UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE ZACATECAS
"FRANCISCO GARCÍA SALINAS"

UNIDAD ACADÉMICA DE MATEMÁTICAS

La noción de conservación del área en los libros de texto de matemáticas.

Un análisis de contenido.

Tesis que para obtener el grado de

Maestro en Matemática Educativa con Orientación en el Nivel Bachillerato

Presenta:

Ismael Hurtado Pereida

Directores de tesis:

Dr. Eduardo Carlos Briceño Solís

Dr. José Iván López Flores

Zacatecas, Zac., México Enero, 2016

La noción de conservación del área en los libros de texto de matemáticas. Un análisis de contenido.

Tesis de maestría

Ismael Hurtado Pereida

Directores de tesis: Eduardo Carlos Briceño Solís, José Iván López Flores

Comité evaluador:

María Guadalupe Cabáñas Sánchez, UAGro, Guerrero.
Eduardo Carlos Briceño Solís, UAZ, Zacatecas.
José Iván López Flores, UAZ, Zacatecas.
Judith Alejandra Hernández Sánchez, UAZ, Zacatecas.
Elvira Borjón Robles, UAZ, Zacatecas.

2016
Unidad Académica de Matemáticas
Matemática Educativa, Universidad Autónoma de Zacatecas
Zacatecas, México.

A mis Padres

Al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología por el apoyo brindado para la realización de mis estudios de Maestría. Becario No. 295711

Agradecimientos

A la Universidad Autónoma de Zacatecas.

A mis directores de tesis por su guía y apoyo en el desarrollo de esta investigación y por su confianza al compartir conmigo sus conocimientos.

A mis revisores, la Dra. Judith Alejandra Hernández Sánchez, el Dr. Eduardo Carlos Briceño Solís, el Dr. José Iván López Flores, la Dra. María Guadalupe Cabañas Sánchez y la M. en M. Elvira Borjón Robles por sus observaciones, sugerencias y correcciones que ayudaron a mejorar esta investigación.

A los profesores que colaboraron en el desarrollo de esta investigación y que me apoyaron para llevar a cabo la maestría compartiendo conmigo su conocimiento, tiempo, disposición y dedicación.

A todas aquellas personas que directa e indirectamente siempre me apoyaron para realizar y llevar a culmen este grado escolar.

A mis padres y mis hermanos, por el apoyo para realizar mis estudios.

Universidad Autónoma de Zacatecas
"Francisco García Salinas"
UNIDAD ACADÉMICA DE MATEMÁTICAS

Unidad Académica de Matemáticas

Dra. en D. Samanta Deciré Bernal Ayala

Responsable del Departamento Escolar

De la Universidad Autónoma de Zacatecas

"Francisco García Salinas"

P R E S E N T E

Por medio del presente se hace constar que el trabajo de tesis que lleva por nombre "***La noción de conservación del área en los libros de texto de matemáticas. Un análisis de contenido***" y que fue realizado bajo nuestra asesoría por el C. Ismael Hurtado Pereida, con número de matrícula 21203470, estudiante de la Maestría en Matemática Educativa con Orientación en el Nivel Bachillerato, ha atendido las sugerencias y recomendaciones establecidas en el proceso de revisión por parte del comité evaluador, por lo que se encuentra listo para su presentación y defensa. Lo anterior en los términos de la legislación vigente, correspondiente a la Universidad Autónoma de Zacatecas y a aquella establecida en a Maestría.

Atentamente

Zacatecas, Zac. A Enero de 2016

Dr. Eduardo Carlos Briceño Solís
Universidad Autónoma de Zacatecas

Dr. José Iván López Flores
Universidad Autónoma de Zacatecas

Calzada Solidaridad entronque Paseo a la Bufa
Campus Universitario II, Zacatecas, Zac. C.P. 98000
Tel. y Fax: (492) 922-9975 y (492)923-9407 ext. 1702
http://matematicas.reduaz.mx

CARTA DE RESPONSABILIDAD Y CESIÓN DE DERECHOS

En la ciudad de Zacatecas, Zacatecas, el día 17 del mes de Enero del año 2016, el que suscribe L.M. Ismael Hurtado Pereida alumno del Programa de Maestría en Matemática Educativa con Orientación en el Nivel Bachillerato con número de matrícula 21203470, manifiesta que es el autor intelectual del trabajo de grado *intitulado* ***La noción de conservación del área en los libros de texto de matemáticas. Un análisis de contenido,*** bajo la dirección de los asesores Dr. Eduardo Carlos Briceño Solís y Dr. José Iván López Flores.

Por tal motivo asume la responsabilidad sobre su contenido y el debido uso de referencias, acreditando la originalidad del mismo. Así mismo cede los derechos del trabajo anteriormente mencionado a la Universidad Autónoma de Zacatecas para su difusión con fines académicos y de investigación.

L.M. Ismael Hurtado Pereida

ÍNDICE DE CONTENIDO

RESUMEN 5
INTRODUCCIÓN 7
CAPÍTULO 1 9
EL PROBLEMA DE INVESTIGACIÓN 9
1.1 La integral definida 10
1.2 Acercamiento a la problemática sobre la enseñanza de la integral definida 11
1.3 La integral definida en la enseñanza 22
1.4 Una aproximación al estudio de la conservación del área 28
1.4.1 La noción de conservación del área 28
1.4.2 Piaget y la conservación del área 30
1.4.3 Comprensión de la noción de conservación del área 33
1.4.4 La conservación en relación al área 34
1.4.5 Algunas tareas desarrolladas en relación al uso de la conservación del área 35
1.5 La noción de conservación del área en la resignificación de la integral definida 48
1.6 Objetivos, Pregunta de Investigación y Justificación 52
CAPÍTULO 2 55
MARCO TEÓRICO 55
2.1 La Socioepistemología, su naturaleza de estudio 56
2.2 La noción de práctica social 56
2.3 Constructos teóricos desde la teoría Socioepistemológica 57
CAPÍTULO 3 60
METODOLOGÍA 60
3.1 El papel de los libros de texto en algunas investigaciones 61
3.2 El Análisis de Contenido para la revisión de libros de texto 64
3.2.1 Trabajo previo a la obtención de los datos 66
3.2.2 La extracción de los datos (trabajo de campo) 67
3.2.3 Interpretacion de resultados 67
3.3 Algunos análisis en libros de texto 68
3.3.1 Un análisis de contenido en libros de texto sobre las oportunidades de razonamiento y prueba en libros de texto de matemáticas elementales (estudiantes de 9-11 años) 68

3.3.2 Un análisis en libros de texto sobre la conservación del área 70
3.4 Método de análisis de contenido en esta investigación........................ 72
3.5 La muestra para la selección de los libros de texto.......................... 72
3.6 La unidad de análisis.. 74
3.7 Categorización para el análisis 75
3. 7.1 Componente: usos en transformaciones geométricas 76
3. 7.2 Componente: usos en transformaciones analíticas 79
3. 7. 3 Componente: contextos en transformaciones geométricas 81
3. 7.4 Componente: contextos en transformaciones analíticas 81
3. 7.5 Componente: procedimientos en transformaciones geométricas.... 82
3. 7.6 Componente: procedimientos en transformaciones analíticas 86
3.8 Fichas de registro para la recogida de datos en los libros de texto en esta investigación 90
CAPÍTULO 4 93
RESULTADOS 93
4.1 EDUCACION PRIMARIA.. 94
4.1.1 Libro de Matemáticas de primer año (EPM1)................................ 94
4.1.2 Libro de Matemáticas de segundo año (EPM2) 96
4.1.3 Libro de Matemáticas de tercer año (EPM3)................................. 98
4.1.4 Libro de Matemáticas de cuarto año (EPM4) 101
4.1.5 Libro de Matemáticas de quinto año (EPM5) 103
4.1.6 Libro de Matemáticas de sexto año (EPM6) 106
4.2 EDUCACIÓN SECUNDARIA... 108
4.2.1 Libro de Matemáticas uno (ESM1-S1) 108
4.2.2 Libro de Matemáticas dos (ESM2-S1) 112
4.2.3 Libro de Matemáticas tres (ESM3-S1)...................................... 115
4.2.4 Libro de Matemáticas uno (ESM1-S2) 118
4.2.5 Libro de Matemáticas dos (ESM2-S2) 121
4.2.6 Libro de Matemáticas tres (ESM3-S2)...................................... 124
4.3 EDUCACIÓN BACHILLERATO 127
4.3.1 Libro de Matemáticas uno (EBM1).. 127
4.3.2 Libro de Matemáticas dos (EBM2) 130
4.3.3 Libro de Matemáticas tres (EBM3).. 132
4.3.4 Libro de Matemáticas cuatro (EBM4) 134
4.3.2 Libro de Matemáticas cinco y seis (EBM5-6) 136

CAPÍTULO 5 139
Discusión, conclusión, recomendaciones y preguntas para futuras investigaciones.. 139
5.1 Desarrollo de los usos del área en educación obligatoria.................. 144
5.1.1 Transformaciones Geométricas 144
5.1.2 Transformaciones Analíticas 145
5.2 Contextos en que se presenta el área en educación obligatoria 147
5.2.1 Transformaciones Geométricas 147
5.2.2 Transformaciones Analíticas 148
5.3 Procedimientos asociados a las tareas en que se presenta la conservación del área en educación obligatoria 149
5.3.1 Transformaciones Geométricas 149
5.3.2 Transformaciones Analíticas 150
5.4 Algunas tareas en torno a la conservación 153
5.5 Conclusiones.. 158
5.5.1 Usos, contextos y procedimientos que se le dan a la conservación del área en los libros de texto de educación primaria. 158
5.5.2 Usos, contextos y procedimientos que se le dan a la conservación del área en los libros de texto de educación secundaria (ES-S1)............... 158
5.5.3 Usos, contextos y procedimientos que se le dan a la conservación del área en los libros de texto de educación secundaria (ES-S2)............... 159
5.5.5 Usos, contextos y procedimientos que se le dan a la conservación del área en los libros de texto de Bachillerato 159
5.6 Recomendaciones y preguntas para estudios futuros 160
5.7 Reflexión.. 160
REFERENCIAS 163
ANEXOS 170

RESUMEN

Esta investigación abordó a la integral definida vista como área bajo la curva motivada por: a) las dificultades identificadas a partir de una revisión de investigaciones centradas en la integral definida ligadas al área como contexto, b) la importancia del concepto de área dentro del currículo escolar en educación básica y su relación con el concepto de integral definida; y c) el estudio desarrollado por Cabañas-Sánchez (2011), que ofreció una resignificación de la integral definida (vista como área bajo la curva de regiones planas) articulando la triada: usos, contextos y procedimientos del área con la conservación del área que contribuyó a la resignificación de la conservación del área.

Uno de los pilares básicos que sustenta la acción docente, es el libro de texto por su fuerte influencia en el aula tanto para estudiantes como para profesores (Perales y Jiménez, 2002; Fan, 2013; Borba & Selva, 2013; Bieda, Drwencke & Picard, 2014; Cabañas-Sánchez, 2011; González y Sierra, 2004). Los libros contienen tareas que estan relacionadas con el cálculo de áreas, donde implícitamente se moviliza la noción de conservación del área que se vuelve una pieza importante para el estudio de la integral definida.

En este sentido consideramos que estas prácticas están en los estudiantes por las mismas actividades de los libros. De este modo, se llevó a cabo un análisis de contenido en libros de texto de matemáticas en educación primaria, secundaria y bachillerato en Zacatecas, a fin de identificar los usos, contextos y procedimientos en que se presentan tareas relacionadas con la conservación del área; la importancia de analizar estos elementos radica en que el área es un concepto importante desde el nivel de primaria hasta niveles superiores y la relación que este concepto mantiene con la integral definida.

El estudio se abordó desde una perspectiva Socioepistemológica, tomando como base la triada: usos, contextos y procedimientos en que se presenta el área tomada del estudio de Cabañas-Sánchez (2011) y la literatura especializada en torno a la noción de coservación del área; además, esta teoría busca afectar el sistema educativo en el rediseño del discurso matemático escolar. El análisis de contenido en los libros de texto de matemáticas que se realizó, ofrece un punto de referencia para propuestas didácticas que permitan centrar el discurso matemático escolar en nociones como la conservación de área.

Palabras clave: Integral definida, Resignificación, Análisis de contenido, Conservación del área, Usos, Contextos y Procedimientos.

ABSTRACT

This research explores the concept of the definite integral seen as area under the curve, motivated by: a) difficulties identified from a review in some research on the definite integral, linked to the area as a context; b) the importance of the concept of area within the school curriculum in basic education and its relationship to the concept of definite integral; c) the study presented by Cabañas-Sánchez (2011), offering a redefinition of the definite integral (seen as area under the curve), articulating the triad uses, contexts and procedures of area with conservation area flat regions, contributing to the redefinition of the definite integral.

One of the pillars that support the teaching action, is the textbook for its strong influence in the classroom for both students and teachers (Perales y Jiménez, 2002; Fan, 2013; Borba & Selva, 2013; Bieda, Drwencke & Picard, 2014; Cabañas-Sánchez, 2011; González y Sierra, 2004). The textbooks contain tasks that are related to the calculation of areas where implicitly the notion of conservation area that is important for the study of the definite integral is movilized.

In this regard we believe that these practices are in the students for the same activities from mathematics textbooks. Thus, we conducted a content analysis of mathematics textbooks at primary, secondary and high school in Zacatecas, to identify uses, contexts and procedures that appear related to the area's conservation tasks; the importance of analyzing these elements is that the area is an important concept from primary to higher levels and the relationship it has with the integral defined.

The study was approached from a perspective socioepistemological, based on the triad uses, contexts and procedures taken in the study of Cabañas-Sánchez (2011) and specialized literature around the area coservación notion; Moreover, this theory seeks to affect the education system in the redesign of the school mathematical discourse. The content analysis was performed on mathematics textbooks, it provides a benchmark for educational proposals that allow the school mathematical discourse focus on notions as conservation area.

Keywords: definite integral, redefinition, books analysis, area conservation, uses, contexts, procedures.

