; fuentes de autoeficacia.*

Continuando, con el A. T. y haciendo una tematización desde la teoría (Miles, Tonon y Alvarado, 2012) en torno a las creencias llamadas en esta investigación, creencias de valor hacia la matemática (Ernest, 1988, citado por Gamboa y Moreira-Mora, 2016); creencias instrumentistas, creencias platónicas y creencias de resolución de problemas se presenta la categorización de los códigos en cada uno de estos temas.

Códigos	Tema	Descripción
<b>Para mí está arriba de todo</b> , porque la medicina ni siquiera veo que le llegue a la matemática y otras carreras, no, así tampoco, pero, <b>considero que es la más importante.</b>	Platónicas.	Estos códigos se asocian en el tema de creencias platónicas, dado que, muestran a las matemáticas como una disciplina académica que sobrepasa a todas y que son más importantes.

*Tabla 19. Códigos y temas identificados en H1 (creencias de valor).*

Códigos	Tema	Descripción
Pues ya no es lo que todos pensaban en prepa, que era hacer una fracción, <b>sino dar porque se da ese resultado</b> , no nada más es decir 2+2 es 4 porque si, <b>es explicarlo y convencer a otra persona.</b>	Platónicas.	El código presente describe cómo las matemáticas, más allá de sus resultados, se tienen que ir explicando y en este sentido se van descubriendo.

*Tabla 20. Códigos y temas identificados en H2 (creencias de valor).*

Códigos	Tema	Descripción
Las matemáticas se pude decir que <b>es una forma de cómo interpretar al mundo</b> , por ejemplo, nosotros podemos ver o los matemáticos pueden ver el mundo a cómo lo puede ver un filósofo, pero en sí son semejantes las cosas	Instrumentalista	En el presente código el estudiante describe cómo las matemáticas son un instrumento para poder observar e interpretar al mundo teniendo una dirección de la matemática hacia el exterior.

*Tabla 21. Códigos y temas identificados en H3 (creencias de valor).*

Códigos	Tema	Descripción
Entonces para mí <b>son una poderosa herramienta pero, ni una verdadera concepción del mundo</b> , uno puede concebir al mundo desde sus propios ojos, desde una vista únicamente matemática.	Instrumentalista.	El código se caracteriza en las creencias instrumentista dado que el estudiante expresa de manera explícita que las matemáticas son una herramienta que se puede utilizar.

Tabla 22. Códigos y temas identificados en H4 (creencias de valor).

Códigos	Tema	Descripción
1) Para mí las matemáticas, básicamente son <b>una manera para describir al mundo, lejos de saber cómo son las cosas, o de contarla</b> . 2) Tú vas a poder decir que de acuerdo al comportamiento esto, yo puedo inferir tales propiedades, y quizás esto me ayude a desarrollar otras cosas, <b>que nos pueden servir de utilidad, no sólo hacer por hacer</b> .	Instrumentalista.	En los códigos 1 y 2 el estudiante narra cómo por medio de las matemáticas se puede interpretar el mundo y también pueden ser usadas para algunas situaciones del día a día.
Tiene tanto rigor que te dice las cosas tal y como son y tiene tanta versatilidad que son aceptadas en todo el mundo, <b>tal y como son, NO VARÍAN</b>	Platónicas	En este código el alumno narra cómo las matemáticas ya existen e incluso son aceptadas como son y no varían.

Tabla 23. Códigos y temas identificados en H5 (creencias de valor).

Códigos	Tema	Descripción
<b>Pues ahora que las veo pienso que es una ciencia</b> , en la que uno tiene que tratar de, a partir de lo que se sabe, pues indagar.	Platónicas.	El código de manera explícita expresa cómo desde la perspectiva del estudiante las matemáticas son una ciencia.
Pienso, más que dedicarse a una materia, en la que uno investiga, resuelve y no solamente puede aprender, <b>sino también puede crear conocimiento</b> .	Resolución de problemas.	Este código se asocia en la resolución de problemas, dado que el estudiante tiene la idea que con base en la investigación en diferentes áreas de las ciencias se puede crear conocimiento que favorezca a la ciencia per se.

Tabla 24. Códigos y temas identificados en H7 (creencias de valor).

En las respuestas de H8 no se identificaron las creencias de valor que tiene hacia las matemáticas.

Códigos	Tema	Descripción
<b>Es descubrir y poder explicar el porqué de las cosas</b> .	Instrumentalistas.	Este código, expresa la idea de la estudiante, que percibe a las matemáticas como un instrumento para describir y explicar el funcionamiento de las cosas del día a día.

Tabla 25. Códigos y temas identificados en M1 (creencias de valor).

<b>Códigos</b>	<b>Tema</b>	<b>Descripción</b>
Matemáticas era prácticamente un mundo nuevo que no necesariamente tenía que estar enfocado en estar haciendo números a todas horas del día, y <b>me ha abierto la visión a un mundo nuevo que se puede analizar, se puede medir de bastantes maneras.</b>	Platónica.	El código presente, muestra cómo el estudiante al tener una experiencia nueva en las matemáticas en las que las puede analizar, ver y medir en ellas mismas desde diferentes perspectivas.

*Tabla 26. Códigos y temas identificados en M2 (creencias de valor).*

<b>Códigos</b>	<b>Tema</b>	<b>Descripción</b>
<b>Es una ciencia, la base de las demás ciencias y está relacionada.</b>	Platónicas.	De manera explícita este código narra, que las matemáticas son una ciencia y más aún son la base de la ciencia, desde la perspectiva de la estudiante.

*Tabla 27. Códigos y temas identificados en M3 (creencias de valor).*

<b>Códigos</b>	<b>Tema</b>	<b>Descripción</b>
Pero las matemáticas, así una idea muy general es <b>demostrar todo lo que tú dices, demostrarlo en escrito, con palabras y con todo lo que sea posible.</b>	Platónicas.	Este código explica como el estudiante ve a las matemáticas como el conjunto de demostraciones, escritas o narradas, pero todo en torno a la misma matemática.

*Tabla 28. Códigos y temas identificados en M4 (creencias de valor).*

<b>Códigos</b>	<b>Tema</b>	<b>Descripción</b>
<b>Es como el resolver muchas cosas ¿no?, de cualquier ámbito de la vida, como puedes ver algo así normal y resulta que es otro mundo diferente, si lo puedes ver de otras formas.</b>	Instrumentalistas.	El código describe como a partir de las matemáticas se pueden resolver diferentes problemas de la vida.

*Tabla 29. Códigos y temas identificados en M5 (creencias de valor).*

<b>Códigos</b>	<b>Tema</b>	<b>Descripción</b>
<b>Son una forma de estudio.</b>	Platónicas.	En este código la estudiante ve las matemáticas en sí mismas como una manera de estudiar y es en este sentido que se asigna a las creencias platónicas.

*Tabla 30. Códigos y temas identificados en M6 (creencias de valor).*

En las respuestas de M7 no se identificaron las creencias de valor que tiene hacia las matemáticas.

Ahora, de manera resumida se destacan y enlistan los códigos correspondientes a los 3 diferentes temas con relación a las creencias de los estudiantes hacia la matemática: a)



creencias instrumentalistas, b) creencias platónicas y c) creencias de resolución de problemas. Los cuales se enuncian a continuación en cursiva, que indica una cita textual del discurso de los estudiantes:

a) Los códigos asociados al tema **creencias instrumentistas**, son:

1. H3. *Es una forma de cómo interpretar al mundo.*
2. H4. *Son una poderosa herramienta pero, ni una verdadera concepción del mundo.*
3. H5. *Una manera para describir al mundo porque lejos de saber cómo son las cosas, o de contarla.*
4. M1. *Es descubrir y poder explicar el porqué de las cosas.*
5. M5. *Es como el resolver muchas cosas ¿no?, de cualquier ámbito de la vida.*

b) Los códigos asociados al tema **creencias platónicas**, son:

1. H1. *Para mí está arriba de todo.*
2. H1. *Considero que es la más importante.*
3. H2. *Sino dar porque se da ese resultado.*
4. H2. *Es explicarlo y convencer a otra persona.*
5. H5. *Tal y como son, NO VARÍAN.*
6. H7. *Pues ahora que las veo pienso que es una ciencia.*
7. M2. *Me ha abierto la visión a un mundo nuevo que se puede analizar, se puede medir de bastantes maneras.*
8. M3. *Es una ciencia, la base de las demás ciencias y está relacionada.*
9. M4. *Demostrar todo lo que tú dices, demostrarlo en escrito, con palabras y con todo lo que sea posible.*
10. M6. *Pues son una forma de estudio.*

c) Los códigos asociados al tema **creencias de resolución de problemas**, son:

1. H7. *Sino también puede crear conocimiento.*

Finalmente, en la Tabla 31, se establecen las frecuencias de los códigos asociados en cada uno de los temas establecidos.

<b>Tema</b>	<b>Frecuencia</b>
Creencias Instrumentalistas	5
Creencias Platónicas	10
Creencias de Resolución de Problemas	1

*Tabla 31. Tabla de Frecuencias Código-Tema; creencias hacia la matemática.*

## **5.2 Autoeficacia Percibida Específica de Situaciones Académicas y Problemas Matemáticos**

Considerando que el factor 3 se asocia con el sentido de autoeficacia que los estudiantes tienen sobre su comprensión al realizar tareas matemáticas y en este caso, en la comprensión de resolver los problemas planteados, se usó este factor para calcular la calibración, la cual consistió en el cálculo de la diferencia entre; el promedio obtenido en los Ítems del factor 3, con el promedio obtenido en los resultados a las respuestas de los problemas matemáticos.

Tomando la primer EAPESA y los resultados a los primeros problemas matemáticos correspondientes a dicha escala, se generó la Tabla 32 de resultados. Dicha tabla consta de 12 columnas, en la primera están las claves asociadas a cada alumno, en la segunda la suma total de sus respuestas, en la tercera columna se encuentra el nivel de eficacia general otorgado según la Tabla 3. En las columnas 4, 5 y 6 se encuentra la suma total de las respuestas de cada factor, en las siguientes tres columnas se encuentran los niveles de eficacia según la Tabla 2, en la columna 10 se encuentra el promedio de las calificaciones otorgadas en los ejercicios, en la columna 11 se observa el promedio del puntaje correspondiente al factor 3 (comprensión de la tarea) el cual consta de 8 ítems y finalmente en la columna 12 está la calibración que es la diferencia entre el promedio del factor 3 y el promedio de las calificaciones de los ejercicios matemáticos. Finalmente, en la última fila se encuentra los promedios generales de cada una de las columnas.

Primer EAPESA											
Alumnos	Puntaje total EAPESA	Nivel de autoeficacia, general	Suma total por factor			Nivel de autoeficacia por factor			Promedio de calificaciones que corresponden a los ejercicios	Promedio de la suma de factor 3	Calibración
			Factor 1	Factor 2	Factor 3	Factor 1	Factor 2	Factor 3			
H1	69	2	28	17	24	2	3	2	3	3	0
H2	74	3	32	15	27	3	2	3	4	3.375	-0.625
M1	70	3	29	18	23	2	3	2	4	2.875	-1.125
H3	61	2	27	14	20	2	2	2	2.5	2.5	0
M2	67	2	27	18	22	2	3	2	3.5	2.75	-0.75
H4	76	3	33	14	29	3	2	3	4	3.625	-0.375
H5	79	3	32	17	30	3	2	3	4	3.75	-0.25
M3	57	2	24	13	20	2	2	2	4	2.5	-1.5
M4	53	2	21	12	20	2	2	2	1	2.5	1.5
H6	70	3	29	13	28	2	2	3	4	3.5	-0.5
H7	57	2	22	15	20	2	2	2	2.5	2.5	0
M5	57	2	20	13	24	2	2	2	4	3	-1
H8	72	3	27	20	25	2	3	3	4	3.125	-0.875
M6	68	2	27	17	24	2	3	2	3.5	3	-0.5
M7	71	3	28	19	24	2	3	2	3.5	3	-0.5
<b>Promedios</b>	<b>2.91836735</b>	<b>2.46666667</b>	<b>27.06667</b>	<b>15.6667</b>	<b>24</b>	<b>2.2</b>	<b>2.4</b>	<b>2.333333</b>	<b>3.43333333</b>	<b>3</b>	<b>-0.43333333</b>

*Tabla 32. Resultados de primera EAPESA; nivel de autoeficacia, ejercicios matemáticos y calibración.*

Se puede observar en la Tabla 32, y hablando solo en términos generales, que hay una autoeficacia media alta en el grupo, que el factor 2 es el que tiene mayor puntuación, así como que los estudiantes tienen un desempeño alto en los ejercicios, sin embargo, en general los estudiantes tienen una calibración imprecisa, se le llama imprecisa cuando la calibración es distinta de cero. Además, se observa que existe un sentido de autoeficacia en la comprensión de tareas más bajo que su logro dentro de las mismas tareas.

A continuación, en la Tabla 33, se presenta lo correspondiente a los resultados de la segunda EAPESA, además, las calificaciones correspondientes a los ejercicios en contexto de esta EAPESA. Cabe destacar los alumnos H3 y H7 ya no estaban en la licenciatura, M4 y M5 no contestaron los ejercicios dado que, al pertenecer al tercer examen parcial, decidieron no contestarlo por no sentirse con los conocimientos necesarios para enfrentarse a dicha prueba o porque ya no pensaban seguir estudiando en la carrera para el siguiente semestre. Por lo que la calibración no aplica para ninguno de los cuatro alumnos. En este sentido los promedios generales se calcularon entre 13 y 11 correspondientemente.

Segunda EAPESA											
Alumnos	Puntaje total EAPESA	Nivel de autoeficacia, general	Suma total por factor			Nivel de autoeficacia por factor			Promedio de calificaciones que corresponden a los ejercicios	promedio de factor 3	calibración
			Factor 1	Factor 2	Factor 3	Factor 1	Factor 2	Factor 3			
H1	58	2	18	17	24	2	3	2	2.666666667	2.4	-0.26666667
H2	78	3	27	11	34	3	2	3	3	3.4	0.4
M1	48	2	15	11	22	1	2	2	2	2.2	0.2
H3	nc	nc	nc	nc	nc	nc	nc	nc	nc	nc	na
M2	58	2	19	15	24	2	2	2	2.666666667	2.4	-0.26666667
H4	79	3	27	14	38	3	2	3	4	3.8	-0.2
H5	86	3	27	20	39	3	3	3	4	3.9	-0.1
M3	54	2	16	14	24	2	2	2	4	2.4	-1.6
M4	43	1	15	13	15	1	2	1	nc	1.5	na
H6	72	3	24	12	36	2	2	3	4	3.6	-0.4
H7	nc	nc	nc	nc	nc	nc	nc	nc	nc	nc	na
M5	42	1	12	13	17	1	2	1	nc	1.7	na
H8	53	2	14	13	26	1	2	2	1.333333333	2.6	1.26666667
M6	55	2	16	13	26	2	2	2	3.666666667	2.6	-1.06666667
M7	71	3	23	19	29	2	3	2	2.666666667	2.9	0.23333333
<b>Promedios</b>	<b>2.69256757</b>	<b>2.23076923</b>	<b>19.4615385</b>	<b>14.2307692</b>	<b>27.2307692</b>	<b>1.92307692</b>	<b>2.23076923</b>	<b>2.15384615</b>	<b>3.090909091</b>	<b>2.72307692</b>	<b>-0.16363636</b>

*Tabla 33. Resultados de segunda EAPESA; nivel de autoeficacia, ejercicios matemáticos y calibración.*

Observando de manera general la Tabla 33, se deduce que hay una autoeficacia media alta en el grupo y que el factor predominante es el factor 2. Existe un alto logro en la resolución de problemas, en general los estudiantes tienen una calibración imprecisa, en el mismo sentido que los resultados de la tabla anterior, sin embargo, la imprecisión existe en menor grado en comparación con el semestre anterior, es decir que en el promedio de la calibración de los estudiantes dista menos al cero que en la primer EAPESA.

Analizando y comparando las puntuaciones de la primer y segunda EAPESA, en el apartado de la calibración y en específico el caso de 3 estudiantes H1, H3 y H7; quienes obtuvieron una calibración precisa (igual a cero) en la primer EAPESA, para la segunda aplicación dos estudiantes (H3 y H7), ya no estaban estudiando dentro de la licenciatura.

### 5.3 Evidencias de desempeño y logro académico

En la Tabla 34 y Tabla 35 se presentan las calificaciones finales y parciales de los estudiantes en las materias de Álgebra Superior I y II y Álgebra Lineal I, así mismo, la calibración de las calificaciones de Álgebra Superior II y Álgebra Lineal I, frente al promedio obtenido de las respuestas a los ítems del factor 1 de las EAPESA correspondientes respectivamente

Álgebra superior II										
Alumnos	1 parcial	2 parcial	3 parcial	4 parcial	ordinario 30%	Tareas 10%	calificación final	Calificación 0-4	Promedio de Fractor 1	Calibración
H1	7.77	5.56	5.44	8.25	7.5	8.6	7.21	2.884	2.8	-0.084
H2	8.33	9.79	6.33	6	6.5	9.5	7.47	2.988	3.2	0.212
M1	7.22	6.79	5.44	3.5	5.37	9.1	5.96	2.384	2.9	0.516
H3	5	5.36	7.77	1	4.72	4.5	4.29	1.716	2.7	0.984
M2	6.39	5.71	5.77	6	5.22	8	5.95	2.38	2.7	0.32
H4	10	9.07	9.33	10	8.64	9.5	9.59	3.836	3.3	-0.536
H5	10	7.5	7.33	9	8.75	9.3	8.63	3.452	3.2	-0.252
M3	6	8.57	4.77	3.9	6.83	9.2	6.46	2.584	2.4	-0.184
M4	8.89	5.36	4.33	4	5.83	7.8	5.92	2.368	2.1	-0.268
H6	10	10	9.33	9	8.63	3.7	9	3.6	2.9	-0.7
H7	2.22	4.64	3	3	3.62	5.9	3.61	1.444	2.2	0.756
M5	4.72	7.71	6	7	5.93	7.8	6.37	2.548	2	-0.548
H8	7.78	7.5	6.67	4.7	7.5	8.7	7.17	2.868	2.7	-0.168
M6	8.89	8.93	6.67	8.5	8	9.5	8.3	3.32	2.7	-0.62
M7	6	6.57	4.33	4	8	8.5	5.6	2.24	2.8	0.56
							Promedio	2.707466667	2.706666667	-0.0008

Tabla 34. Resultados de calificaciones parcial y finales y calibración con factor 1 de primer EAPASA.

En la Tabla 34 se observa que los estudiantes tienen, en términos generales, un sentido de autoeficacia en la confianza en el desempeño, menor que su desempeño académico en la materia de Álgebra Superior II lo cual se relaciona con los resultados de la Tabla 32.

Álgebra Linal I										
Alumnos	1 parcial	2 parcial	3 parcial	4 parcial	ordinario 30%	Tareas 10%	cal final	Escala de 0-4	Promedio de Fractor 1	Calibración
H1	4	4.63	8	5.17	2.46	7.1	4.72	1.888	2.25	0.362
H2	6.5	8	8.67	6.67	6.68	8.6	7.34	2.936	3.375	0.439
M1	1.3	8.13	0.83	np	np	3.1	np	nc	1.875	na
H3	nc	nc	nc	nc	nc	nc	nc	nc	nc	na
M2	3.7	5.13	3.5	2.39	2.29	4	3.29	1.316	2.375	1.059
H4	10	8.13	9.67	9.72	excento	9.1	9.35	3.74	3.375	-0.365
H5	6	8.25	10	10	excento	6.5	7.55	3.02	3.375	0.355
M3	2.5	3.63	8.17	7.67	4.95	4.5	5.23	2.092	2	-0.092
M4	0	1.25	np	np	np	0.5	np	nc	1.875	na
H6	10	7.75	8.23	7.5	excento	2.1	7.74	3.096	3	-0.096
H7	nc	nc	nc	nc	nc	nc	nc	nc	nc	na
M5	4	3.13	np	np	np	1.4	np	nc	1.5	na
H8	4.5	4.38	2.67	np	1.8	4.3	2.7	1.08	1.75	0.67
M6	6	4.38	4.33	np	1.92	4.7	3.25	1.3	2	0.7
M7	2	4.74	4	5.72	3.29	7.6	4.22	1.688	2.875	1.187
							Promedio	2.2156	2.43269231	0.4219

Tabla 35. Resultados de calificaciones parcial y finales y calibración con factor 1 de segunda EAPASA.

En la Tabla 35 se observa que los estudiantes tienen, en términos generales, un sentido de autoeficacia en la confianza en el desempeño, mayor que su desempeño académico en la materia de Álgebra Lineal I, lo cual también, tiene relación con la Tabla 33, en el sentido que hubo un aumento en la calibración, sin embargo, ahora la distancia a cero aumentó, superándolo, lo cual nos dice que los estudiantes tienen una autoeficacia entorno a la confianza en el desempeño de tareas más alta que su logro académico. Sin embargo, también se ve una baja en su desempeño académico de Álgebra Superior II y Álgebra Lineal I.

Finalmente, en la Tabla 36 se colocan las diferencias entre las calificaciones de Álgebra Superior II y Álgebra Superior I, así como, Álgebra Lineal I y Álgebra Superior II.

Alumnos	Diferencia de desempeño A. S. II y A. S. I	Diferencia de desempeño A. S. II y A. L. I
H1	-0.116	-0.996
H2	-0.564	-0.052
M1	-0.512	na
H3	-0.984	na
M2	-0.692	-1.064
H4	-0.324	-0.096
H5	-0.432	-0.432
M3	-0.344	-0.492
M4	-0.408	na
H6	1.68	-0.504
H7	0.016	na
M5	-0.128	na
H8	-0.364	-1.788
M6	-0.088	-2.02
M7	-0.152	-0.552
Promedio	-0.227466667	-0.7996

*Tabla 36. Diferencias de desempeño de los alumnos, entre las materias de Álgebra.*

En la Tabla 36 se observa cómo entre las dos materias de Álgebra Superior hay una disminución en el desempeño, sin embargo, la diferencia es más notoria y disminuye más en el desempeño entre las materias de Álgebra Lineal I y Álgebra Superior II.

## 5. 4 Resultados

Los resultados se presentan contrastando los objetivos y pregunta de investigación del presente trabajo. Las creencias de autoeficacia de los estudiantes al ingresar a la licenciatura tienen su fuente, mayoritariamente, en experiencias de dominio, esto es notorio dado que solo una de las estudiantes (M5), que contestó a la entrevista, no reportó haber tenido dichas experiencias en el total de los códigos identificados el 34.28% pertenecen a las experiencias de dominio.

Las experiencias vicarias representan el 23.8% del total de los códigos, 4 de los estudiantes (H3, M2, M5 y M6) no expresaron haber tenido dichas experiencias. En tercer lugar, se encuentran las experiencias de reacciones al estrés, de las cuales 5 estudiantes (H2, H7, H8, M1 y M3) no han pasado por una experiencia en este sentido, además el total de los códigos de este tema representan un 16.19% del total. Con relación a las experiencias de persuasión social directa; un total de 6 estudiantes (H2, H3, H8, M3, M5 y M7) no han tenido este tipo de experiencias, y el total de los códigos de este tema es del 12.38%.

En penúltimo lugar están las experiencias de persuasión social indirecta de las cuales 7 estudiantes (H1, H2, H4, H8, M1, M3 y M7) no presentan estas experiencias y es el 11.42% el porcentaje que representan los códigos de este tema respecto del total. Finalmente, solo 2 estudiantes (H2 y H8) han tenido experiencias de deseo de contribuir dejando a 12 estudiantes que no han tenido estas experiencias y los códigos de este tema representa el 1.9% del total.

Experiencias Alumnos	De dominio.	Vicarias.	Reacciones al estrés.	Persuasión social directa.	Persuasión social indirecta.	Deseo de contribuir.
H1	✓	✓	✓	✓		
H2	✓	✓				✓
H3	✓		✓		✓	
H4	✓	✓	✓	✓		
H5	✓	✓	✓	✓	✓	
H7	✓	✓		✓	✓	
H8	✓	✓				✓
M1	✓	✓		✓		
M2	✓		✓	✓	✓	
M3	✓	✓				
M4	✓	✓	✓	✓	✓	
M5			✓		✓	
M6	✓		✓	✓	✓	
M7	✓	✓	✓			

*Tabla 37. Experiencias vividas, por alumno.*

La Tabla 37 muestra a los estudiantes que manifestaron haber tenido alguna de las experiencias con respecto a la tematización obtenida en el análisis hecho, mostrando cuáles son las fuentes principales de las creencias de autoeficacia de los estudiantes al ingresar a la licenciatura.

Por otra parte, se encuentran las creencias hacia la matemática que los alumnos presentaron en sus respuestas a la entrevista. De manera análoga se presentan en la siguiente tabla.

Alumno \ Creencias	Creencias Instrumentista	Creencia platónica	Creencias resolución de problemas
H1		✓	
H2		✓	
H3	✓		
H4	✓		
H5	✓	✓	
H7		✓	✓
H8			
M1	✓		
M2		✓	
M3		✓	
M4		✓	
M5	✓		
M6		✓	

*Tabla 38. Creencias hacia las matemáticas, por alumno.*

En la Tabla 38 se muestra en los estudiantes que predominan las creencias platónicas con un total del 62.5% del total de los códigos identificados en esta tematización. El 31.5% de los códigos representan la creencia instrumentista hacia las matemáticas de parte de los estudiantes. Finalmente, el 6.25% es el porcentaje de los códigos asignados a la creencia de resolución de problemas.

Los niveles de autoeficacia de los estudiantes en el transcurso del primer año, al primer año y medio, muestran una disminución, con base en los resultados de las EAPESA. Se obtuvo una disminución de 0.2258 en el nivel general de autoeficacia de los alumnos, este resultado se obtiene de realizar la diferencia entre; el promedio de la segunda EAPESA (Tabla 33) de 2.6925 menos, el promedio de la primer EAPESA (Tabla 32) de 2.9183. Así mismo, el factor que sufrió mayor disminución fue el factor 1, relacionado a la confianza en el desempeño de una tarea.

Existe un cambio entorno a la calibración, esto se observa en los resultados obtenidos en la primer EAPESA (Tabla 32) en la columna de calibración se reporta un promedio de -0.4333 esto quiere decir que sus niveles de autoeficacia (factor 3; comprensión de la tarea) superan a su logro. Sin embargo, después del 3er semestre (año y medio) el promedio de la calibración se acerca más a cero de -0.1636364 (Tabla 33) con una diferencia de 0.269697 con respecto al promedio obtenido en la primer EAPESA; que se origina por una disminución en sus niveles de autoeficacia y un mejor logro en los problemas propuestos.



Por otro lado, se tiene la calibración desde el factor 1 (confianza en el desempeño de las tareas) y las calificaciones de los estudiantes en los cursos de Álgebra (Tabla 34 y Tabla 35). Existe un aumento en el promedio de la calibración de 0.4227; ya que va de -0.0008 a 0.4219. Lo cual es provocado por una doble disminución; en el desempeño de 0.491866667 y del factor 1 de 0.273974359. En este caso el cambio de la calibración, al pasar de negativo a positivo ocurrió porque hubo una mayor disminución del desempeño, en comparación a los niveles de autoeficacia del factor 1. Por lo que se pasa de tener una autoeficacia más baja que el desempeño al caso contrario; tener una autoeficacia más alta que el desempeño.

Así mismo, existen 3 alumnos (H1, H3 y H7) que en la primera aplicación de la EAPESA y basada en el factor 3 (Tabla 6 y Tabla 7), reportaron una calibración precisa o igual a cero, es decir, que sus niveles de autoeficacia correspondían a su logro al resolver los problemas matemáticos. Desafortunadamente 2 de los estudiantes (H3 y H7) desertaron de la carrera al finalizar el primer año de carrera (segundo semestre).

Finalmente, con base en las calificaciones de los estudiantes en las materias de Álgebra, se puede afirmar una reducción en su logro y la reducción de los niveles de autoeficacia es el consecuente de la disminución de las calificaciones.

## Capítulo 6: Discusiones y conclusiones

Dado que la investigación se realiza con estudiantes de una licenciatura en matemáticas, que de manera per se tienen una afinidad y gusto hacia las matemáticas, además de altos niveles de autoeficacia en la materia de matemáticas, los resultados del estudio son difícilmente generalizables para otros grupos de estudiantes universitarios.

Si bien los temas para identificar las principales fuentes de autoeficacia de los estudiantes, utilizados para el AT parten desde la teoría, fue necesario ampliarlos para fines de la investigación, así mismo se hace la propuesta de que las fuentes de autoeficacia, se pueden originar con base en 6 diferentes tipos de experiencias; experiencias vicarias, experiencias de dominio, experiencias de reacciones al estrés, experiencias de persuasión social directa, experiencias de persuasión social indirecta y experiencias de deseo de contribuir. En comparación a las 4 que plantea Bandura (1994); experiencias vicarias, experiencias de dominio, experiencias de reacciones al estrés y experiencias de persuasión social.