INTRODUCCIÓN

El objeto matemático integral definida, aparece como tema de estudio en algunos bachilleratos y en primer año en algunas universidades. Esta investigación, parte de la enseñanza y aprendizaje de la integral definida vista como área bajo la curva en el nivel bachillerato. El acercamiento de algunas investigaciones relacionadas con la integral definida, reportan varias problemáticas en los estudiantes cuando trabajan con la integral defindia, resaltando los procesos algoritmos, los aprendizajes memorísticos y concepciones erróneas entre otros.

El origen de la presente investigación surgió de un seminario de Socioepistemología llevado a cabo en la Maestría en Matemática Educativa de la Universidad Autónoma de Zacatecas (UAZ); a partir de la revisión del trabajo de tesis de Cabañas-Sánchez (2011), denominado: *"El papel de la noción de conservación del área en la resignificación de la integral definida. Un estudio Socioepistemológico".* En esta investigación, se analizó desde las prácticas del salón de clase, una resignificación de la integral definida (vista como área bajo la curva) desde una articulación de usos, contextos y procedimientos del área con la conservación del área de regiones planas; de ahí surgió la inquietud por indagar si tareas relacionadas con la conservación del área son planteadas para ser puestas en práctica por los estudiantes en los niveles previos al estudio de la integral definida donde un elemento que está presente el aula es el libro de texto.

Este primer acercamiento nos llevó a una revisión en torno a la conservación del área, con el fin de señalar la importancia que tiene su estudio en niveles previos a la enseñanza de la integral definida, esto como parte de la motivación para desarrollar esta investigación ya que, la integral definida está asociada al área bajo la curva y además, algunas dificultades identificadas a partir de una revisión en algunas investigaciones en torno a la integral definida, ligadas al área como contexto y la importancia del concepto de área dentro del currículo escolar en educación básica y su relación con el concepto de integral definida.

Es así que, esta investigación se centró en la realización de un análisis de contenido que nos permitió un acercamiento a la triada: usos, contextos y procedimientos en que se presenta la noción de conservación del área en los libros de texto de educación obligatoria en el estado de Zacatecas. La intención fue buscar planteamientos que llevaran a los estudiantes a nociones como la conservación; así, nos guió la siguiente pregunta de investigación:

¿Cuáles son los usos, contextos y procedimientos en que se presenta la conservación del área en los libros de texto de matemáticas en educación primaria, secundaria y bachillerato en el estado de Zacatecas?

Para responder a esta cuestión se adoptó una metodología de análisis de contenido aplicada a seis libros de matemáticas de nivel primaria, dos grupos de libros de matemáticas para el nivel secundaria y para el nivel de bachillerato se tomaron cinco libros de matemáticas sugeridos en los planes de estudio oficiales de la dirección general de bachillerato (DGB, 2013).

El trabajo desarrollado en esta investigación, está constituido por cinco capítulos. En el capítulo 1 se presenta el problema de investigación, el cual, contiene un acercamiento a la problemática en torno a la integral definida; se encuentra también una descripción de algunos resultados importantes evidenciados en algunas investigaciones sobre el estudio de este tema escolar. Estos resultados los ubicamos al estudio de la conservación del área a partir de algunas investigaciones; el estudio de Cabañas-Sánchez (2011) donde se presenta una resignificación de la integral definida haciendo uso de la noción de conservación del área y finalmente cerramos con la pregunta de investigación, los objetivos y justificación de la investigación.

En el capítulo 2 se encuentra una descripción de la perspectiva teórica que nos permitió analizar los resultados obtenidos en el análisis de contenido. Los conceptos que se abordaron aquí son principalmente: usos, contextos y procedimientos, dándoles un sentido desde la Socioepistemología, atendiendo a la interpretación realizada por Cabañas-Sánchez (2011).

En el capítulo 3 nos hemos enfocado al estudio del papel de los libros de texto dentro de algunas investigaciones, así como, un acercamiento al análisis de contenido. Se aborda el método de análisis de contenido para esta investigación, se definen la unidad de análisis, la categorización utilizada para el desarrollo de la investigación y las fichas de trabajo para la recolección de los datos.

El capítulo 4 muestra los resultados obtenidos a través del análisis de contenido, desglosados por cada libro de texto a través de los niveles escolares de primaria, secundaria y bachillerato.

El capitulo 5 ofrece una discusión en torno a los resultados obtenidos mostrando un desarrollo de los usos, contextos y procedimientos en que se presenta el área en relación a la conservación a lo largo de la educación obligatoria; además, se discuten algunos hallazgos en torno a la conservación sobre aspectos que pueden no estar centrados en el área, dejando finalmente, posibles recomendaciones y preguntas para futuras investigaciones.

CAPÍTULO 1

EL PROBLEMA DE INVESTIGACIÓN

1.1 La integral definida

En esta sección, se reportan algunas investigaciones en torno al concepto de "*integral definida*", abordando algunos aspectos en cuanto a la enseñanza-aprendizaje de esta.

El tema de integral definida es de relevante importancia en muchos países dentro del currículo en el bachillerato (Kouropatov & Dreyfus, 2013, 2014); este concepto pertenece al corazón del Cálculo de variable real (Attorps, Björk, Radic & Tossavainen, 2010); además, se puede situar dentro de los temas que integran el *pensamiento matemático avanzado, el cual tiene una complejidad intrínseca*[1] *pues se basa en conceptos más elementales y no puede entenderse sin una sólida comprensión de estos* (Turégano, 1998). A su vez, este concepto se relaciona con el cálculo de magnitudes físicas y geométricas como el área y volumen además de la predicción del cambio de magnitudes variables como la distancia y velocidad recorrida, siendo un tema estándar en los cursos de Cálculo en el Bachillerato y en la Universidad (Cabañas-Sánchez, 2011; Cabañas y Cantoral, 2005b).

La idea de integral definida se vuelve una importante herramienta en las ciencias como las matemáticas, la física y la astronomía, entre otras, por lo que, los futuros profesores, ingenieros, doctores, economistas, científicos y por supuesto los matemáticos, se esfuerzan en aprender y comprender los conceptos y técnicas del Cálculo, de modo que, una gran cantidad de estudiantes se sumergen en cursos de Cálculo cada año en Europa, el Norte de Asia y Estados Unidos; también, en muchos países de América latina, los cursos de Cálculo son tomados por millones de estudiantes en los niveles universitarios (Rasmussen, Marrongelle & Borba, 2014).

Además, dos ideas en torno a la integral definida son: la integral como límite de una suma (definida) y la integral como antiderivada (indefinida). Por lo tanto, la idea de integral indefinida lleva a desarrollar un nuevo campo de análisis (los métodos de integración de funciones) que es el corazón (o al menos hasta que los métodos numéricos y la tecnología hacen su aparición) de las ecuaciones diferenciales; luego, la comprensión de las ideas de integral definida e indefinida y la conexión entre ellas, es el objetivo principal de la construcción del cálculo integral (Kouropatov & Dreyfus, 2013, 2014); por otra parte, la integral definida es introducida como una forma de obtener el valor del área bajo la curva cuyo fundamento está en el cálculo del límite (Cabañas y Cantoral, 2005b).

Esto es a lo que se enfrentan los estudiantes de 16 años más o menos además de que, no han oído hablar de la idea de infinito y de límite ya que la

[1] Según el Diccionario de la Real Academia Española, lo intrínseco en el sentido cotidiano es relativo a aquello que es esencial: Intrínseco, ca. (Del lat. *Intrinsĕcus, interiormente*). 1. *adj*. Íntimo, esencial. Se pudiera decir que la blancura es intrínseca de la nieve.

enseñanza no pasa por una fase previa, así que, deben asimilar al mismo tiempo, fenómenos asociados al infinito, límites, conceptos y teorías que los desarrollan matemáticamente (Turégano, 1998).

En tal caso, el aprendizaje de las matemáticas tradicionalmente se ha caracterizado por la memorización de fórmulas y reglas que los estudiantes repiten, con lo que no consiguen una aprehensión conceptual ni una correcta aplicación a la resolución de problemas (Ramírez, Muñoz e Ibarra, 2011).

Además, la mayoría de los estudiantes de bachillerato nunca comprenden por qué ellos usan antiderivadas para calcular áreas (sólo lo hacen); de modo que, aún y con las grandes habilidades que los estudiantes poseen, raramente adquieren una comprensión respecto al concepto de integral; en el mejor de los casos, adquieren no más que técnicas formales para la solución de problemas y ejercicios específicos y, de acuerdo con Kouropatov & Dreyfus (2013, 2014), tienen una tendencia a ver el cálculo integral como una serie de procedimientos con algoritmos asociados pero no desarrollan una comprensión de los conceptos.

1.2 Acercamiento a la problemática sobre la enseñanza de la integral definida

Un trabajo relacionado con el aprendizaje del concepto de integral definida fue desarrollado por Orton (1983), quien planteó como uno de sus objetivos: investigar la comprensión de los estudiantes sobre la integración y la diferenciación.

Su estudio se basó en entrevistas individuales con 110 estudiantes de los cuales, sesenta se eligieron del nivel *Sixth form* (16-22 años) de cuatro escuelas diferentes; los otros cincuenta estudiantes (18-22 años) de *Colleges (En estados Unidos, un College es una Universidad o una Facultad)* de educación superior en formación para ser profesores de matemáticas.

En el estudio consideró 38 ítems, 18 de los cuales, estuvieron relacionados con la integración; los ítems clave para la evaluación de la comprensión de la integración fueron: a) el límite de una sucesión igual al área bajo una gráfica y b) el límite a partir de una sucesión de fracciones y a partir de un término general. Para Orton, los límites son importantes para una comprensión real de la integración y la diferenciación, pero señala que no se les dedica mucho tiempo para su estudio en la escuela antes de que se vuelvan necesarios para el *Calculus*.

Sus resultados pusieron en evidencia que la comprensión de la integración como el límite de una suma constituye un gran problema. Por ejemplo, en uno de los ítems, los estudiantes obtuvieron una secuencia de aproximaciones al área bajo la curva a través de rectángulos bajo la curva de la función cuadrática, donde el límite de la secuencia da el valor exacto del área bajo la curva. Se cuestionó a los estudiantes sobre si podían encontrar el valor exacto del área, sabiendo que cada nuevo término de la secuencia es una mejor aproximación que el anterior, llevándolos a señalar que el procedimiento nunca produciría una respuesta correcta, con lo que no fueron capaces de ver que el límite proporcionaría el valor exacto del área bajo la curva. En otro ítem para calcular el área bajo la curva donde la función *f(x)<0 en un* segmento, pareció que muchos estudiantes supieron qué hacer, pero al momento de cuestionarlos sobre su proceder no supieron por qué actuaron de ese modo. Así, se identificaron problemas en los estudiantes para el cálculo de áreas cuando la curva cruza un eje o bien, en la comprensión de la relación entre la integral definida y el área bajo la curva.

Un trabajo que mostró los resultados de un cuestionario sobre Cálculo integral aplicado a 47 estudiantes de 16-19 años (*Senior secondary school*) para medir su comprensión respecto a los conceptos de la integral definida es desarrollado por Thomas & Hong (1996). Su objetivo fue usar un trabajo basado en computadora para mejorar la comprensión relacional –los autores señalan que la enseñanza del Cálculo en escuelas (nivel medio superior) y Universidades ha sido concentrado en habilidades procedimentales, más que en una comprensión conceptual; para mostrar la idea de comprensión relacional, citan a Skemp (1976, citado en Thomas y Hong, 1996), quien señala que el tipo de aprendizaje que te lleva a unas matemáticas instrumentales, consiste en aprender un número cada vez mayor de planes fijos, a través de los cuales, el estudiante puede encontrar su camino desde un punto particular de inicio (datos) hasta los puntos finales requeridos (respuesta a la pregunta); el plan le dice lo que hay que hacer en cada punto, pero no hay conciencia de la relación entre etapas sucesivas y la meta final; con esto, el aprendiz depende del aprendizaje de cada nueva "manera de conseguirlo". En contraste, las matemáticas relacionales consisten de construir una estructura conceptual (esquema), de la cual, su posesor puede en principio producir un ilimitado número de planes para ir de cualquier punto inicial con ayuda de su esquema, a cualquier punto final (Skemp, 1976). Así, la comprensión relacional es aprender el por qué, mientras la comprensión instrumental es aprender el cómo que, además, implica aprender por reglas y memorizar hechos– de los estudiantes y del *pensamiento proceptual* –habilidad de ser capaz de activar un enfoque entre los procesos y el objeto creado por estos como sea necesario (Gray & Tall, 1993) – sobre la integral de Riemann. Su pregunta de investigación fue ¿Qué tipo de pensamiento y comprensión están desarrollando los estudiantes con los estilos presentes de enseñanza?

Las respuestas obtenidas de las actividades desarrolladas muestran respuestas que ofrecen diferencias cualitativas en el pensamiento de los estudiantes. Por ejemplo, con el fin de determinar si comprendieron el concepto de conservación de la integral bajo cambio de variable y si podrían aplicar este concepto en una situación donde los límites de integración fueron invertidos, se les dijo: *Dado que* $\int_9^{16} \sqrt{x}dx = \frac{74}{3}$ *, ¿Qué es* $\int_{16}^{9} \sqrt{t}dt$ *?* Se encontró que *17.2%* de los estudiantes inventaron un algoritmo para enfrentar su falta de comprensión de los límites inversos; además, cuando los valores de los límites aparecieron invertidos, ellos invirtieron la respuesta y obtuvieron $\frac{3}{74}$, lo que ofrece evidencia de que muchos estudiantes que son instrumentales en su pensamiento y comprensión más que pensadores conceptuales, intentan tratar con problemas que tienen conceptos que ellos no entienden. Analizaron si los estudiantes comprendieron conceptualmente la relación entre el área bajo la gráfica de una función y algunas transformaciones de la gráfica, pensando en la importancia de alejar al estudiante de los procesos que tal vez quisiera utilizar, presentándoles integrales generales en términos de una función, más que de una función explícita que ellos podrían integrar directamente; por ejemplo, se les dijo: *si* $\int_1^3 f(t)dt = 8.6$ *, escribe el valor de* $\int_2^4 f(t-1)dt$. Encontraron que *59.6%* no fueron capaces de responder; señalan que esto pudo ser debido a que no reconocieron a $f(t-1)$ representando a una transformación, evidenciando que éste concepto fue bloqueado (un estudiante dio *7.6* como respuesta pensando que $f(t-1)$ implicaba el valor de la integral menos *1*).