En comparación con los resultados de Chen (2003); la autoeficacia de los estudiantes y la precisión de calibración tuvieron efectos negativos en su juicio de esfuerzo, lo cual concuerda con nuestros resultados, dado que dos de los tres estudiantes con una precisión en la calibración desertaron de la carrera. Además, la precisión de calibración tuvo un efecto negativo en la autoeficacia, los estudiantes tienen una mejor precisión en su calibración en el logro y el factor 3 sin embargo, con una repercusión en los niveles de autoeficacia. En este mismo sentido y en relación con Gil, Guerrero y Blanco (2006) se obtiene una relación directa entre las creencias de autoeficacia y el rendimiento académico, además de que nos ayudaron a predecir de manera directa el desempeño y logro académico (Cupani, 2010).

El haber realizado la investigación con una temporalidad de más de un año (Schöber, et al 2018), permitió observar los cambios en los niveles de autoeficacia y de manera general, aportó la suficiente información para llegar a los resultados anteriormente mostrados en cuanto a la temporalidad.

La implementación de los métodos y técnicas que se fueron construyendo con base en la lectura de artículos, la experimentación e implementación de diferentes instrumentos

servió para llegar a los resultados anteriormente mencionados, dado que los resultados de cada uno de los instrumentos aplicados nos aportó la información necesaria para ir contestando a la pregunta de investigación que gira en torno a conocer las creencias de autoeficacia y sus fuentes, medir su cambio y con ello el impacto en el logro y desempeño de los estudiantes en cuestión. Con dichos métodos y técnicas, esta investigación aporta un modelo diferente para realizar análisis de un descriptor del dominio afectivo, las creencias de autoeficacia, el cual consiste en seguir cada una de las aplicaciones de los instrumentos presentados; entrevista semiestructurada, EAPESA, problemas matemáticos (los cuales pueden cambiar con base en el curso y grado en la que los estudiantes estén) y seguimiento de calificaciones como evidencia de desempeño. Y analizar la información con los parámetros correspondientes y sugeridos en la investigación.

Es importante señalar que durante la realización de la presente investigación sorteamos diferentes obstáculos, entre ellos, la búsqueda e implementación de los instrumentos que se fueron construyendo con base en la lectura de diferentes artículos en los que se analizaron minuciosamente los ítems de los instrumentos empleados y se ajustaron “sobre la marcha” para que fueran aplicables al caso que estudiábamos además de que fuera posible implementarlos antes de que los alumnos concluyeran cada semestre escolar, fue necesario analizar una diversidad de instrumentos sin contar con una rúbrica de referencia que permitiera una discriminación de manera más eficiente.

Cada obstáculo enfrentado se fue superando con base en; la lectura de artículos, diálogo constante entre los investigadores que presentan el trabajo y la observación del comportamiento de deserción de los estudiantes de la generación analizada, todo esto permitió obtener los resultados que se presentan.

Entre los aspectos que se considera, podría dar un toque más objetivo a las respuestas de los estudiantes durante la entrevista realizada, está el considerar que dicha entrevista la realizara un docente o investigador diferente a quien les había impartido un curso de manera previa, dado que, para la presente investigación, quién realizó la entrevista fue una de las profesoras que impartió un tema de pensamiento algebraico en el curso propedéutico que los estudiantes recién concluían al momento de la entrevista, esto podría representar un sesgo en

las respuestas de los estudiantes ya que estos pudieron responder pensando en ¿qué es lo que la maestra quiere escuchar de mí?

Otro aspecto que se considera, pudo complementar el análisis de la información recabada fue la necesidad de implementar algún instrumento; cuestionario tipo Likert, o bien una entrevista semiestructurada, a los estudiantes que desertaron de la carrera en el transcurso de los 18 meses analizados, dicho instrumento podría ayudar a conocer si hubo un cambio en sus creencias hacia la matemática, si sus niveles de autoeficacia cambiaron, al igual que hubiera sido útil para entender si en algún grado, la fuente de autoeficacia se había modificado al momento de decidir dejar la carrera. Con esta información los resultados de la investigación podrían reinterpretarse considerando en qué medida la calibración y niveles de autoeficacia desde los 3 factores presentados se modifican, o bien profundizar en las fuentes de experiencias de autoeficacia de los estudiantes que desertaron.

Así mismo, para profundizar en los cambios de las creencias de autoeficacia, más allá de los niveles, sería interesante realizar una nueva entrevista semiestructurada para analizar, si la misma experiencia generada en la carrera, modifica o consolida la fuente principal de la autoeficacia de cada estudiante.

## Referencias

- Attard, C., Ingram, N., Forgasz, H., Leder, G., & Grootenboer, P. (2016). Mathematics education and the affective domain. In K. Makar, S. Dole, J. Visnovska, M. Goos, A. Bennison, & K. Fry (Eds.), *Research in Mathematics Education in Australasia: 2012-2015* (pp. 73-96).
- Makar, K., Dole, S., Visnovska, J., Goos, M., Bennison, A. & Fry, K. (Eds.). (2016). *Research in Mathematics Education in Australasia*. Singapore: Springer. doi: 10.1007/978-981-10-1419-2\_5
- Bandura, A. (1994). Self-efficacy. In V. S. Ramachaudran (Ed.), *Encyclopedia of human behavior* (4) (pp. 71-81). New York: Academic Press. H Friedman.
- Braun, V. & Clarke, V. (2006). Using thematic analysis in psychology. *Qualitative Research in Psychology*. (3), pp. 77-101. doi: [10.1191/1478088706qp063oa](https://doi.org/10.1191/1478088706qp063oa)
- Braun, V. & Clarke, V. (2012). Thematic analysis. In Cooper, H. (Ed.) *Handbook of Research Methods in Psychology*. (2), pp. 57-7. Washington: American Psychological Association.
- Carvajal, C. A., y Campos, H. (2008). ¿Qué es un problema matemático? Percepciones en la enseñanza media costarricense. En *Cuadernos de investigación y formación en educación matemática*. 3(4), pp. 83-98.
- Chen, P. (2003). Exploring the accuracy and predictability of the self-efficacy beliefs of seventh-grade mathematics students. *Learning and individual differences*. 14(1), pp. 77-90.
- Contreras, F., Espinosa, J., Esguerra, G., Haikal, A., Polanía, A. y Rodríguez, A. (2005). Autoeficacia, ansiedad y rendimiento académico en adolescentes. *Diversitas: Perspectivas en Psicología*. 1(2), pp. 183-194.
- Cupani, M. y Lorenzo, J. (2010). Evaluación de un modelo social-cognitivo del rendimiento. En *matemática en una población de preadolescentes argentinos. Argentina. Infancia y Aprendizaje*. 33(1), pp. 63-74.

- Dimarakis, N., Bobis, J., Way, J. & Anderson, J. (2014). "I just need to believe in myself more": The Mathematical Self-belief of Year 7 Students. In J., Anderson, M., Cavanagh & A., Prescott. (Eds.), *Curriculum in focus: Research guided practice*. Proceedings of the 37-annual conference of the mathematics education research group of Australasia (pp. 183-190). Sídney: Merga.
- Galleguillos, P. (2017). *Construcción y validación de la escala Autoeficacia académica de los escolares (ACAES), en Viña del Mar, Chile* (Tesis inedia de doctorado). Universidad de Granada, Granada.
- Galleguillos, P. y Olmedo, E. (2019). Autoeficacia y motivación académica: Una medición para el logro de objetivos escolares. *European Journal of Investigation in Health, Psychology and Education*. 9(3), pp. 119-135.
- Gamboa, R. y Moreira-Mora, T. (2016). Un modelo explicativo de las creencias y actitudes hacia las Matemáticas: Un análisis basado en modelos de ecuaciones estructurales. *Avances de Investigación en Educación Matemática*. (10), pp. 27-51.
- Gil, N., Blanco, L., y Guerrero, E. (2005). El dominio afectivo en el aprendizaje de las matemáticas. Una revisión de sus descriptores básicos. *Revista iberoamericana de educación matemática*. 2(1), pp. 15-32.
- Gil, N., Guerrero, E. y Blanco, L. (2006). El dominio afectivo en el aprendizaje de las Matemáticas. *Revista iberoamericana de educación matemática*. 4(1), pp. 47-72.
- Gómez-Chacón, I. M., Eynde, P. y Corte, E. (2006). Creencias de los estudiantes de matemáticas: la influencia del contexto de clase. *Enseñanza de las Ciencias*. 24 (3). pp. 309-324.
- Kothari, C. (2004). *Research Methodology: Methods and Techniques*. 2nd Edition. New Delhi, New Age International Publishers.
- Lester, F., Garofalo J. & Kroll. D. (1989) Self-Confidence, Interest, Beliefs, and Metacognition: Key Influences on Problem-Solving Behavior. In D. B., McLeod, V. M., Adams, (Eds). *Affect and Mathematical Problem Solving*. New York: Springer.

- Martínez, J. (2011). Métodos de investigación cualitativa. *Silogismos de investigación*. 8 (1), pp 1-33. Colombia.
- Mieles, M., Tonon, G. y Alvarado, S. (2012). Investigación cualitativa: el análisis temático para el tratamiento de la información desde el enfoque de la fenomenología social. *Universitas humanística*. 74, pp. 195-225. Colombia.
- Sánchez, D. (2008). *Las Creencias en la Matemática. Memoria del VI Coloquio de Experiencias Educativas en el contexto universitario*. La Habana, Cuba: Editorial Universitaria.
- Schöber, Ch., Schütte, K., Köller, O., McElvany, N. & Gebauer, M. (2018). Reciprocal effects between self-efficacy and achievement in mathematics and reading. *Learning and Individual Differences*. 63, pp. 1-11.
- Stake, R. (2010). *Investigación Cualitativa: El estudio de cómo funcionan las cosas*. New York: The Guilford Press.
- Zimmerman, B., Bonner, S. & Kovach, R. (1996). *Developing self-regulated learners: Beyond achievement to self-efficacy*. Washington, DC: American Psychological Association.

## **Anexos**

### **1 Instrumentos**

#### **1.1 Guion de entrevista**

16. *¿Me podrías decir de qué municipio y preparatoria vienes y en qué año egresaste?*
17. *¿Me podrías describir cómo está integrada tu familia? ¿cuántos y quiénes son y a que se dedica cada uno de ellos?*
18. *¿Me podrías decir si trabajas y cuánto tiempo piensas dedicar a estudiar la carrera de Matemáticas?*
19. *¿Qué te motivó a estudiar la carrera de Matemáticas?*
20. *¿Por qué y para qué quieres estudiar Matemáticas?*
21. *¿Has pensado qué quieres hacer una vez que termines la carrera de Matemáticas?*
22. *¿Cuáles son tus hábitos de estudio, cómo organizas tu tiempo para hacer tareas, estudiar para los exámenes?*
23. *¿Qué te pareció el curso propedéutico, que fue lo que más te gustó y lo que menos o no te gustó?*
24. *El curso propedéutico, ¿cambió tu idea sobre lo que son las Matemáticas?*
25. *¿Qué crees que son las Matemáticas?*
26. *¿Qué tanto sabes y crees que has aprendido de Matemáticas en el transcurso de tu vida escolar?*
27. *¿Qué es enseñar Matemáticas?*
28. *¿Cómo crees que se enseña Matemáticas?*
29. *¿Qué es aprender matemáticas?*
30. *¿Cómo crees que se aprende Matemáticas?*







### 1.3 Problemas matemáticos

1. Demostrar, usando inducción matemática, que la siguiente igualdad es cierta para todo número natural.

$$2 + 6 + 10 + \dots + 2(2n + 1) = 2(n + 1)^2$$

2. Calcular la inversa de la siguiente matriz.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 4 & 8 \\ 0 & 1 & 2 \\ -1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$$

Sea  $V = P_2$  y sea el conjunto  $\beta_2 = \{3 - x, 2 + x^2, 4 + 5x - 2x^2\}$  determine lo siguiente.

- d) Demuestre que el conjunto es linealmente independiente.
- e) Determinar la matriz de transición de la base canónica  $\beta_1 = \{1, x, x^2\}$  a la base  $\beta_2$ .
- f) Dado el Polinomio  $p(x) = 3x^2 - 1x + 2$ , exprésalo como combinación lineal en ambas bases.

## 2. Respuestas a los instrumentos

H1

1. Tabasco Zacatecas.
2. Mauricio Magdaleno.
3. 2018.
4. Somos cuatro, mi mamá, mi papá, mi hermana y yo, mi mamá es ama de casa, mi papá eléctrico-automotriz y mi hermana trabaja en una fábrica.
5. Cuando estuve en la prepa sí, trabajaba en una tienda de abarrotes, atendiendo, pero ya que me vine, pues ya no. Pues allá tenía una maestra que estudió aquí, y me decía que no, que no hay tiempo de trabajar que es de tiempo completo la carrera.
6. Pues desde que entre a secundaria, he querido ser maestro de matemáticas.
7. Para ser maestro de matemáticas.
8. Ser maestro.
9. Soy muy cumplido, es lo que tengo pero sí me hace falta un poco más de interés cómo de leer y eso, pero si tengo tarea para otro día la hago ese día y así.
10. Bien, pues sentía que nos estaban asustando mucho ¿no?, y sí de repente como que me sacaba de onda, con algunas cosas. Lo que me gustó, pues, de cuando nos dejaban algunos problemas que los podía resolver y me sentía bien.
11. Y lo que no me gustó fue que una vez nos dejaron un trabajo y no lo pude hacer y me sentí mal, y después sí pude, pero le batallé.
12. No, tengo un amigo que va a estudiar física y me inculco aquí, porque yo pensaba estudiar como en una normal o algo así, y con la maestra, ella, de matemáticas también yo ya sabía lo que era, no sé, aunque no soy experto, pero ya sabía a lo que se me iba a enfrentar. Porque muchos vienen y dicen no "yo sacaba buenas calificaciones" y piensan otra cosa, pero sí sé lo que es más o menos.
13. Para mí está arriba de todo, porque la medicina ni siquiera veo que le llegue a la matemática y otras carreras, no, así tampoco, pero consideró que es la más importante, pero digo, no soy un experto ni nada.
14. Pues en la secundaria no mucho, porque de repente sí me valía, y en la prepa fue donde tuve buenos profes y fue donde me empezó a gustar más.

15. No sé, es estar dando las mejores materias, que pues está en todo en aparatos cualquier cosa y para todo se ocupa matemáticas y es muy fundamental.
16. No sé ¡Pues, que los alumnos pongan mucho empeño y el que no quiera que no esté, porque quiero ser un buen profe y quiero que hablen bien de mí, pero a ver cómo pasa el tiempo.
17. No puedo dar una respuesta, es algo muy difícil.
18. Con mucha dedicación, de estar muy metido en los libros y todo eso, leer y ser un estudiante profesional como luego dicen.

## H2

1. Calera de Víctor Rosales.
2. Víctor Rosales.
3. 2018.
4. Pues, principalmente en mi familia somos 7, cuatro hermanos mis, papás y yo, pero mis dos hermanos mayores y mi hermana están viviendo en Durango con mi papá y aquí en Calera estamos solo mi hermano, mi mamá y yo. Mi mamá trabaja en vip haciendo los asientos para auto, y mi hermano está haciendo su maestría aquí en mate, Omar (le dicen verde).
5. Trabajar no, casi siempre consigo becas y con eso pagó en la escuela y los gastos relacionados y planeo terminar hasta el doctorado o postdoctorado, la verdad ya no sé.
6. Principalmente que sí me llamó mucho la atención estudiar matemáticas, pero también física nada más que quise más matemáticas principalmente porque si no lograba tener un tema tenía el apoyo de mi hermana y de mi hermano. Mi hermana terminó su maestría en matemáticas y está dando cursos de matemáticas y física .
7. Lo quise para ser maestro, porque he tenido maestros de matemáticas muy malos, entonces quiero ser mejor maestro, no como de los que tuve.
8. Empezar a ser maestro, primero dando cursos particulares y luego ya grupos grandes y luego ser maestro, irme a la SEP al lado de mi hermana.

9. Pues en eso si soy muy desorganizado pero nunca he fallado con tareas ni con exámenes, de hecho no sé cómo le hago pero, casi nunca estudió para los exámenes y como si nada los respondo.
10. NO CONTESTO.
11. Lo que nunca me ha gustado es la teoría, no me llevo bien con la teoría y en exámenes me atrasaba y lo que más me gustó eran las prácticas, como sacar las áreas, los autómatas y todo eso.
12. No mucho porque ya había visto a mis hermanos en lo que era esto, si tenía una idea de que era, pero si me faltaba alguna que otra cosa, pero ya estoy viendo que se ve a fondo.
13. Pues ya no es lo que todos pensaban en prepa, que era hacer una fracción, sino dar porque se da ese resultado, no nada más es decir  $2+2$  es 4 porque si, es explicarlo y convencer a otra persona.
14. Pues por el problema de que no enseñan bien en si lo que es matemáticas, sino lo básico, nada más las operaciones, como resolverlas, las derivadas, las integrales, todo eso porque por el momento, lo que es dar un porque no se me da muy bien.
15. Ahí ya hay dos puntos, sería para escuelas normales, de prepa para atrás que es enseñar lo básico, o enseñar en lo que ya es licenciatura o maestría porque si son muy diferentes las dos. ¿Cómo en que ve usted la diferencia? Principalmente en que de preparatoria para atrás sólo se enseña a sacar el resultado, y de lo que he visto en los cursos, aquí nos enseñan a sacar el ¿Por qué da eso?, ¿Cómo lo consiguieron? Todo eso.
16. Pues, hasta el momento sería lo básico aprender las operaciones y fracciones, por ejemplo hasta donde yo vi en matemáticas fue las ecuaciones de tercer grado, en cálculo muy apenas vi que son las integrales, entonces ahí ya hay un problema; no digo que sea de los maestros porque casi siempre hay los alumnos que se hacen que no entiendan nada, entonces están retrasando la clase.
17. Aprender matemática sería, saber todo lo que conlleva, ¿Cómo se hizo?, ¿por qué dio ese resultado?, ¿porque no puede dar otro? Y también, el explicarlo.
18. Sería preguntando las dudas que uno tenga, aprendiendo de los errores, echarle ganas, y no decir. no puedo y ya.

### H3

1. Fresnillo Zacatecas.
2. Escuinapa Sinaloa.
3. 2016.
4. Mi familia está integrada por, permítame, actualmente mi familia está integrada por 8 éramos 9 pero falleció mi hermano mayor, mis papás están juntos, Mi papá es el que trabaja, mi mamá trabaja por tiempos, mi hermano El que sigue un año después de mi trabaja. Mi papá vende tacos y mi hermano le ayuda. Mis hermanos estudian, Mi hermana la que sigue de mi va a empezar a estudiar la prepa otro la secundaria, y a mis hermanos en la escuela.
5. He trabajado cuando estudiaba la prepa, pero se me empezó a ser más pesado estudiar y trabajar, así que prefiero dedicarme al estudio y después trabajar.
6. Bueno, anteriormente estaba estudiando ingeniería industrial y pues me salí por los problemas de que mi hermano había fallecido, y ya como no tenía nada que hacer, a veces me iba a trabajar con un tío u otras veces les daba asesoría a mis primos porque tuvieron problemas con matemáticas, entonces me empezó a gustar eso de enseñar las matemáticas en general.
7. Quiero estudiar matemáticas para enseñar a las demás personas a los que se les dificulta, y enseñarles porque es divertido, no es, que digamos tan complicado sino que las personas lo hacen ver complicado.
8. Me gustaría dar clases ya sea en una escuela o secundaria.
9. Bueno cuando salgo de la escuela, llego a la casa y me pongo a hacer la tarea antes de que se me olvide que tengo de tarea, ya como a las 7 a 8:30 doy una repasada de todo el día.
10. Me gustó casi todo, estuvo muy entretenido, sobre todo sobre la historia de las matemáticas, había muchas cosas que no sabía al respecto.
11. Lo que no me gusto era que me tenía que levantar temprano.
12. Si, creía que solamente era sumas restas multiplicaciones, y ya entrando el curso nos dijeron que no es así, no es exactamente.

13. Las matemáticas se puede decir que es una forma de cómo interpretar al mundo, por ejemplo, nosotros podemos ver o los matemáticos pueden ver el mundo a cómo lo puede ver un filósofo, pero en sí son semejantes las cosas.
14. Bueno pues lo principal que nos enseñaron a sumar, restar, multiplicar, y como quien dice son las bases de las matemáticas, pero también me enseñaron algunos profes a verlos de alguna forma divertida que no solamente es cálculos y todo eso, que podemos ver juegos en las matemáticas, cosas pues que muchos de los profes no enseñan, que es lo que hace complicado.
15. Es algo, se puede decir bueno, me gustó mucho el tiempo que estuve asesorando a mis primos porque, ellos se quedaban como "es que no entiendo" pero cuando terminaba les ponía ejercicios y ya lo sabían hacer y era como "ah está interesante" la satisfacción que ellos tenían de encontrar el resultado.
16. Se puede enseñar matemáticas haciendo cosas didácticas y pues otra forma sería por medio de estudio pero, a la gente se le dificulta más.
17. Para mí, es muy esencial para poder comprender los hechos y fenómenos acerca de la vida, porque las matemáticas se encuentran en todo, historia, ciencia, en la biología, química.
18. Como a mí me enseñaron era por medio de adivinanzas, eso me ayudó mucho para hacer las funciones o ecuaciones, porque al principio me decían: "piensa un número"... no es tan aburrido, de forma que si ponen la ecuación y veo que encuentra el resultado pues así se complica un poco más.

#### H4

1. Zacatecas, Zacatecas.
2. UAP UAZ Programa IV.
3. 2018.
4. Es sencillo, en mi casa sólo viven dos perritos, también son miembros de la familia, está mi hermano viviendo con su esposa, su único hijo que se llamado Mateo, arriba de mi vive en mi mamá mi papá y yo, somos los que integramos la familia. ¿a qué se dedican? Mi papá y mi mamá trabajan en el restaurante que se llama Villasunción mi papá se encarga de la gerencia del turno vespertino, mi mamá de repente le ayuda un



día, mi hermano otro día y así ya se van turnando ellos, mientras que la esposa de mi hermano se dedica, ella es médico, allá en la Cruz roja.

5. Si trabajo, si he trabajado desde que salí de secundaria y continúo trabajando, lo bueno de mi trabajo es que yo soy guía de turistas, entonces mi trabajo es únicamente en fines de semana, entonces si tengo trabajo es, viernes en la tarde, sábado y domingo en la mañana. Así que para mí este trabajo cae como anillo al dedo, a lo que me quiero dedicar. ¿Entre semana se dedica a la escuela? Si, completamente me puedo dedicar a eso.
6. Híjole, es una pregunta difícil pero, yo diría que desde niño siempre me han interesado las matemáticas y como vi que a todos les dificultaba y que a mí se me hacían sencillas, y yo llegue con la idea "bueno!!!, si siempre se me han dado las matemáticas y siempre se me ha dado explicárselo a los demás, ¿Por qué no ser profesor de matemáticas?" y dije bueno!!! me voy a ir allá a la licenciatura en física, era mi primer plan, luego vine aquí a unos cursos que estuvo ofreciendo, particulares, la doctora Leticia y el doctor Juan, y dije no este, ya tengo la contrariedad si me voy aquí o allá, y ya con el tiempo empecé a buscar más sobre las carreras, me empecé a informar, vine a ambas unidades, se me dio la oportunidad de hablar con ambos directores, y dije no, es que mi ambiente, las materias que yo quiero tener, lo que a mí me gusta es de este lado; y ya después con el tiempo vi que las matemáticas no sólo son enseñar, sino que todos los modelos matemáticos, la belleza de las nuevas matemáticas que se están formando, dije: "no, es que mi ambiente es aquí".
7. Por ejemplo, a mí siempre me ha gustado como; es mi sueño guajiro quizás, que yo me dedico al turismo y que a mí siempre me han dicho que tu carrera está bien alejada de lo que tú haces. Y a mí me encantaría en algún momento poder estudiar la manera matemática, hacer un modelo sobre el turismo, empezar a ver qué es lo que buscan los turistas aquí en Zacatecas, a donde van, a donde no van, qué se debe de hacer para mejorar su servicio y veo que a muchas cosas que no se le ve una potenciación matemática la tienen, y si uno puede ser capaz de ver esas habilidades o esos conocimientos en un lugar donde nadie más lo ve, pues a mí me dría mucho gusto poder ser esa persona.

8. Por ejemplo, a mí siempre me ha gustado como; es mi sueño guajiro quizás, que yo me dedico al turismo y que a mí siempre me han dicho que tu carrera está bien alejada de lo que tú haces. Y a mí me encantaría en algún momento poder estudiar la manera matemática, hacer un modelo sobre el turismo, empezar a ver qué es lo que buscan los turistas aquí en Zacatecas, a donde van, a donde no van, qué se debe de hacer para mejorar su servicio y veo que a muchas cosas que no se le ve una potenciación matemática la tienen, y si uno puede ser capaz de ver esas habilidades o esos conocimientos en un lugar donde nadie más lo ve, pues a mí me dría mucho gusto poder ser esa persona.
9. En la escuela nunca tuve la necesidad para estudiar para muchos exámenes, si había uno que otro examen que lo estudiaba primero entre clases con mis compañeros, nos platicábamos los conceptos, y ya después el día anterior al examen, siempre el día anterior, leía un poco, nada más una repasadita, porque hasta eso tengo la capacidad de que se me pega rápido los conceptos, no tengo muchas dificultades; pero me gustaría ver con qué tipo de exámenes me van a tocar aquí, con qué tipo de conceptos o qué tipo de conocimientos. Así que de hecho cuando estuvimos haciendo las tareas del curso era como de que estaba aburrido en mi casa y decía " quiero hacer algo" y sacaba la tarea y me ponía hacerla.
10. La verdad para mí el curso venía muy completo pero quizás hasta muy sencillo para mí porque hasta eso la manera en la cual nos presentaron las matemáticas era una manera en la cual ya me habían presentaba las matemáticas el doctor Juan y la doctora Leticia, me habían dicho sabes que las matemáticas son así se hacen así, y yo también con lo que me informé vi que las matemáticas no eran lo mismo como las hacemos, como normalmente las hacemos en preparatoria, en bachiller, en la secundaria, ya es un poco más lo que me gusta porque también disfruté mucho de las primeras clases dónde estamos en duda, de que era en verdad un número natural, Y después, cuando unas ecuaciones con la doctora Ofelia, dije no: "Estoy haciendo algo que quiero demostrar, pero para demostrarlo, necesito saber que es un número natural, necesito saber que es la multiplicación, necesito saber qué es la suma" y desde ahí dije no, estas bases no es que nos las den al inicio porque no porque quieran hacernos sufrir sino porque de verdad se requieren.

11. NO RESPONDIO.
12. Con el curso propedéutico quizás no cambió tanto, pero me sirvió, quizás, hasta para emocionarme de la carrera. La verdad sí me gustó mucho como nos mostraron la carrera y me gustó más lo que viene para adelante.
13. Muchos lo definen como arte, pero a mí nunca me ha gustado esa definición, si tienen un valor estético pero es únicamente para uno mismo, mientras que el arte es un poco más universal, para todos los gustos, bueno quizá el arte abstracto no tanto, pero bueno también tiene un valor estético. Entonces para mí son una poderosa herramienta ni una verdadera concepción del mundo, uno puede concebir al mundo desde sus propios ojos, desde una vista únicamente matemática.
14. La verdad, por ejemplo yo en el curso propedéutico me sentí muy bien, sentí que las cosas eran algo sencillas, y que sólo era afinar detalles, de hecho para mí me parece perfecto que en el curso propedéutico haya sido un poco más sencillo, porque una característica mía es que yo soy un poco sucio en mis trabajos, lo ha de haber notado en los primeros trabajos que hacía, y ya después dije: "no, sabes que ya estás en otro lugar" ya aquí, ya no importa el resultado que llegas, sino como llegaste a ese resultado y porque llegaste al resultado, y por eso ya empecé, aunque me tardara media hora más, empecé a hacer las notas de que si esto pasa y esto se hace con esto y lo otro. Y me dio la oportunidad de empezar a ser un poco más pulcro, más limpio en mis trabajos.
15. Yo relaciono mucho mi trabajo con eso, porque muchas veces pensamos que el mejor maestro de matemáticas, o el mejor guía, es el que más sabe de su tema, pero no, no es cierto, si tienen que saber mucho uno sobre estos temas para poder estar enfrente de un grupo pero, necesita uno saber enseñar de una manera digerible, entonces para mí enseñar matemáticas, es verdaderamente sorprender, sorprender a los alumnos, de que ellos estuvieron unos 20, 30, 40 minutos intentando resolver un ejercicio y no podían, y no podían, y uno llega y les dices; está este método y sirve para que te facilite las cosas, con esto nada más metes esto y ya te sale la respuesta al instante, entonces se sorprenden y más cuando uno les empieza a introducir más utilidades, claro lo que vemos en la secundaria y preparatoria están muy alejados de cualquier

utilidad, pero si uno sabe que después tiene una interpretación tan bonita, un uso tan poderoso ya se sorprende uno. El chiste es sorprender.

16. Primero haciéndolo de una manera digerible, no estresando a los alumnos, porque estresar con matemáticas es lo más sencillo que uno puedes hacer, uno a los alumnos los puede asustar con matemáticas muy fácilmente pero el punto es que de poco en poco ellos vayan desarrollando ese gusto, que uno les dé chispazos, para que empiecen a tener más intuición, más gusto e inclusive más creatividad; porque lo que vemos a veces es un poco cuadrado, así como este es el ejercicio y el ejercicio que yo te presente es el que vas a resolver, pero si a ellos les surge una duda, de si yo hago este propio ejercicio y el profe muchas de las veces no lo resuelve porque yo me apego a los ejercicios que yo traigo, entonces estamos arruinando esa parte de la creatividad que es muy importante dentro de las matemáticas.
17. Para mí es demasiado creativo, son demasiadas las ideas que igual la sorpresa, porque uno siempre cree que lo que uno hace es muy difícil, muy complicado, cuando la primera vez que lo ve, luego uno se da cuenta que con eso se construye otra matemática que es un poco más compleja y dice no, ahora tengo que repasar bien esto para tener la intuición para esto, es como ir subiendo de poco en poco unos peldaños, unos peldaños que nunca se acaban.
18. La manera más sencilla es a cuenta propia, de que uno se siente y se pregunte por cosas, es preguntándose a sí mismo, ¿Qué pasa si aquí cambió la literal?, ¿Qué pasa a la función si en vez de derivarla la integro?, ¿qué pasa si hago tal cosa? y con eso uno se genera preguntas, y estas preguntas muchas veces nos llevan a aprender nuevos conocimientos y estos nuevos conocimientos uno ya los tiene aprendidos y aquí ya los empieza a utilizar de una mejor manera. El autoaprendizaje la mejor manera de aprender.

H5

1. Casa Blanca.
2. Casa Blanca.
3. 2018.

4. Somos 6, somos yo, mi hermano más grande, el más pequeño el del medio, mi mamá y mi papá. Mi mamá es ama de casa pues sólo se ocupa de los quehaceres de la casa. Mi papá él es jornalero él va a las milpas ahí trabaja y le pagan 150 diario, y los demás también vamos a ayudarlo a mi apa a las milpas cuando no tenemos clase tenemos que ir, igual en vacaciones también vamos y sacamos dinero para mantenernos. Y el más grande se graduó en contaduría y administración pero ahorita no está ejerciendo y pues también trabaja ahí.
5. trabajo de jornalero ocasionalmente.
6. A mí me motivó el cálculo prácticamente, porque, pues en primero en las primeras materias que nos daban de matemáticas si se me daban, pero no tenía interés, pero luego entré a quinto semestre y comencé a ver un poquito más de cálculo, y antes que entráramos a cálculo integral ya sabe integrar y todo, y me atrapó, yo dije que esto era para mí y por eso yo pienso que si entro aquí a la UAZ seguir con la línea terminal de matemática aplicada y si eligiera optativa me llevaría todas las de análisis matemático, porque son todas las que involucran cálculo hasta ver todo lo complejo, hasta ver todo lo que se pueda de cálculo.
7. Si, quería dedicarme a la investigación y si no podía quedarme en investigación, pues yo optaría por dar clases aquí en la universidad y si no, pues en una preparatoria pero sí preferiría en universidad.
8. NO RESPONDE.
9. Primeramente checo y pienso respeto mis horarios de comida y de almuerzo en la mañana y todo eso, luego qué figo esos horarios, checo mi lista de tareas, y veo cuál es la más pesada y ver cuál la que no pesa tanto y así comienzo por la más pesada. Luego, luego que llegó se hacen las 3 o 4 como y comienzo a hacer todas las tareas, las hago todas seguidas tomando descansos de 20 minutos para salir un rato y respirar, y cuándo acabó todo ahora si me baño y si sobra tiempo salgo un ratito a caminar o hacer algo de actividad física.
10. Pues todo me gustó, porque muchos de los aspectos de las matemáticas no las conocía tan bien, lo que era las demostraciones, pues yo no sabía, pues yo pensaba que era como en la prepa, que la maestra nos decía "calcula esto", y pues como que sí recibí ese impactó pero me agradó, por que dije; ¡voy a hacer matemáticas!, y cómo mi

maestra de álgebra que nos decía tú te puedes inventar cualquier conjunto chiste es que veas qué propiedades cumple y lo clasifiques bien para cualquier grupo algebraico, y así dije: "todo es posible en esta vida", y entonces eso fue como que lo más impactante que se me hizo. También la clase que nos dio el doctor Juan, pues él estaba poniendo énfasis en lo que nos tocaba a ver, que era el infinito y eso, y también su experiencia en el cálculo y entonces eso me motivaba mucho, pues bueno el doctor Juan sabe mucho sobre cálculo y eso se nota desde la forma en que habla, y yo dejé: "¡Soy de aquí!" Eso fue lo más emocionante que se me hizo en el curso, y pues realmente, si acaso lo que no me agradó tanto un poco fue lo de geometría porque yo miraba la geometría de otra manera, y ya cuando vi la geometría dije no, entonces si me gustó, porque dije; no puedo ser bueno en todo, ósea necesito, ósea si vengo a aprender. Y yo dije lo que no aprendí en el bachillerato aquí lo aprendí aquí en una semana y eran conceptos tan fáciles y a mí en la prepa se me hacían difíciles y ahorita que los vi en la licenciatura aquí en el curso, dije; ay, Dios mío, estaba tan fácil.

11. NO RESPONDE.

12. Si, bastante, porque yo pensaba que el matemático nada más era como que si fuera tipo así de la prepa, así de vamos a ver de nuevo, cuando vi el plan de estudios y vi precálculo dije: "eso ya lo vi" y ya ahorita que vi el curso propedéutico, dije, si vamos a hacer cálculo pero a otro nivel más arriba de lo que vi en la prepa, entonces quiere decir que no voy a comenzar de cero, que no me voy a aburrir porque voy a aprender nuevos conceptos, nuevos temas, y lo que yo más quiero es aprender a demostrar también, porque esa idea desde un principio me encantó, eso de la demostración y yo dije, Dios mío, por ejemplo también cuando usted nos dijo en su clase que como demostrábamos algunas propiedades de la adición, que por que lo hacíamos, ahí fue como que, cuando dije ¡ay! Dios mío es como una duda existencial, ósea tan fáciles, preguntas tan fáciles, yo no diría tan superficiales, vamos a decir redundantes y dices ¿por qué? eso ya es evidente ¿no? Entonces si la demostración consiste en demostrar hasta lo más evidente, es algo que me agrada mucho, porque como dijo usted en sus clases, ósea tienes que demostrar, no puedes decirlo desde el inicio y son cosas que desde la prepa yo me había preguntado, y no había nadie que podía contestarlo, y yo decía, aquí sí.

13. Para mí las matemáticas, básicamente son una manera para describir al mundo porque lejos de saber cómo son las cosas, o de contarlas, es una manera de describir cómo son las cosas en realidad, no son como las vemos, como las vemos son percepciones que nosotros a veces ideamos de un objeto, y pues las percepciones como tal varían demasiado, con cada vivencia, como por ejemplo tú puedes tener una vivencia bueno que te pasó; un ejemplo muy claro sería un casamiento pues una persona podría decir, es horrible, y otra que es normal, otra diría que es lo mejor que te puede pasar en la vida, y todas son percepciones varían de acuerdo a lo que te ocurrió en la vida. Y en cambio las matemáticas no son así, tiene tanto rigor que te dice las cosas tal y como son y tiene tanta versatilidad que son aceptadas en todo el mundo, tal y como son, NO VARÍAN, porque es el mismo pensamiento y es lo que me gusta más de las matemáticas, que básicamente lo que es, ES, y si no es, demuestra que no es, y sí lo es, te va a servir muchísimo porque vas a aprender a decir, no solo "esto es así", no, sino que tú vas a poder decir que de acuerdo al comportamiento esto, yo puedo inferir tales propiedades, y quizás esto me ayude a desarrollar otras cosas, que nos pueden servir de utilidad, no sólo hacer por hacer.
14. NO RESPONDE.
15. Yo creo que el concepto de enseñar matemática es algo difícil de explicar, al menos para mí. Porque yo pienso que enseñar matemáticas no sólo es, pararse y decir los conceptos como tal, sino que eso va más allá, es muy difícil enseñar matemáticas porque al menos aquí en México, no digo que en otros países no, en todos los países hablan mal de las matemáticas porque piensan que son malas cuando en realidad no es así, pues es muy difícil la tarea de enseñar matemáticas y pues ahora sí que investigaciones de matemáticas educativa para buscar métodos que sean más gráficos se hacen por lo mismo que nosotros desde pequeños nuestros padres nos enseñaron más a enfocarnos más a las cosas prácticas y a la practicidad de la vida y no a demostrar y explicar las cosas tal y como son, porque te dicen, cuando vas a contar o simplemente cuando vas a la tienda, la señora no cuenta, usa su calculadora y te dice y tú no dudas del resultado de la calculadora, es por eso, que es difícil enseñarlas, porque estamos acostumbrados a no verla así, entonces yo creo que es un proceso muy difícil pero una tarea que a fin de cuentas mejora mucho a la humanidad y la

manera en que vemos el mundo, si nadie enseñara matemática no existiría la ciencia, existiría ninguno de los medicamentos o avances en la atención y tecnología; las matemáticas son la madre de todas las ciencias y, a partir de ellas, que se descubre en ellas aunque no sirvan, digas: "yo descubrí objetos que está en la enésima dimensión y no sé qué o para qué me sirvan, pero ahí está y sé que existe y lo puedo demostrar" y quizá y eso en este momento sea un poco más avanzado pero con el paso de los tiempos esos registros se van a quedar otra persona que tenga más capacidad pueda decir, ahí eso me sirve y puedo desarrollar otras cosas, y lo que en algún tiempo fue ridículo en otro tiempo puede cambiar, y por eso no puedo describir qué es enseña, pues sé que es difícil y muy pocas pueden hacerlo, Porque incluso en secundaria, tuve maestros que si te enseñaban, según eso, pero tú les preguntabas: ¿qué es un cuadrante? Y su respuesta era ahí está en el libro y hágale así, pero ¿Por qué es así? porque es así y no pregunte, Entonces no cualquier persona puede, o está capacitada para enseñar matemáticas.

16. Yo pienso que las matemáticas se enseñan a partir de qué tienes que enseñar lo más fácil oh a partir de cosas muy fáciles y gráficas para poderlas captar, porque no te pueden enseñar algo tan abstracto al principio por que lo vas a rechazar por el simple hecho de que no tienes esa capacidad para abstraer eso, sintetizarlo y que dártelo, como tal.
17. Yo creo que el aprender matemáticas es cómo ese proceso en el cual tu dejas de ver las cosas como lo que tu percibes, y cuándo tu aprendes es porque tu estas recibiendo o percibiendo otras cosas que tú no percibías al momento pero como ya te lo están diciendo, al menos ya te hiciste la pregunta de su existencia, entonces es el momento en el cual tú tomas lo que ya percibidas de lo exterior, los sintetizas y te lo quedas, y en ese momento ya estás aprendiendo algo, es lo mismo. Eso pasa sólo que con las matemáticas es más difícil, eso pasa incluso si te quemas tu cuerpo él ya sabe que si te vuelves a acercar ahí te vas a quemar, y ya aprendiste, es un aprendizaje. Pero de las matemáticas es ver cosas que tú antes no veías, que antes no percibías, y quedártelas para poder ahora si ya una vez que te las quedas y las sintetizas y si es que lo haces bien, después las puedes ver en cualquier lugar, las puedes percibir y decir esto está presente, Cómo un niño, ellos no ven triángulos ellos no ven figuras



hasta que tú les enseñas, esto es un cuadrado, entonces ellos comienzan a Hacer esos procesos cognoscitivos, que hacen que ellos vean que esto se parece a un cuadrado o a un triángulo, porque ellos de principio no saben eso y eso es aprender.

18. Pues yo pienso que se aprende una manera, pues ahora sí que meramente simple, a través de muchos ejemplos muy simples, porque realmente no es tan fácil como para decir: "te voy a poner un texto de teoría y haz tarea" es imposible, debe de ser demasiado, demasiado explícito, ósea el conocimiento debe ser demasiado explícito y la persona que te lo va a enseñar debe de entenderlo en su totalidad para poder expresarlo, por qué es difícil, una persona, que no sabe realmente que es el tema o de lo que está hablando no puede transmitir conocimiento, no puede enseñar, es imposible

H7

1. Fresnillo Zacatecas.
2. Prepa 3 de la UAZ.
3. 2018.
4. En mi casa vivimos mis abuelitos paternos y mi familia. Están mis papás, mis dos hermanos; un hermano y una hermana y mis dos abuelitos, mi mamá es ama de casa y mi papá es minero. ¿Y sus hermanos? No pues, tienen, uno 15 años y otros 6 años y yo soy el mayor.
5. Estuve trabajando en una tienda de abarrotes desde marzo, y tengo una semana que no trabajo. ¿Entonces no pensó buscar trabajo aquí o si o piensa dedicarse de tiempo completo? No, no el trabajo que tengo más que nada, lo que gano es para comprarme cosas personales no es mucho por necesidad.
6. Más que nada siempre pensé, ¿De qué será? Y empecé a ver que desde primer semestre, que todos decían que las matemáticas eran difíciles y no les entendían. Y luego empecé a ver que realmente si era posible entender, siempre he pensado que hay que tenerles paciencia, y después de ahí fue cuando ya empezaba a comprender más cosas y fue cuando me empezaron a gustar, cuando las empecé a comprender.
7. Porque me gusta, otra principal cosa es que algunas otras carreras están demandadas como medicina y también las carreras de humanidad, y aparte ninguna de esas áreas

me llama la atención, y aparte de que me guste, pienso que será una carrera en la que me podría desempeñar muy bien porque sí me gusta echarle muchas ganas.

8. Sí, siempre pensé en ser docente.
9. Bueno, pues no sé, empiezo con la idea de las tareas pues siempre saliendo de la escuela, sería como llegar a mi casa luego comer, espérame un momentito y ya ponerme hacer mis tareas. Para los exámenes si empiezo a programar el tiempo, bueno en algún horario, Bueno más bien reparto por ejemplo los días, por ejemplo que en esta semana tengo un examen y me avisan desde antes, entonces empieza a repartir los temas y así. Y si se me presentan dificultades, estudiar en ratos libres.
10. Bueno, una idea con la que venía era que las matemáticas solamente eran fórmulas, pero lo que me presentaron aquí no me desagradó, de echo hizo que me gustaron aún más, yo creo que también pues son desde donde se empiezan las teorías y así, y realmente me gustó mucho, pero sí, sí hicieron que me gustaran más, yo venía con una idea de aprender solo fórmulas y que se me va a complicar aquí.
11. NO RESPONDE.
12. Si.
13. Pues ahora que las veo pienso que es una ciencia, en la que uno tiene que tratar de, a partir de lo que se sabe, pues indagar por ejemplo para resolver problemas, no problemas. Más bien pienso más que dedicarse a una materia, en la que uno investiga, resuelve y no solamente puede aprender, sino también puede crear conocimiento.
14. Pienso lo que he aprendido es una parte pequeña de todo lo que es, o sea si soy consciente de que pude aprender lo más que podía aprender en la preparatoria y secundaria, pero aun así pienso que no es su totalidad, sino que es una pequeña parte.
15. Pienso que enseñar matemáticas no solamente, como muchos pensarían, solamente es pararse y dar por ejemplo un tema, por ejemplo sería como en preparatoria, que no solamente es parase y explicar una fórmula y que la resuelvan y ya, para mí, a mí me gustaría hacer, explicar el porqué de las cosas, de dónde surgieron y de ahí cómo es que se puede resolver. Para mí enseñar las matemáticas que es cada cosa ¿De dónde viene y por qué sucede cada una de esas cosas?

16. Se enseña no de una forma en la que se proponga como resolverlas, se enseña de una forma de que primero se comprende y después de ahí parten las demás cosas, pero pienso que primero las matemáticas se enseñan primero comprendiéndolas.
17. Pues aprender matemáticas pienso yo, hasta ahorita es aprender todo lo que hasta ahora, bueno, aprender una parte desde lo que ahora se ha desarrollado, pues, el hombre porque siempre he pensado que aparte de lo que es la historia, pues sí, pienso que las matemáticas vienen desde mucho y presentan parte del hombre aunque para muchos no les guste, pienso que es una parte del ser humano.
18. Primero cómo yo aprendí matemáticas, aprendiendo sobre lo que representa cada cosa, o sea no viendo fórmulas, no viendo opciones, viendo que es cada cosa. O sea pienso que aprender matemáticas no es aprender fórmulas, sino aprender lo que son las fórmulas, lo que es su historia y lo que representa cada cosa, y cómo se puede desarrollar.

H8

1. Zacatecas, Zacatecas.
2. Prepa 4 de la UAZ.
3. 2018.
4. Mi papá, mi mamá, tengo mis dos hermanos una mujer otro hombre, y mis papás son comerciantes. Mis hermanos; La mujer ya se graduó de licenciatura en derecho y el chico apenas tiene 5 años, así que primaria.
5. Sí, yo trabajo ¿Cómo va a combinar o cómo piensa combinar la escuela y el trabajo? Pues lo combino desde los 11 años y me ha ido bien, nunca ha sido un problema, yo no veo como las personas que dicen que trabajan y por eso les va mal, yo lo veo como un pretexto, yo digo que el que tiene ganas, si sale ¿Cómo es su horario? Los viernes que salgo de la escuela desde las 3 hasta las 8, sábados es de 7 a 7, y domingo es de 7 a 6. Ósea los fines de semana.
6. Más que nada, porque yo lo veía como un reto, nadie viene a esta carrera, así como a física. Y se me dan las matemáticas, se me da muy bien entender las cosas, grabármelas, pero sobre todo entenderlas porque no me gusta, no me va a servir de nada grabármelas, sino entenderlas, por eso me gusta.

7. Yo siempre he querido enseñar a los demás, me gustan enseñarles, me gusta decirles porque, no me gusta ser como envidioso y guardarme mis conocimientos sino compartirlos con todos, y yo quiero ser profe. Más bien yo quiero ser profe.
8. Ser profe.
9. Normalmente me tomo mucho, mucho mi tiempo, por ejemplo cuando toca en fines de semana estudiar, yo me llevo mis apuntes aunque sea en apuntados en una servilleta, en lo que sea, y los repaso ahí en el trabajo, no me cuesta nada en tiempos libres que siempre va a ver. Ya en mi casa me dedico de lleno, estudio dos días antes del examen y por eso siempre estoy preguntando los profes ¿Cuándo va a hacer el examen? para anticipar.
10. Me gusta todo en sí, yo creía que ya lo sabía no todo, pero si esa parte ya la había tenido bien clara, esa parte de números reales y todo eso; pero la verdad me gustó mucho porque es lo que a mí me gusta saber el porqué de las cosas, por eso me gustó mucho.
11. NO RESPONDE.
12. Lo complemento, porque para mí las matemáticas si es hacer cálculos, si es hacer operaciones, etcétera. Pero también lo complemento de esa forma de ver las matemáticas, ósea que no sólo es cálculo sino razonar, y todo lo que nos enseñaron en el curso.
13. Pues la verdad yo no sé mucho de matemáticas, cálculo integral es una pequeña rama de las matemáticas, son demasiadas, porque por ejemplo viene matemática aplicada, álgebra, sé lo básico y me gustaría salir de aquí con muchos conocimientos.
14. NO RESPONDE.
15. Enseñar matemáticas es, hacer que no se lo graben de memoria, sino que lo comprendan, a mí me gustaría primero mostrar lo que es físicamente, hacer un teorema y después hacer ejercicios, y ver que se cumpla el objetivo.
16. NO RESPONDE.
17. Aprender matemáticas es, no lo sé, hay distintas formas de verlo. Es lo que usted cree. Pues es, no solamente es aprender a sumar y restar, si no...
18. Yo he aprendido, me fijo en lo que está haciendo el profesor, poniendo mucha atención, no hago apuntes no hago nada de eso, solamente me concentro mucho en lo que está haciendo el profesor, y al final cuando termina tomó una foto al pizarrón y

llegó a mi casa, lo trató de resolver yo, y si me atoró en algún lugar veo mi celular veo como le hizo y le sigo, y le sigo haciendo así otra vez y así me va bien.

M1

1. Susticán Zacatecas.
2. Colegio de Bachilleres, pertenece a Guadalupe.
3. 2018.
4. Y además los que vivimos en la casa, es que está un poco diferente porque vivimos mi mamá, y yo y mi abuelita porque ya está viejita y pues la cuidamos. Y mi papá y mi hermano, que aún no se casa, están como en una propiedad, están cuidando en el rancho, mi papá es agricultor, mi hermano es mayor y no estudia.
5. Sí trabajé pero, ahí en el municipio donde vivo es muy chiquito entonces pues ahí en una tienda y después en un ciber, y pues probablemente trabaje por la cuestión económica, pero la verdad no me gustaría porque me quiero dedicarme más a la escuela.
6. Pues como desde cuarto de primaria me gustaba así mucho, me gustaba participar como en competencia de matemáticas y luego una maestra fue como que la que me impulsó. Bueno ella me explicó que no era como que lo mismo, Como que las competencias y la carrera, es que me explicó que son puras comprobaciones y ya me di cuenta de que sí, y pues como si es diferente, pues ella me explico que era diferente pues, yo no estaba tan motivada porque no sabía cómo comprobar las cosas, entonces ella me dijo que aquí me iban a enseñar y ya me motivó.
7. Pues, me gustaría trabajar en investigación como matemático.
8. Me gustaría esforzarme mucho para como le digo, trabajar como en un centro de investigación.
9. Pues no sé si sea una característica de todos los matemáticos, pero casi no salgo y más me la paso estudiando, Bueno sí salgo así como un poquito, pero casi más bien me dedico a estudiar.
10. Que si me topé con tareas que si se me hicieron complicadas, pero si se me hizo muy bien, si explican muy bien, y pues, si se me hizo bien ojalá y que sí batallamos en algo que si nos lo expliquen y así.

11. Pues, la materia de no sé qué era, pero qué es como pura teoría, cómo historia de matemáticas que no me gustó mucho, pero pues tiene que ser parte y hay que echarle ganas a todo.
12. No, le digo ya me habían explicado cómo era, entonces no.
13. Pues creo que es descubrir y poder explicar el porqué de las cosas.
14. No sé, a lo que es, muy poco supongo, pero hay que estudiarle más.
15. Compartir de sus conocimientos a otras personas sobre matemáticas.
16. Como poniendo ejemplos en la vida real, pues sería como una matemática básica, pero más avanzada.
17. Pues no sé, explicar el porqué de las cosas, eso es.
18. Poniendo como las funciones ¿no?

## M2

1. Sombrero Zacatecas.
2. Centro de bachillerato tecnológico industrial y de servicios no.104.
3. 2018.
4. Bueno pues ahorita somos mi mamá mi papá dos hermanos y yo, Mi papá es obrero en la compañía minera Sabines mi mamá es ama de casa. Mis hermanos son menores y estudian.
5. Pues llegué a trabajar de secretaria durante un corto lapso como de 2 meses, y pues por ahora no tengo pensado trabajar pero más adelante si es posible, tal vez.
6. Bueno principalmente me motivó porque matemáticas me gustan mucho, aunque batalló y todo pero, me gusta mucho la carrera, además de que unos de mis primos son licenciados ya en matemáticas y ya tiene su maestría. Mi primo se llama J, R, y él me motivó mucho a que entrara a la carrera, por eso.
7. Porque es como un reto para mí, de ser licenciada de matemáticas porque lo encuentro muy interesante, además de que por medio de las matemáticas quiero llegar a, al menos a contribuir a la sociedad de manera lógica y analítica.
8. Pues quisiera seguir estudiando mi maestría si se pudiera, y trabajar. Con lo que hacen eso de los censos de población, no me acuerdo cómo se llama. (INEGI) Aja, y me

llamo mucho la atención lo que dijo el doctor sobre lo que muchos matemáticos controlan el lavado de dinero y muchas cosas de esas.

9. Pues en sí yo llego y dejé todo mi material de trabajo que voy a hacer, para hacer todo sin descanso, ya después a la hora de estudio que tengo que hacer un examen, trato de repasar y volver a escribir lo más importante, hacer ejercicios para que todo se haga más fácil.
10. Se me hizo muy interesante lo de la simbología que se usa en matemáticas, además de los fractales y también me gustó mucho una práctica que hicimos en el museo sobre como tipo burbujas no sé cómo se llama, y si todo me pareció interesante.
11. NO RESPONDE.
12. Sí, muchísimo.
13. Pues yo cuando entré aquí pensé que matemáticas solamente era hacer operaciones, bueno al menos me vine con esa idea, y cuando llegue aquí vi que matemáticas era prácticamente un mundo nuevo que no necesariamente tenía que estar enfocado en estar haciendo números a todas horas del día, y me abrió la visión a un mundo nuevo que se puede analizar, se puede medir de bastantes maneras.
14. Pues no le voy a decir que se mucho, porque prácticamente una persona aunque duela admitir cuando está en la preparatoria estudia para pasar, y es poco lo que a uno se le queda, pero si uno a lo mejor sigue repasando y todo puede llegar a adquirir todos esos conocimientos ya de manera más general, ya por gusto, no nada más por la necesidad a pasar.
15. Enseñar matemáticas para mí es mostrarle el empeño y la pasión que yo le pongo a mi trabajo, a lo que estoy haciendo, a los demás; y transmitirles mi buena vibra, todo lo que yo quiero que ellos aprendan de mí.
16. Sería más como de forma más interactiva, para que las personas vean que las matemáticas no son solamente números, incluso cosas aburridas, sería más de forma interactiva y con mucha paciencia.
17. Aprender para mí es como adquirir lo que a ti más te interesa de lo que te están enseñando, ponerle empeño y que prácticamente te guste, y te agrade lo que estás realizando.

18. Pues sería repasando, investigando también por tu cuenta, y si tenemos dudas podemos acercarnos a nuestros mentores para que nos resuelva nuestras dudas.

### M3

1. San Luis Potosí municipio de Villa de Arriaga.
2. COBAES 32.
3. 2018.
4. Somos en total 14, mi papá, mi mamá y doce hermanos, mi papá ya es grande de edad es velador, y mamá es ama de casa. De mis hermanos La mayoría ya tiene su familia, y yo soy de las menores, y pues ellos trabajan así en empresas o así.
5. He trabajado, la mayoría de la prepa trabajaba los fines de semana y pues ahora quisiera dedicarme enteramente a la escuela, pero estoy buscando en solicitar un trabajo.
6. La verdad me gusta mucho, mucho la matemática, fui muy buena en la escuela en la secundaria, y en prepa se me dificulto un poco más pero.... Pues bueno.
7. Mi principal razón fue la de irme por la educación, por la docencia, se me hace un trabajo muy bonito ser maestra.
8. Sí a la docencia.
9. Mayormente por la tarde, la verdad matemáticas es muy difícil de estudiar siento que no es tanto estudiarse si no practicarse y lo que hago yo es practicar. ¿Cómo que hace? ¿Cómo que práctica? no sé, resolver problemas, practicar una fórmula o varias cuestiones.
10. Pues me pareció muy bien, bien organizado, lo que más me gustó fue la geometría, en parte porque le entendí más y se me facilitó más que las otras cosas.
11. Lo que casi no me gustó fue lo de la historia es como que más difícil de poner atención, y yo soy como de algo más práctico de hacer más cosas.
12. Si poquito, porque así como nos dijeron, se base en la demostración más que nada y pues si la cambió.
13. Es una ciencia, la considera como la base de las demás ciencias y está relacionada.
14. En porcentaje se puede decir, un 70%, porque es más básico lo que nos enseñó ahorita son un poco más.



15. Es como a base de la experiencia que ya tiene los maestros, ellos estudian matemáticas y lo que ya saben lo están transmitiendo, pues eso.
16. Pues, no sé, enseñando teoremas, mostrando problemas, fórmulas.
17. Saber utilizarlas, utilizando fórmulas, utilizando teorema, conocerlos y entenderlos.
18. En la práctica.