Para evaluar la comprensión de los estudiantes de conceptos asociados con gráficas dibujadas de funciones integrales, se les presentó la gráfica de una función y se les pidió identificar la gráfica que representaría a una antiderivada de la función, a lo que, sólo dos estudiantes respondieron acertadamente. En consecuencia, señalan que los conceptos del Cálculo que asocian al área con la integración son poco conocidos o aplicados. Thomas y Hong concluyen de su análisis que hay una tendencia a ver el Cálculo integral como una serie de procesos asociados con algoritmos y a no desarrollar un pensamiento versátil para comprender conceptos que involucran a la integral.

Ramírez, Muñoz e Ibarra (2011), con el objetivo de indagar si los estudiantes logran una *aprehensión conceptual*[2] de la integral definida en la resolución de problemas, documentaron el tipo de aprendizaje logrado por 176 estudiantes de Ingeniería en relación con la integral definida. Hicieron uso de un examen diagnóstico que implicó la identificación de la integral en diferentes *registros de representación*[3] (geométrico, algebraico y numérico), el tránsito entre ellos

---

[2] Duval (1998), define a las representaciones mentales, como aquellas que cubren al conjunto de imágenes y globalmente, a las concepciones que un individuo puede tener sobre un objeto matemático, sobre una situación y sobre lo que le está asociado. A las representaciones semióticas, las considera como producciones constituidas por el empleo de signos que pertenecen a un sistema de representación el cual contiene sus propias obligaciones de significancia y funcionamiento. Además, define a los sistemas de representación, como aquellas representaciones semióticas constituidas por un conjunto de reglas y el empleo de signos. Afirma que no puede haber noésis sin semiosis. Define a la semiosis, como la aprehensión o producción de una representación semiótica. Y a la noésis, como la *aprehensión conceptual* de un objeto. En la enseñanza de la matemática, la semiosis es esencial para poder movilizar varios registros de representación o para escoger un registro en lugar de otro.

[3] Duval (1998), señala que no puede existir un conocimiento que pueda ser movilizado por un individuo sin una actividad de representación y que la utilización de varios sistemas de representación es esencial para el ejercicio y el desarrollo de las actividades cognitivas fundamentales. Define las representaciones semióticas como producciones constituidas por el empleo de signos y que pertenecen a un sistema de representación, el cual tiene sus propias

(geométrico, algebraico y verbal) y su aplicación a la resolución de problemas. Concluyeron que la mayoría de los estudiantes adquieren un aprendizaje memorístico y algorítmico, es decir, un aprendizaje mecánico ya que no han logrado construir imágenes mentales ricas.

Turégano (1998), señala problemas con el concepto de infinito argumentando que, los estudiantes poseen una concepción que se vuelve su mayor obstáculo para concebirlo como algo acabado; luego, cuando hacen referencia al uso de aproximaciones del área, no saben si el límite se alcanza; por tanto, los procesos relacionados con la integral definida no se pueden quedar en aproximaciones. De aquí, que parte de la hipótesis de que los estudiantes pueden aprender (intuitivamente) conceptos del Cálculo sin el dominio previo o simultáneo de los algoritmos para generar significados de la integral definida y de sus propiedades mediante la idea de área bajo la curva utilizando la visualización a través de un ordenador. Al terminar su estudio, identifica tres tipos de imágenes del concepto de integral definida en los estudiantes:

Cuando el estudiante tiene una imagen primitiva del área, asocia una fórmula que le permite calcular el área de figuras "*raras*"; por ejemplo: $(b-a)\cdot h$ no le recuerda la fórmula del cálculo del área del rectángulo sino que da respuestas como: "*No. Ésta es para las figuras raras. La del rectángulo es base por altura*" (Turégano, 1998, p.241).

Operativa, cuando el estudiante ha construido una imagen incompleta del concepto que no le permite resolver situaciones como cuando $f(x)<0$ ya que, otorga el mismo signo a las áreas que están sobre y bajo el eje "*x*".

Descriptivo, cuando logra dar una descripción verbal precisa de la integral y de sus propiedades, incluyendo componentes geométricas y numéricas.

Turégano (1998) señala que para iniciar al estudiante en el estudio del Cálculo infinitesimal, es más adecuado utilizar una secuencia del currículo de Cálculo y un enfoque de la integración de acuerdo con su génesis histórica pues, conocer el desarrollo histórico de un concepto puede ayudar a comprender cómo se aprende este concepto, o bien, a organizar su enseñanza; propone enseñar a la integral definida de manera independiente de la diferenciación y como primera introducción al concepto de límite motivado por el problema que está en el origen del cálculo integral: el cálculo de áreas planas, argumentando que *"la integral es una continuación de la idea de área, que los estudiantes conocen desde los primeros días de la escuela"* .

---

limitaciones de significación y funcionamiento. Luego, para que un sistema de representación pueda ser un registro de representación, debe permitir tres actividades cognitivas fundamentales: 1) La formación de una representación identificable dentro de un registro dado; 2) El tratamiento de una representación, que es la transformación de esta representación en el registro mismo donde ha sido formulada. El tratamiento es una transformación interna en un registro y 3) La conversión de una representación, que es la transformación de esta representación es una representación dentro de otro registro conservando la totalidad o solamente una parte del contenido de la representación inicial.
Dentro de la actividad matemática, es esencial poder movilizar y coordinar varios registros de representación semiótica en una situación dada, y poder escoger entre un registro y otro.

Bezuidenhout & Olivier (2000), cuyo propósito fue obtener información respecto a la comprensión de conceptos fundamentales del Cálculo y en particular de aquellos relacionados con la comprensión en los estudiantes de algunos aspectos procedimentales y conceptuales de la integral definida, se preguntaron ¿Cuáles son las concepciones que tienen los estudiantes sobre la integral? Haciendo uso del término *Concept-Image* para referirse a una estructura cognitiva total (en la mente de un individuo) asociada con un concepto matemático específico citando a Tall & Vinner (1981), éste puede incluir ideas significativas como aquellas que son contrarias a los significados y definiciones formales de los conceptos; en algunos casos, las imágenes del concepto pueden diferir en varios aspectos de la definición formal del concepto y que se aceptó por una comunidad matemática en general; las *misconseptions* reflejan tales diferencias. Para investigar sobre las concepciones que tienen los estudiantes sobre la integral definida, se hicieron pruebas escritas y algunas entrevistas con 523 estudiantes de tres universidades al sur de África, entre ellos, ingenieros, miembros de ciencias físicas y estudiantes en servicio de cursos de Cálculo.

Se encontró que muchos de los estudiantes carecen de concepciones apropiadas de la integral; por ejemplo, un tipo de interpretación insatisfactoria parece resultar de aplicar una concepción donde la integral es percibida como el área entre la gráfica y el eje horizontal; esta concepción involucra la idea de que una integral definida representa un área aún si la función es menor que cero sobre el intervalo de integración. Los autores señalan que la aplicación de tal concepción puede resultar en respuestas correctas en algunas situaciones matemáticas, pero en otras donde por ejemplo $f(x)<0$, produce respuestas erróneas debidas a una abstracción insuficiente del *"concept-image"* (imagen del concepto) de la integral definida ligada al área como contexto, mismo en el cual, las concepciones fueron originalmente formadas por una estrategia de enseñanza específica.

Así, una interpretación errónea viene de aplicar una concepción donde se percibe a la integral definida como el área entre la gráfica y el eje horizontal, concepción que involucra la idea de que una integral como $\int_a^b h(t)dt,$ con a<b, representa un área aún si $h(t)<0$ sobre [a, b]. Estas ideas sugieren un cuidado especial cuando se identifica a la integral como un área ya que, la integral de una función que toma valores negativos no es el área de la región comprendida entre el gráfico y el eje de las abscisas sino, un valor de integral.

Otro trabajo que aborda el concepto de la integral definida es el de Rasslan & Tall (2002), quienes diseñaron un cuestionario que fue desarrollado con cuarenta y un estudiantes de último año de bachillerato (Estudiantes de la *upper sixth form* de la *high school* Inglesa) para explorar los esquemas cognitivos que utilizan al trabajar con el concepto de integral definida. Las preguntas que guiaron su trabajo fueron ¿Qué definiciones de la integral definida son dadas por estudiantes de bachillerato? ¿Qué imágenes de la integral definida utilizan los estudiantes para resolver problemas? Y ¿Qué ideas equivocadas (*misconceptions*) exhiben respecto a la integral definida?

Parten del hecho de que no necesariamente los estudiantes usan la definición para decidir si una idea es o no un ejemplo de un concepto dado; en la mayoría de los casos, deciden con base en la imagen del concepto que tienen (*concept-image*), es decir, todas las imágenes mentales, propiedades y procesos asociados con el concepto en su mente.

Una de las cuestiones relacionadas con la definición de integral definida formulada como: *En tu opinión, ¿Qué es* $\int_a^b f(x)dx$ *(la integral definida de la función en el intervalo [a, b])?* Pudieron observar de acuerdo con las siguientes respuestas:

Tabla 1. Respuestas de los estudiantes a una cuestión sobre la definición de $\int_a^b f(x)dx$, tomada de Rasslan & Tall (2002).

Categoría	Descripción	Respuestas de estudiantes
1	Área entre la gráfica y el eje "x" entre x=a y x=b	4/41
2	Procedimientos de cálculo; $\int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a)$	3/41
3	Los estudiantes sustituyen una fórmula específica en la integral definida.	3/41
4	Respuestas basadas en un modo pseudo-conceptual de pensar o respuestas erróneas.	5/41
5	No respondió	26/41

Se observó que sólo siete estudiantes (categorías 1,2) dieron una definición que podría considerarse o acercarse a la de integral definida; muestran que los estudiantes de la categoría 3 pueden usar el concepto de integración en casos específicos. Señalan además que la mayoría de los estudiantes parecen no ser capaces de explicar la definición de integral definida.

Plantearon un ítem con intención de investigar si los estudiantes entienden el concepto de integral cuando la función cambia de signo del siguiente modo: *Hallar el área encerrada entre la función y=sin x y el eje "x" en [0,* 2π *]*; concluyeron que sólo 5 estudiantes (*categoría 1: El área viene dada por la integral definida. Separa la integral para sumar las dos áreas que se forman –* sin embargo, escriben el área como:

$area = \int_0^{\pi} \sin x dx + \int_{\pi}^{2\pi} \sin x dx = \left[-\cos x\right]_0^{\pi} + \left[-\cos x\right]_{\pi}^{2\pi} = 2 + 2 = 4$ donde hay un error en los signos de las integrales–) comprendieron el concepto de integral definida y 35 estudiantes cometieron errores o no respondieron. Finalmente, concluyeron que la mayoría de los estudiantes no escriben significativamente acerca de la definición de integral definida y por otra parte tienen dificultades al interpretar problemas de cálculo de áreas e integrales definidas en contextos más amplios.

En otro ítem *se da la siguiente función* $f(x) = 1 - |x+1|$*. Encuentra la* $\int_0^2 f(x)dx$*.*

Este tipo de problema no se expresa de modo sencillo, pero cuya integral se calcula de un modo más fácil por métodos geométricos. Con este tipo de funciones se analiza si los estudiantes son capaces de ver a la integral como el valor del área bajo la gráfica, o si sienten la necesidad de desarrollar una integración simbólica intentando ampliar las técnicas de las que disponen. Luego, pocos estudiantes responden adecuadamente a estas preguntas. Sugieren además que los elementos del Cálculo avanzado (integrales impropias, integrales definidas de funciones más generales, etc.), deberían ser introducidos como casos extendidos a las experiencias previas de los estudiantes.

Camacho, Depool & Santos-Trigo (2004), para mejorar la comprensión de la integral definida hicieron uso de un *software* y 31 estudiantes de primer curso de Ingeniería. Se buscaba que los estudiantes desarrollaran una *comprensión conceptual*[4] de los procesos de integración donde son importantes conceptos como partición, refinamiento, límite y aproximación.

El trabajo que desarrollaron tuvo el interés de analizar el tipo de representaciones empleadas por los estudiantes para comprender y resolver diferentes tipos de problemas que involucran al concepto de área y de integral definida. Para analizar la comprensión de los estudiantes de las ideas fundamentales relacionadas con la integral definida, se les aplicó un cuestionario de fin de curso que contenía actividades; por ejemplo, se les dio una representación geométrica y se les pidió determinar si fuese posible, el área de algunas regiones (debían analizar las características de la gráfica para

---

[4] En Pandiella y Macías (2005), se señala en cuanto a la comprensión conceptual, como un proceso en el que el estudiante logra integrar la información que obtiene con los conocimientos previos, que le permite resolver situaciones problemáticas. Esto significa que consigue hacer uso de un modo activo de la información facilitándole crear un modelo de la situación.

Por otra parte, Perkins & Blythe (1994), sostienen desde una perspectiva de desempeño que, la comprensión es poder realizar una gama de actividades que requieren pensamiento en cuanto a un concepto –poder explicarlo, encontrar evidencia y ejemplos, generalizarlo, aplicarlo, presentar analogías y representarlo de una nueva forma– por ejemplo, si un estudiante "conoce" el cálculo integral, en el sentido de poder aplicar las técnicas de integración a problemas de rutina, no podemos estar convencidos de que ha comprendido este concepto; pero si puede encontrar ejemplos en su vida diaria, suponer hipótesis que ilustren al concepto y maneje una gran variedad de actividades que requieren del cálculo integral, podríamos decir que realmente lo comprende.

identificar los límites de integración << $f(x)=\frac{1}{x^2}$ >>); se aplicaron también problemas donde los estudiantes recibieron una expresión algebraica para encontrar la integral (importante identificar la localización de la región –arriba o bajo el eje *"x"*— y en algunos casos reconocer discontinuidades).