#### M4

1. Loreto, Zacatecas.
2. Ignacio Zaragoza.
3. 2009.
4. Okay, pues somos seis hijos incluyéndome a mí, yo soy la única soltera ya todos están casados, son 4 hombres, mi hermana y yo, Y pues todos tienen su profesión, ahora sí que soy la, única, la última que no la tiene. Pues mi padre es jornalero ahí en el rancho, ahí en el campo, y mi madre se dedica al hogar.
5. No, mientras estuve estudiando no, nunca trabaje, y luego me fui, en el tiempo que estuve en el rancho bueno mis papás tienen una pequeña tienda, bueno es una papelería pero no está así grande, esta pequeña, y pues prácticamente ahí me la pase, más que nada por la enfermedad de mi mamá, fue la principal razón por la cual me mantuve muchos años ahí, pero en sí no, no he trabajado, no sé lo que es trabajar, y ahora que estoy aquí pues mi finalidad es buscar un trabajo de fines de semana, porque realmente no tengo, ahora sí que... bueno está mi padre como sustento, pero realmente a mi edad no me gustaría tanto apoyarme de él. Entonces sí me gustaría los fines de semana, para entre semana dedicarme totalmente a lo que es la escuela.
6. Pues siempre he tenido la inquietud de matemáticas, no sé porque, yo creo que fue que influyeron mucho mis profesores del COBAEZ y también el influyó mucho fue un maestro del tecnológico de Loreto, en el primer semestre, ósea él es licenciado en matemáticas Y la verdad, no sé, su manera de dar clase y todo, me motivé mucho, desde ahí yo comencé a tener como que esa inquietud, y hasta ahora, hasta el día de hoy no se me ha quitado.
7. Bueno pues mi finalidad es ser docente, más que nada, quiero ser maestra ¿no? Pero mi finalidad es esa, es la docencia me gusta mucho, aparte de lo que es hablar en

público, creo que es lo que me encanta, lo que me motiva, y pues las matemáticas en sí, no es qué me sienta inteligente, porque creo que no pero, con disciplina todo se puede. Pero pues cuándo comienzo a resolver algún problema, no sé cómo que en vez de estresarme me desestreso, y es algo que me gusta pues.

8. Bueno pues la docencia, es mi finalidad es regresar a lo que es mi rancho, La verdad sí quiero regresar y pues en el tecnológico de Loreto me gustaría impartir clases, no sé en los colegios de bachilleres que hay allá.
9. Bueno ya tengo varios años que no lo hago ¿verdad?, pero bueno en aquellos tiempos, en los que estaba bien y dedicada a lo que era el estudio, pues siempre le dedicaba horas extras a lo que era la tarea, más que nada, o sea como que si algo no entiendo en clases me gusta indagar y me gusta mucho leer, pero pues obviamente libros de matemáticas están un poco más complicado pero es, no sé, auxiliarse con videos o preguntar.
10. Bueno pues sí me gustó, porque obviamente yo creo que llegué aquí con una idea a lo mejor un poco diferente a lo que yo creía que era la licenciatura en matemáticas, entonces me agradó que por el hecho de aquí aclare varias dudas que yo tenía, entonces yo creo que sí fue de mucha utilidad del curso, precisamente por este motivo.
11. Lo que no me gustó, yo creo que no hay, bueno en sí no encontré algo que no allá sabido. La subida jajaj
12. Sí claro, porque, bueno a pesar de que yo llevaba a matemáticas a nivel superior en ingeniería de todos modos yo no sabía que la matemática, en sí era siempre cuestionarse y resolver tantas cuestiones, no sé siempre estamos acostumbrados a que "una formulita, o aquí "bla, bla" pero pues sí, sí me cambió.
13. Pues todos lo que nos dijeron, a no es cierto jaja, bueno, yo lo que me queda del curso, bueno yo creo que esa pregunta no la puedo expresar completamente porque en sí no he empezado en lo que es la licenciatura, para mí esa pregunta quizá la vaya respondiendo poco a poco, conforme vaya aprendiendo las matemáticas. Pero las matemáticas, así una idea muy general es demostrar todo lo que tú dices, demostrarlo en escrito, con palabras Y con todo lo que sea posible.
14. Bueno, pues en sí yo creo que se poco, aparte a lo mejor se escucha un poco mal pero todo este tiempo que no estuve estudiando y nada, no era que me pusiera a buscar

libros o algo, sí debí de hacerlo, pero pues me siento como que muchas cosas no las recuerdo, de hecho hay cosas que nos mencionaban como eso de la factorización y eso, y la verdad no la recuerdo, hay conocimientos que lo mejor yo adquirí quizá no tan bien porque ahora tengo los conocimientos borrosos y no los recuerdo, pero en sí yo creo que es cuestión de repasar un poco, y pues echarle ganas.

15. Enseñar matemáticas, bueno pues entramos en otro dilema porque mientras no tenga bien definido qué es matemáticas, creo que es un poquito difícil el enseñar matemáticas, aparte obviamente para poder enseñar, pues hay que conocer ¿No? Hay que tener bien claras las ideas de lo que vamos a enseñar, entonces en este momento no, si tengo ideas de lo qué son las matemáticas, pero en sí no.
16. Bueno pues, ahora sí que como a mí me han enseñado matemáticas que fue de modo que ciertos maestros me gusta mucho pues fue, tener bien claro lo que se está diciendo, o sea porque si hay docentes que siempre están explicando algo pero en sí como que no tienen la idea clara, y pues realmente no saben explicar, entonces yo creo que sí se debe de tener facilidad de palabra, para expresarse principalmente, y tener muchos conocimientos generales, porque yo creo que las matemáticas están entrelazadas en muchas áreas, entonces si estamos explicando tal tema se involucran más, ahora sí que conocerlo a fondo.
17. Yo creo que más que nada, no es tanto aprender sino es cuestión de desarrollar ciertas habilidades o capacidades, o sea muchas de las veces nos encerramos a "no puedo no puedo, no puedo, no puedo" pero yo creo que lo principal es el análisis, ósea analizar, razonar. Siempre se te da un problema escrito pues el planteamiento hay que llevarlo a cabo, entonces cuando uno se enfrenta a un problema, o sea escrito, que uno comienza a estudiarlo, a analizarlo, pues yo pienso que ahí vas más que nada aprendiendo, aprende sobre la práctica.
18. Si, practicando y más que nada analizándolo, como nos decían en el curso "lo que tú tienes en mente hay que palparlo escrito o hay que llevarlo a nuestra imaginación" todo hay que razonarlo, todo hay que cuestionarlo porque así se aprende, cuestionarnos todo.

M5

1. Totatiche Jalisco.
2. Carrera técnica de soporte y mantenimiento técnico de cómputo.
3. 2016.
4. Bueno, está mi mamá y mi papá, tengo otros 5 hermanos el hermano más grande otra más grande y 3 hermanitos más chiquitos. Mi papá ahora está en Estados Unidos trabajando para poder hacer una casa allá y arreglarle los papeles a mi mamá y a mis hermanitas y a mí sí se puede. Mi hermana ahora está en Estados Unidos está trabajando. Mi hermano ahorita está estudiando electromecánica en Tlaltenango, se vino aquí a Zacatecas a hacer su residencia. Mi mamá es ama de casa. Y mis hermanitas, ahorita una está en primaria, en tercero si no me equivoco, la otra apenas va a entrar a jardín y la más chiquitita está en la casa, tiene 2 años.
5. Llegué a tener un negocito así chiquitito mientras llegaba a estudiar aquí, era como pastelería se podría decir, y ya ahorita lo dejé, me vine para acá, Y si tengo ganas de estudiar porque mi hermana me está ayudando a pagar los estudios pero no quiero tenerle el peso a ella y entonces quiero ver si no está muy pesada la carrera conseguir un trabajo por aquí, para ayudarle.
6. No sé, como siempre al estar en la materia de matemáticas como que siempre me emocionaba mucho con las matemáticas y también se me antoja mucho la carrera de gastronomía, pero está muy cara entonces si me gustan tanto las matemáticas porque no intentarlo en matemáticas.
7. Eso no estoy segura, casi siempre yo me he visto enseñando y dije enseñando algo que me gusta mucho sería eso.
8. Si, Bueno más bien si me sacan para ir allá, a lo mejor irme para allá a ver si me aceptan como enseñanza o seguir estudiando allá más arriba en la maestría o doctorado.
9. Pues sacó mis apuntes y de ahí me baso para estudiar, Y si ya algo no entiendo lo busco en internet o así, o también le pido a mis compañeros que me expliquen. Y en tiempo ¿Cuánto tiempo dedica a eso? Pues depende, si la materia se me hace muy pesada pues prácticamente desde que llegó de la escuela estoy así.

10. Pues primero me sentí como asustada, porque dije ¡ay! ¿Qué es esto? Yo veía como otro mundo y no sé de con el tiempo como que me empezó a emocionar más, el saber una vista diferente a las matemáticas y me sentí un como más motivada todavía y ahorita estoy como emocionada.
11. NO RESPONDE.
12. Sí, cambio bastante pero cambió para bien porque sentí que me gustaron todavía más, mucho.
13. Es como el resolver muchas cosas ¿no?, de cualquier ámbito de la vida, como puedes ver algo así normal y resulta que es como otro mundo diferente, si lo puedes ver de otras formas.
14. Pues yo siento que ahora llevo muy poquito, que me falta muchísimo para entender y algo me dice que aunque termine la carrera aun así me faltará muchísimo más por aprender.
15. Darles cómo a ver otro nuevo mundo a los demás, cómo contarles una nueva perspectiva de lo que es en si el mundo.
16. No sé, con mucha imaginación, mucho ¿cómo es la palabra? abstracta, de una manera abstracta.
17. No sé cómo explicarlo, sería como, estar aprendiendo, como haciendo un mundo nuevo, estar aprendiendo un mundo nuevo, sería eso yo creo.
18. Pues echándole ganas. Ósea, ¿Haciendo qué? Investigando, teniendo una gran imaginación, teniendo la mente abierta más que nada.

## M6

1. Zacatecas, Zacatecas.
2. Prepa 1 Campus.
3. 2018.
4. Pues están mis papás, Mi papá es médico, mi mamá ama de casa, están mis hermanos; mi hermano mayor está estudiando ingeniería química, y mi otro hermano está en Estados Unidos trabajando, y mi hermana está estudiando eléctrica industrial.
5. No, ninguna.

6. Pues estaba confundida y no tenía ni idea ni siquiera en el bachillerato sabía a qué meterme, si a biológicas o a físico y ya a alguien me dijo que; ¿porque no me metía a matemáticas? Y nunca se me había cruzado por la mente, y desde que me dijo y empecé a investigar, y en la Exporienta vinieron y estaba un estudiante de aquí, que iba a egresar y pues dije que platicará y me gustó pero aun así seguía dudosa, y cuando entré aquí a los cursos la primera semana estaba muy ansiosa y nerviosa, y ya esta semana me gustó y siento que sí me gustaría.
7. Pues a lo que investigue, me gustaba la investigación, pero pues quién sabe, de aquí a que pueda coger la línea me gusta educativa o aún estoy abierta.
8. No, necesitaría ver más cada una de las líneas.
9. Para la tarea me gusta hacerla llegando a la casa para tener libre el resto del día o así, y sé que van a estar pesadas pues ponerme a hacerlas desde un tiempo antes, igual los exámenes, sí sé que me complica o es de mucho estudio pues empiezo unos días antes y trato de que sea en mi cuarto silencioso para que me distraiga el ruido y con luz natural.
10. Pues a mí me gustó todo, porque si era, bueno me decían que muchos de los que entraban aquí pues se iban con la idea de que era como en la prepa, lo mismo de la prepa y era una idea errónea y yo me traté de hacer a esa idea desde antes de entrar, y ya cuando estuve aquí y que explicaron cómo iba a estar, pues me sentí a gusto y sentí que sí me gusto.
11. NO RESPONDE.
12. No, no.
13. Pues no sabría como describirlo, pues son una forma de estudio, no sé, me pongo nerviosa.
14. Siento que me falta mucho por aprender, pero pues de cierta forma tengo como que las bases para estar aquí, pero igual me falta más.
15. Transmitir, bueno saber transmitir lo que se, y enseñarlo con amor, porque tuve unas maestras que de plano no les gustaba, y yo dije: "no voy a estudiar nada que tenga matemáticas" y los últimos dos años en la prepa tuve un profe muy bueno y que le gusta mucho y de ahí me contagió y me di cuenta de que era buena.
16. Con paciencia y debes tener como, tienes que ponerte estricto contigo mismo.

17. Comprometerse a estar alerta cosas nuevas y saber en qué estás fallando y reconocerlo para intentarlo hasta que salga.
18. Estudiando mucho y también irte como por tu parte a parte de lo que te enseñan, pues tratar de investigar y preguntar.

M7

1. Guadalupe Zacatecas.
2. Prepa 12 de la UAZ.
3. 2018.
4. Somos 4, Pues mi papá es herrero, mi mamá trabaja en una pollería y mi hermano está en la secundaria.
5. He trabajado pero no pienso trabajar.
6. Pues, es que en la prepa era lo que se me daba más fácil, era la que más le entendía, era la materia que más me gustaba, además, cuando estuve en el bachillerato fue lo que más me gustó, Y fue por lo que decidí entrar.
7. Para ser maestra.
8. Quiero ser maestra.
9. Primero hago el quehacer de la casa y como, ya cuando tengo tiempo libre estudio o hago la tarea.
10. No, De hecho sí me gustó mucho.
11. NO RESPONDE.
12. Si, un poquito sí.
13. Pues cuando yo llegué aquí pensé que iba a ser como en otras carreras, que iban a dejar como cuadernillo, por ejemplo mi amiga está en ingeniero químico y a ella la dejaron muchos cuadernillos, y pensé que iba a ser igual aquí. Fue muy diferente porque aquí dan desde el inicio y allá les dijeron "te voy a enseñar álgebra y nada más" y no les enseñaron ni números reales ni nada.
14. Lo básico, de lo que me enseñaron a hacer en el bachillerato.
15. Más que nada hacer que la gente entienda, porque hay veces que sólo "lo voy a poner en el pizarrón y cómo le entiendan y como ustedes puedan" y no, es saber de dónde salió esto, de dónde proviene y cómo llegamos al resultado que tenemos.

16. Se enseña de una manera paciente, mucha paciencia para entender de dónde sale todo el proceso, porque a veces sí son muy laboriosas y lo que debemos tener es paciencia.
17. Comprenderlas.
18. Pues yo de la manera que aprendí fue poniendo atención y pues cuándo es lo que les gusta se entiende, por ejemplo a mis compañeros casi no les entendía.











UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE ZACATECAS  
"FRANCISCO GARCÍA SALINAS"  
MAESTRÍA EN MATEMÁTICAS

ESCALA

NOMBRE COMPLETO: \_\_\_\_\_

EDAD: 18

El presente instrumento tiene como finalidad conocer la percepción que tienes como estudiante respecto a tus capacidades para realizar con éxito las actividades académicas, como por ejemplo: *Pruebas, Tareas, Ejercicios, Proyectos, Presentaciones* o cualquier actividad que se te pida en la universidad.

No hay respuestas buenas o malas. Por lo tanto, te pedimos que respondas todas las preguntas de acuerdo a lo que consideres sea más cercano a tu realidad personal. Tus respuestas serán analizadas de manera confidencial.

Para responder este instrumento, deberás leer cada una de las afirmaciones anteponiendo un "YO PUEDO". Por ejemplo, si la afirmación dice "*Trabajar con cualquier compañero y obtener buenas calificaciones*" deberá leerse "*YO PUEDO Trabajar con cualquier compañero y obtener buenas calificaciones*".

Posteriormente, deberás marcar con una "X" (encima del número) solo en aquel valor que más se acerque a tu realidad, siguiendo la escala que te damos a continuación.

1 = Nunca.

3 = Casi siempre.

2 = Casi nunca.

4 = Siempre.

1. Enfrentarme con éxito a cualquier tarea académica.	1	2	3	4
2. Comprender bien y con rapidez cualquier materia e incluso sacar buenas calificaciones.	1	2	3	<u>4</u>
3. Entender lo que enseña cualquier profesor aun que sea exigente y duro, pues confío mucho en mi propia capacidad académica.	1	2	3	<u>4</u>
4. Si me lo propongo, terminar con éxito la carrera.	1	2	3	<u>4</u>
5. Obtener excelentes calificaciones en los exámenes aun que sean difíciles.	1	2	<u>3</u>	4
6. Aprobar un examen e incluso el un curso completo si necesidad de estudiar.	1	<u>2</u>	3	4
7. En un futuro, Ser de esas personas que no necesita estudiar para aprobar un examen e incluso el curso completo.	1	2	<u>3</u>	4
8. Trabajar con cualquier compañero y obtener buenas calificaciones.	1	2	3	<u>4</u>
9. Aportar buenas ideas para hacer mis tareas de cualquier materia.	1	2	3	<u>4</u>
10. Trabajar con cualquier tarea y obtener buenas calificaciones.	1	2	3	<u>4</u>
11. Esforzarme mucho más que mis compañeros para que me vaya bien todas mis materias.	1	<u>2</u>	3	4
12. Organizar mi tiempo para cumplir con todo lo que los profesores piden.	1	<u>2</u>	3	4
13. Estudiar más horas cuando tengo exámenes difíciles.	1	2	<u>3</u>	4
14. Esforzarme mucho más para resolver tareas difíciles.	1	2	3	<u>4</u>
15. Repetir una tarea hasta lograr hacerla bien.	1	2	3	<u>4</u>
16. Entender bien la idea central que está explicando el profesor o lo que dice el libro.	1	2	3	<u>4</u>
17. Aportar buenas ideas en los trabajos que realizo en grupo.	1	2	3	<u>4</u>
18. Estudiar solo/a y rendir muy bien en cualquier actividad académica	1	2	3	<u>4</u>
19. Expresar mi opinión aunque no esté de acuerdo con lo que dice el profesor.	1	<u>2</u>	3	4
20. Entender lo que explica el profesor aunque exista un desorden en el aula.	1	<u>2</u>	3	4
21. Estudiar primero, y luego hacer otras cosas (salir con mis amigos, ver TV, etc.).	<u>1</u>	2	3	4
22. Demostrar, usando inducción matemática, que la siguiente igualdad es cierta para todo número natural. $2 + 6 + 10 + \dots + 2(2n + 1) = 2(n + 1)^2$	1	2	3	<u>4</u>
23. Calcular la inversa de la siguiente matriz: $A = \begin{pmatrix} 1 & 4 & 8 \\ 0 & 1 & 2 \\ -1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$	1	2	3	<u>4</u>





























46

**UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE ZACATECAS**  
**"FRANCISCO GARCÍA SALINAS"**  
**MAESTRÍA EN MATEMÁTICA EDUCATIVA**  
**ESCALA DE AUTOEFICACIA PERCIBIDA ESPECÍFICA DE SITUACIONES ACADÉMICAS**  
**ZACATECAS, ZAC., 21 DE MAYO 2019**

NOMBRE COMPLETO

El presente instrumento mide tus capacidades para realizar con éxito las actividades académicas, como por ejemplo: Pruebas, Tareas, Ejercicios, Proyectos, Presentaciones o cualquier actividad que se te pida en la universidad. No hay respuestas buenas o malas. Por lo tanto, te pedimos que respondas todas las preguntas de acuerdo a lo que consideres sea más cercano a tu realidad personal. Tus respuestas serán analizadas de manera confidencial.

Para responder este instrumento, deberás leer cada una de las afirmaciones anteponiendo un "YO PUEDO". Por ejemplo, si la afirmación dice "Trabajar con cualquier compañero y obtener buenas calificaciones" deberá leerse "YO PUEDO Trabajar con cualquier compañero y obtener buenas calificaciones".

Posteriormente, deberás marcar con una "X" (encima del número) solo en aquel valor que más se acerque a tu realidad, siguiendo la escala que te damos a continuación.

- 1 = Nunca.
- 2 = Casi nunca.
- 3 = Casi siempre.
- 4 = Siempre.

1. Enfrentarme con éxito a cualquier tarea académica.	1	2	<del>3</del>	4
2. Comprender bien y con rapidez cualquier materia e incluso sacar buenas calificaciones.	1	2	<del>3</del>	4
3. Entender lo que enseña cualquier profesor aun que sea exigente y duro, pues confío mucho en mi propia capacidad académica.	1	<del>2</del>	3	4
4. Si me lo propongo, terminar con éxito la carrera.	1	2	3	<del>4</del>
5. Obtener excelentes calificaciones en los exámenes aun que sean difíciles.	1	2	<del>3</del>	4
6. Aprobar un examen e incluso el un curso completo si necesidad de estudiar.	1	<del>2</del>	3	4
7. En un futuro, Ser de esas personas que no necesita estudiar para aprobar un examen e incluso el curso completo.	1	<del>2</del>	3	4
8. Trabajar con cualquier compañero y obtener buenas calificaciones.	1	2	<del>3</del>	4
9. Aportar buenas ideas para hacer mis tareas de cualquier materia.	1	2	<del>3</del>	4
10. Trabajar con cualquier tarea y obtener buenas calificaciones.	1	2	<del>3</del>	4
11. Esforzarme mucho más que mis compañeros para que me vaya bien todas mis materias.	1	2	<del>3</del>	4
12. Organizar mi tiempo para cumplir con todo lo que los profesores piden.	1	2	<del>3</del>	4
13. Estudiar más horas cuando tengo exámenes difíciles.	1	2	3	<del>4</del>
14. Esforzarme mucho más para resolver tareas difíciles.	1	2	3	<del>4</del>
15. Repetir una tarea hasta lograr hacerla bien.	1	2	<del>3</del>	4
16. Entender bien la idea central que está explicando el profesor o lo que dice el libro.	1	2	<del>3</del>	4
17. Aportar buenas ideas en los trabajos que realizo en grupo.	1	<del>2</del>	3	4
18. Estudiar solo/a y rendir muy bien en cualquier actividad académica	1	2	<del>3</del>	4
19. Expresar mi opinión aunque no esté de acuerdo con lo que dice el profesor.	1	<del>2</del>	3	4
20. Entender lo que explica el profesor aunque exista un desorden en el aula.	1	<del>2</del>	3	4
21. Estudiar primero, y luego hacer otras cosas (salir con mis amigos, ver TV, etc.).	1	2	<del>3</del>	4
22. Demostrar, usando inducción matemática, que la siguiente igualdad es cierta para todo número natural. $2 + 6 + 10 + \dots + 2(2n + 1) = 2(n + 1)^2$	1	2	3	<del>4</del> 4
23. Calcular la inversa de la siguiente matriz: $A = \begin{pmatrix} 1 & 4 & 8 \\ 0 & 1 & 2 \\ -1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$	1	2	3	<del>4</del> 3

6 12 5











H3

**UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE ZACATECAS**  
**"FRANCISCO GARCÍA SALINAS"**  
**MAESTRÍA EN MATEMÁTICA EDUCATIVA**  
**DESCRIBIDA ESPECÍFICA DE SITUACIONES ACADÉMICAS**

ESCALA

NOMBRE COMPLETO: \_\_\_\_\_  
 AÑO EN EL QUE INGRESASTE: \_\_\_\_\_

El presente instrumento tiene como finalidad conocer la percepción que tienes como estudiante respecto a tus capacidades para realizar con éxito las actividades académicas específicas de tu carrera de matemáticas. No hay respuestas buenas o malas. Por lo tanto, te pedimos que respondas todas las preguntas de acuerdo a lo que consideres sea más cercano a tu realidad personal. Tus respuestas serán analizadas de manera confidencial.

Para responder este instrumento, deberás leer cada una de las afirmaciones anteponiendo un "YO PUEDO". Por ejemplo, si la afirmación dice "Trabajar con cualquier compañero y obtener buenas calificaciones" deberá leerse "YO PUEDO Trabajar con cualquier compañero y obtener buenas calificaciones". Posteriormente, deberás marcar con una "X" (encima del número) solo en aquel valor que más se acerque a tu realidad, siguiendo la escala que te damos a continuación.

- 1 = Nunca.
- 2 = Casi nunca.
- 3 = Casi siempre.
- 4 = Siempre.

1. Enfrentarme con éxito a cualquier tarea de Álgebra lineal I.	1	2	<del>3</del>	4
2. Comprender bien y con rapidez cualquier tema de Álgebra Lineal I e incluso sacar buenas calificaciones.	1	2	<del>3</del>	4
3. Entender lo que enseña el profesor de Álgebra Lineal I aunque sea exigente y duro, pues confío mucho en mi propia capacidad académica.	1	2	<del>3</del>	4
4. Si me lo propongo, terminar con éxito la carrera.	1	2	3	<del>4</del>
5. Obtener excelentes calificaciones en los exámenes de cualquiera de las materias que curso, aunque sean difíciles.	1	2	<del>3</del>	4
6. Aprobar los exámenes de Álgebra Lineal I e incluso aprobar el curso completo sin necesidad de estudiar.	1	<del>2</del>	3	4
7. En un futuro, Ser de esas personas que no necesitan estudiar para aprobar un examen e incluso el curso completo.	1	2	<del>3</del>	4
8. Trabajar con cualquier compañero y obtener buenas calificaciones.	1	2	<del>3</del>	4
9. Aportar buenas ideas para resolver los ejercicios de Álgebra Lineal I que trabajamos en el pizarrón o en equipo.	1	2	<del>3</del>	4
10. Trabajar con cualquier tarea y obtener buenas calificaciones en la materia de Álgebra Lineal I.	1	2	<del>3</del>	4
11. Esforzarme mucho más que mis compañeros para que me vaya bien en todas mis materias.	1	2	<del>3</del>	4
12. Organizar mi tiempo para cumplir con todo lo que los profesores piden.	1	2	<del>3</del>	4
13. Estudiar más horas cuando tengo exámenes difíciles.	1	2	3	<del>4</del>
14. Esforzarme mucho más para resolver tareas difíciles.	1	2	3	<del>4</del>
15. Repetir una tarea de cualquier materia hasta lograr hacerla bien.	1	2	<del>3</del>	4
16. Entender bien la idea central de cualquier tema de Álgebra Lineal I que está explicando el profesor o lo que dice el libro.	1	2	<del>3</del>	4
17. Escribir correctamente (según me lo solicite el profesor) la solución de casi cualquier problema de la materia de Álgebra lineal I.	1	2	<del>3</del>	4
18. Estudiar solo/a y rendir muy bien en cualquier tema de la materia de Álgebra Lineal I	1	2	<del>3</del>	4
19. Explicar a mis compañeros cualquier tema de álgebra lineal que haya comprendido bien antes.	1	2	3	<del>4</del>
20. Estudiar primero, y luego hacer otras cosas (salir con mis amigos, ver TV, etc.).	1	<del>2</del>	3	4
21. Determinar si un conjunto dado en un espacio vectorial es o no linealmente independiente	1	2	3	<del>4</del>
22. Calcular la matriz de transición uno de una base a otra en un espacio Vectorial cualquiera.	1	2	3	<del>4</del>
23. Escribir un elemento de un espacio vectorial como combinación lineal de los vectores de una base dada	1	2	3	<del>4</del>







H6

**UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE ZACATECAS**  
**"FRANCISCO GARCÍA SALINAS"**  
**MAESTRÍA EN MATEMÁTICA EDUCATIVA**  
**ESCALA DE AUTOEFICACIA PERCIBIDA ESPECÍFICA**

NOMBRE  
 AÑO

El presente instrumento tiene como finalidad conocer la percepción que tienes como estudiante respecto a tus capacidades para realizar con éxito las actividades académicas específicas de tu carrera de matemáticas. No hay respuestas buenas o malas. Por lo tanto, te pedimos que respondas todas las preguntas de acuerdo a lo que consideres sea más cercano a tu realidad personal. Tus respuestas serán analizadas de manera confidencial.

Para responder este instrumento, deberás leer cada una de las afirmaciones anteponiendo un "YO PUEDO". Por ejemplo, si la afirmación dice "Trabajar con cualquier compañero y obtener buenas calificaciones" deberá leerse "YO PUEDO Trabajar con cualquier compañero y obtener buenas calificaciones". Posteriormente, deberás marcar con una "X" (encima del número) solo en aquel valor que más se acerque a tu realidad, siguiendo la escala que te damos a continuación.

- 1 = Nunca.
- 2 = Casi nunca.
- 3 = Casi siempre.
- 4 = Siempre.

1. Enfrentarme con éxito a cualquier tarea de Álgebra lineal I.	1	2	<del>3</del>	4
2. Comprender bien y con rapidez cualquier tema de Álgebra Lineal I e incluso sacar buenas calificaciones.	1	2	3	<del>4</del>
3. Entender lo que enseña el profesor de Álgebra Lineal I aunque sea exigente y duro, pues confío mucho en mi propia capacidad académica.	1	2	<del>3</del>	4
4. Si me lo propongo, terminar con éxito la carrera.	1	2	3	<del>4</del>
5. Obtener excelentes calificaciones en los exámenes de cualquiera de las materias que curso, aunque sean difíciles.	1	2	<del>3</del>	4
6. Aprobar los exámenes de Álgebra Lineal I e incluso aprobar el curso completo sin necesidad de estudiar.	1	2	<del>3</del>	4
7. En un futuro, Ser de esas personas que no necesitan estudiar para aprobar un examen e incluso el curso completo.	1	2	<del>3</del>	4
8. Trabajar con cualquier compañero y obtener buenas calificaciones.	1	2	3	<del>4</del>
9. Aportar buenas ideas para resolver los ejercicios de Álgebra Lineal I que trabajamos en el pizarrón o en equipo	1	2	<del>3</del>	4
10. Trabajar con cualquier tarea y obtener buenas calificaciones en la materia de Álgebra Lineal I.	1	2	<del>3</del>	4
11. Esforzarme mucho más que mis compañeros para que me vaya bien en todas mis materias.	<del>1</del>	2	3	4
12. Organizar mi tiempo para cumplir con todo lo que los profesores piden.	1	<del>2</del>	3	4
13. Estudiar más horas cuando tengo exámenes difíciles.	1	<del>2</del>	3	4
14. Esforzarme mucho más para resolver tareas difíciles.	1	2	<del>3</del>	4
15. Repetir una tarea de cualquier materia hasta lograr hacerla bien.	1	<del>2</del>	3	4
16. Entender bien la idea central de cualquier tema de Álgebra Lineal I que está explicando el profesor o lo que dice el libro.	1	2	3	<del>4</del>
17. Escribir correctamente (según me lo solicite el profesor) la solución de casi cualquier problema de la materia de Álgebra lineal I.	1	2	<del>3</del>	4
18. Estudiar solo/a y rendir muy bien en cualquier tema de la materia de Álgebra Lineal I	1	2	3	<del>4</del>
19. Explicar a mis compañeros cualquier tema de algebra lineal que haya comprendido bien antes.	1	2	3	<del>4</del>
20. Estudiar primero, y luego hacer otras cosas (salir con mis amigos, ver TV, etc.).	1	<del>2</del>	3	4
21. Determinar si un conjunto dado en un espacio vectorial es o no linealmente independiente	1	2	3	<del>4</del>
22. Calcular la matriz de transición uno de una base a otra en un espacio Vectorial cualquiera.	1	2	3	<del>4</del>
23. Escribir un elemento de un espacio vectorial como combinación lineal de los vectores de una base dada	1	2	3	<del>4</del>

47

**UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE ZACATECAS**  
**"FRANCISCO GARCÍA SALINAS"**  
**MAESTRÍA EN MATEMÁTICA EDUCATIVA**  
**PERCEPCIÓN ESPECÍFICA DE SITUACIONES ACADÉMICAS**

ESI

NOMBRE DEL ALUMNO: \_\_\_\_\_  
 AÑO EN EL QUE INGRESASTE A LA ESCUELA: \_\_\_\_\_

El presente instrumento tiene como finalidad conocer la percepción que tienes como estudiante respecto a tus capacidades para realizar con éxito las actividades académicas específicas de tu carrera de matemáticas. No hay respuestas buenas o malas. Por lo tanto, te pedimos que respondas todas las preguntas de acuerdo a lo que consideres sea más cercano a tu realidad personal. Tus respuestas serán analizadas de manera confidencial.

Para responder este instrumento, deberás leer cada una de las afirmaciones anteponiendo un "YO PUEDO". Por ejemplo, si la afirmación dice "Trabajar con cualquier compañero y obtener buenas calificaciones" deberá leerse "YO PUEDO Trabajar con cualquier compañero y obtener buenas calificaciones". Posteriormente, deberás marcar con una "X" (encima del número) solo en aquel valor que más se acerque a tu realidad, siguiendo la escala que te damos a continuación.

- 1 = Nunca.
- 2 = Casi nunca.
- 3 = Casi siempre.
- 4 = Siempre.

1. Enfrentarme con éxito a cualquier tarea de Álgebra lineal I.	1	2	<del>3</del>	4
2. Comprender bien y con rapidez cualquier tema de Álgebra Lineal I e incluso sacar buenas calificaciones.	1	2	<del>3</del>	4
3. Entender lo que enseña el profesor de Álgebra Lineal I aunque sea exigente y duro, pues confío mucho en mi propia capacidad académica.	1	2	<del>3</del>	4
4. Si me lo propongo, terminar con éxito la carrera.	1	2	3	<del>4</del>
5. Obtener excelentes calificaciones en los exámenes de cualquiera de las materias que curso, aunque sean difíciles.	1	<del>2</del>	3	4
6. Aprobar los exámenes de Álgebra Lineal I e incluso aprobar el curso completo sin necesidad de estudiar.	1	<del>2</del>	3	4
7. En un futuro, Ser de esas personas que no necesitan estudiar para aprobar un examen e incluso el curso completo.	1	<del>2</del>	3	4
8. Trabajar con cualquier compañero y obtener buenas calificaciones.	1	2	3	<del>4</del>
9. Aportar buenas ideas para resolver los ejercicios de Álgebra Lineal I que trabajamos en el pizarrón o en equipo	1	2	<del>3</del>	4
10. Trabajar con cualquier tarea y obtener buenas calificaciones en la materia de Álgebra Lineal I.	1	2	<del>3</del>	4
11. Esforzarme mucho más que mis compañeros para que me vaya bien en todas mis materias.	1	2	<del>3</del>	4
12. Organizar mi tiempo para cumplir con todo lo que los profesores piden.	1	2	3	<del>4</del>
13. Estudiar más horas cuando tengo exámenes difíciles.	1	2	3	<del>4</del>
14. Esforzarme mucho más para resolver tareas difíciles.	1	2	<del>3</del>	4
15. Repetir una tarea de cualquier materia hasta lograr hacerla bien.	1	<del>2</del>	3	4
16. Entender bien la idea central de cualquier tema de Álgebra Lineal I que está explicando el profesor o lo que dice el libro.	1	2	<del>3</del>	4
17. Escribir correctamente (según me lo solicite el profesor) la solución de casi cualquier problema de la materia de Álgebra lineal I.	1	2	<del>3</del>	4
18. Estudiar solo/a y rendir muy bien en cualquier tema de la materia de Álgebra Lineal I	1	2	<del>3</del>	4
19. Explicar a mis compañeros cualquier tema de álgebra lineal que haya comprendido bien antes.	1	2	3	<del>4</del>
20. Estudiar primero, y luego hacer otras cosas (salir con mis amigos, ver TV, etc.).	1	2	<del>3</del>	4
21. Determinar si un conjunto dado en un espacio vectorial es o no linealmente independiente	1	2	3	<del>4</del>
22. Calcular la matriz de transición uno de una base a otra en un espacio Vectorial cualquiera.	1	2	3	<del>4</del>
23. Escribir un elemento de un espacio vectorial como combinación lineal de los vectores de una base dada	1	2	3	<del>4</del>



48

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE ZACATECAS  
 "FRANCISCO GARCÍA SALINAS"  
 MAESTRÍA EN MATEMÁTICA EDUCATIVA

ESCALA DE PERCEPCIÓN PERCIBIDA ESPECÍFICA DE SITUACIONES ACADÉMICAS

NOMBRE: [REDACTED]  
 AÑO EN B: [REDACTED]

El presente instrumento tiene como finalidad conocer la percepción que tienes como estudiante respecto a tus capacidades para realizar con éxito las actividades académicas específicas de tu carrera de matemáticas. No hay respuestas buenas o malas. Por lo tanto, te pedimos que respondas todas las preguntas de acuerdo a lo que consideres sea más cercano a tu realidad personal. Tus respuestas serán analizadas de manera confidencial.

Para responder este instrumento, deberás leer cada una de las afirmaciones anteponiendo un "YO PUEDO". Por ejemplo, si la afirmación dice "Trabajar con cualquier compañero y obtener buenas calificaciones" deberá leerse "YO PUEDO Trabajar con cualquier compañero y obtener buenas calificaciones".

Posteriormente, deberás marcar con una "X" (encima del número) solo en aquel valor que más se acerque a tu realidad, siguiendo la escala que te damos a continuación.

- 1 = Nunca.
- 2 = Casi nunca.
- 3 = Casi siempre.
- 4 = Siempre.

1. Enfrentarme con éxito a cualquier tarea de Álgebra lineal I.	1	X	3	4
2. Comprender bien y con rapidez cualquier tema de Álgebra Lineal I e incluso sacar buenas calificaciones.	1	X	3	4
3. Entender lo que enseña el profesor de Álgebra Lineal I aunque sea exigente y duro, pues confío mucho en mi propia capacidad académica.	1	2	X	4
4. Si me lo propongo, terminar con éxito la carrera.	1	2	3	X
5. Obtener excelentes calificaciones en los exámenes de cualquiera de las materias que curso, aunque sean difíciles.	1	X	3	4
6. Aprobar los exámenes de Álgebra Lineal I e incluso aprobar el curso completo sin necesidad de estudiar.	X	2	3	4
7. En un futuro, Ser de esas personas que no necesitan estudiar para aprobar un examen e incluso el curso completo.	X	2	3	4
8. Trabajar con cualquier compañero y obtener buenas calificaciones.	1	X	3	4
9. Aportar buenas ideas para resolver los ejercicios de Álgebra Lineal I que trabajamos en el pizarrón o en equipo	1	X	3	4
10. Trabajar con cualquier tarea y obtener buenas calificaciones en la materia de Álgebra Lineal I.	1	X	3	4
11. Esforzarme mucho más que mis compañeros para que me vaya bien en todas mis materias.	1	X	3	4
12. Organizar mi tiempo para cumplir con todo lo que los profesores piden.	1	X	3	4
13. Estudiar más horas cuando tengo exámenes difíciles.	1	X	3	4
14. Esforzarme mucho más para resolver tareas difíciles.	1	X	3	4
15. Repetir una tarea de cualquier materia hasta lograr hacerla bien.	1	X	3	4
16. Entender bien la idea central de cualquier tema de Álgebra Lineal I que está explicando el profesor o lo que dice el libro.	1	2	X	4
17. Escribir correctamente (según me lo solicite el profesor) la solución de casi cualquier problema de la materia de Álgebra lineal I.	1	X	3	4
18. Estudiar solo/a y rendir muy bien en cualquier tema de la materia de Álgebra Lineal I	1	X	3	4
19. Explicar a mis compañeros cualquier tema de algebra lineal que haya comprendido bien antes.	1	2	X	4
20. Estudiar primero, y luego hacer otras cosas (salir con mis amigos, ver TV, etc.).	1	2	X	4
21. Determinar si un conjunto dado en un espacio vectorial es o no linealmente independiente	1	2	X	4
22. Calcular la matriz de transición uno de una base a otra en un espacio Vectorial cualquiera.	1	2	X	4
23. Escribir un elemento de un espacio vectorial como combinación lineal de los vectores de una base dada	1	2	X	4

3 1 1

41

**UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE ZACATECAS**  
**"FRANCISCO GARCÍA SALINAS"**  
**MAESTRÍA EN MATEMÁTICA EDUCATIVA**  
**ESCALA DE AUTOEFICACIA PERCIBIDA ESPECÍFICA DE SITUACIONES ACADÉMICAS**  
 ZACATECAS, ZAC. 20 DE NOVIEMBRE 2010



El presente instrumento tiene como finalidad conocer la percepción que tienes como estudiante respecto a tus capacidades para realizar con éxito las actividades académicas específicas de tu carrera de matemáticas.

No hay respuestas buenas o malas. Por lo tanto, te pedimos que respondas todas las preguntas de acuerdo a lo que consideres sea más cercano a tu realidad personal. Tus respuestas serán analizadas de manera confidencial.

Para responder este instrumento, deberás leer cada una de las afirmaciones anteponiendo un "YO PUEDO". Por ejemplo, si la afirmación dice "Trabajar con cualquier compañero y obtener buenas calificaciones" deberá leerse "YO PUEDO Trabajar con cualquier compañero y obtener buenas calificaciones".

Posteriormente, deberás marcar con una "X" (encima del número) solo en aquel valor que más se acerque a tu realidad, siguiendo la escala que te damos a continuación.

- 1 = Nunca.
- 2 = Casi nunca.
- 3 = Casi siempre.
- 4 = Siempre.

1. Enfrentarme con éxito a cualquier tarea de Álgebra lineal I.	1	2	3	4
2. Comprender bien y con rapidez cualquier tema de Álgebra lineal I e incluso sacar buenas calificaciones.	1	2	3	4
3. Entender lo que enseña el profesor de Álgebra Lineal I aunque sea exigente y duro, pues confío mucho en mi propia capacidad académica.	1	2	3	4
4. Si me lo propongo, terminar con éxito la carrera.	1	2	3	4
5. Obtener excelentes calificaciones en los exámenes de cualquiera de las materias que curso, aunque sean difíciles.	1	2	3	4
6. Aprobar los exámenes de Álgebra Lineal I e incluso aprobar el curso completo sin necesidad de estudiar.	1	2	3	4
7. En un futuro, Ser de esas personas que no necesitan estudiar para aprobar un examen e incluso el curso completo.	1	2	3	4
8. Trabajar con cualquier compañero y obtener buenas calificaciones.	1	2	3	4
9. Aportar buenas ideas para resolver los ejercicios de Álgebra Lineal I que trabajamos en el pizarrón o en equipo	1	2	3	4
10. Trabajar con cualquier tarea y obtener buenas calificaciones en la materia de Álgebra Lineal I.	1	2	3	4
11. Esforzarme mucho más que mis compañeros para que me vaya bien en todas mis materias.	1	2	3	4
12. Organizar mi tiempo para cumplir con todo lo que los profesores piden.	1	2	3	4
13. Estudiar más horas cuando tengo exámenes difíciles.	1	2	3	4
14. Esforzarme mucho más para resolver tareas difíciles.	1	2	3	4
15. Repetir una tarea de cualquier materia hasta lograr hacerla bien.	1	2	3	4
16. Entender bien la idea central de cualquier tema de Álgebra Lineal I que está explicando el profesor o lo que dice el libro.	1	2	3	4
17. Escribir correctamente (según me lo solicite el profesor) la solución de casi cualquier problema de la materia de Álgebra lineal I.	1	2	3	4
18. Estudiar solo/a y rendir muy bien en cualquier tema de la materia de Álgebra Lineal I	1	2	3	4
19. Explicar a mis compañeros cualquier tema de álgebra lineal que haya comprendido bien antes.	1	2	3	4
20. Estudiar primero, y luego hacer otras cosas (salir con mis amigos, ver TV, etc.).	1	2	3	4
21. Determinar si un conjunto dado en un espacio vectorial es o no linealmente independiente	1	2	3	4
22. Calcular la matriz de transición de una base a otra en un espacio Vectorial cualquiera.	1	2	3	4
23. Escribir un elemento de un espacio vectorial como combinación lineal de los vectores de una base dada	1	2	3	4



MZ

**UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE ZACATECAS**  
**"FRANCISCO GARCÍA SALINAS"**  
**MAESTRÍA EN MATEMÁTICA EDUCATIVA**  
**ESCALA DE AUTOEFICACIA PERCIBIDA ESPECÍFICA DE SITUACIONES ACADÉMICAS**  
 ZACATECAS, ZAC. 30 DE OCTUBRE 2019

NON  
AÑO

El presente instrumento tiene como finalidad conocer la percepción que tienes como estudiante de las capacidades para realizar con éxito las actividades académicas específicas de tu carrera de matemática. No hay respuestas buenas o malas. Por lo tanto, te pedimos que respondas todas las preguntas de acuerdo a lo que consideres sea más cercano a tu realidad personal. Tus respuestas serán analizadas de manera confidencial.

Para responder este instrumento, deberás leer cada una de las afirmaciones anteponiendo un "YO PUEDO". Por ejemplo, si la afirmación dice "Trabajar con cualquier compañero y obtener buenas calificaciones" deberá leerse "YO PUEDO Trabajar con cualquier compañero y obtener buenas calificaciones".

Posteriormente, deberás marcar con una "X" (encima del número) solo en aquel valor que más se acerque a tu realidad, siguiendo la escala que te damos a continuación.

- 1 = Nunca.
- 2 = Casi nunca.
- 3 = Casi siempre.
- 4 = Siempre.

1. Enfrentarme con éxito a cualquier tarea de Álgebra lineal I.	1	2	X	4
2. Comprender bien y con rapidez cualquier tema de Álgebra Lineal I e incluso sacar buenas calificaciones.	1	X	3	4
3. Entender lo que enseña el profesor de Álgebra Lineal I aunque sea exigente y duro, pues confío mucho en mi propia capacidad académica.	1	2	X	4
4. Si me lo propongo, terminar con éxito la carrera.	1	2	X	4
5. Obtener excelentes calificaciones en los exámenes de cualquiera de las materias que curso, aunque sean difíciles.	1	X	3	4
6. Aprobar los exámenes de Álgebra Lineal I e incluso aprobar el curso completo sin necesidad de estudiar.	X	2	3	4
7. En un futuro, Ser de esas personas que no necesitan estudiar para aprobar un examen e incluso el curso completo.	1	X	3	4
8. Trabajar con cualquier compañero y obtener buenas calificaciones.	1	2	X	4
9. Aportar buenas ideas para resolver los ejercicios de Álgebra Lineal I que trabajamos en el pizarrón o en equipo	1	X	3	4
10. Trabajar con cualquier tarea y obtener buenas calificaciones en la materia de Álgebra Lineal I.	1	X	3	4
11. Esforzarme mucho más que mis compañeros para que me vaya bien en todas mis materias.	1	2	X	4
12. Organizar mi tiempo para cumplir con todo lo que los profesores piden.	1	2	X	4
13. Estudiar más horas cuando tengo exámenes difíciles.	1	2	X	4
14. Esforzarme mucho más para resolver tareas difíciles.	1	2	X	4
15. Repetir una tarea de cualquier materia hasta lograr hacerla bien.	1	2	X	4
16. Entender bien la idea central de cualquier tema de Álgebra Lineal I que está explicando el profesor o lo que dice el libro.	1	X	3	4
17. Escribir correctamente (según me lo solicite el profesor) la solución de casi cualquier problema de la materia de Álgebra lineal I.	1	X	3	4
18. Estudiar solo/a y rendir muy bien en cualquier tema de la materia de Álgebra Lineal I	1	X	3	4
19. Explicar a mis compañeros cualquier tema de algebra lineal que haya comprendido bien antes.	1	2	X	4
20. Estudiar primero, y luego hacer otras cosas (salir con mis amigos, ver TV, etc.).	1	2	X	4
21. Determinar si un conjunto dado en un espacio vectorial es o no linealmente independiente	1	2	X	4
22. Calcular la matriz de transición uno de una base a otra en un espacio Vectorial cualquiera.	1	X	3	4
23. Escribir un elemento de un espacio vectorial como combinación lineal de los vectores de una base dada	1	2	X	4













**UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE ZACATECAS**  
**"FRANCISCO GARCÍA SALINAS"**  
**MAESTRÍA EN MATEMÁTICA EDUCATIVA**

Ahora te pedimos resuelvas lo que se pide a continuación.

1. Demuestra, usando inducción matemática, que la siguiente igualdad es cierta para todo número natural.

$$2+6+10+\dots+2(2n+1) = 2(n+1)^2$$

S.  $n=1$        $2(2(1)+1) = 6$        $2(1+1)^2 = 2(4) = 8$

$$2+6 = 8$$

cumple para  $n=1$

Suponemos que se cumple para  $n=k$        $k \in \mathbb{N}$

$$2+6+10+\dots+2(2k+1) = 2(k+1)^2 \quad \text{hip. de ind}$$

Probar que se cumple para  $k^* = k+1$

$$2+6+10+\dots+2(2k^*+1) = 2(k^*+1)^2$$

$$2+6+10+\dots+2(2k+1)^2 + 2(2k^*+1) = 2(k^*+1)^2$$

$$2(k+1)^2 + 2(2k^*+1) = 2(k^*+1)^2$$

$$2(4k^2 + 4k + 1) + 2(4k^{*2} + 4k^* + 1) = 2k^{*2} + 4k^* + 2$$

$$8k^2 + 8k + 2 + 8k^{*2} + 8k^* + 2 = 2(k+1)^2 + 4(k+1) + 2$$

$$8k^2 + 8k + 2 + 8(k+1)^2 + 8(k+1) + 2 = 2(k+1)^2 + 4k + 4 + 2$$

$$8k^2 + 8k + 2 + 8k^2 + 16k + 8 + 8k + 8 + 2 = 2k^2 + 4k + 2 + 4k + 4 + 2$$



HL

12-16

2-1-4)

3-18

3-2

2. Calcular la inversa de la siguiente matriz:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 4 & 8 \\ 0 & 1 & 2 \\ -1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$$

$$\det A = \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 3 \end{vmatrix} - 1 \begin{vmatrix} 4 & 8 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} = (3-4) - 1(8-8) \\ = -1$$

$$A_{11} = \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 3 \end{vmatrix} = -1$$

$$A_{21} = \begin{vmatrix} 4 & 8 \\ 2 & 3 \end{vmatrix} = +4$$

$$A_{31} = \begin{vmatrix} 4 & 8 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} = 0$$

$$A_{12} = \begin{vmatrix} 0 & 2 \\ -1 & 3 \end{vmatrix} = -2$$

$$A_{22} = \begin{vmatrix} 1 & 8 \\ -1 & 3 \end{vmatrix} = 11$$

$$A_{32} = \begin{vmatrix} 1 & 8 \\ 0 & 2 \end{vmatrix} = -2$$

$$A_{13} = \begin{vmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 2 \end{vmatrix} = 1$$

$$A_{23} = \begin{vmatrix} 1 & 4 \\ -1 & 2 \end{vmatrix} = +6$$

$$A_{33} = \begin{vmatrix} 1 & 4 \\ 0 & 1 \end{vmatrix} = 1$$

$$A^{-1} = -1 \begin{pmatrix} -1 & 4 & 0 \\ -2 & 11 & -2 \\ 1 & 6 & 1 \end{pmatrix}$$



H2

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE ZACATECAS  
 "FRANCISCO GARCÍA SALINAS"  
 MAESTRÍA EN MATEMÁTICA EDUCATIVA

Ahora te pedimos resuelvas lo que se pide a continuación.

1. Demuestra, usando inducción matemática, que la siguiente igualdad es cierta para todo número natural.

$$2 + 6 + 10 + \dots + 2(2n+1) = 2(n+1)^2 \Rightarrow 2 + \sum_{i=1}^n 2(2i+1) = 2(n+1)^2$$

Caso base

$$n=1 \quad 2 + 2(2(1)+1) = 2(2+1) + 2 = 2(3) + 2 = 6 + 2 = 8$$

$$2(1+1)^2 = 2(2)^2 = 2(4) = 8$$

Sup. que es cierto para  $n=k$ , ent.  $2 + \sum_{i=1}^k 2(2i+1) = 2(n+1)^2$

P.D.  $n=k+1$

$$2 + \sum_{i=1}^{k+1} 2(2i+1) = 2 + \left( \sum_{i=1}^k 2(2i+1) \right) + 2(2(k+1)+1) \Rightarrow \text{Por hip. de inducción}$$

$$2(k+1)^2 + 2((k+1)+1) = 2((k+1)^2 + 2(k+1) + 1) = 2((k+2)+1)^2$$

$$\therefore 2 + \sum_{i=1}^n 2(2i+1) = 2(n+1)^2$$

Ventana  
 $2((k+1)+1)^2$   
 $2((k+1)^2 + 2(k+1) + 1)$

H2

2. Calcular la inversa de la siguiente matriz:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 4 & 8 \\ 0 & 1 & 2 \\ -1 & 2 & 3 \end{pmatrix} \quad \left| \begin{array}{ccc} 1 & 4 & 8 \\ 0 & 1 & 2 \\ -1 & 2 & 3 \end{array} \right| = \left| \begin{array}{ccc} 1 & 4 & 8 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 6 & 11 \end{array} \right| = \left| \begin{array}{cc} 1 & 2 \\ 6 & 11 \end{array} \right| = 11 - 12 = -1$$

$$A_{11} = \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 3 \end{vmatrix} = 3 - 4 = -1 \quad A_{21} = - \begin{vmatrix} 4 & 8 \\ 2 & 3 \end{vmatrix} = -(12 - 16) = 4 \quad A_{31} = \begin{vmatrix} 1 & 8 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} = 8 - 8 = 0$$

$$A_{12} = \begin{vmatrix} 0 & 2 \\ -1 & 3 \end{vmatrix} = -2 \quad A_{22} = \begin{vmatrix} 1 & 8 \\ -1 & 3 \end{vmatrix} = 3 + 8 = 11 \quad A_{32} = \begin{vmatrix} 1 & 8 \\ 0 & 2 \end{vmatrix} = 2$$

$$A_{13} = \begin{vmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 2 \end{vmatrix} = 1 \quad A_{23} = - \begin{vmatrix} 1 & 4 \\ -1 & 2 \end{vmatrix} = -(2 + 4) = -6 \quad A_{33} = \begin{vmatrix} 1 & 4 \\ 0 & 2 \end{vmatrix} = 2$$

$$A^{-1} = -1 \begin{pmatrix} -1 & 4 & 0 \\ -2 & 11 & -2 \\ 1 & -6 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -4 & 0 \\ 2 & -11 & 2 \\ -1 & 6 & -1 \end{pmatrix}$$

$\begin{matrix} 16 \\ -22 \\ 6 \end{matrix}$

$$\begin{pmatrix} 1 & -4 & 0 \\ 2 & -11 & 2 \\ -1 & 6 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 4 & 8 \\ 0 & 1 & 2 \\ -1 & 2 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$z_1 = -\frac{2}{3} + \frac{5}{3} = 1 \quad z_2 = 3 - 4 = -1 \quad z_3 = 3 - 2 = 1$$

43

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE ZACATECAS  
 "FRANCISCO GARCÍA SALINAS"  
 MAESTRÍA EN MATEMÁTICA EDUCATIVA

Ahora te pedimos resuelvas lo que se pide a continuación.

1. Demuestra, usando inducción matemática, que la siguiente igualdad es cierta para todo número natural.

$$2 + 6 + 10 + \dots + 2(2n + 1) = 2(n + 1)^2$$

Primer paso que  $n = 1$

$$2(2(1) + 1) = 2(2 + 1) = 2(3) = 6$$

$$2 + 6 = 2(1 + 1)^2$$

$$8 = 2(2)^2$$

$$8 = 2(4)$$

$$8 = 8$$

Supongamos que cumple para  $n = k$

$$2 + 6 + 10 + \dots + 2(2k + 1) = 2(k + 1)^2$$

F = S  $n = k + 1$

$$2 + 6 + 10 + \dots + 2(2k + 1) + 2(2(k + 1) + 1) = 2(k + 2)^2$$

$$2(k + 1)^2 + 2(2k + 3) = 2(k + 2)^2$$

$$2(k^2 + 2k + 1) + 2(2k + 3) =$$

$$2k^2 + 4k + 2 + 4k + 6$$

$$2k^2 + 4k + 8$$

$$2(k^2 + 4k + 4)$$

$$2(k + 2)^2 = 2(k + 2)^2$$

# H3

2. Calcular la inversa de la siguiente matriz:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 4 & 8 \\ 0 & 1 & 2 \\ -1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 4 & 8 \\ 0 & 1 & 2 \\ -1 & 2 & 3 \end{bmatrix}$$

$$\begin{array}{l} \rightarrow \\ \rightarrow \\ \text{R}_3 + \text{R}_1 \end{array} \begin{bmatrix} 1 & 4 & 8 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 6 & 11 \end{bmatrix}$$

$$\begin{array}{l} \text{R}_1 - 4\text{R}_2 \\ \rightarrow \\ \rightarrow \\ \text{R}_3 - 6\text{R}_2 \end{array} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}$$

$$A_{32}^{-1} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$A_{23}^{-1}$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}$$

$$E = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \end{bmatrix}$$

LU

$$E^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}$$

$$E^{-1} \cdot E^{-2} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 6 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ -1 & 6 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ -1 & 6 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 4 & 8 \\ 2 \\ -1 \end{bmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 4 & 8 \\ 0 & 1 & 2 \\ -1 & 6 & 4 \end{pmatrix}$$

114

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE ZACATECAS  
 "FRANCISCO GARCÍA SALINAS"  
 MAESTRÍA EN MATEMÁTICA EDUCATIVA

Ahora te pedimos resuelvas lo que se pide a continuación.