A partir de su análisis, concluyen que los estudiantes parecen percibir los procesos de solución de la integral definida como la aplicación de algunas reglas y procedimientos teniendo en cuenta el contexto del problema. Por ejemplo, cuando se le pidió a un estudiante explicar el significado de la integral definida, respondió: *si tengo la integral* $\int_a^b x^2 dx$ *, entonces, para calcularla, buscaré la primitiva, que es como la obtendré… tengo la derivada y tendré* $\frac{3x^2}{3}=x^2$*.* Además, cuando los estudiantes trabajan con problemas que involucran representaciones gráficas, son capaces de identificar los límites de integración y las formas de calcular el área de regiones limitadas pero, cuando los problemas están en un contexto algebraico, los estudiantes confían poco en las representaciones gráficas para resolver el problema y en problemas que involucran el cálculo de áreas limitadas por triángulos ($\int_{-3}^{4}|x+1|dx$), los estudiantes utilizan métodos de integral definida más que calcular el área por la fórmula geométrica ($\frac{bxh}{2}$).

Kouropatov & Dreyfus (2013, 2014), trabajaron sobre el aprendizaje del concepto de integral definida basándose en la idea de acumulación (Thompson, 1994 en Kouropatov y Dreyfus, 2014; Kouropatov y Dreyfus, 2013), enfocado al concepto de integral definida en estudiantes de bachillerato. Se mostró evidencia del potencial del enfoque para llevar a los estudiantes a tener un punto de vista sobre el concepto y que los prepara para el teorema fundamental del Cálculo. En el trabajo que desarrollan en 2013, se implementó un cuestionario con algunas preguntas conceptuales referentes a la integración; por ejemplo, calcular el área del rectángulo como se muestra en la figura 1, a 250 estudiantes de 18 años en Israel, con el fin de conseguir información sobre el pensamiento de los estudiantes en situaciones matemáticas elementales, pero no de rutina, para desarrollar una unidad de instrucción de la integral basada sobre la idea de acumulación.

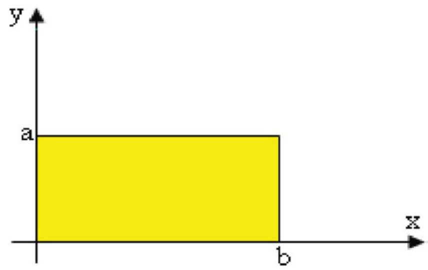


Figura 1. Área, tomada de Kouropatov & Dreyfus (2013, p. 2)

Se identificó que cuando se les pide escribir una integral para calcular el área del rectángulo dado y calcular el área con ayuda de la integral que propusieron, sólo el 42% de los estudiantes respondieron correctamente; el 15% no respondieron y el 12% configuraron bien la integral $\int_0^b adx$ pero cometieron errores de cálculo tales como $\int_0^b adx = \left.\frac{a^2}{2}\right|_0^b = \frac{b^2}{2} - 0 = \frac{b^2}{2}$, sin haberse percatado de que el resultado era diferente del cálculo del área haciendo uso de la fórmula "*axb*". Una mayoría de los estudiantes (31%) propusieron respuestas integrales como:

$$\int_0^b adx\,,\ \int_a^b f(x)dx\,,\ \int_a^b f(a)dx\,,\ \int_0^b (\mathrm{a}-\mathrm{b})dx \text{ y } \int F(a)-F(b)+c\,.$$

Otro enunciado fue planteado del siguiente modo: si la función *f(x)* es negativa en [a, b], es decir, *f(x)<0*, entonces, la integral definida de la función sobre el intervalo es también negativa $\int_a^b f(x)dx < 0$, ¿Es correcto el enunciado? Explica.

Sólo 9% respondió correctamente y el 58% dijeron que la integral sería positiva argumentando que: "la integral es área y siempre es positiva". El resto de los estudiantes no respondieron, lo que da evidencia de que la comprensión en ellos sobre la integral es poca y que la construcción del concepto de integral depende fuertemente de conceptos matemáticos previos.

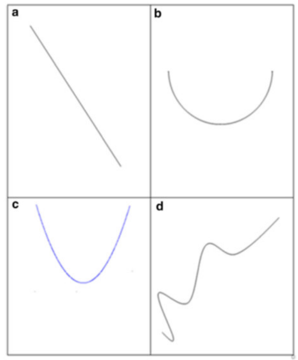


Figura 2. Longitudes de curva a ser encontradas, tomada de Kouropatov & Dreyfus (2014, p. 6)

Posteriormente, Kouropatov & Dreyfus (2014), retomaron la idea de acumulación como idea central para enfocar el concepto de integral (Thompson, 1994 y Kouropatov & Dreyfus, 2013 en Kouropatov & Dreyfus, 2014), proponiendo un enfoque para estudiantes de bachillerato y llevarlos a adquirir otro punto de vista de la integral definida. Trabajaron con cuatro pares de estudiantes y una secuencia de actividades; se les pidió calcular la longitud de cuatro líneas dadas (Ver figura 2), mostrando a los estudiantes con el uso de constructos previos para llegar al cálculo del perímetro de un objeto dado ya conocido para ellos; además, al construir con la *aproximación general* (la medida de un objeto dado puede ser aproximada reemplazando el objeto dado con objetos conocidos), *cálculo de área y perímetro* y la *propiedad aditiva geométrica* (todas las medidas, área, volumen son aditivas en el sentido euclidiano) permitieron que los estudiantes llegaran a una nueva y refinada aproximación.

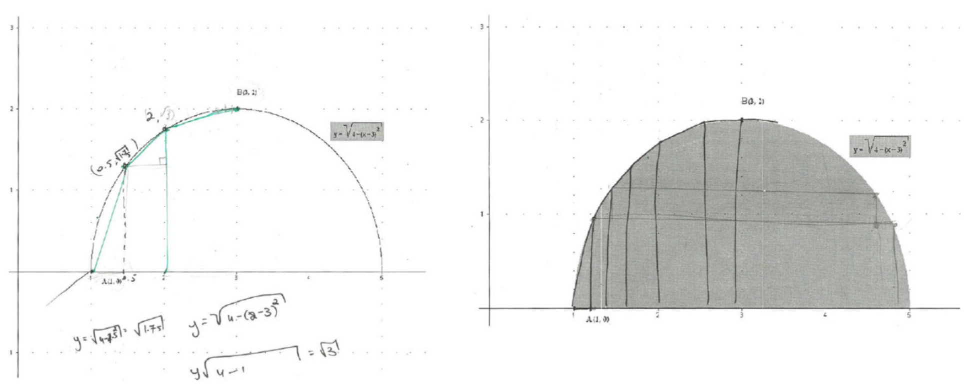


Figura 3. Cálculo de longitud y área, tomada de Kouropatov & Dreyfus (2014, p.10)

Pidieron a los estudiantes calcular la longitud de un cuarto de circulo y el área del semicírculo (Ver figura 3) dado por $f(x)=\sqrt{4-(x-3)^2}$, donde se reconoció a la aproximación geométrica de una figura relevante ya que, reemplazaron las cuerdas dadas con otras cuerdas y la figura con polígonos. Además, demostraron cómo refinar esta sustitución y explicaron cómo hacer los cálculos tan cercanos como se deseara para el valor correcto del valor del área.

Los autores señalan que la aproximación geométrica se escogió debido a que los estudiantes razonan frecuentemente de manera natural sobre conceptos matemáticos como longitud y área en términos de aproximación. Detallan que los estudiantes pueden apoyar las ideas de aproximación y la acumulación, relacionada a la integración de Riemann, que les permite desarrollar una comprensión de la integral hacia una disposición para aprender el teorema fundamental del cálculo.

Este acercamiento a los resultados que nos proporcionan distintas investigaciones, pone de manifiesto que los estudiantes carecen de una comprensión en el estudio del Cálculo tanto en el Bachillerato como en la Universidad; se destacan pues, algunas dificultades que los estudiantes encuentran con el concepto de integral definida y de los cuales resaltamos los siguientes:

a) La comprensión de la integración como el límite de una suma, constituyen un gran problema para los estudiantes (Orton, 1983).
b) Dificultades en el cálculo de áreas cuando la curva cruza el eje o bien, una comprensión de la relación entre una integral definida y el área bajo la curva (Orton, 1983; Rasslan & Tall, 2002).
c) Hay una tendencia a ver el Cálculo integral como una serie de procesos asociados con algoritmos (Thomas & Hong, 1996; Camacho, Depool & Santos-Trigo, 2004)
d) Aprendizajes memorísticos y algorítmicos (Ramírez, Muñoz e Ibarra, 2011).
e) Problemas con el concepto de infinito (Turégano, 1998).
f) Concepciones inapropiadas de la integral definida (Benzuidenhout & Olivier, 2000).
g) Muchos estudiantes parecen no dar la definición de integral definida (Rasslan & Tall, 2002).
h) Problemas con los procesos asociados a los registros algebraico y geométrico (Camacho, Depool & Santos-Trigo, 2004).

A partir del análisis de los antecedentes previos en torno a la integral definida, se presentan modelos para introducir el concepto como una continuación del área en niveles previos al estudio del cálculo integral además de que en algunos casos incluye el uso de tecnologías. Es a través del cálculo de áreas bajo curvas de funciones que se trata de rescatar significados de la integral definida que propicien su instalación en la didáctica del cálculo, quedando de relieve, las serias limitaciones que tienen los estudiantes respecto a los significados de la integral definida.

Consideramos que, ante estos aspectos, es conveniente revisar cómo es que se propone el estudio de la integral definida para ser llevada al salón de clase. Para ello, un referente es el libro de texto que como material de apoyo en los procesos de enseñanza y aprendizaje, eje que sustenta a la enseñanza y que además, afecta los temas que los profesores enseñan ayudándolos a definir qué ejercicios, problemas, tareas, retos, etc., toman para enseñar metemáticas (Fan, Zhu & Miao, 2013; Perales y Jiménez, 2002; Bao, 2014; Howson, 2013); de modo que, tomamos el libro de texto *"Cálculo diferencial e integral"* de Stewart (2007), para el análisis de la presentación del concepto de integral definida en el Bachillerato. El libro de texto aparece sugerido en los programas de estudio del bachillerato general en México (DGB/DCA, 2013).

1.3 La integral definida en la enseñanza

De acuerdo con Cabañas-Sánchez, el concepto de integral definida es tratado en el último año de enseñanza media y en el primero en educación superior en dos líneas distintas: integral definida e indefinida. El concepto de integral definida se asocia a expresiones simbólicas y representaciones geométricas vistas como: la integral como operación inversa de la derivada y como método de determinación del área bajo una curva de funciones continuas, sobre intervalos cerrados. De modo que, los contextos en que se presenta la integral son el concepto de *función* y el de *continuidad*; los procedimientos están asociados a concepciones de función primitiva y la distribución de puntos en el intervalo de integración donde la función es continua y, los usos del área, están inmersos en la evolución de la integral definida que son la medición, comparación, aproximación y representación del área de regiones planas (Cabañas-Sánchez, 2011).

Para trabajar sobre esta idea planteada en el párrafo anterior, se ha elegido el libro de texto de Stewart (2007), *"Cálculo diferencial e integral"*, para el análisis de la presentación del concepto de integral definida en el Bachillerato y describir su presentación en la didáctica ya que aparece sugerido en los programas de estudio del bachillerato general en México (DGB/DCA, 2013).

Para comenzar su estudio en el capítulo 5 (integrales), Stewart comienza señalando la necesidad de resolver problemas de áreas de una determinada región *S* bajo una curva *y=f(x) desde a hasta b,* limitada además, por la gráfica de una función continua (donde $f(x) \geq 0$) entre las rectas verticales *x=a*, *x=b* y el eje x como se muestra a continuación (Ver figura 4):

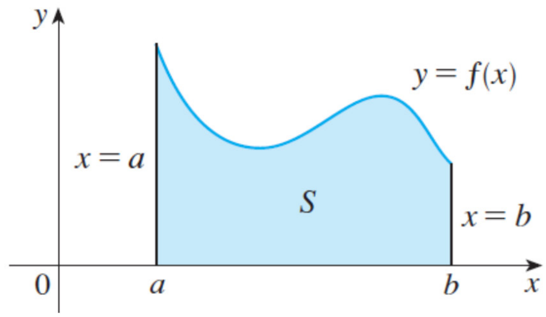


Figura 4. Área de la región S que está bajo la curva $y = f(x)$*, desde* a *hasta* b*, tomada de Stewart (2007, p.360).*

Luego, plantea el problema de encontrar el área de una región con lados curvos (función por ejemplo: $f(x) = x^2$) planteando en primer lugar, el cálculo de una aproximación de la región *S,* subdividiendo el intervalo en rectángulos y posteriormente tomando el límite de las áreas de los rectángulos cuando estos se incrementan en número. En el ejemplo de la función parábola, se hace uso de rectángulos para estimar el área bajo la curva y para ello, divide a la función en franjas S_1, S_2, S_3, S_4 como se muestra a continuación (Ver figura 5):

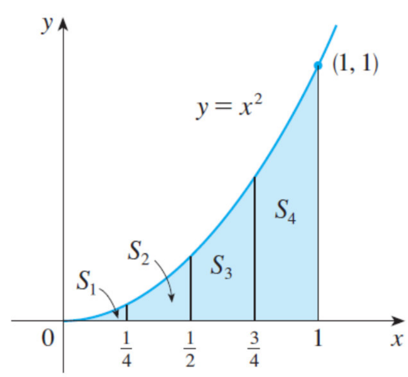
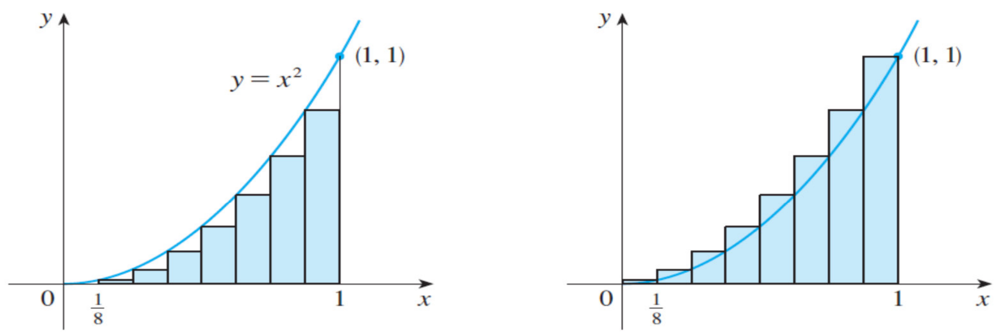


Figura 5. Área bajo la parábola $f(x) = x^2$*, desde 0 hasta 1, tomada de Stewart (2007, p.360).*

Se sugiere el uso de aproximaciones cuya base sea precisamente el ancho de la franja y usar los rectángulos cuyas alturas son los valores de la función *f* en los puntos extremos de la derecha o bien de la izquierda en los sub-intervalos de modo que, el valor de *S* esté acotado entre los valores de las sumas superiores e inferiores considerando que al aumentar el número de rectángulos vamos a obtener mejores aproximaciones de sumas superiores e inferiores para *S*. Enseguida se muestra un ejemplo concreto para el caso de la función cuadrática:



a) Usando los puntos extremos a la izquierda

b) Usando los puntos extremos a la derecha

Figura 6. Aproximación a S para ocho rectángulos, tomada de Stewart (2007, p.361).