1. Demuestra, usando inducción matemática, que la siguiente igualdad es cierta para todo número natural.

$$2+6+10+\dots+2(2n+1) = 2(n+1)^2$$

Base de inducción:  $2(2(1)+1) = 6$

$2+6=8$        $2(1+1)^2 = 2 \cdot 2^2 = 8$        $\therefore$  se cumple la base de la inducción

Supóngase que para  $k$  se cumple  $q$

$$2+6+10+\dots+2(2k+1) = 2(k+1)^2$$

Entonces para  $k+1$

$$= 2+6+10+\dots+2(2k+1) + 2(2(k+1)+1) \quad \text{por hip. de ind.}$$

$$= 2(k+1)^2 + 2(2(k+1)+1)$$

$$= 2(k+1)^2 + 2(k+1) + 2 \quad \text{T.C.P.}$$

$$= 2(k+1+1)^2$$

Que es lo que se quería mostrar

2. Calcular la inversa de la siguiente matriz:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 4 & 8 \\ 0 & 1 & 2 \\ -1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$$

$$\left( \begin{array}{ccc|ccc} 1 & 4 & 8 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & 2 & 3 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right) \xrightarrow{A_{13} \leftarrow A_{13} + A_{11}} \left( \begin{array}{ccc|ccc} 1 & 4 & 8 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 6 & 11 & 1 & 0 & 1 \end{array} \right) \xrightarrow{A_{23} \leftarrow A_{23} - 2A_{22}} \left( \begin{array}{ccc|ccc} 1 & 4 & 8 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 1 & -6 & 1 \end{array} \right) \xrightarrow{M_3 \leftarrow -M_3}$$

$$\left( \begin{array}{ccc|ccc} 1 & 4 & 8 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 6 & -1 \end{array} \right) \xrightarrow{A_{21} \leftarrow -4A_{22}} \left( \begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 0 & 1 & -4 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 6 & -1 \end{array} \right) \xrightarrow{A_{32} \leftarrow -2A_{32}}$$

$$\left( \begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 0 & 1 & -4 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 2 & -11 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 6 & -1 \end{array} \right)$$

$$A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -4 & 0 \\ 2 & -11 & 2 \\ -1 & 6 & -1 \end{pmatrix}$$

Comprobación:

$$A \cdot A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 4 & 8 \\ 0 & 1 & 2 \\ -1 & 2 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & -4 & 0 \\ 2 & -11 & 2 \\ -1 & 6 & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

H5

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE ZACATECAS  
 "FRANCISCO GARCÍA SALINAS"  
 MAESTRÍA EN MATEMÁTICA EDUCATIVA

Ahora te pedimos resuelvas lo que se pide a continuación.

1. Demuestra, usando inducción matemática, que la siguiente igualdad es cierta para todo número natural.

$$2+6+10+\dots+2(2n+1)=2(n+1)^2$$

Caso  $n=1$ , se da que 2 y por otro lado  
 $2(1+1)^2=2 \therefore$  caso  $n=1$  cumple

Supongamos cierta el caso  $n=k$

$$2+6+10+\dots+2(2k+1)=2(k+1)^2$$

Problemas caso  $n=k+1$

$$2+6+10+\dots+2(2k+1)+2(2k+3)=2(k+2)^2$$

Tomamos primera igualdad

$$= 2+6+10+\dots+2(2k+1)+2(2k+3) \text{ Usamos h.p. h.}$$

$$= 2(k+1)^2 + 2(2k+3)$$

$$= 2[k^2+2k+1+2k+3]$$

$$= 2[(k+2)^2] \text{ que era lo que buscábamos. Probar.}$$

H5

2. Calcular la inversa de la siguiente matriz:

-12 + 11

6

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 4 & 8 \\ 0 & 1 & 2 \\ -1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$$

12-16  
Tomamos usando Gauss

$$\left( \begin{array}{ccc|ccc} 1 & 4 & 8 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & 2 & 3 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right) \Rightarrow A \begin{matrix} (1) \\ (1) \\ (3) \end{matrix} \left( \begin{array}{ccc|ccc} 1 & 4 & 8 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 6 & 11 & 1 & 0 & 1 \end{array} \right) \Rightarrow A \begin{matrix} (-6) \\ (2) \\ (3) \end{matrix}$$

$$\rightarrow \left( \begin{array}{ccc|ccc} 1 & 4 & 8 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 1 & -6 & 1 \end{array} \right) \Rightarrow A \begin{matrix} (-1) \\ (1) \\ (1) \end{matrix} \left( \begin{array}{ccc|ccc} 1 & 4 & 8 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & -6 & 1 \end{array} \right)$$

$$\rightarrow A \begin{matrix} (-4) \\ (2) \\ (1) \end{matrix} \left( \begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 0 & 1 & -4 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 6 & 1 \end{array} \right) \Rightarrow A \begin{matrix} (-2) \\ (3) \\ (2) \end{matrix}$$

$$\cancel{A} \neq \left( \begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 0 & 1 & -4 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 2 & -11 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 6 & 1 \end{array} \right)$$

$$A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -4 & 0 \\ 2 & -11 & 2 \\ -1 & 6 & -1 \end{pmatrix}$$



UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE ZACATECAS  
 "FRANCISCO GARCÍA SALINAS"  
 MAESTRÍA EN MATEMÁTICA EDUCATIVA

Ahora te pedimos resuelvas lo que se pide a continuación.

1. Demuestra, usando inducción matemática, que la siguiente igualdad es cierta para todo número natural.

$$2+6+10+\dots+2(2n+1)=2(n+1)^2$$

BI. para  $n=1$

$$2+6=8 \quad 2(1+1)^2=2(4)=8 \quad \checkmark$$

H.I. Para  $n=k$  Suponemos que  $2+6+10+\dots+2(2k+1)=2(k+1)^2$

Paso Inductivo: para  $n=k+1$

$$\begin{aligned} 2+6+10+\dots+2(2k+1)+2(2k+3) &= 2(k+1)^2 + 2(2k+3) \quad \text{por H.I} \\ &= 2[(k+1)^2 + (2k+3)] \\ &= 2(k^2 + 2k + 1 + 2k + 3) \\ &= 2(k^2 + 4k + 4) \\ &= 2(k+2)^2 \\ &= 2((k+1)+1)^2 \end{aligned}$$

$\therefore \forall n \in \mathbb{N},$  ~~2~~  $2+6+10+\dots+2(2n+1)=2(n+1)^2$

2. Calcular la inversa de la siguiente matriz:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 4 & 8 \\ 0 & 1 & 2 \\ -1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$$

$$\begin{array}{l} L_3^+ = L_1 \\ L_3^- = 6L_2 \end{array} \rightarrow \left( \begin{array}{ccc|ccc} 1 & 4 & 8 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 6 & 11 & 1 & 0 & 1 \end{array} \right) \rightarrow \left( \begin{array}{ccc|ccc} 1 & 4 & 8 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 1 & -6 & 1 \end{array} \right)$$

$$\begin{array}{l} L_3^- = -L_3 \\ L_2^- = 2L_3 \\ L_1^- = -8L_3 \end{array} \rightarrow \left( \begin{array}{ccc|ccc} 1 & 4 & 0 & 9 & -48 & 8 \\ 0 & 1 & 0 & 2 & -12 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 6 & -1 \end{array} \right) \xrightarrow{L_1^- = 4L_2} \left( \begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 0 & 1 & -4 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 2 & -12 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 6 & -1 \end{array} \right)$$

~~$$\therefore A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -4 & 0 \\ 2 & -12 & 2 \\ -1 & 6 & -1 \end{pmatrix}$$~~

$$A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -4 & 0 \\ 2 & -12 & 2 \\ -1 & 6 & -1 \end{pmatrix}$$

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE ZACATECAS  
"FRANCISCO GARCÍA SALINAS"  
MAESTRÍA EN MATEMÁTICA EDUCATIVA

Ahora te pedimos resuelvas lo que se pide a continuación.

1. Demuestra, usando inducción matemática, que la siguiente igualdad es cierta para todo número natural.

$$2 + 6 + 10 + \dots + 2(2n + 1) = 2(n + 1)^2$$

Para el caso  $n = 2$

$$= 2 + \dots + 2((2)(2 + 1)) = 2(2 + 1)^2$$

$$= 2 + \dots + 2(5) = 2(3)^2$$

$$= 2 + \dots + 2(5) = 26$$

$$= 28 \neq 36$$

2. Calcular la inversa de la siguiente matriz:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 4 & 8 \\ 0 & 1 & 2 \\ -1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$$

Utilizando Gauss Jordan

$$\begin{aligned}
 A &= \left( \begin{array}{ccc|ccc} 1 & 4 & 8 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & 2 & 3 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right) \xrightarrow{A_{21}(-4)} \left( \begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 0 & 1 & -4 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & 2 & 3 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right) \xrightarrow{A_{13}(1)} \left( \begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 0 & 1 & -4 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 3 & 1 & -4 & 1 \end{array} \right) \\
 &\xrightarrow{A_{23}(-2)} \left( \begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 0 & 1 & -4 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 1 & -6 & 1 \end{array} \right) \xrightarrow{M_3(-1)} \left( \begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 0 & 1 & -4 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 6 & -1 \end{array} \right) \xrightarrow{A_{32}(-2)} \left( \begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 0 & 1 & -4 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 2 & -11 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 6 & -1 \end{array} \right) \\
 A^{-1} &= \begin{pmatrix} 1 & -4 & 0 \\ 2 & -11 & 2 \\ -1 & 6 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}
 \end{aligned}$$

20

$$\begin{aligned}
 A &= \left( \begin{array}{ccc|ccc} 1 & 4 & 8 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & 2 & 3 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right) \xrightarrow{A_{21}(-4)} \left( \begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 0 & 1 & -4 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & 2 & 3 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right) \xrightarrow{A_{23}(-2)} \left( \begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 0 & 1 & -4 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & -1 & 0 & -2 & 1 \end{array} \right) \\
 &\xrightarrow{A_{32}(2)} \left( \begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 0 & 1 & -4 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & -3 & 2 \\ -1 & 0 & -1 & 0 & -2 & 1 \end{array} \right) \xrightarrow{A_{13}(1)} \left( \begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 0 & 1 & -4 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & -3 & 2 \\ 0 & 0 & -1 & 1 & -6 & -1 \end{array} \right) \\
 &\xrightarrow{M_3(-1)} \left( \begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 0 & 1 & -4 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & -3 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 6 & -1 \end{array} \right) = A^{-1} \begin{pmatrix} 1 & -4 & 0 \\ 0 & -3 & 2 \\ 1 & 6 & -1 \end{pmatrix}
 \end{aligned}$$

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE ZACATECAS  
"FRANCISCO GARCÍA SALINAS"  
MAESTRÍA EN MATEMÁTICA EDUCATIVA

Ahora te pedimos resuelvas lo que se pide a continuación.

1. Demuestra, usando inducción matemática, que la siguiente igualdad es cierta para todo número natural.

$$2 + 6 + 10 + \dots + 2(2n+1) = 2(n+1)^2$$

Caso base  $n=1$

$$\underbrace{2 + \dots + 2(2(1)+1)}_{2+6} = \underbrace{2(1+1)^2}_8$$

$$2+6=8$$

Se cumple para  $n=1$

Supongamos que se cumple para  $n=k \quad k \in \mathbb{N}$

$$\underbrace{2+6+10+\dots+2(2k+1)}_{\text{Hip. Inducción}} = 2(k+1)^2$$

$$k^2 + 2k + 1$$

PD:  $n=k+1$

$$\underbrace{2+6+10+\dots+2(2k+1)}_{\text{por hip.}} + 2(2(k+1)+1) = 2(k+1+1)^2$$

$$2(k+1)^2 + 2(2(k+1)+1) = 2(k+2)^2$$

$$2(k+1)^2 + 2(2k+2+1) = 2(k+2)^2$$

$$2(k^2+2k+1) + 4k+6 = 2(k+2)^2$$

$$2k^2 + 4k + 2 + 4k + 6 = 2(k+2)^2$$

$$2k^2 + 8k + 8 = 2(k+2)^2$$

$$2(k^2 + 4k + 4) = 2(k+2)^2$$

$$2(k+2)^2 = 2(k+2)^2$$

∴ Se demuestra por inducción que  $2+6+10+\dots+2(2n+1) = 2(n+1)^2$  se cumple  $\forall n \in \mathbb{N}$

2. Calcular la inversa de la siguiente matriz:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 4 & 8 \\ 0 & 1 & 2 \\ -1 & 2 & 3 \end{pmatrix} \quad \frac{1}{\det(A)} \cdot \text{adj}(A) = A^{-1}$$

$$\det A = 1 \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 3 \end{vmatrix} - 1 \begin{vmatrix} 4 & 8 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} = (3-4) - [(8-8)] = -1$$

$$\text{adj } A = A_{11} = + \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 3 \end{vmatrix} = -1$$

$$A_{21} = - \begin{vmatrix} 4 & 8 \\ 2 & 3 \end{vmatrix} = 4$$

$$A_{31} = + \begin{vmatrix} 4 & 8 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} = 0$$

$$A_{12} = - \begin{vmatrix} 0 & 2 \\ -1 & 3 \end{vmatrix} = -2$$

$$A_{22} = \begin{vmatrix} 1 & 8 \\ -1 & 3 \end{vmatrix} = 11$$

$$A_{32} = - \begin{vmatrix} 1 & 8 \\ 0 & 2 \end{vmatrix} = -2$$

$$A_{13} = \begin{vmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 2 \end{vmatrix} = 1$$

$$A_{23} = \begin{vmatrix} 1 & 4 \\ -1 & 2 \end{vmatrix} = -6$$

$$A_{33} = \begin{vmatrix} 1 & 4 \\ 0 & 1 \end{vmatrix} = 1$$

$$A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -4 & 0 \\ 2 & -11 & 2 \\ -1 & 6 & -1 \end{pmatrix}$$

M4

**UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE ZACATECAS**  
**"FRANCISCO GARCÍA SALINAS"**  
**MAESTRÍA EN MATEMÁTICA EDUCATIVA**

Ahora te pedimos resuelvas lo que se pide a continuación.

1. Demuestra, usando inducción matemática, que la siguiente igualdad es cierta para todo número natural.

$$2 + 6 + 10 + \dots + 2(2n+1) = 2(n+1)^2$$

base de Inducción cuando  $n=0$

$$\begin{aligned} 2(2(0)+1) &= 2(0+1)^2 \\ 2(1) &= 2(1)^2 \\ 2 &= 2 \end{aligned}$$

Probamos también para  $n=1$

$$\begin{aligned} 2 + 2(2(1)+1) &= 2(1+1)^2 \\ 2 + 2(3) &= 2(4) \\ 2 + 2(3) &= 8 \\ 2 + 6 &= 8 \\ 8 &= 8 \end{aligned}$$

II. hipótesis de inducción:

Supongamos que funciona para cuando

$$n = k-1 \Rightarrow 2 + 6 + 10 + \dots + 2(2(k-1)+1) = 2((k-1)+1)^2 = 2(k)^2$$

Entonces probamos para  $n=k$

$$2 + 6 + 10 + \dots + 2(2k+1) = 2(k+1)^2$$

Sabemos que pasa por

$$2 + 6 + 10 + \dots + 2(2(k-1)+1) + 2(2k+1) = 2((k-1)+1)^2 + 2(2k+1)$$

$$= 2(k)^2 + 2(2k+1)$$

$$= 2(k)^2 + 2(2k+1)$$

$$= 2(k^2 + 2k + 1) \rightarrow \text{Cuadrado Perfecto}$$

Notese que

$$\begin{aligned} (k+1)^2 &= (k+1)(k+1) = k^2 + k + k + 1 \\ &= k^2 + 2k + 1 \end{aligned}$$

$$= 2(k+1)^2$$

Concluimos que la igualdad funciona para cualquier  $n$   
 Así concluimos la Inducción

2. Calcular la inversa de la siguiente matriz:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 4 & 8 \\ 0 & 1 & 2 \\ -1 & 2 & 3 \end{pmatrix} \quad \Delta = \begin{vmatrix} 1 & 4 & 8 \\ 0 & 1 & 2 \\ -1 & 2 & 3 \end{vmatrix} = 1(3-4) - 1(8-8) = 1(-1) = -1 \neq 0$$

$$\left( \begin{array}{ccc|ccc} 1 & 4 & 8 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & 2 & 3 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right) \xrightarrow{A_{31}(-1)} \left( \begin{array}{ccc|ccc} 1 & 4 & 8 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 6 & 11 & 1 & 0 & 1 \end{array} \right) \xrightarrow{A_{23}(-2)} \left( \begin{array}{ccc|ccc} 1 & 4 & 8 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 6 & 11 & 1 & 0 & 1 \end{array} \right) \xrightarrow{A_{32}(-6)}$$

$$\left( \begin{array}{ccc|ccc} 1 & 4 & 8 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & -6 & -1 \end{array} \right) \xrightarrow{A_{32}(-2)} \left( \begin{array}{ccc|ccc} 1 & 4 & 8 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & -6 & -1 \end{array} \right) \xrightarrow{A_{31}(-8)} \left( \begin{array}{ccc|ccc} 1 & 4 & 0 & 9 & -48 & 8 \\ 0 & 1 & 2 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & -6 & -1 \end{array} \right) \xrightarrow{A_{23}(-2)}$$

$$\left( \begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 0 & 1 & -4 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 2 & -11 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 6 & -1 \end{array} \right) \xrightarrow{A_{13}(-1)} \left( \begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 0 & 1 & -4 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 2 & -11 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 6 & -1 \end{array} \right)$$

Comprobación

$$\begin{pmatrix} 1 & 4 & 8 \\ 0 & 1 & 2 \\ -1 & 2 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & -4 & 0 \\ 2 & -11 & 2 \\ -1 & 6 & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1+8-8 & -4-44+48 & 8-8 \\ 2-2 & -11+12 & 2-2 \\ -1+4-3 & 4-22+18 & -4-3 \end{pmatrix}$$

⇓

$$A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -4 & 0 \\ 2 & -11 & 2 \\ -1 & 6 & -1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$



MZ

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE ZACATECAS  
"FRANCISCO GARCÍA SALINAS"  
MAESTRÍA EN MATEMÁTICA EDUCATIVA

Ahora te pedimos resuelvas lo que se pide a continuación.

1. Demuestra, usando inducción matemática, que la siguiente igualdad es cierta para todo número natural.

$$2 + 6 + 10 + \dots + 2(2n+1) = 2(n+1)^2$$

Suponiendo que se cumple para  $n$ , demuestra que se cumple para  $n+1$

$$\begin{aligned} 2 + 6 + 10 + \dots + 2(2(n+1)+1) &= \\ \underbrace{2 + 6 + 10 + \dots + 2(2n+1)}_{2(n+1)^2} + 2(2(n+1)+1) &= \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2(n+1)^2 + 2(2(n+1)+1) &= \\ 2(n^2 + 2n + 1) + 2(2n + 2 + 1) &= \\ 2[(n^2 + 2n + 1) + (2n + 3)] &= \\ 2[n^2 + 4n + 4] &= \\ 2(n^2 + 4n + 4) &= \\ 2(n+2)^2 &= \\ 2(n+1+1)^2 &= 2((n+1)+1)^2 \end{aligned}$$

$\therefore 2 + 6 + 10 + \dots + 2(2n+1) = 2(n+1)^2$  se cumple  
 $\forall n \in \mathbb{N}$

M2

1. Calcular la inversa de la siguiente matriz

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 4 & 0 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 6 & -1 \end{bmatrix}$$

Sea  $A^{-1} = \begin{bmatrix} x & y & z \\ u & v & w \\ p & q & r \end{bmatrix}$

$$A^{-1} = \frac{1}{|A|} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 4 & 0 \\ -1 & 11 & 2 \\ 1 & -6 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 4 & 0 \\ -1 & 11 & 2 \\ 1 & -6 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x & y & z \\ u & v & w \\ p & q & r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$A^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 4 & 0 \\ 2 & -11 & 2 \\ -1 & 6 & -1 \end{bmatrix}$$

$$|A| = \begin{vmatrix} 1 & 4 & 0 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 6 & -1 \end{vmatrix} = 1 \cdot (-1 - 12) = -13$$

$$A^{-1} = \frac{1}{-13} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 4 & 0 \\ -1 & 11 & 2 \\ 1 & -6 & 1 \end{bmatrix}$$

$$A^{-1} = \begin{bmatrix} -1/13 & -4/13 & 0 \\ 1/13 & -11/13 & -2/13 \\ -1/13 & 6/13 & -1/13 \end{bmatrix}$$

$$A \cdot A^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 4 & 0 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 6 & -1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} -1/13 & -4/13 & 0 \\ 1/13 & -11/13 & -2/13 \\ -1/13 & 6/13 & -1/13 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$A^{-1} \cdot A = \begin{bmatrix} -1/13 & -4/13 & 0 \\ 1/13 & -11/13 & -2/13 \\ -1/13 & 6/13 & -1/13 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 4 & 0 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 6 & -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$A^{-1} = \frac{1}{|A|} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 4 & 0 \\ -1 & 11 & 2 \\ 1 & -6 & 1 \end{bmatrix} = \frac{1}{-13} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 4 & 0 \\ -1 & 11 & 2 \\ 1 & -6 & 1 \end{bmatrix}$$

$$A^{-1} = \begin{bmatrix} -1/13 & -4/13 & 0 \\ 1/13 & -11/13 & -2/13 \\ -1/13 & 6/13 & -1/13 \end{bmatrix}$$

$$A^{-1} = \frac{1}{|A|} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 4 & 0 \\ -1 & 11 & 2 \\ 1 & -6 & 1 \end{bmatrix}$$

$$A^{-1} = \frac{1}{|A|} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 4 & 0 \\ -1 & 11 & 2 \\ 1 & -6 & 1 \end{bmatrix}$$

\* Comprobación:

$$\begin{bmatrix} 1 & -4 & 0 \\ 2 & -11 & 2 \\ -1 & 6 & -1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 4 & 0 \\ 0 & 1 & 2 \\ -1 & 2 & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 \cdot 0 = 0 & -4 \cdot 0 = 0 & 0 \cdot 0 = 0 \\ 2 \cdot 0 = 2 & -11 \cdot 1 = -11 & 2 \cdot 2 = 4 \\ -1 \cdot 0 = 0 & 6 \cdot 1 = 6 & -1 \cdot 2 = -2 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

M3

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE ZACATECAS  
"FRANCISCO GARCÍA SALINAS"  
MAESTRÍA EN MATEMÁTICA EDUCATIVA

Ahora te pedimos resuelvas lo que se pide a continuación.

1. Demuestra, usando inducción matemática, que la siguiente igualdad es cierta para todo número natural.

$$2+6+10+\dots+2(2n+1) = 2(n+1)^2$$

\* Para  $n=1$

$$2 + 2(2(1)+1) = 2(1+1)^2$$

$$2 + 2(2+1) = 2(2)^2$$

$$2 + 2(3) = 2(4)$$

$$2 + 6 = 8$$

$$8 = 8 \quad \checkmark$$

\* Hip.  $n=k$

$$2 + 6 + 10 + \dots + 2(2k+1) = 2(k+1)^2$$

\* P.D.  $n=k+1$

$$2 + 6 + 10 + \dots + 2(2(k+1)+1) = 2((k+1)+1)^2$$

$$2 + 6 + 10 + \dots + 2(2k+1) + 2(2(k+1)+1) = 2((k+1)+1)^2$$

$$2 + 2(k+1)^2 + 2(2k+2)$$

$$= 2 + 2(k^2 + 2k + 1) + 4k + 4$$

$$= 2 + 2k^2 + 4k + 2 + 4k + 4$$

$$= 2k^2 + 8k + 8$$

$$= 2(k^2 + 4k + 4)$$

$$= 2(k+2)^2$$

$$= 2((k+1)+1)^2 \quad \checkmark$$

$$\begin{aligned} & 2((k+1)+1)^2 \\ &= 2(k+2)^2 \\ &= 2(k^2 + 4k + 4) \\ &= 2k^2 + 8k + 8 \end{aligned}$$

113

7. Calcular la inversa de la siguiente matriz

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 4 & 0 \\ 2 & 11 & 2 \\ 1 & 6 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\left( \begin{array}{ccc|ccc} 1 & 4 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 6 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right) \xrightarrow{A_{31} - A_{11}} \left( \begin{array}{ccc|ccc} 1 & 4 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right) \xrightarrow{A_{32} - 2A_{22}} \left( \begin{array}{ccc|ccc} 1 & 4 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -3 & 0 & -2 & 1 \end{array} \right)$$

$$\left( \begin{array}{ccc|ccc} 1 & 4 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -3 & 0 & -2 & 1 \end{array} \right) \xrightarrow{A_{12} - 4A_{22}} \left( \begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 0 & 1 & -4 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -3 & 0 & -2 & 1 \end{array} \right) \xrightarrow{A_{23} + 2A_{33}} \left( \begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 0 & 1 & -4 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & -3 & 0 & -2 & 1 \end{array} \right)$$

$$\xrightarrow{A_{33} \cdot (-1/3)} \left( \begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 0 & 1 & -4 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 2/3 & -1/3 \end{array} \right) \quad A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -4 & 0 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 2/3 & -1/3 \end{pmatrix}$$

$$A^{-1}A = \begin{pmatrix} 1 & -4 & 0 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 2/3 & -1/3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 4 & 0 \\ 2 & 11 & 2 \\ 1 & 6 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$B^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$C^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

MH

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE ZACATECAS  
"FRANCISCO GARCÍA SALINAS"  
MAESTRÍA EN MATEMÁTICA EDUCATIVA

Ahora te pedimos resuelvas lo que se pide a continuación.

1. Demuestra, usando inducción matemática, que la siguiente igualdad es cierta para todo número natural.

$$2 + 6 + 10 + \dots + 2(2n+1) = 2(n+1)^2$$

Primero para  $n=1$

$$\begin{aligned} 2 + 2(2(1)+1) &= 2 + 2(3) \\ &= 2 + 6 \\ &= 8 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2(1+1)^2 &= 2(2)^2 \\ &= 2(4) \\ &= 8 \end{aligned}$$

Como se cumple para  $n=1$

$\Rightarrow$  Supongamos que se cumple para  $n+1 = n^*$   
por lo tanto nuestra hip. de inducción

$$2 + 6 + 10 + \dots + 2(2(n^*)+1) =$$

UH

2. Calcular la inversa de la siguiente matriz:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 4 & 8 \\ 0 & 1 & 2 \\ -1 & 2 & 3 \end{pmatrix} = \begin{matrix} A_1 \\ A_2 \\ A_1 + A_3 \end{matrix} \begin{pmatrix} 1 & 4 & 8 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 6 & 11 \end{pmatrix}$$

$$\det A = (11 - 12) = -1$$

$$A^{-1} = \left( \begin{array}{ccc|ccc} 1 & 4 & 8 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & 2 & 3 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right) \xrightarrow{A_{13}} \left( \begin{array}{ccc|ccc} 1 & 4 & 8 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 8 & 11 & 1 & 0 & 1 \end{array} \right) \xrightarrow{A_{23}^{(-8)}} \left( \begin{array}{ccc|ccc} 1 & 4 & 8 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 8 & 11 & 1 & 0 & 1 \end{array} \right)$$

$$\left( \begin{array}{ccc|ccc} 1 & 4 & 8 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -4 & 1 & -8 & 1 \end{array} \right) \xrightarrow{M_3^{(-\frac{1}{4})}} \left( \begin{array}{ccc|ccc} 1 & 4 & 8 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -\frac{1}{4} & 2 & -\frac{1}{4} \end{array} \right) \xrightarrow{A_{21}^{(-4)}} \left( \begin{array}{ccc|ccc} 1 & 4 & 8 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -\frac{1}{4} & 2 & -\frac{1}{4} \end{array} \right)$$

$$\left( \begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 0 & 1 & -4 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -\frac{1}{4} & 2 & -\frac{1}{4} \end{array} \right) \xrightarrow{A_{32}^{(-2)}} \left( \begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 0 & 1 & -4 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & \frac{1}{2} & -3 & \frac{1}{2} \\ 0 & 0 & 1 & -\frac{1}{4} & 2 & -\frac{1}{4} \end{array} \right)$$

$$\therefore A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -4 & 0 \\ \frac{1}{2} & -3 & \frac{1}{2} \\ -\frac{1}{4} & 2 & -\frac{1}{4} \end{pmatrix}$$

115

**UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE ZACATECAS  
"FRANCISCO GARCÍA SALINAS"  
MAESTRÍA EN MATEMÁTICA EDUCATIVA**

Ahora te pedimos resuelvas lo que se pide a continuación.

1. Demuestra, usando inducción matemática, que la siguiente igualdad es cierta para todo número natural.

$$2 + 6 + 10 + \dots + 2(2n+1) = 2(n+1)^2$$

$$n = 1$$

$$2(2(1)+1) = 2(2+1) = 2(3) = 6$$

$$2 + 6 = 8$$

$$2(1+1)^2 = 2(2)^2 = 2(4) = 8$$

$$n = k$$

$$2 + 6 + 10 + \dots + 2(2k+1) = 2(k+1)^2$$

$$n = k + 1$$

H. 1  $2 + 6 + 10 + \dots + 2(2(k+1)+1) = 2((k+1)+1)^2$

$$2 + 6 + 10 + \dots + 2(2k+1) + 2(2(k+1)+1) = 2(k+1)^2 + 2(2(k+1)+1)$$

$$= 2(k+1)^2 + 2(2k+2+1)$$

$$= 2(k^2 + 2k + 1) + 2(2k + 2 + 1)$$

$$= 2k^2 + 4k + 2 + 4k + 4 + 2$$

$$= 2k^2 + 8k + 8$$

$$= 2((k+1)+1)^2$$

$$2((k+1)+1)^2$$

$$= (k+2)^2$$

$$= k^2 + 4k + 4$$

$$= 2k^2 + 8k + 8$$

2. Calcular la inversa de la siguiente matriz:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 4 & 8 \\ 0 & 1 & 2 \\ -1 & 2 & 3 \end{pmatrix} \begin{array}{l} \xrightarrow{\lambda_{13}(-1)} \\ \xrightarrow{\lambda_{22}(1)} \\ \xrightarrow{\lambda_{33}(6)} \end{array} \left( \begin{array}{ccc|ccc} 1 & 4 & 8 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 6 & 11 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right) \begin{array}{l} \xrightarrow{\lambda_{31}(-6)} \\ \xrightarrow{\lambda_{32}(-2)} \\ \xrightarrow{\lambda_{33}(-9)} \end{array} \left( \begin{array}{ccc|ccc} 1 & 4 & 8 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & -6 & 1 \end{array} \right)$$

$$M_3(-2) \left( \begin{array}{ccc|ccc} 1 & 4 & 8 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 6 & -1 \end{array} \right) \xrightarrow{\lambda_{32}(-2)} \left( \begin{array}{ccc|ccc} 1 & 4 & 8 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 2 & -11 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 6 & -1 \end{array} \right) \xrightarrow{\lambda_{31}(-9)} \left( \begin{array}{ccc|ccc} 1 & 4 & 0 & 9 & -58 & 8 \\ 0 & 1 & 0 & 2 & -11 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 6 & -1 \end{array} \right)$$

$$A_{21}(-4) \rightarrow \left( \begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 0 & 1 & -4 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 2 & -11 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 6 & -1 \end{array} \right)$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 4 & 8 \\ 0 & 1 & 2 \\ -1 & 2 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & -4 & 0 \\ 2 & -11 & 2 \\ -1 & 6 & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$



46

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE ZACATECAS  
 "FRANCISCO GARCÍA SALINAS"  
 MAESTRÍA EN MATEMÁTICA EDUCATIVA

Ahora te pedimos resuelvas lo que se pide a continuación.

1. Demuestra, usando inducción matemática, que la siguiente igualdad es cierta para todo número natural.

$$2+6+10+\dots+2(2n+1)=2(n+1)^2$$

Para  $n=0$

$$2(0+1)^2 = 2(1) = 2 \quad \text{Cumple para } n=0$$

Supongase el caso para  $n=k$

$$\text{Hip.} \rightarrow 2+6+10+\dots+2(2k+1) = 2(k+1)^2$$

Hagase el caso para  $k+1$   
 Hipotesis

$$\begin{aligned} & 2+6+10+\dots+2(2k+1)+2(2(k+1)+1) = 2(k+1)^2+2(2k+3) \\ & = 2(k^2+2k+1)+2(2k+3) = 2(k^2+4k+4) \rightarrow 2(k+2)^2 \end{aligned}$$

$\therefore$  cumple el caso para  $n=k+1$   
 y se cumple la igualdad

ventana

$$2(k+1+1)^2$$

$$2(k^2+4k+4)$$

u6

2. Calcular la inversa de la siguiente matriz:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 4 & 8 \\ 0 & 1 & 2 \\ -1 & 2 & 3 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 4 & 8 & | & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & | & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 6 & 11 & | & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \xrightarrow{\substack{(-4) \\ (-6)}} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & | & 1 & -4 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & | & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & | & 1 & -6 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & | & 1 & -4 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & | & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & | & -1 & 6 & -1 \end{pmatrix} \xrightarrow{(-2)} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & | & 1 & -4 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & | & 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & | & -1 & 6 & -1 \end{pmatrix}$$

$$A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -4 & 0 \\ 0 & 1 & 2 \\ -1 & 6 & -1 \end{pmatrix}$$

M7

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE ZACATECAS  
 "FRANCISCO GARCÍA SALINAS"  
 MAESTRÍA EN MATEMÁTICA EDUCATIVA

Ahora te pedimos resuelvas lo que se pide a continuación.

1. Demuestra, usando inducción matemática, que la siguiente igualdad es cierta para todo número natural.

$$2+6+10+\dots+2(2n+1) = 2(n+1)^2$$

Por inducción matemática

Caso  $n=1$

$$2+6 = 2(2)^2$$

$$8 = 8 \checkmark$$

Para caso  $n=1$  si cumple

Caso  $n=k$

suponer que se cumple para  $n=k$

$2+6+10+\dots+2(2k+1) = 2(k+1)^2$ , es nuestra hipótesis de inducción

Para caso  $n=k+1$

P.D.  $2(k+1)^2$  sumar en ambos miembros de la igualdad  $2(2k+2)$

$$2+6+10+\dots+2(2k+1)+2(2k+2) = 2(k+1)^2 + 2(2(k+1)+1)$$

$$= 2(k^2+2k+1) + 2k+2+2 = 2k+3$$

$$= 2(k^2+4k+4)$$

$$= 2((k+1)+1)^2$$

$\therefore$  es cierta por inducción matemática.

17

2. Calcular la inversa de la siguiente matriz:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 4 & 8 \\ 0 & 1 & 2 \\ -1 & 1 & 3 \end{pmatrix} \xrightarrow{+1 \cdot (3)} \begin{pmatrix} 1 & 4 & 8 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 6 & 11 \end{pmatrix} \quad \left| \begin{array}{c} 1 \ 2 \\ 6 \ 11 \end{array} \right| = 11 - 12 = -1$$

$$\det A = 1 \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 3 \end{vmatrix} - 1 \begin{vmatrix} 4 & 8 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} \quad \therefore A^{-1} = -1 \begin{pmatrix} -1 & 4 & 0 \\ -2 & 11 & -2 \\ 1 & -6 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\det A = 1(3-4) - 1(8-8)$$

$$\det A = -1$$

adj(A):

$$A_{11} = (-1)^{2+1} \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 3 \end{vmatrix} = 3-4$$

$$A_{11} = -1$$

$$A_{13} = (-1)^{1+3} \begin{vmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 2 \end{vmatrix} = 1$$

$$A_{13} = 1$$

$$A_{22} = (-1)^{2+2} \begin{vmatrix} 1 & 8 \\ -1 & 3 \end{vmatrix} = 3+8$$

$$A_{22} = 11$$

$$A_{31} = (-1)^{3+1} \begin{vmatrix} 4 & 8 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} = 8-8$$

$$A_{31} = 0$$

$$A_{12} = (-1)^{1+2} \begin{vmatrix} 0 & 2 \\ -1 & 3 \end{vmatrix} = 2$$

$$A_{12} = -2$$

$$A_{21} = (-1)^{2+1} \begin{vmatrix} 4 & 8 \\ 2 & 3 \end{vmatrix} = -(12-16) = 4$$

$$A_{21} = -4$$

$$A_{23} = (-1)^{2+3} \begin{vmatrix} 1 & 4 \\ -1 & 2 \end{vmatrix} = -(2+4) = -6$$

$$A_{23} = -6$$

$$A_{32} = (-1)^{3+2} \begin{vmatrix} 1 & 8 \\ 0 & 2 \end{vmatrix} = -2$$

$$A_{32} = -2$$

$$A_{33} = (-1)^{3+3} \begin{vmatrix} 1 & 4 \\ 0 & 1 \end{vmatrix} = 1$$

$$A_{33} = 1$$

$$4. \quad B_2 = \{ 3-x, 2+x^2, 4+5x-2x^2 \}$$

$$a) \quad A = \begin{vmatrix} 3 & 2 & 4 \\ -1 & 0 & 5 \\ 0 & 1 & -2 \end{vmatrix} = 3 \begin{vmatrix} 0 & 5 \\ 1 & -2 \end{vmatrix} + 1 \begin{vmatrix} 2 & 4 \\ 1 & -2 \end{vmatrix} = 3(-5) + 1(-4-4) = -15 - 8 = -23 \neq 0$$

$\det A = -23 \neq 0 \therefore B_2$  es lin indep.

$$b) \quad [A]_{B_2}^{B_1} = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 4 \\ -1 & 0 & 5 \\ 0 & 1 & -2 \end{pmatrix} \quad \left( [A]_{B_2}^{B_1} \right)^{-1} = [A]_{B_1}^{B_2} \quad \text{lo que buscamos}$$

$$\begin{pmatrix} 3 & 2 & 4 & | & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 5 & | & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & -2 & | & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \xrightarrow{-(3)} \begin{pmatrix} 1 & 2/3 & 4/3 & | & 1/3 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 5 & | & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & -2 & | & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 2/3 & 4/3 & | & 1/3 & 0 & 0 \\ 0 & 2/3 & 19/3 & | & 1/3 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & -2 & | & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \xrightarrow{(2) \cdot 3/2} \begin{pmatrix} 1 & 2/3 & 4/3 & | & 1/3 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 19/2 & | & 1/2 & 3/2 & 0 \\ 0 & 1 & -2 & | & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 0 & -5 & | & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 19/2 & | & 1/2 & 3/2 & 0 \\ 0 & 0 & -9 & | & -1/2 & -3/2 & 1 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & | & 5/23 & -2/23 & -10/23 \\ 0 & 1 & 0 & | & 2/23 & 6/23 & 19/23 \\ 0 & 0 & 1 & | & 1/23 & 3/23 & -2/23 \end{pmatrix}$$

$$(P(x))_{A_2} = B \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 19/23 + 8/23 - 10/23 \\ 9/23 - 6/23 + 57/23 \\ 2/23 - 4/23 - 6/23 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -13/23 \\ 55/23 \\ -7/23 \end{pmatrix}$$

$$(P(x))_{A_2} = -\frac{12}{23}(3-\lambda) + \frac{55}{23}(2+\lambda^2) - \frac{7}{23}(4+5\lambda-2\lambda^2) = \left(\frac{14}{23} + \frac{55}{23}\right)\lambda^2 + \left(\frac{12}{23} - \frac{35}{23}\right)\lambda + \left(-\frac{26}{23} + \frac{12}{23}\right)$$

$$= 3\lambda^2 - \lambda + 2 = P(\lambda)$$

$$(P(x))_{A_1} = 2(1) - 1(x) + 3(x^2) = 2 - x + 3x^2$$

$$1. \text{ Sea } S_1 = \{\delta_1, \delta_2, \dots, \delta_n\} \text{ y } S_2 = \{\delta_1, \delta_2, \dots, \delta_{n-1}, \beta_1, \beta_2, \dots, \beta_m\}$$

$$\text{ent. } S_1 \cap S_2 = \{\delta_1, \delta_2, \dots, \delta_{n-1}\} \text{ y}$$

$$\text{Span}\{S_1 \cap S_2\} = a_1\delta_1 + a_2\delta_2 + \dots + a_{n-1}\delta_{n-1}$$

$$\text{y } \text{Span}\{S_1\} = a_1\delta_1 + a_2\delta_2 + \dots + a_{n-1}\delta_{n-1} + a_n\delta_n$$

$$\text{Span}\{S_2\} = a_1\delta_1 + a_2\delta_2 + \dots + a_{n-1}\delta_{n-1} + b_1\beta_1 + b_2\beta_2 + \dots + b_m\beta_m$$

$$\Rightarrow \text{Span}\{S_1\} \cap \text{Span}\{S_2\} = a_1\delta_1 + a_2\delta_2 + \dots + a_{n-1}\delta_{n-1}$$

$$\therefore \text{Span}\{S_1 \cap S_2\} \subseteq \text{Span}\{S_1\} \cap \text{Span}\{S_2\}$$

$$\therefore \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -2 \\ -1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \right\} \text{ es base de } \mathbb{R}^4$$

4.- a)

$$\begin{aligned} 0_2(x) &= a(3-x) + b(2+x^3) + c(4+5x-2x^3) \\ &= (b-2c)x^3 + (-a+5c)x + (3a+2b+4c) \end{aligned}$$

$$b-2c=0 \rightarrow b=2c \rightarrow b=0$$

\(\therefore\) es lin. ind.

$$-a+5c=0 \rightarrow 4/3c+5c=19/3c=0 \rightarrow c=0$$

$$3a+2b+4c=0 \rightarrow 3a+4c=0 \rightarrow a=-4/3c \rightarrow a=0$$

b)

$$C = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 4 \\ -1 & 0 & 5 \\ 0 & 1 & -2 \end{pmatrix} = [A]_{B_2}^{B_1} \Rightarrow [B]_{B_1}^{B_2} = C^{-1}$$

$$\begin{vmatrix} 3 & 2 & 4 \\ -1 & 0 & 5 \\ 0 & 1 & -2 \end{vmatrix} = 3(-5) + (-4-4) = -15-8 = -23$$

$$\Rightarrow [B]_{B_2}^{B_1} = \begin{pmatrix} 6/23 & 8/23 & -10/23 \\ 2/23 & 6/23 & 19/23 \\ \sqrt{23} & 3/23 & -2/23 \end{pmatrix}$$

$$A_{11} = -5 \quad A_{21} = -(-8) = 8 \quad A_{31} = 10$$

$$A_{12} = -(2) = -2 \quad A_{22} = -6 \quad A_{32} = -(15+4) = -19$$

$$A_{13} = -1 \quad A_{23} = -(3) = -3 \quad A_{33} = 2$$

$$C^{-1} = \frac{1}{-23} \begin{pmatrix} -5 & 8 & 10 \\ -2 & -6 & -19 \\ -1 & -3 & 2 \end{pmatrix}$$

$$c) \rho(x) = 3x^2 - 1x + 2$$

$$(\rho(x))_{B_1} = 2(1) - 1(x) + 3(x^2)$$

$$(\rho(x))_{B_2} = \begin{pmatrix} 5/23 & -8/23 & -10/23 \\ 2/23 & 6/23 & 17/23 \\ 1/23 & 0/23 & -2/23 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 15/23 + 8/23 - 20/23 \\ 6/23 - 6/23 + 34/23 \\ 3/23 - 3/23 - 4/23 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3/23 \\ 38/23 \\ -4/23 \end{pmatrix}$$



$$V = \beta_1(x) \quad A = \{3-x, 2+x^2, 4+5x-2x^2\}$$

$$a) \quad a(3-x) + b(2+x^2) + c(4+5x-2x^2) = 0x^2 + 0x + 0$$

$$3a - ax + 2b + bx^2 + 4c + 5cx - 2cx^2 = 0x^2 + 0x + 0$$

$$bx^2 - 2cx^2 = 0x^2$$

$$-ax + 5cx = 0x$$

$$3a + 2b + 4c = 0$$

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & -2 \\ -1 & 0 & 5 \\ 3 & 2 & 4 \end{pmatrix} \xrightarrow{P_{21}} \begin{pmatrix} -1 & 0 & 5 \\ 0 & 1 & -2 \\ 3 & 2 & 4 \end{pmatrix} \xrightarrow{P_3+3R_1} \begin{pmatrix} -1 & 0 & 5 \\ 0 & 1 & -2 \\ 0 & 2 & 19 \end{pmatrix}$$

$$\xrightarrow{R_3 - 2R_2} \begin{pmatrix} -1 & 0 & 5 \\ 0 & 1 & -2 \\ 0 & 0 & 23 \end{pmatrix}$$

$$23c = 0$$

$$c = 0$$

$$b - 2c = 0$$

$$b - 0 = 0$$

$$b = 0$$

$$-a + 5c = 0$$

$$-a + 0 = 0$$

$$a = 0$$

$\therefore \beta_2$  es linealmente independiente

$$b) \quad \begin{pmatrix} 3 & 2 & 4 \\ -1 & 0 & 5 \\ 0 & 1 & -2 \end{pmatrix} = A$$

$$\det(A) = 3(-5) + 1(-4-4) = -15 - 8 = -23$$

$$A^{-1} = \frac{1}{-23} \begin{pmatrix} -5 & 8 & 10 \\ -2 & -6 & -19 \\ -1 & -3 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5/23 & -8/23 & -10/23 \\ 2/23 & 6/23 & 19/23 \\ 1/23 & 3/23 & -2/23 \end{pmatrix} = [A]_{\beta_1}^{\beta_2}$$

$$a \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} + b \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{pmatrix} a+b \\ a \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} \Rightarrow a=0=b \therefore \underline{\beta_{CA} \text{ es L.I.}}$$

y base de Canónica  
 $\dim_{\mathbb{R}}(L.A.) = 2$

4) a) considérese la matriz de los elementos de  $\beta_2$  escritos con respecto a los de la base canónica  $\beta_1 = \{1, x, x^2\}$

$$\begin{pmatrix} 3 & 2 & 4 \\ -1 & 0 & 5 \\ 0 & 1 & -2 \end{pmatrix} \text{ y obténgase su determinante } \begin{vmatrix} 3 & 2 & 4 \\ -1 & 0 & 5 \\ 0 & 1 & -2 \end{vmatrix} = 3(-5) + 1(-4-4) + 0(12) = -15 - 8 = -23 \neq 0$$

entonces como  $\det \begin{pmatrix} 3 & 2 & 4 \\ -1 & 0 & 5 \\ 0 & 1 & -2 \end{pmatrix} \neq 0 \Rightarrow$  el conjunto  $\beta_2$  es L.I.

b)

$$[A]_{\beta_1}^{\beta_2} = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 4 \\ -1 & 0 & 5 \\ 0 & 1 & -2 \end{pmatrix} \quad [A]_{\beta_1}^{\beta_2} = ([A]_{\beta_1}^{\beta_1})^{-1} = \frac{-1}{23} \begin{pmatrix} +5 & -8 & +10 \\ -2 & +6 & -19 \\ +1 & -3 & +2 \end{pmatrix} = \frac{-1}{23} \begin{pmatrix} 5 & 8 & 10 \\ -2 & -6 & -19 \\ -1 & -3 & 2 \end{pmatrix}$$

c)  $[A]_{\beta_1}^{\beta_2} \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix}_{\beta_1} = \begin{pmatrix} -12/23 \\ 55/23 \\ -7/23 \end{pmatrix}_{\beta_2} \therefore p(x) = 2(1) - 1(x) + 3(x^2)$  y

$$p(x) = \frac{-12}{23}(3-x) + \frac{55}{23}(2+x^2) - \frac{7}{23}(4+5x-2x^2) = \underline{2-x+3x^2}$$

comprobanda Para  $B_2$

$$(3-x)\left(-\frac{12}{23}\right) + (2+x^2)\left(\frac{55}{23}\right) + (4+5x-2x^2)\left(-\frac{7}{23}\right)$$

$$= \frac{-36}{23} + \frac{12x}{23} + \frac{110}{23} + \frac{55x^2}{23} + \left(-\frac{28}{23} - \frac{35x}{23} + \frac{14x^2}{23}\right)$$

$$= \frac{2 + (-x) + 3x^2}{1} = 3x^2 - x + 2$$

∴ formamos la matriz de transición

⇒ Los coeficientes en  $B_1$  y  $B_2$  son

$$(P(x))_{B_1} = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix} \text{ en } (P(x))_{B_2} = \begin{pmatrix} -\frac{12}{23} \\ \frac{55}{23} \\ -\frac{7}{23} \end{pmatrix}$$

$$A_{11} = -5 \quad A_{12} = 2 \quad A_{13} = -1$$

$$A_{21} = -8 \quad A_{22} = -6 \quad A_{23} = 3 \quad \Rightarrow \det(A) =$$

$$A_{31} = 10 \quad A_{32} = 19 \quad A_{33} = 2 \quad = (3)(-1)^2(-5) + (2)(-1)(2) + 4(-1)(-1)$$

$$\vec{A}_1 = \frac{-1}{23} \begin{bmatrix} -5 & 8 & 10 \\ -2 & -6 & -19 \\ -1 & -3 & 2 \end{bmatrix}$$

$$= [A]_{B_1}^{B_2} = -\frac{1}{23} \begin{pmatrix} -5 & 8 & 10 \\ -2 & -6 & -19 \\ -1 & -3 & 2 \end{pmatrix}$$

dado el polinomio  $P(x) = 3x^2 - x + 2$

como combinación en ambas bases

$$\text{En } B_1, P(x) \text{ es } P_{B_1}(x) = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix}$$

$$\Rightarrow 2 \cdot 1 + (-1)x + 3(x^2) = P(x)$$

Para  $B_2$  Usamos la matriz de transición

$$-\frac{1}{23} \begin{pmatrix} -5 & 8 & 10 \\ -2 & -6 & -19 \\ -1 & -3 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -10 - 8 + 30 \\ -4 + 6 - 57 \\ -2 + 3 + 6 \end{pmatrix} \cdot \frac{1}{23}$$

$$= \begin{pmatrix} 12 \\ -55 \\ 7 \end{pmatrix} \cdot \frac{1}{23} = \begin{pmatrix} \frac{12}{23} \\ \frac{55}{23} \\ -\frac{7}{23} \end{pmatrix}$$

de  $\{x\}$  y sea  $B_2 = \{3-x, 2+x^2, 4+5x-2x^2\}$

Demostremos que  $B_2$  es lin. ind. P.

Sea  $B_2 = \{x^2, x, 1\} \Rightarrow$  La matriz de coef. +9  
 $\det(A) \neq 0 \Rightarrow$  es lin. ind. P.

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & -2 \\ -1 & 0 & 5 \\ 3 & 2 & 4 \end{pmatrix}$$

$$\Rightarrow \det(A) = (1)(-1)(-19) + (-2)(-1)(-2) \\ \det(A) = 19 + 4 = 23 \neq 0 \therefore B \text{ es lin. ind. P.}$$

Para determinar la transición de

$$B_1 = \{1, x, x^2\} \text{ a } B_2 = \{3-x, 2+x^2, 4+5x-2x^2\}$$

$B_2$  en términos de  $B_1$ , mejor hagamos

$$[A]_{B_1}$$

$[A]_{B_2}^{B_1}$  y hagamos la inversa. Para ello

$$[A]_{B_2}^{B_1} = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 4 \\ -1 & 0 & 5 \\ 0 & 1 & -2 \end{pmatrix} =$$

calculamos la inversa de esta matriz.



a)  $P_c$  es linealmente independiente si:  $a(3-x) + b(2+x^2) + c(4+5x-2x^2) = 0$  implica  $a=b=c=0$ , y vemos que  $a(3-x) + b(2+x^2) + c(4+5x-2x^2) = \cancel{(3a+2b+4c)}$

$$= (3a+2b+4c) + (-a+5c)x + (b-2c)x^2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 3a+2b+4c=0 \\ -a+5c=0 \\ b-2c=0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{ccc|c} 3 & 2 & 4 & 0 \\ -1 & 0 & 5 & 0 \\ 0 & 1 & -2 & 0 \end{array} \right\} \xrightarrow{L_2+L_3} \left\{ \begin{array}{ccc|c} 3 & 4 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -2 & 0 \\ -1 & 0 & 5 & 0 \end{array} \right\}$$

$$\rightarrow \left( \begin{array}{ccc|c} 1 & \frac{4}{3} & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -2 & 0 \\ 0 & \frac{4}{3} & 5 & 0 \end{array} \right) \rightarrow \left( \begin{array}{ccc|c} 1 & \frac{4}{3} & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -2 & 0 \\ 0 & 1 & \frac{13}{3} & 0 \end{array} \right) \rightarrow \left( \begin{array}{ccc|c} 1 & \frac{4}{3} & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{13}{3} & 0 \end{array} \right) \Leftrightarrow \begin{cases} a + \frac{4}{3}b = 0 \rightarrow a + \frac{4}{3}(0) = a = 0 \\ b - 2c = 0 \rightarrow b - (2)0 = b = 0 \\ \frac{13}{3}c = 0 \rightarrow c = 0 \end{cases}$$

$\therefore$  Es l.i.

b)  $[A]_{\beta_1}^{\beta_2} =$

Por teorema la matriz de transición de una base canónica a otra base es la inversa de la matriz de la base. Entonces busquemos

~~$A$~~

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 4 \\ -1 & 0 & 5 \\ 0 & 1 & -2 \end{pmatrix}, \det A = 3 \begin{vmatrix} 0 & 5 \\ 1 & -2 \end{vmatrix} + 1 \begin{vmatrix} 2 & 4 \\ 1 & -2 \end{vmatrix} = -15 - 8 = -23$$

$$(A^{-1})^T = \frac{1}{-23} \begin{pmatrix} \begin{vmatrix} 0 & 5 \\ 1 & -2 \end{vmatrix} & -\begin{vmatrix} -1 & 5 \\ 0 & -2 \end{vmatrix} & \begin{vmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{vmatrix} \\ -\begin{vmatrix} 2 & 4 \\ 1 & -2 \end{vmatrix} & \begin{vmatrix} 3 & 4 \\ 0 & -2 \end{vmatrix} & -\begin{vmatrix} 3 & 2 \\ 0 & 1 \end{vmatrix} \\ \begin{vmatrix} 2 & 4 \\ 0 & 5 \end{vmatrix} & -\begin{vmatrix} 3 & 4 \\ -1 & 5 \end{vmatrix} & \begin{vmatrix} 3 & 2 \\ -1 & 0 \end{vmatrix} \end{pmatrix} = \frac{1}{-23} \begin{pmatrix} -5 & -2 & -1 \\ 8 & -6 & -3 \\ 10 & -19 & 2 \end{pmatrix} \Rightarrow A^{-1} = \frac{1}{-23} \begin{pmatrix} -5 & 8 & 10 \\ -2 & -6 & -19 \\ -1 & -3 & 2 \end{pmatrix}$$

c)  $P(x) = 2(1) + (-1)(x) + 3(x^2)$  en  $\beta_1$

$$\frac{1}{-23} \begin{pmatrix} -5 & 8 & 10 \\ -2 & -6 & -19 \\ -1 & -3 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix} = \frac{1}{-23} \begin{pmatrix} -10 - 8 + 30 \\ -4 + 6 - 57 \\ -2 + 3 + 6 \end{pmatrix} = \frac{1}{-23} \begin{pmatrix} 12 \\ -55 \\ 7 \end{pmatrix}$$

$$P(x) = -\frac{12}{23}(3-x) + \frac{55}{23}(2+x^2) - \frac{7}{23}(4+5x-2x^2)$$

$$x^2 = (b''' - 2c''')x^2 + (-a''' + 5c''')x + (3a''' + 2b''' + 4c''')$$

①  $b''' - 2c''' = 1 \Rightarrow b''' = 1 + 2c''' \dots \textcircled{4}$

②  $-a''' + 5c''' = 0 \Rightarrow a''' = 5c''' \dots \textcircled{5}$

③  $3a''' + 2b''' + 4c''' = 0$

Sustituyendo ④ y ⑤ en ③ queda

$$3(5c''') + 2(1 + 2c''') + 4c''' = 0$$

$$15c''' + 2 + 4c''' + 4c''' = 0$$

$$23c''' = -2$$

$$c''' = \frac{-2}{23}$$

$$\Rightarrow b''' = 1 + 2\left(\frac{-2}{23}\right)$$

$$\Rightarrow b''' = 1 - \frac{4}{23} = \frac{23}{23} - \frac{4}{23}$$

$$\Rightarrow b''' = \frac{19}{23}$$

$$\Rightarrow a''' = 5\left(\frac{-2}{23}\right)$$

$$\Rightarrow a''' = \frac{-10}{23}$$

$$\therefore (x^2)_{\beta_2} = \begin{pmatrix} -10/23 \\ -19/23 \\ -2/23 \end{pmatrix}$$

$$\therefore [A]_{\beta_1}^{\beta_2} = \begin{pmatrix} \frac{5}{23} & \frac{-8}{23} & \frac{-10}{23} \\ \frac{2}{23} & \frac{6}{23} & \frac{-19}{23} \\ \frac{1}{23} & \frac{3}{23} & \frac{-2}{23} \end{pmatrix}$$

$$\therefore (p(x))_{\beta_2} = \begin{pmatrix} -12/23 \\ 55/23 \\ -7/23 \end{pmatrix}$$

c)  $p(x) = 3x^2 - x + 2$  en  $\beta_2$

$$3x^2 - x + 2 = a(1) + b(x) + c(x^2)$$

$$3x^2 - x + 2 = a + bx + cx^2$$

Y por igualdad de polinomios se iguala coeficiente a coeficiente, entonces:

$$3x^2 = cx^2 \Rightarrow c = 3$$

$$-x = bx \Rightarrow b = -1$$

$$2 = a \Rightarrow a = 2$$

$$\therefore (p(x))_{\beta_1} = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix}$$

$p(x)$  en  $\beta_2$

$$3x^2 - x + 2 = a'(3 - x) + b'(2 + x^2) + c'(-1 + 5x - 2x^2)$$

$$3x^2 - x + 2 = 3a' - a'x + 2b' + b'x^2 + 4c' + 5c'x - 2c'x^2$$

$$3x^2 - x + 2 = (b' - 2c')x^2 + (-a' + 5c')x + (3a' + 2b' + 4c')$$

①  $b' - 2c' = 3 \Rightarrow b' = 3 + 2c' \dots \textcircled{4} \Rightarrow b' = 3 + 2\left(\frac{-7}{23}\right)$

②  $-a' + 5c' = -1 \Rightarrow a' = 5c' + 1 \dots \textcircled{5} \Rightarrow a' = 5\left(\frac{-7}{23}\right) + 1$