Al aumentar el número *n* de rectángulos, el valor del área será más cercano al valor original del área bajo la curva de la función, de modo que las sumas superiores e inferiores van a tender a un número determinado (valor del área) conforme *n* crece como se muestra en el siguiente ejemplo, haciendo referencia al caso de la ecuación cuadrática:

> Ejemplo 2. *Para la región* S *del ejemplo 1, demuestre que la suma de las áreas de los rectángulos de aproximación superiores tiende a 1/3; es decir, que el* $\lim_{n\to\infty} R_n = \frac{1}{3}$. Solución. R_n es la suma de las áreas de los *n* rectángulos de la figura 7. Cada rectángulo tiene un ancho de 1/n, y las alturas son los valores de la función $f(x) = x^2$ *en los puntos 1/n, 2/n, 3/n,…, n/n; es decir, las alturas son* $(1/n)^2, (2/n)^2, (3/n)^2, \ldots, (n/n)^2$. *De este modo,*
>
> $$R_n = \frac{1}{n}\left(\frac{1}{n}\right)^2 + \frac{1}{n}\left(\frac{2}{n}\right)^2 + \frac{1}{n}\left(\frac{3}{n}\right)^2 + \cdots + \frac{1}{n}\left(\frac{n}{n}\right)^2$$
> $$= \frac{1}{n}\cdot\frac{1}{n^2}\left(1^2 + 2^2 + 3^2 \cdots + n^2\right)$$
> $$= \frac{1}{n^3}\left(1^2 + 2^2 + 3^2 \cdots + n^2\right)$$
>
> Aquí necesitamos la fórmula para la suma de los cuadrados de los *n* primeros enteros positivos: $1^2 + 2^2 + 3^2 \cdots + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$ […].
>
> Poniendo la fórmula 1 en nuestra expresión para R_n, obtenemos: $R_n = \frac{1}{n^3}\cdot\frac{n(n+1)(2n+1)}{6} = \frac{(n+1)(2n+1)}{6n^2}$

$$\lim_{n\to\infty} R_n = \lim_{n\to\infty} \frac{(n+1)(2n+1)}{6n^2}$$

De modo que $$= \lim_{n\to\infty} \frac{1}{6}\left(\frac{n+1}{n}\right)\left(\frac{2n+1}{n}\right)$$

$$== \lim_{n\to\infty} \frac{1}{6}\left(1+\frac{1}{n}\right)\left(2+\frac{1}{n}\right)$$

$$= \frac{1}{6}\cdot 1\cdot 2 = \frac{1}{3}$$

Puede demostrarse que las sumas de aproximación inferiores también tienden a 1/3; es decir, $\lim_{n\to\infty} L_n = \frac{1}{3}$ (p. 362).

Se muestra entonces que conforme *n* crece, tanto L_n como R_n (suma superior e inferior) son mejores aproximaciones para el área *S*. Ofrece así, la siguiente definición de área: *"Definimos el área A como el límite de las sumas de las áreas de los rectángulos de aproximación; esto es,* $A = \lim_{n\to\infty} R_n = \lim_{n\to\infty} L_n$ *"* (p. 363).

Basándose sobre el ejemplo particular de la ecuación cuadrática, lo aplica a regiones más generales subdividiendo *S* en *n* franjas $S_1, S_2, \ldots, S_n$ de anchos iguales como los que se muestran a continuación (Ver figura 7):

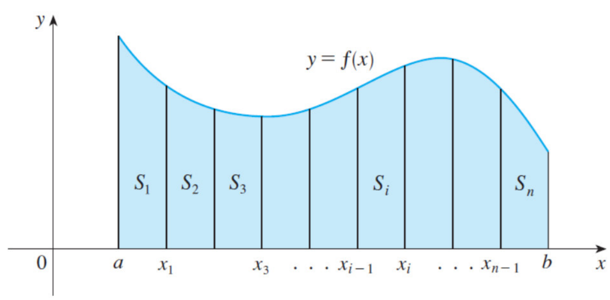


Figura 7. Subdivisión del intervalo para el cálculo de área, tomada de Stewart (2007, p. 363).

Se considera el ancho del intervalo [a, b] como *b-a,* con lo que el ancho de cada franja es $\Delta x = \frac{b-a}{n}$. Cada franja divide al intervalo $[a, b]$ en *n* sub-intervalos $[x_0, x_1], [x_1, x_2], [x_2, x_3] \ldots, [x_{n-1}, x_n]$ donde $x_0 = a$ y $x_n = b$. Con esto, los puntos extremos de la derecha de cada sub-intervalo son:

$$x_1 = a + \Delta x,$$
$$x_2 = a + 2\Delta x,$$
$$x_3 = a + \Delta 3x,$$
$$\vdots$$

Hace una aproximación de la *i-ésima* franja, S_i, con un rectángulo de ancho Δx y altura $f(x_i)$, que corresponde al valor de la función en el punto extremo de la derecha, con lo que el área del i-ésimo rectángulo es $f(x_i)\Delta x$ que nos ofrece de un modo intuitivo, una aproximación del área de *S (Ver figura 8):*

$$R_n = f(x_1)\,\Delta x + f(x_2)\,\Delta x + \cdots + f(x_n)\,\Delta x$$

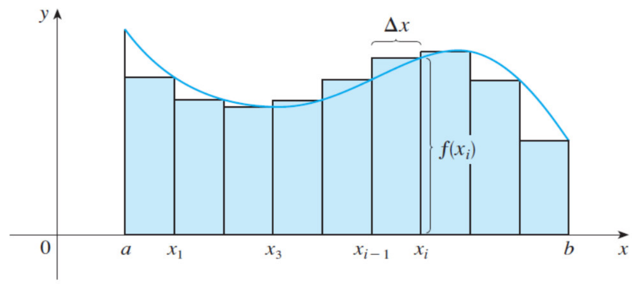


Figura 8. Aproximación de la i-ésima franja S_i, con un rectángulo de ancho Δx y altura $f(x_i)$, que es el valor de f en el punto extremo de la derecha, tomada de Stewart (2007, p. 364).

De este modo, Stewart ofrece una definición sobre área del siguiente modo: *"El **área** de la región* S *que se encuentra bajo la gráfica de la función continua f es el límite de la suma de las áreas de los rectángulos de aproximación:* $A = \lim_{n\to\infty} R_n = \lim_{n\to\infty}[\mathrm{f}(\mathrm{x}_1)\Delta\mathrm{x} + \mathrm{f}(\mathrm{x}_2)\Delta\mathrm{x} + \ldots + \mathrm{f}(\mathrm{x}_n)\Delta\mathrm{x}]$ *"* (p. 365).

Menciona el autor que en lugar de tomar los puntos extremos de la derecha o bien de la izquierda, puede tomarse la altura del i-ésimo rectángulo como el valor de *f* en cualquier número x_i^*, en el i-ésimo sub-intervalo $[\mathrm{x}_{i-1}, \mathrm{x}_i]$. Aclara que los $x_1^*, x_2^*, .., x_n^*$ se denominan puntos muestra ofreciendo una expresión más general para el área de *S*:

$$A = \lim_{n\to\infty} [f(x_1^*)\,\Delta x + f(x_2^*)\,\Delta x + \cdots + f(x_n^*)\,\Delta x]$$

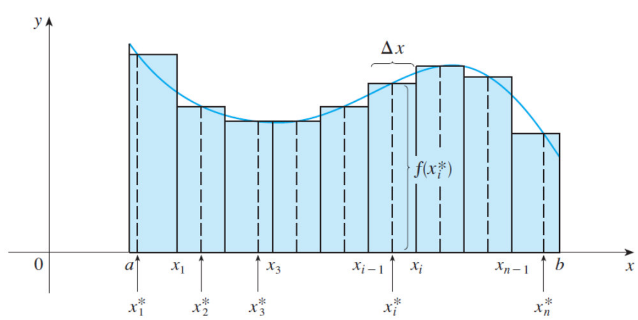


Figura 9. Representación de los rectángulos de aproximación cuando se eligen puntos diferentes de los puntos extremos, tomada de Stewart (2007, p. 365).

Stewart retoma el siguiente límite para calcular el área bajo la curva y utilizarlo en la definición de la integral definida: $\lim_{n\to\infty}\sum_{i=1}^{n} f(\mathrm{x}_i^*)\Delta\mathrm{x} = \lim_{n\to\infty}[f(\mathrm{x}_1^*)\Delta\mathrm{x} + f(\mathrm{x}_2^*)\Delta\mathrm{x} + f(\mathrm{x}_3^*)\Delta\mathrm{x} + \cdots + f(\mathrm{x}_n^*)\Delta\mathrm{x} +]$, resaltando su utilidad en una gran cantidad de situaciones (distancia recorrida, longitud de curva, volúmenes de sólidos, trabajo, entre otros) incluso cuando *f* no es necesariamente una función positiva. Enuncia la definición de integral definida del siguiente modo:

> "Si *f* es una función continua definida para $a \leq x \leq b$, dividimos el intervalo $[a,b]$ en n sub-intervalos de igual ancho $\Delta x = \frac{b-a}{n}$. Sean $x_0(=\mathrm{a}), x_1, x_2, \ldots, x_n(=\mathrm{b})$ los puntos extremos de estos subintervalos y sean $x_1^*, x_2^*, .., x_n^*$ los **puntos muestra** en estos subintervalos, de modo que x_i^* se encuentre en el i-ésimo subintervalo $[\mathrm{x}_{i-1}, \mathrm{x}_i]$. Entonces la **integral definida** de f, desde a hasta b, es $\int_a^b f(x)dx = \lim_{n\to\infty} \sum_{i=1}^{n} f(\mathrm{x}_i^*)\Delta\,\mathrm{x}$ siempre que este límite exista y dé el mismo valor para todas las posibles elecciones de los puntos muestra. Si existe, decimos que f es integrable sobre [a, b]" (p. 372).

Señala Stewart que la integral definida de una función integrable puede aproximarse dentro de cualquier grado de exactitud mediante la suma de Riemann y considerando que si *f* es positiva, esta suma se interpreta como la suma del área de los rectángulos de la aproximación y la integral definida se interpreta como el área bajo la curva $y = f(x)$.

Stewart recalca que no se consideró el hecho de que no todas las funciones son integrables, ya que, no se describe cuáles funciones son integrables ni cómo hallar su integral por medio de un teorema para mostrar que la mayor parte de las funciones son integrables: *"Si f es continua sobre [a, b], o si f tiene un solo número finito de discontinuidades de salto, entonces f es integrable sobre [a, b]; es decir, la integral definida* $\int_a^b f(x)dx$ *existe" (p. 373).*

Posteriormente, plantea el teorema fundamental del cálculo, el cual, relaciona el cálculo diferencial con el cálculo integral (procesos inversos). Así, el teorema fundamental del cálculo, permite calcular con facilidad, áreas e integrales sin recurrir a los límites de sumas y es enunciado del siguiente modo: *"Si f es continua sobre [a, b], entonces* $\int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a)$ *donde F es una antiderivada de f; es decir, una función tal que* $F' = f$ (p. 391).

Agrega que el teorema permite utilizar cualquier antiderivada F de *f con el siguiente ejemplo: "La función* $f(x) = e^x$ *es continua en todo su dominio, y* *sabemos que una antiderivada es* $F(x)=e^x$*, de modo que […] del teorema fundamental da* $\int_1^3 e^x = F(3)-F(1)=e^3-e$ *"* (p. 391).

Así, la exposición de Stewart ofrece un punto de vista sobre el concepto de integral que aún está presente en el discurso matemático escolar siendo un referente de los profesores de matemáticas en las aulas. Del mismo modo, observamos que esta presentación que nos ofrece Stewart sobre la integral definida, ésta aparece ligada al contexto de función, continuidad y discontinuidad y a la partición del intervalo de integración y los procedimientos se asocian a los fundamentos de la teoría sobre la integración. En la investigación que realiza Cabañas-Sánchez (2011), la integral definida aparece enlazada en el *contexto* del concepto de función, continuidad y discontinuidad y la partición del intervalo de integración y los procedimientos están asociados a los fundamentos de la teoría de la integración.

1.4 Una aproximación al estudio de la conservación del área

1.4.1 La noción de conservación del área

A partir de la literatura, conservación significa preservación, de modo que conservación del área significa preservar el área (Alriavindrafunny, 2013a). Algunos autores (Piaget, Inhelder & Szeminska, 1960 citados en Kospentaris, Spyrou & Lappas, 2011; Alriavindrafunny, 2013) se refieren al término conservación como la invariancia de un valor cuantitativo del área de una figura, mientras la figura puede ser transformada cualitativamente en otra. Por otro lado, llevando el término conservación a un contexto que podría estar fuera del contexto de la geometría plana, Arnett & Maynard (2012) describen a la conservación como una habilidad mental para entender que una cantidad de una sustancia o material permanece igual, aún si su apariencia cambia. Cabañas y Cantoral (2005b, 2005c), señalan por conservación, a toda aquella modificación que no produce cambios en el área, es decir, que el valor de un área no cambia, aunque la figura sea transformada en otra.

Así pues, la **conservación del área** puede ser definida como una modificación en la forma que no produce cambios en el área (Piaget, Inhelder & Szeminska, 1981 en Alriavindrafunny, 2013a).

La conservación del área puede presentarse a partir de: cambios en la posición de una figura sin modificar su forma, movimientos de traslación, rotación y reflexión además de, modificar una figura partiéndola y reacomodando sus partes y mediante transformaciones en representaciones geométricas y/o analíticas sobre regiones planas y no planas (Cabañas-Sánchez, 2005; Cabañas y Cantoral, 2005c).

Por otro lado, para entender el concepto de conservación, Fiangga (2013), señala que es un proceso de dar significado a sus diferentes representaciones a lo que Kodarki & Potari (2003), señalan por ejemplo algunas: numérica, visual y simbólica. Con esto, los estudiantes pueden expresar su propio conocimiento seleccionando aquellas representaciones que les permitan construir la noción de conservación haciendo uso de más de un sistema de representación. Con respecto a esto, Kodarki & Potari (1998), en un estudio desarrollado con estudiantes de 11-12 años hacen uso de un entorno computacional (C.AR.ME-Conservación del área y su medida), el cual ofreció herramientas para ayudar a los estudiantes a construir diferentes representaciones de la conservación del área y su medida. Esto les permitió a los participantes medir áreas haciendo uso de una gran variedad de herramientas como: unidades de medida, conteo de unidades y un conjunto de cuadrículas rectangulares y cuadradas para medir (Ver figura 10); además, los estudiantes pudieron dibujar su propia unidad de medida y hacer uso de las medidas estándares.

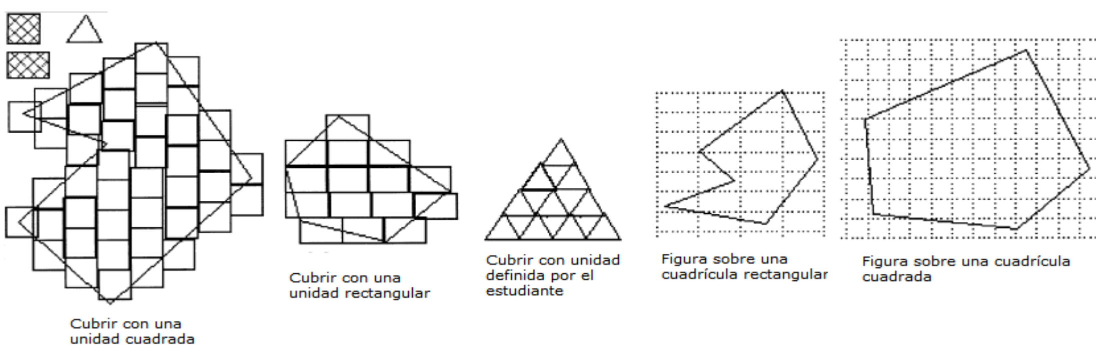


Figura 10. Media de áreas usando unidades o cuadrículas, tomada de Kodarki & Potari (1998, p.414).

Prácticas como la medición, comparación y conservación del área que se encuentran en estrecha relación con el concepto de área, pueden representarse a través de diversas formas, entre ellas: gráfica, numérica y simbólica, como se muestra a continuación en la siguiente figura (Cabañas y Cantoral, 2005b):

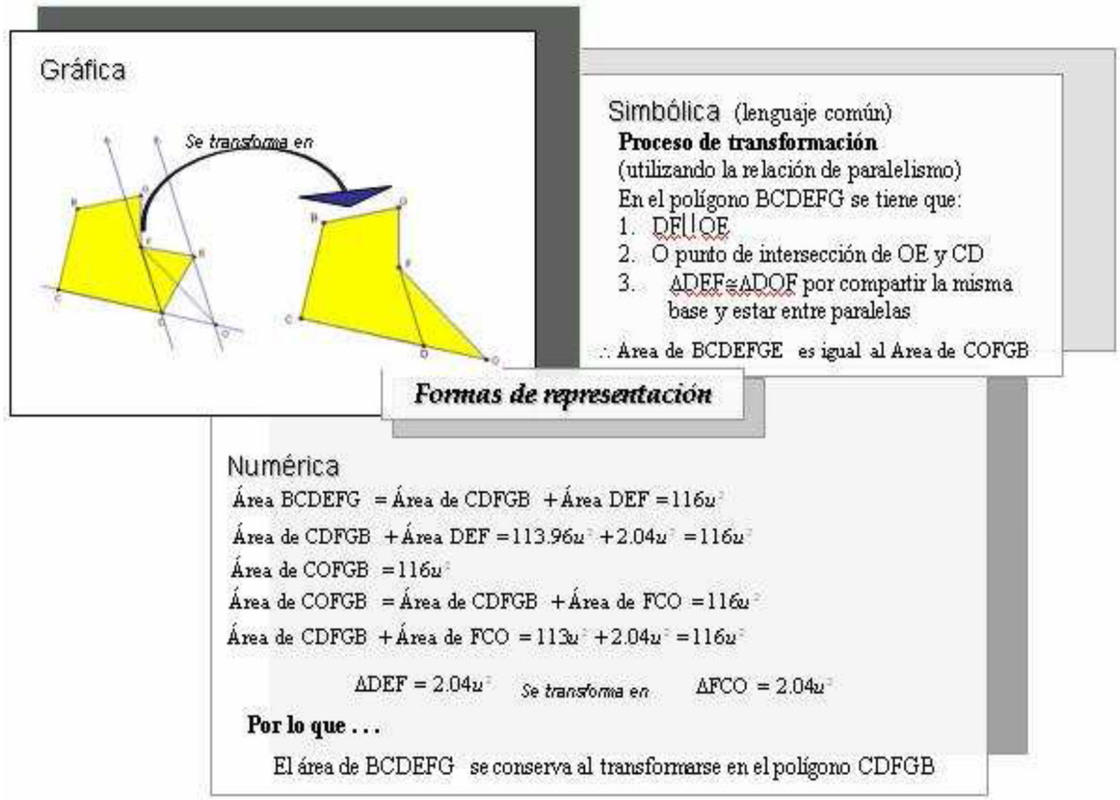


Figura 11. Representaciones gráfica, simbólica y numérica de la actividad de conservación del área mediante procesos de transformación, tomada de Cabañas y Cantoral (2005b, p. 5).

1.4.2 Piaget y la conservación del área

El término "conservación del área" es conocido desde Piaget, quien condujo tareas de conservación con niños a fin de investigar su desarrollo cognitivo. Argumentó que el concepto de conservación del área debe ser dominado en promedio de los 7-12 años de edad (Alriavindrafunny, 2013a, 2014).

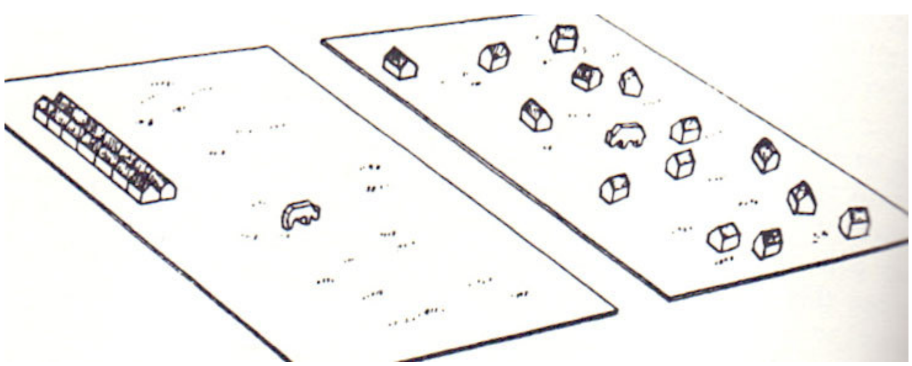


Figura 12. Prueba de conservación del área desarrolladas por Piaget, tomada de Piaget, Inhelder, & Szeminska (1981, p.262).

Piaget, usó un experimento llamado “vacas en una granja” (Ver figura 12), en el cual, se les mostró a algunos niños dos hojas rectangulares idénticas de cartón verde y se les dijo: son dos campos; se colocó una pequeña vaca de madera en cada campo. Posteriormente, se colocó un pequeño hombre de madera diciéndole al niño: “es el granjero”. Los niños advirtieron primeramente que los dos campos eran exactamente de la misma medida y que las vacas tendrian la misma cantidad de hierba para comer. Se les dijo: uno de los granjeros construyó una casa sobre su campo (coloca una pequeña casa sobre la cartulina verde) y se les preguntó: ¿aún las dos vacas tienen la misma cantidad de hierba para comer? cada niño argumentó que la vaca en el campo sin casa tendría más hierba para comer mientras que la otra, perdería hierba debido al lugar que ocupaba la casa.

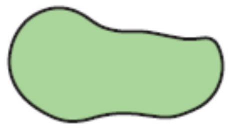
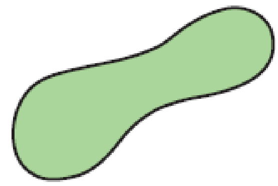
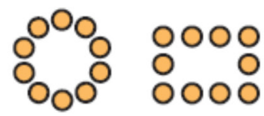
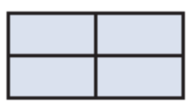
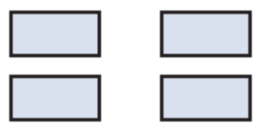
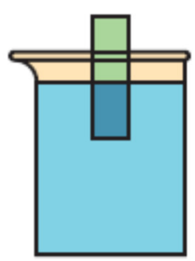
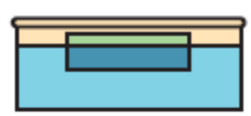
El otro granjero decide construir una casa también; los niños argumentaron que las dos vacas tendrían ahora la misma cantidad de hierba para comer. Los estudiantes reconocieron que los restos en las áreas son siempre iguales en promedio a los siete años y medio (Piaget, Inhelder & Szeminska, 1981).

Así, Piaget mostró que en la infancia los niños carecen de habilidades para comprender la conservación y el principio de que la cantidad de una sustancia física permanece igual aún si su apariencia física cambia. Les mostró a algunos niños pequeños dos vasos idénticos con mismas cantidades de agua y les preguntó ¿las dos cantidades de agua son iguales? Los niños respondieron que sí; posteriormente, vació el contenido de uno los vasos dentro de un vaso delgado, más alto y preguntó nuevamente a los niños si las dos cantidades de agua eran iguales, a lo que la mayoría de los niños respondieron que no; de este modo, evidenció que los niños no entendieron que la misma cantidad de agua permaneció igual, aun cuando su apariencia cambió.

Piaget también demostró que los niños cometen este error con otro tipo de sustancias distintas al agua además de, la edad promedio en que la conservación es entendida con otro tipo de tareas (Arnett & Maynard, 2012) como se muestra en la siguiente tabla (Ver tabla 1):

Tabla 2. Varias sustancias usadas en las tareas de conservación de Piaget, tomada de Arnett & Maynard (2012, p.249).

Tipo de conservación	**Modalidad**	**Cambio en apariencia física**	**Edad promedio en la que la conservación es entendida**
Número	Número de elementos en una colección	Reordenando o desacomodando elementos	6-7 años

			
Sustancia (masa)	Cantidad de una sustancia maleable (por ejemplo: barro o agua) 	Alterando la forma 	7-8 años
Longitud	Longitud de una línea u objeto 	Alterando la forma o configuración 	7-8 años
Área	Cantidad de superficie cubierta por un conjunto de figuras planas 	Reacomodando las figuras 	8-9 años
Peso	Peso de un objeto 	Alterando la forma 	9-10 años
Volumen	Volumen de un objeto (en términos de desplazamiento de agua) 	Alterando la forma 	14-15 años

1.4.3 Comprensión de la noción de conservación del área

Varios aspectos son importantes a considerar respecto a la conservación del área con base en la literatura. Señalan algunos autores (Piaget et al., 1960 en Kospentaris, Spyrou & Lappas, 2011; Piaget et al., 1981 en Kodarki, 2003), que los aspectos fundamentales para entender la noción de conservación del área son la compensación y la relación parte-todo. Piaget argumentó que para que la noción de conservación del área sea entendida por los estudiantes, ésta debe ser enseñada poco antes de que se aborde la medida del área (Alriavindrafunny, Amin, Lukito, & Wijers, 2013; Alriavindrafunny, 2014; Kodarki, 2003; Kospentaris, Spyrou & Lappas, 2011; Fiangga, 2013). De este modo, los estudiantes serían capaces de adquirir la noción de área, pero sin haber sido perturbados por el conocimiento de la fórmula del área (Alriavindrafunny, Amin, Lukito, & Wijers, 2013).

Así mismo, Cabañas y Cantoral (2005b) reportan que las contribuciones de Piaget y colaboradores cuando identifican nociones de conservación y medición del área en niños de 8-11 años les permitió señalar que la conservación antecede a la medición.

Alriavindrafunny (2014), enfatiza que, la primera idea que debe ser entendida por los estudiantes para aprender a la conservación del área es la de recomponer[5] una figura. Además, considera que los estudiantes pueden apreciar que una figura puede ser transformada en una forma diferente sin agregar o desperdiciar partes de la misma. Las nociones de cambio de posición y dividir una figura en algunas partes, recomponiéndolas para producir una equivalente, también necesitan ser aprendidas por los estudiantes para la comprensión de la conservación del área (Kodarki, 2003).

Por otra parte, las nociones de reversibilidad y transitividad también se vuelven aspectos fundamentales para entender la conservación del área (Piaget et al., 1960 en Alriavindrafunny, 2014; Piaget et al., 1981 en Kodarki, 2003); se afirma que para hacer que los estudiantes entiendan que recomponer una figura preservará su área, primeramente, deben entender la noción de reversibilidad y transitividad. Por tanto, la noción de reversibilidad, transitividad y recomponer figuras serán el concepto inicial para que los niños entiendan el concepto de conservación del área ya que en muchas partes del mundo los niños aprenden primero la medida del área en la primaria, contrario a lo que argumentó Piaget (Alriavindrafunny, 2014). La división de una figura en partes y la comprensión de que re-arreglar las partes no altera el área, es considerado como un pre-requisito para la comprensión de la medida del área (Piaget et al., 1960 en Kospentaris, Spyrou & Lappas, 2011). Se observa

[5] Recomponer se asume como: "*re-arreglar una figura en una nueva forma preservando su área*". Así, la nueva forma de la figura será hecha de sus propias partes y ninguna parte será agregada o desperdiciada (Alriavindrafunny, Amin, Lukito, & Wijers, 2013).

entonces que la conservación del área es un concepto que los propios estudiantes deben experimentar por sí mismos (Alriavindrafunny, 2013a).