③  $3a' + 2b' + 4c' = 2$

Sustituyendo ④ y ⑤ en ③ queda:

$$3(5c' + 1) + 2(3 + 2c') + 4c' = 2$$

$$15c' + 3 + 6 + 4c' + 4c' = 2$$

$$23c' + 9 = 2$$

$$23c' = -7$$

$$c' = \frac{-7}{23}$$

$$a' = \frac{-35}{23} + 1$$

$$a' = \frac{-35 + 23}{23} = \frac{-12}{23}$$

$$b' = \frac{69 - 14}{23}$$

$$b' = \frac{55}{23}$$



$$a(3-x) + b(2+x^2) + c(4+5x-2x^2) = 0x^2 + 0x + 0$$

$$3a - ax + 2b + bx^2 + 4c + 5cx - 2cx^2 = 0x^2 + 0x + 0$$

$$(b-2c)x^2 + (-a+5c)x + (3a+2b+4c) = 0x^2 + 0x + 0$$

$$\textcircled{1} \quad b-2c=0 \Rightarrow b=2c \dots \textcircled{4} \quad \text{Como } c=0 \Rightarrow b=2(0) \Rightarrow \underline{b=0}$$

$$\textcircled{2} \quad -a+5c=0 \Rightarrow a=5c \dots \textcircled{5} \Rightarrow \underline{a=5(0)=0}$$

$$\textcircled{3} \quad 3a+2b+4c=0$$

Substituyendo  $\textcircled{4}$  y  $\textcircled{5}$  en  $\textcircled{3}$  queda:

$$3(5c) + 2(2c) + 4c = 0$$

$$15c + 4c + 4c = 0$$

$$23c = 0$$

$$\underline{c=0}$$

$\therefore$  El conjunto  $\beta_0$  es linealmente independiente

b)  $\beta_1 = \{1, x, x^2\}$  y  $\beta_2 = \{3-x, 2+x^2, 4+5x-2x^2\}$

$$\bullet \quad 1 = a(3-x) + b(2+x^2) + c(4+5x-2x^2)$$

$$1 = (b-2c)x^2 + (-a+5c)x + (3a+2b+4c)$$

$$\textcircled{1} \quad b-2c=0 \Rightarrow b=2c \Rightarrow b = 2\left(\frac{1}{23}\right) \Rightarrow \underline{b = \frac{2}{23}}$$

$$\textcircled{2} \quad -a+5c=0 \Rightarrow a=5c \Rightarrow a = 5\left(\frac{1}{23}\right) = \underline{\frac{5}{23}}$$

$$\textcircled{3} \quad 3a+2b+4c=1$$

Substituyendo  $a$  y  $b$  en  $\textcircled{3}$  queda:

$$3\left(\frac{5}{23}\right) + 2\left(\frac{2}{23}\right) + 4c = 1$$

$$15c + 4c + 4c = 1$$

$$23c = 1$$

$$\underline{c = \frac{1}{23}}$$

$$\bullet \quad x = (b^* - 2c^*)x^2 + (-a^* + 5c^*)x + (3a^* + 2b^* + 4c^*)$$

$$\textcircled{1} \quad b^* - 2c^* = 0 \Rightarrow b^* = 2c^* \dots \textcircled{4}$$

$$\textcircled{2} \quad -a^* + 5c^* = 1 \Rightarrow a^* = 5c^* - 1 \dots \textcircled{5}$$

$$\textcircled{3} \quad 3a^* + 2b^* + 4c^* = 0$$

Substituyendo  $\textcircled{4}$  y  $\textcircled{5}$  en  $\textcircled{3}$  queda:

$$\therefore (1) \quad \beta_2 = \begin{pmatrix} \frac{5}{23} \\ \frac{2}{23} \\ 1 \\ \frac{1}{23} \end{pmatrix}$$

$$3(5c^* - 1) + 2(2c^*) + 4c^* = 0$$

$$15c^* - 3 + 4c^* + 4c^* = 0$$

$$23c^* = 3$$

$$\underline{c^* = \frac{3}{23}}$$

$$\Rightarrow b^* = 2\left(\frac{3}{23}\right) \Rightarrow \underline{b^* = \frac{6}{23}}$$

$$\Rightarrow a^* = 5\left(\frac{3}{23}\right) - 1 \Rightarrow \underline{a^* = \frac{15}{23} - 1 = -\frac{8}{23}}$$

$$\therefore (2) \quad \beta_1 = \begin{pmatrix} -8/23 \\ 6/23 \\ 3/23 \end{pmatrix}$$



$$A = \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 4 \\ 3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 6 \\ 6 \end{pmatrix} \right\} \quad \beta_{RA} = \left\{ \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 4 \\ 3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 6 \\ 6 \end{pmatrix} \right\} \quad \dim \beta_A = \dim \text{Im} A = \dim C_A = 2$$

procedo que cada l.a. ind  $\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 4 \\ 3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 6 \\ 6 \end{pmatrix}$

$$0 \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 4 \\ 3 \end{pmatrix} + b \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 6 \\ 6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\begin{array}{l} b=0 \\ 0=0 \end{array} \quad \begin{array}{l} 4a+6b=0 \\ 4b+6b=0 \\ 10b=0 \\ b=0 \end{array} \quad \begin{array}{l} 3a+6b=0 \\ 3a+6a=0 \\ 9a=0 \\ a=0 \end{array}$$

$\therefore$  El subconjunto es l.a. indep.

$$A = \beta_2 = \{ 3-x, 2+x^2, 4+5x-2x^2 \}$$

$$a) \quad 0x^2 + 0x + 0 = a(3-x) + b(2+x^2) + c(4+5x-2x^2)$$

$$3a - 0x + 2b + b x^2 + 4c + 5cx - 2cx^2 = 0x^2 + 0x + 0$$

$$0a + b x^2 - 2c x^2 = 0x^2$$

$$-a x + 0b x + 5c x = 0x$$

$$3a + 2b + 4c = 0$$

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & -2 \\ -1 & 0 & 5 \\ 3 & 2 & 4 \end{pmatrix}$$

$$|A| = 1 \begin{vmatrix} 1 & -2 \\ 2 & 4 \end{vmatrix} + 3 \begin{vmatrix} 1 & -2 \\ 0 & 5 \end{vmatrix}$$

$$= 4 + 4 + 15 = 23 \neq 0$$

$\therefore$  El segundo  $\beta_2$  es l.a. ind. por l.a.

$$b) \quad \begin{pmatrix} 3 & 2 & 4 \\ -1 & 0 & 5 \\ 0 & 1 & -2 \end{pmatrix}$$

en la base  $I$   $\begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix}$

$$\begin{pmatrix} 3 & 2 & 4 \\ -1 & 0 & 5 \\ 0 & 1 & -2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 - 2 + 12 \\ -2 + 15 \\ -1 - 6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 16 \\ 13 \\ -7 \end{pmatrix}$$

4.-

$$[n]_{B_1}^{B_2} = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 4 \\ -1 & 0 & 5 \\ 0 & 1 & -2 \end{pmatrix}$$

Matriz de transición

$$a_{11} = -5 \quad a_{12} = 8 \quad a_{13} = 10$$

$$a_{21} = -2 \quad a_{22} = -6 \quad a_{23} = -19$$

$$a_{31} = -1 \quad a_{32} = -3 \quad a_{33} = 2$$

$$-\frac{1}{17} \begin{pmatrix} -5 & 8 & 10 \\ -2 & -6 & -19 \\ -1 & -3 & 2 \end{pmatrix}$$

Matriz de transición

$$-\frac{1}{17} \begin{pmatrix} -5 & 8 & 10 \\ -2 & -6 & -19 \\ -1 & -3 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 9 \end{pmatrix} = -\frac{1}{17} \begin{pmatrix} -10 - 8 + 90 \\ -4 + 6 - 171 \\ 2 + 3 + 18 \end{pmatrix} = \frac{1}{17} \begin{pmatrix} -12 \\ -55 \\ 21 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{12}{17} \\ \frac{55}{17} \\ \frac{21}{17} \end{pmatrix}$$

$$p(x) \text{ como combinación lineal en } \mathcal{B}_2 = 3x^2 \left( \frac{-7}{17} \right) - \frac{55}{17} x + \frac{16}{17}$$

$$p(x) = \frac{21}{17} x^2 - \frac{55}{17} x + \frac{24}{17}$$

$$\textcircled{2} \begin{bmatrix} 3 & 2 & 4 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 5 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & -2 & 1 & 0 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 3 & 2 & 4 & 1 & 0 \\ 0 & 2/3 & 19/3 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & -2 & 1 & 0 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 3 & 2 & 4 & 1 & 0 \\ 0 & 2/3 & 19/3 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & -57/2 & 2 & 2 \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned} \frac{57}{2}c &= -2 \\ 57c &= -4 \\ c &= -\frac{4}{57} \\ c &= -\frac{1}{14} \end{aligned}$$

$$e_2 = -\frac{24}{19}\beta_1 + 2\beta_2 - \frac{1}{19}\beta_3$$

$$\begin{aligned} \bullet 3a + 2b + 4c &= 0 \\ 3a + 4 - \frac{4}{19} &= 0 \\ 3a + \frac{72}{19} &= 0 \\ 3a &= -\frac{72}{19} \\ a &= -\frac{72}{57} \\ a &= -\frac{24}{19} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \bullet \frac{2}{3}b + \frac{19}{3}c &= 1 \\ 2b + 19c &= 3 \\ 2b + 19(-\frac{1}{19}) &= 3 \\ 2b - 1 &= 3 \\ 2b &= 4 \\ \underline{b} &= \underline{2} \end{aligned}$$

$$\textcircled{3} \begin{bmatrix} 3 & 2 & 4 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 5 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & -2 & 1 & 1 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 3 & 2 & 4 & 1 & 0 \\ 0 & 2/3 & 19/3 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & -2 & 1 & 1 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 3 & 2 & 4 & 1 & 0 \\ 0 & 2/3 & 19/3 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -57/2 & 2 & 1 \end{bmatrix}$$

$$e_3 = \frac{10}{57}\beta_1 - \frac{1}{3}\beta_2 + \frac{2}{57}\beta_3$$

$$\begin{aligned} \bullet 3a + 2b + 4c &= 0 \\ 3a - \frac{2}{3} + \frac{8}{57} &= 0 \\ 3a - \frac{38}{57} + \frac{8}{57} &= 0 \\ 3a &= \frac{30}{57} \\ 3a &= \frac{10}{19} \\ a &= \frac{10}{57} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \bullet \frac{57}{2}c &= 1 \\ 57c &= 2 \\ c &= \frac{2}{57} \\ \bullet \frac{2}{3}b + \frac{19}{3}c &= 0 \\ 2b + 19c &= 0 \\ 2b + 19(\frac{2}{57}) &= 0 \\ 2b + \frac{2}{3} &= 0 \\ 2b &= -\frac{2}{3} \\ b &= -\frac{1}{3} \end{aligned}$$

$$[A]_{\beta_i}^{\beta_j} = \begin{bmatrix} -\frac{167}{171} & -\frac{24}{19} & \frac{10}{57} \\ 2 & 2 & -\frac{1}{3} \\ -\frac{1}{57} & -\frac{1}{19} & \frac{2}{57} \end{bmatrix}$$



$x) = 3x^2 - x + 2$ . Expresa por como combinación lineal en ambas bases.

$$\beta_2 = \{3-x, 2+x^2, 4+5x-2x^2\}$$

$$3x^2 - x + 2 = a(3-x) + b(2+x^2) + c(4+5x-2x^2)$$

$$= (b-2c)x^2 + (-a+5c)x + (3a+2b+4c)$$

$$\begin{cases} b-2c=3 \\ -a+5c=-1 \\ 3a+2b+4c=2 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} \bullet b &= 2c+3 \\ &= 2\left(\frac{7}{23}\right)+3 \\ &= \frac{-14}{23}+3 \\ b &= \frac{55}{23} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \bullet a &= 5c+1 \\ &= 5\left(\frac{7}{23}\right)+1 \\ &= \frac{35}{23}+1 \\ a &= \frac{12}{23} \end{aligned}$$

$$3(5c+1) + 2(2c+3) + 4c = 2$$

$$15c+3+4c+6+4c=2$$

$$23c+9=2$$

$$23c=-7$$

$$c = \frac{-7}{23}$$

$$\bullet 3x^2 - x + 2 = -\frac{12}{23}(3-x) + \frac{55}{23}(2+x^2) - \frac{7}{23}(4+5x-2x^2)$$

$$\beta_1 = \{1, x, x^2\}$$

$$3x^2 - x + 2 = a(1) + bx + cx^2$$

$$\bullet c=3$$

$$\bullet b=-1$$

$$\bullet a=2$$

$$b) \begin{bmatrix} 3 & 2 & 4 \\ -1 & 0 & 5 \\ 0 & 1 & -2 \end{bmatrix}$$

$$\circlearrowleft \begin{bmatrix} 3 & 2 & 4 & 1 & 1 \\ -1 & 0 & 5 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & -2 & 1 & 0 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 3 & 2 & 4 & 1 & 1 \\ 0 & 2/3 & 19/3 & 1 & 1/3 \\ 0 & 1 & -2 & 1 & 0 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 3 & 2 & 4 & 1 & 1 \\ 0 & 2/3 & 19/3 & 1 & 1/3 \\ 0 & 0 & 57/2 & 1 & -1/2 \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned} \bullet \frac{57}{2}c &= -\frac{1}{2} \\ 57c &= -1 \\ c &= \frac{-1}{57} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \bullet \frac{2}{3}b + \frac{19}{3}c &= \frac{1}{3} \\ 2b + 19c &= 1 \\ 2b + 19\left(\frac{-1}{57}\right) &= 1 \\ 2b - 3 &= 1 \\ 2b &= 4 \\ b &= 2 \end{aligned}$$

$$e_1 = -\frac{167}{171}\beta_1 + 2\beta_2 - \frac{1}{57}\beta_3$$

$$\begin{aligned} \bullet 3a + 2b + 4c &= 1 \\ 3a + 4 - \frac{4}{57} &= 1 \\ 3a + \frac{228}{57} &= 1 \\ 3a &= -\frac{167}{57} \\ a &= -\frac{167}{171} \end{aligned}$$

$$C_A = \left\{ \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 4 \\ 6 \\ 6 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 \\ 6 \\ 6 \end{pmatrix} \right\}$$

Proponemos

$$\beta_{C_A} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ 6 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 \\ 3 \\ 6 \end{pmatrix} \right\}$$

" De  $\beta_{C_A}$  tenemos

$$\textcircled{1} -a + 2b + 3c = 0$$

$$\textcircled{2} 4b + 3c = 0 \rightarrow 3c = 0 \rightarrow \underline{c = 0}$$

$$\textcircled{3} 6b + 6c = 0$$

$$-8b - 6c = 0$$

$$\underline{6b + 6c = 0}$$

$$-2b = 0$$

$$\underline{b = 0}$$

$$\textcircled{1} -a + 2b + 3c = 0$$
$$\underline{a = 0}$$

$$\dim(C_A) = 3$$

$\therefore \beta_{C_A}$  es linealmente ind

$\therefore \beta_{C_A}$  es base

$$V = \mathbb{P}_2(x)$$

$$\beta_1 = \{3 - x, 2 + x^2, 4 + 5x - 2x^2\}$$

$$\beta_2 = \{1, x, x^2\}$$

a)  $C\beta_1$ : es linealmente independiente?

$$0x^2 + 0x + 0 = a(3 - x) + b(2 + x^2) + c(4 + 5x - 2x^2)$$

$$0x^2 + 0x + 0 = (b - 2c)x^2 + (-a + 5c)x + (3a + 2b + 4c)$$

$$\begin{cases} b - 2c = 0 \\ -a + 5c = 0 \\ 3a + 2b + 4c = 0 \end{cases}$$

$$\bullet b = 2c \rightarrow \underline{b = 0}$$

$$\bullet a = 5c \rightarrow \underline{a = 0}$$

$$3a + 2b + 4c = 0$$

$$\bullet 3(5c) + 2(2c) + 4c = 0$$

$$15c + 4c + 4c = 0$$

$$23c = 0$$

$$\Rightarrow \underline{c = 0}$$

$\therefore \beta_2$  es linealmente independiente.

$$c) p(x) = 3x^2 - x + 2$$

en  $\beta_1$ .

$$3x^2 - x + 2 = \overset{a}{2}(1) + \overset{b}{(-1)}(x) + \overset{c}{3}(x^2)$$

$$\text{comp.} = 2 - x + 3x^2$$

en  $\beta_2$

$$3x^2 - x + 2 = a(3-x) + b(2+x^2) + c(4+5x-2x^2)$$

$$3a - ax + 2b + bx^2 + 4c + 5cx - 2cx^2$$

$a, b, c \in \mathbb{R}$

$$b - 2c = 3$$

$$b = 2c + 3$$

$$-a + 5c = -1$$

$$-a = -5c - 1 \rightarrow a = 5c + 1$$

$$3a + 2b + 4c = 2$$

$$3(5c+1) + 2(2c+3) + 4c = 2$$

$$15c + 3 + 4c + 6 + 4c = 2$$

$$23c = 2 - 9 \quad 23c = -7$$

$$c = -7/23$$

$$b = 55/23$$

$$a = 57/23$$

$$3x^2 - x + 2 = (-7/23)(3-x) + (55/23)(2+x^2) + (57/23)(4+5x-2x^2)$$

comp.

$$= -\frac{36}{23} + \frac{12}{23}x + \frac{110}{23} + \frac{55}{23}x^2 - \frac{28}{23} - \frac{35}{23}x + \frac{14}{23}x^2$$

$$= \frac{64}{23}x^2 - \frac{23}{23}x + \frac{46}{23}$$

$$= \underline{3x^2 - x + 2}$$



$$\beta_2 = \left\{ \underbrace{3-x}_{\gamma_1}, \underbrace{2+x^2}_{\gamma_2}, \underbrace{4+5x-2x^2}_{\gamma_3} \right\}$$

a) Dem. lin. ind.

Sean  $a, b, c \in \mathbb{R}$   
Suponer que:

$$a(3-x) + b(2+x^2) + c(4+5x-2x^2) = 0x^2 + 0x + 0$$

$$\begin{aligned} 3a - \underline{ax} + 2b + \underline{bx^2} + 4c + \underline{5cx} - \underline{2cx^2} &= 0x^2 + 0x + 0 \\ b - 2c = 0 &\rightarrow b = 2c \\ -a + 5c = 0 &\rightarrow -a = -5c \rightarrow a = 5c \\ 3a + 2b + 4c = 0 &\rightarrow 3(5c) + 2(2c) + 4c = 0 \\ &15c + 4c + 4c = 0 \end{aligned} \quad \left. \begin{array}{l} 23c = 0 \\ \rightarrow c = 0 \\ \rightarrow a = 0 \\ \rightarrow b = 0 \end{array} \right\}$$

$$a(3-x) + b(2+x^2) + c(4+5x-2x^2) = 0x^2 + 0x + 0 \Leftrightarrow a = b = c = 0 \quad \therefore \beta_2 \text{ es linealmente independiente.}$$

b)  $-\beta_1$   $\beta_2$   
 $\beta_1 = \{1, x, x^2\}$

$$(\gamma_1)_{\beta_1} = \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (\gamma_2)_{\beta_1} = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \quad (\gamma_3)_{\beta_1} = \begin{pmatrix} 4 \\ 5 \\ -2 \end{pmatrix}$$

$$B = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 4 \\ -1 & 0 & 5 \\ 0 & 1 & -2 \end{pmatrix} \quad |B| = -1 \begin{vmatrix} 3 & 4 \\ -1 & 5 \end{vmatrix} - 2 \begin{vmatrix} 3 & 2 \\ -1 & 0 \end{vmatrix} = -1(15+4) - 2(2) = -19-4 = -23 \neq 0$$

$$A = B^{-1} \quad A_{11} = \begin{vmatrix} 0 & 5 \\ 1 & -2 \end{vmatrix} = -5 \quad A_{12} = - \begin{vmatrix} -1 & 5 \\ 0 & -2 \end{vmatrix} = -2 \quad A_{13} = \begin{vmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{vmatrix} = -1$$

$$A_{21} = - \begin{vmatrix} 2 & 4 \\ 1 & -2 \end{vmatrix} = 8 \quad A_{22} = \begin{vmatrix} 3 & 4 \\ 0 & -2 \end{vmatrix} = -6 \quad A_{23} = - \begin{vmatrix} 3 & 2 \\ 0 & 1 \end{vmatrix} = -3$$

$$A_{31} = \begin{vmatrix} 2 & 4 \\ 0 & 5 \end{vmatrix} = 10 \quad A_{32} = - \begin{vmatrix} 3 & 4 \\ -1 & 5 \end{vmatrix} = -19 \quad A_{33} = \begin{vmatrix} 3 & 2 \\ -1 & 0 \end{vmatrix} = 2$$

$$\frac{1}{-23} \begin{pmatrix} -5 & 8 & 10 \\ -2 & -6 & -19 \\ -1 & -3 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{5}{23} & \frac{-8}{23} & \frac{-10}{23} \\ \frac{2}{23} & \frac{6}{23} & \frac{19}{23} \\ \frac{1}{23} & \frac{3}{23} & \frac{-2}{23} \end{pmatrix}$$



4. a.  $\beta_2 = \{3-x, 2+x^2, 4+5x-2x^2\}$

$-\frac{19}{2} - \frac{4}{2} = -\frac{23}{2}$

Sea  $(ax^2+bx+c)$

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & -2 \\ -1 & 0 & 5 \\ 3 & 2 & 4 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} -1 & 0 & 5 \\ 3 & 2 & 4 \\ 0 & 1 & -2 \end{pmatrix} \xrightarrow{(3)} \begin{pmatrix} -1 & 0 & 5 \\ 0 & 2 & 19 \\ 0 & 1 & -2 \end{pmatrix} \xrightarrow{(-1/2)} \begin{pmatrix} -1 & 0 & 5 \\ 0 & 2 & 19 \\ 0 & 0 & -23/2 \end{pmatrix}$$

$0 - a + 5(0) = 0$

$-a = 0 \Rightarrow \underline{a = 0}$      $-\frac{23}{2}c = 0 \Rightarrow \underline{c = 0}$      $2b + 19(0) = 0 \Rightarrow 2b = 0$   
 $\underline{b = 0}$

$\therefore \beta_2$  es linealmente indep.

b.  $\begin{pmatrix} 3 & 2 & 4 \\ -1 & 0 & 5 \\ 0 & 1 & -2 \end{pmatrix} = [A]_{\beta_1}^{\beta_1}$      $\det A = 3 \begin{vmatrix} 0 & 5 \\ 1 & -2 \end{vmatrix} + 1 \begin{vmatrix} 2 & 4 \\ 1 & -2 \end{vmatrix} = 3(-5) + 1(-4-4)$   
 $= -15 - 8 = -23$

$A^{-1} = [B]_{\beta_1}^{\beta_2} = \frac{1}{-23} \begin{pmatrix} +(-5) & -(-8) & +10 \\ -2 & +(-4) & -19 \\ +(-1) & -3 & +2 \end{pmatrix} = \frac{1}{-23} \begin{pmatrix} -5 & 8 & 10 \\ -2 & -6 & -19 \\ -1 & -3 & 2 \end{pmatrix}$

c. De  $\beta_2$

$$\begin{pmatrix} a & b & c \\ 0 & 1 & -2 \\ -1 & 0 & 5 \\ 3 & 2 & 4 \end{pmatrix} \begin{matrix} 3 \\ -1 \\ 2 \end{matrix} \rightarrow \begin{pmatrix} -1 & 0 & 5 & | & -1 \\ 3 & 2 & 4 & | & 2 \\ 0 & 1 & -2 & | & 3 \end{pmatrix} \xrightarrow{(3)} \begin{pmatrix} -1 & 0 & 5 & | & -1 \\ 0 & 2 & 19 & | & -1 \\ 0 & 0 & -23/2 & | & 7/2 \end{pmatrix} \xrightarrow{(-1/2)}$$

$-\frac{23}{2}c = \frac{7}{2} \Rightarrow c = -\frac{7}{23}$      $2b - \frac{183}{23} = -1$

$2b = \frac{23}{23} \Rightarrow b = \frac{23}{266}$   
 $-a - \frac{35}{23} = -1 \Rightarrow a = 1 - \frac{35}{23} = \frac{-12}{23}$

De  $\beta_2 = \{x^2, x, 1\}$

$ax^2 + bx + c = 3x^2 - 1x + 2$

$\therefore a = 3 \quad b = -1 \quad c = 2$

Sea  $V = P_2(\mathbb{R})$  y sea el conjunto  $\beta = \{3-x, 2+x^2, 4+5x-2x^2\}$

determine la siguiente:

a) Demuestre que el conjunto es linealmente independiente.

$$\begin{pmatrix} 3 & 2 & 4 \\ -1 & 0 & 5 \\ 0 & 1 & -2 \end{pmatrix} = -1 \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ -1 & 5 \end{pmatrix} - 2 \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$= -1(15+4) - 2(3)$$

$$= -19-4$$

$$= -23 \neq 0$$

\(\therefore\) Es linealmente independiente.

b) Determine la matriz de transición de la base canónica  $\beta_1 = \{1, x, x^2\}$  a la base  $\beta_2$ .

Si  $\beta_2 = \{3-x, 2+x^2, 4+5x-2x^2\}$

$$\begin{pmatrix} 3 & 2 & 4 \\ -1 & 0 & 5 \\ 0 & 1 & -2 \end{pmatrix} \xrightarrow{P_{12}} \begin{pmatrix} -1 & 0 & 5 \\ 0 & 1 & -2 \\ 3 & 2 & 4 \end{pmatrix} \xrightarrow{A_{13}(3)} \begin{pmatrix} -1 & 0 & 5 \\ 0 & 1 & -2 \\ 0 & 2 & 19 \end{pmatrix} \xrightarrow{A_{22}(-2)} \begin{pmatrix} -1 & 0 & 5 \\ 0 & 1 & -2 \\ 0 & 0 & 23 \end{pmatrix}$$

$23c = 1 \Rightarrow c = \frac{1}{23}$   $b + \frac{-2}{23} = 0 \Rightarrow b = \frac{2}{23}$   $-a + \frac{5}{23} = 0 \Rightarrow a = \frac{5}{23}$   $u = \frac{5}{23}\beta_1 + \frac{2}{23}\beta_2 + \frac{1}{23}\beta_3$

$$\begin{pmatrix} 3 & 2 & 4 \\ -1 & 0 & 5 \\ 0 & 1 & -2 \end{pmatrix} \xrightarrow{A} \begin{pmatrix} -1 & 0 & 5 \\ 0 & 1 & -2 \\ 3 & 2 & 4 \end{pmatrix} \xrightarrow{A_{13}(3)} \begin{pmatrix} -1 & 0 & 5 \\ 0 & 1 & -2 \\ 0 & 2 & 19 \end{pmatrix} \xrightarrow{A_{23}(-2)} \begin{pmatrix} -1 & 0 & 5 \\ 0 & 1 & -2 \\ 0 & 0 & 23 \end{pmatrix}$$

$23c = 3 \Rightarrow c = \frac{3}{23} \Rightarrow b - \frac{6}{23} = 0 \Rightarrow b = \frac{6}{23}$   $-a + \frac{15}{23} = 1 \Rightarrow -a = 1 - \frac{15}{23} \Rightarrow a = \frac{-8}{23}$

$u = \frac{-8}{23}\beta_1 + \frac{6}{23}\beta_2 + \frac{3}{23}\beta_3$

$$\begin{pmatrix} 3 & 2 & 4 \\ -1 & 0 & 5 \\ 0 & 1 & -2 \end{pmatrix} \xrightarrow{P} \begin{pmatrix} -1 & 0 & 5 \\ 0 & 1 & -2 \\ 3 & 2 & 4 \end{pmatrix} \xrightarrow{A_{13}(3)} \begin{pmatrix} -1 & 0 & 5 \\ 0 & 1 & -2 \\ 0 & 2 & 19 \end{pmatrix} \xrightarrow{A_{23}(-2)} \begin{pmatrix} -1 & 0 & 5 \\ 0 & 1 & -2 \\ 0 & 0 & 23 \end{pmatrix}$$

$23c = -2 \Rightarrow c = \frac{-2}{23} \Rightarrow b - 4\left(\frac{-2}{23}\right) = 1 \Rightarrow b + \frac{4}{23} = 1 \Rightarrow b = 1 - \frac{4}{23} \Rightarrow b = \frac{19}{23}$

$-a + \frac{10}{23} = 0 \Rightarrow a = \frac{-10}{23}$

$u = \frac{-10}{23}\beta_1 + \frac{19}{23}\beta_2 - \frac{2}{23}\beta_3$

$$\begin{pmatrix} \frac{5}{23} & \frac{-8}{23} & \frac{-10}{23} \\ \frac{2}{23} & \frac{6}{23} & \frac{19}{23} \\ \frac{1}{23} & \frac{2}{23} & \frac{-2}{23} \end{pmatrix} = [A]_{\beta_2}^{\beta_1}$$