1.4.4 La conservación en relación al área

El área es una noción que está presente en las sociedades, la ciencia y la tecnología y en los sucesos de la vida diaria de las personas (Cabañas y Cantoral, 2004 citados en Cabañas y Cantoral, 2005b; Kodarki & Potari, 1998), presentándose en la elaboración de planos, adquisición de telas, superficie de un terreno a construir, territorio de un municipio, etc. También, el concepto de área está asociado a la medida y se presenta en situaciones como comprar un terreno que tiene la misma área que otro (Alriavindrafunny, 2013a); la extensión que ocupa un terreno, el territorio de un estado, una pared a pintar, un campo a sembrar, elaboración de mapas, etc. Además, se relaciona con cuantificar una superficie a la que se asocia una unidad de medida que se expresa como unidad cuadrada. Estas prácticas se relacionan con el concepto de área a través de la medición, la comparación y la conservación, y pueden ser representadas de forma gráfica, numérica y simbólica (Cabañas y Cantoral, 2005, 2005b; Cabañas-Sánchez, 2005).

Freudenthal (1983 citado en Cabañas-Sánchez, 2005) señala algunos medios para aproximarse al concepto de área, entre ellos:

1. Repartir equitativamente: dado un objeto hay que repartirlo, aprovechando regularidades, por estimación o por medición.
2. Comparar y reproducir: obtener una reproducción de una superficie con diferente forma a la que se tiene mediante inclusión, por transformación, por estimación, por medición o por medio de funciones.
3. Medición: debido a que la superficie aparece vinculada a un proceso de medición, éste puede realizarse mediante exahución con unidades, por acotación entre un valor superior e inferior, por transformaciones, y por medio de relaciones geométricas generales.

Clement & Stephan (2001 citados en Haris & Ilma, 2011) argumentaron que el concepto de conservación del área pertenece a una de las cinco ideas básicas para entender la medida del área en estudiantes de edades tempranas y que se describen a continuación (Ver tabla 3):

Tabla 3. El concepto básico del área (Clement & Stephen, 2001), tomado de Haris & Ilma, 2011, p. 57).

Conceptos fundacionales	Descripción
Particiones	El acto mental de cortar un espacio bidimensional sin una unidad de dos dimensiones.
Unidad de	Cubrir una región con una unidad de área sin huecos o

iteración	superposición.
Conservación del área	Entender que el área de una región no cambia aunque se reordenen y se corten sus partes para formar otra figura.
Estructuración y formación	Entender que el área es realmente bi-dimensional.
Medición lineal	La medida del área es el producto de dos mediciones lineales.

1.4.5 Algunas tareas desarrolladas en relación al uso de la conservación del área

Haciendo referencia a la importancia de la noción de conservación dentro del área y con base en los trabajos desarrollados por Piaget y colaboradores, distintas investigaciones se han desarrollado en torno al concepto de conservación del área y los elementos que se relacionan con ella.

En la comprensión de la conservación del área, la idea de *recomponer* una figura a fin de preservar su área, es retomada por Alriavindrafunny, Amin, Lukito, & Wijers (2013), quienes se enfocaron en el diseño de algunas actividades de aprendizaje con estudiantes. La intención fue apoyarlos a comprender que recomponer una figura preservaría su área para entender a la noción de conservación del área como una preparación para abordar la medida del área. Estos autores, hicieron uso de una estrategia basada en cortar y pegar para conectar actividades matemáticas informales (cortar y pegar) con conocimiento matemático formal (la noción de conservación del área); plantearon dos actividades, la primera de ellas consistió en que “los estudiantes debían imaginar la posibilidad de hacer de un paño –pedazo de tela–, un mantel y darle forma para encajarlo en una mesa”. Esta actividad permitió a los estudiantes entender el principio de reversibilidad[6], usando el hecho de que las dos partes en que se cortó el pedazo de tela, son idénticas para poner a pensar a los estudiantes que antes y después de cortar la tela tendría la misma área (Ver la figura 13).

[6] Principio de reversibilidad: se hace referencia a éste cuando el área de una figura permanece igual antes y después de cortarse, es decir, regresar al estado original (Alriavindrafunny, 2014); regresar a la forma original (Alriavindrafunny, 2013a).

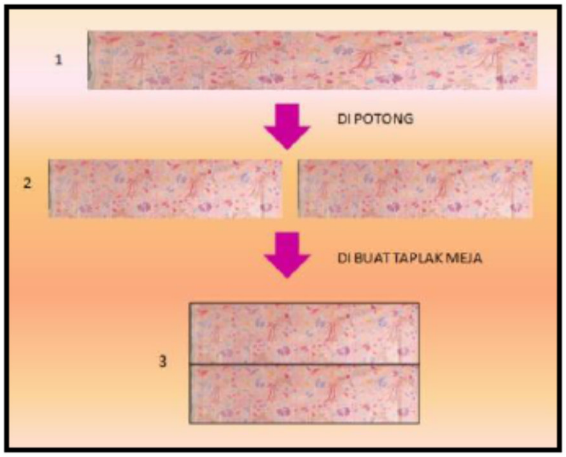


Figura 13. El principio de reversibilidad, figura tomada de Alriavindrafunny, Amin, Lukito, & Wijers, 2013.

Una segunda tarea consistió en *comparar* dos campos (campos de arroz) con distinta forma, pero igual área, pidiéndoles a los estudiantes determinar cuál de los dos campos era el más grande. Para resolverlo, los estudiantes pusieron (superpusieron) el modelo de un campo sobre el otro y analizaron qué partes debían ser cortadas y dónde ser puestas, dándose cuenta de que el campo original y el que se reformó tuvieron la misma área ya que no se agregaron o desperdiciaron partes (identidad). Con estas actividades los estudiantes entendieron que el recomponer una figura, preserva su área al no agregar o desperdiciar partes.

El efecto de *recomponer* permitió a los estudiantes pensar en posibilidades como, por ejemplo, que el paño (pedazo de tela) y la mesa tienen la misma área y, la comparación de diferentes figuras con misma área. Estas tareas llevaron a los estudiantes a ampliar la idea de que, al recomponer una figura, su área se preservaría, aunque la forma fuera diferente (Alriavindrafunny, 2014).

Alriavindrafunny (2013a), diseñó una secuencia de aprendizaje con intención de fortalecer (en estudiantes de tercer grado en educación primaria en Indonesia) la comprensión de la conservación del área antes de que fueran introducidos a la medida del área. El estudio propuso un enfoque que involucró a la reversibilidad y la transitividad que ocurre en la conservación del área:

1. Entender la idea de que recomponer, cortar y re-arreglar una figura en otra preservará su área.
2. Entender la identidad[7] en la conservación del área y,
3. Entender la idea de la relación parte-todo[8].

[7] Identidad de la noción de conservación del área: Un estudiante puede darse cuenta de que una figura o forma antes y después de ser cortada tiene la misma área debido a que no se desperdician o se agregan partes (Alriavindrafunny, 2013a).

El enfoque que se propone se muestra en la siguiente tabla (Ver tabla 4):

Tabla 4. Metas de aprendizaje y conjeturas para tareas sobre conservación de área, tomada de Alriavindrafunny (2013a, p.41-42)

Idea	Actividad propuesta	Meta de aprendizaje	Conjeturas
Recomponer una figura	Realizar un mantel, el cual, es dos veces más largo y el doble de ancho que la mesa que se le pide al estudiante cubrir con el mantel.	- Usar la idea de recomponer el pedazo de tela para cubrir la mesa. - Entender el efecto de recomponer una figura (después de recomponer el paño podría formar la mesa, así el paño y la mesa tendrán la misma área) - Entender la idea de reversibilidad (el área del paño antes y después de cortar permanece igual)	- El contexto "hacer un mantel" puede dar el conocimiento a los estudiantes de que recomponer el paño para formar la mesa. - Desarrollar la estrategia de cortar y pegar para recomponer el paño. - Cuando los estudiantes ven que el paño cabe en la mesa, concluyen que ambos tienen la misma área. - Los estudiantes podrían entender que el área del paño antes y después de ser cortada permanece igual.
	Comparando campos de arroz	- Identificar que dos figuras diferentes, tienen el mismo tamaño a través de la recomposición. - Investigar dos figuras diferentes las cuales tienen diferente tamaño por recomposición. - De algunas figuras que tienen el mismo tamaño con la figura dada.	- Comparar la forma usando la superposición, entonces tratar de recomponer la figura para probar que ambas tienen la misma área. - Comparar figuras usando superposición y usar la recomposición para probar que ambas figuras tienen diferente área. - Recomponer una figura original en otra diferente, mientras se comprende que la original y la nueva tienen la misma área.
	Congreso de matemáticas (discusión	- Discutir las diferentes formas de recomponer una	- Los estudiantes sólo usan la superposición para determinar cuál de los dos campos de arroz

[8] Entender la relación parte-todo: significa que, la suma del área de las partes de una figura, será igual al área de la figura completa (Alriavindrafunny, 2013a).

	sobre el problema de comparar campos de arroz)	figura. - Concluir que recomponer preservará la medida de la nueva figura a partir de la anterior.	es más grande. - Los estudiantes directamente cortan y pegan para recomponer una figura. - Los estudiantes usaron la combinación de superposición y entonces cortar y pegar para recomponer la figura. - Los estudiantes podrían comunicar sus razones por las que deben cortar una determinada parte y pegarla en otro lugar usando la superposición o sólo tratar a prueba y error. - Los estudiantes podrían comunicar que debido a que no hay partes agregadas o desperdiciadas cuando se recompone un campo de arroz en diferente forma, el área del campo original y del nuevo campo permanecen igual. - Los estudiantes deben comunicar sus procesos de pensamiento, compartir su experiencia en la solución del problema y defender su argumentación.
	Comerciar con campos de arroz	- Investigar el área de una figura cuando es cortada en piezas y separadas, "¿es igual a la figura original?" - Entender el concepto de identidad en la conservación del área	- Los estudiantes entienden la historia y concluyen que el área del campo de arroz será igual cuando sea cortado y sea separado y que, durante el proceso de separación no se agregaron ni desperdiciaron partes. - Señalar y usar la idea de identidad como una razón para preservar el área mientras la figura se recompone.

Relación parte-todo	Producción de campos de arroz	- Entender la relación parte-todo en el concepto de conservación del área. - Comenzar a usar la idea de unidad para encontrar la producción de arroz del gran campo de arroz.	- Los estudiantes adquieren la noción de área indirectamente del contexto de la producción del campo de arroz. *Ellos tratan el número de la producción de arroz (en toneladas) como la noción de área.* - Los estudiantes podrían razonar que la producción del campo de arroz disminuirá si una casa es construida sobre el campo de arroz. - Arreglando un gran número de pequeños campos de arroz para cubrir un gran campo de arroz. Entonces, sumando el número de producción de arroz de todos los pequeños campos para encontrar el número de la producción del gran campo de arroz. - Usar el campo de arroz, conocido el número de su producción de arroz, para ser arreglado en el gran campo de arroz; así, los estudiantes sólo contarán el número que el campo de arroz produce por sus unidades multiplicado por el número de unidades (el más grande campo de arroz) necesario para cubrir el campo grande.

Después de llevar a cabo su investigación, Alriavindrafunny (2013a) reporta que:

a) Los estudiantes entendieron que recomponer una figura preservaría su área.

b) Comprendieron el efecto de reversibilidad y la identidad en la conservación del área.

c) La actividad de producción de campos de arroz podría llevar a los estudiantes a aprender la relación parte-todo.

d) Los estudiantes podrían aprender el concepto de conservación del área a través de entender la recomposición y la relación parte-todo.

e) La idea de recomposición podría ser aprendida a través de actividades como: realizar un mantel, comparar campos de arroz y comercio de campo de arroz, los cuales, contienen a los conceptos de reversibilidad e identidad. Las actividades de producción de los campos de arroz y recomponer un polígono irregular también ayudan a recomponer y entender la relación parte-todo.

Las tareas relacionadas al uso de la conservación del área que describimos en los trabajos anteriores, sin duda generan ciertos significados en los estudiantes. Por ejemplo, se reporta que los significados que los estudiantes pueden asignar al concepto de conservación del área están muy relacionados a las herramientas que ellos usan y a las figuras sobre las que ellos estudian (Fiangga, 2013). En particular, Fiangga propuso el uso del tangram (herramienta) y el uso de polígonos irregulares (figuras) para ofrecer a estudiantes de educación primaria, experiencias (re-arreglar figuras) para aprender sobre la conservación del área. El estudio sugiere que los estudiantes tienen un mejor desempeño en sus tareas sobre conservación cuando tratan directamente con actividades donde interactúan con figuras geométricas como el tangram-puzle (rompecabezas). Se ha de mencionar que tareas relacionadas con el uso del tangram, para descomponer y recomponer las partes y transformarlo en figuras distintas, se han identificado también en un análisis de libros de educación primaria en México realizado por Cabañas y Cantoral (2005b).

Las herramientas o artefactos como medios que ayudan al estudiante a comprender ciertos conceptos son sin duda relevantes en la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. La tecnología es parte de estas herramientas y podemos encontrar respecto al concepto de conservación del área y su medida su uso en entornos computacionales como por ejemplo los que desarrollaron Kodarki & Potari (1998) y Kodarki (2003) con estudiantes de 11-12 años (1998) y 14 años (2003) respectivamente, a fin de que los estudiantes experimentaran distintas representaciones de la conservación del área. Desarrollaron un *micro-mundo* (entorno computacional) denominado C.AR.ME. (Conservación del área y su medida), entendiéndose por *micro-mundo* a un mundo conceptual que consiste de un conjunto de objetos, un conjunto de reglas sobre sus relaciones y un conjunto de operaciones que pueden actuar sobre ellas (Pufall, 1988, citado en Kodarki & Potari, 1998). Los objetos del micro-mundo son los polígonos que el estudiante construye. Las relaciones entre los objetos son las transformaciones de los polígonos en otras figuras geométricamente equivalentes. El uso de múltiples sistemas de representación como la representación gráfica de las acciones sensorio-motoras de los niños es otra característica de este entorno (Forman, 1988 en Kodarki & Potari, 1998) que ofrece herramientas para ayudar a los estudiantes a:

a. Dibujar (segmentos y polígonos)

b. Manipular áreas usando simulaciones de las acciones sensorio-motoras de los estudiantes donde los polígonos pueden ser trasladados, rotados y pegados en otro punto; transformados en su simétrico sobre un eje que es definido por el estudiante (Ver figura 14).

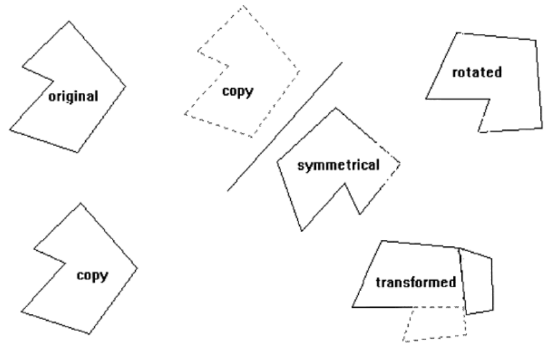


Figura 14. Transformaciones de un polígono usando manipulaciones del menú EDIT, tomada de Kodarki & Potari (1998, p.413).

c. Medir áreas haciendo uso de una variedad de herramientas: contiene un conjunto de unidades, operaciones, el conteo de unidades y un conjunto de cuadrículas rectangulares y cuadradas; además, el estudiante puede dibujar su propia unidad de medida y usar las medidas estándares.
d. Transformar áreas automáticamente en otras equivalentes: se puede transformar cada polígono dibujado por los estudiantes en una gran variedad de figuras geométricas equivalentes (Ver figura 15).

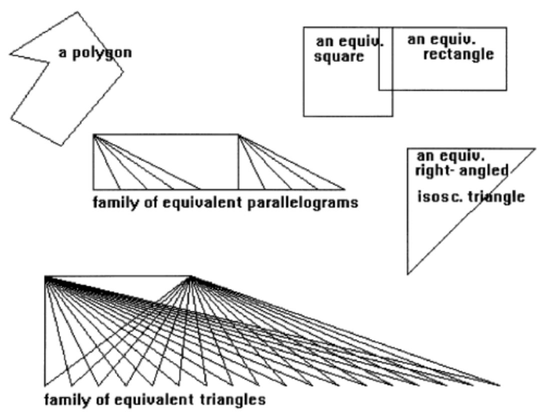


Figura 15. Transformaciones automáticas de polígonos a figuras geométricas con áreas equivalentes, tomada de Kodarki & Potari (1998, p.415).

e. Medir longitudes y ángulos automáticamente, entre otras.

Mediante C.AR.ME., se investigó el efecto de:

- Las estrategias de los estudiantes respecto a la conservación de área y su desarrollo mientras ellos interactuaban en el contexto del micro-mundo (computadora);
- El pensamiento de los estudiantes sobre la conservación de área en clases de triángulos equivalentes y paralelogramos con base común e igual altura;

- El rol de las herramientas que son ofrecidas por el micro-mundo respecto a las estrategias de los estudiantes.

A través del entorno computacional C.AR.ME., los estudiantes lograron:

- Expresar su conocimiento intuitivo sobre la medida del área a través de las trasformaciones que ofrece el micro-mundo (cortar y pegar, rotaciones, simetría sobre un eje y combinaciones de ellas).
- Dar significado al concepto de medida usando la herramienta para medir, ya que usaron varias unidades para medir áreas.
- Un pensamiento reversible sobre la conservación y la medida y, a través de las transformaciones automáticas, pudieron ver series de figuras equivalentes.
- Expresar sus propias ideas sobre la conservación del área.

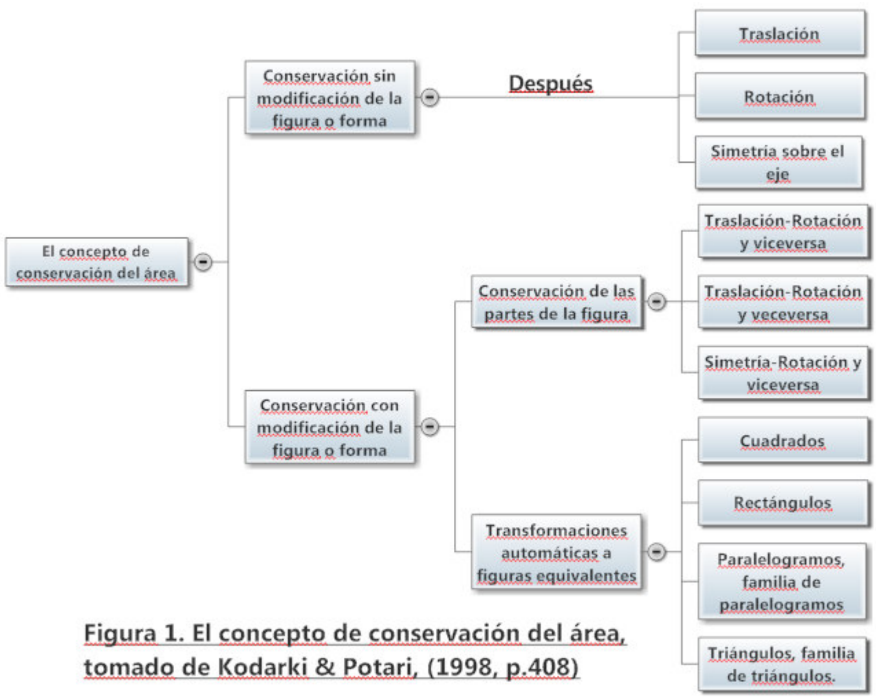


Figura 1. El concepto de conservación del área, tomado de Kodarki & Potari, (1998, p.408)

Otro estudio que hace uso de entornos computacionales es el desarrollado por Kodarki & Balomenou (2006) con estudiantes de 12-15 años. Se diseñó un experimento de aprendizaje que llevó a los estudiantes entre otras cosas a experimentar el concepto de área y su invariancia integrándolo con: isometrías, medida del área usando unidades de área, fórmula del área, líneas y polígonos, todo esto explotando las ventajas Cabri-Geometry II (Software geométrico). Se investigaron las estrategias de los estudiantes usando las herramientas de Cabri para la conservación del área en triángulos y distinguir entre los conceptos de área y perímetro en triángulos equivalentes.

Las tareas constaron de:

1. Construir pares de triángulos equivalentes en tantas maneras como fuera posible usando las herramientas de Cabri y justificar sus estrategias de solución
2. Explicar su perspectiva de la relación entre el área y el perímetro de esas figuras.
3. Construir un triángulo y mostrar cualquier secuencia posible de modificaciones para producir otros triángulos equivalentes al original.

Entre sus resultados se logró que los estudiantes:

a) Se dieran cuenta de que dos triángulos pueden tener igual área mientras tienen perímetros diferentes.

b) Reconocieran que el área de un triángulo puede ser conservada a pesar de que su forma puede ser alterada.

c) Progresaran en su comprensión sobre la invariancia del área usando las herramientas de Cabri, construyendo familias de triángulos equivalentes con base común e igual altura.

d) Observaron a través de Cabri un gran número de triángulos no congruentes pero equivalentes y pudieron verificar la conservación de su área.

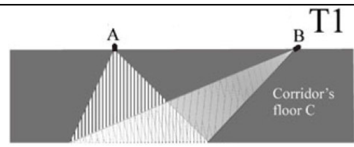
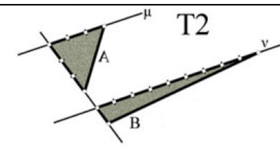
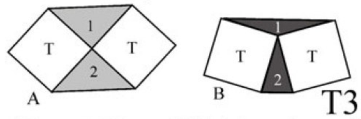
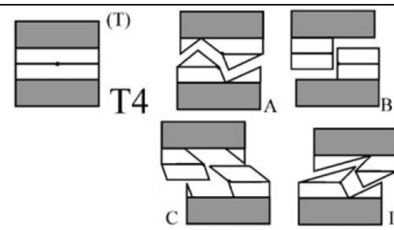
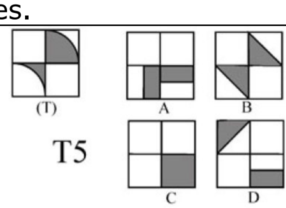
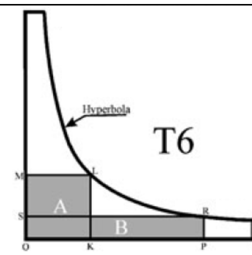
e) Investigaran la conservación del área en clases de triángulos con una base común y vértice opuesto deslizándose sobre la línea paralela a su base.

Además, los estudiantes exploraron una gran variedad de herramientas ofrecidas por Cabri para:

a. Progresar de la noción de congruencia a la noción de equivalencia en triángulos.
b. Asignar diferentes significados al concepto de área estudiándolo en diferentes sistemas de representación de medida.
c. Construir clases de triángulos equivalentes.
d. Distinguir entre los conceptos de perímetro y área en triángulos

La conservación del área ha sido abordada no solo en los niveles escolares elementales sino también con estudiantes universitarios (por ejemplo, Cabañas-Sánchez, 2011; Cabañas y Cantoral, 2005b; Cabañas & Cantoal, 2009; Kospentaris, Spyrou & Lappas, 2011). Algunas estrategias empleadas por estudiantes de nivel medio y superior al trabajar con transformaciones geométricas concernientes a la comparación y conservación del área fueron desarrolladas por Kospentaris, Spyrou & Lappas (2011) en Grecia con 50 estudiantes. Se muestran seis tareas geométricas a continuación y que nos permiten tener una perspectiva más amplia de las tareas que pueden acercarnos a la noción de del área (Ver tabla 5):

Tabla 5. Algunos problemas de comparación del área, tomados de Kospentaris, Spyrou & Lappas, (2011, p.110)

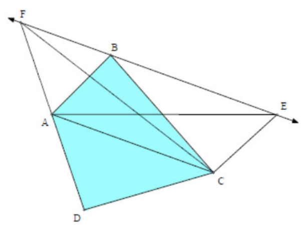
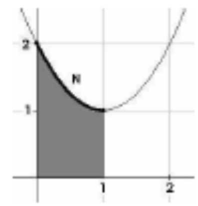
 Dos Spots A y B iluminan la pared de un corredor C. ¿Qué haz de luz cubre la mayor área de la pared? a) A cubre el área más grande b) B cubre el área más grande c) Ellos cubren la misma área	 Si las líneas rectas μ y ν son paralelas, cuál de los triángulos A o B cubre la superficie más grande. a) El triángulo A b) El triángulo B c) Ninguno, los dos cubren exactamente la misma área.
 ¿En cuál de los dos casos, A o B, la región 1 y 2 entre los cuadrados T, cubren la misma superficie? a) En el caso A b) En el caso B c) En ambos casos, el área 1 y 2 son iguales.	 El azulejo T ha sido cortado en dos piezas. ¿En cuál caso, las piezas tienen exactamente la misma área?
 Considere el cuadrado (T). ¿En cuál caso A, B, C, o D es el área de la región coloreada de gris la misma de T? La región coloreada de gris tiene la misma área de T: a) En el caso A b) En el caso B c) En el caso C d) En el caso D e) En todos los casos anteriores	 Si la curva de la figura es una sección de una hipérbola, ¿Cuál de los rectángulos A (OKLM) o B (OPRS) cubre una mayor área? a) Rectángulo A b) Rectángulo B c) Tienen exactamente la misma área

Continuando nuestra revisión en torno a investigaciones sobre la conservación del área, encontramos por ejemplo en México, investigaciones desarrolladas por Cabañas y Cantoral (2005b), donde analizan el papel que ésta juega en la construcción de la noción de área y posteriormente en la integral definida. Para ello, investigan en qué medida, los estudiantes (19-21 años) perciben la noción de conservación del área y la usan en representaciones gráficas y/o analíticas vinculadas con regiones planas, esto con la intención de caracterizar modelos que utilizan los estudiantes en sus procesos de solución. Se han detectado prácticas en los estudiantes de básica y superior en la noción de conservación de área con relación a la integral como: repartir, comparar y reproducir, medir, cuantificar y conservar. Parten argumentando que, en la enseñanza del análisis matemático, la noción de integral resulta ser una pieza importante. En el bachillerato suele enseñarse para obtener el valor del área y se relaciona con magnitudes físicas y geométricas (por ejemplo: área y volumen) y con la predicción del cambio de magnitudes variables (por ejemplo: distancia recorrida). Por otra parte, Cabañas-Sánchez (2005), señala que, en la enseñanza de las matemáticas, el concepto de área es fundamental y su estudio inicia en la escuela primaria, relacionándolo a la medida de superficies planas y no planas, en secundaria y bachillerato el área aparece ligada a la integral definida.

Señalan además que aunque nos encontremos en niveles escolares superiores y trabajemos con objetos formales, estos deben ser introducidos con actividades que consideren por ejemplo a la conservación (Cabañas-Sánchez, 2005; Cabañas y Cantoral, 2005a, b, c); así, previo a la presentación didáctica de la integral, se requiere que los estudiantes movilicen prácticas como la conservación y sus conceptos asociados, de modo que, previo a la definición de integral y al enfoque de sub-dividir el intervalo de integración y hacer cálculos con uso de fórmulas, es importante el uso del área a través de actividades que incluyan a la medición, comparación y conservación, normadas por prácticas sociales que viven en los estudiantes, dentro y fuera del aula (Cabañas y Cantoral, 2005c). Para categorizar los modelos empleados por los estudiantes, así como, las tareas utilizadas en el estudio (Cabañas-Sánchez, 2005b) se presenta la siguiente tabla:

Tabla 6. Nociones vinculadas a los procesos de solución: comparación, conservación y medición del área en Cabañas y Cantoral (2005b).

Trabajo con polígonos convexos y no-convexos	**Trabajo con funciones lineales y no lineales**	**Trabajo con integrales**
Determinar relaciones entre áreas de triángulos con misma base e igual altura; transformación de polígonos convexos y no-convexos conservando el área y determinar condiciones para la igualdad de áreas entre polígonos convexos. **Procedimientos de resolución:** congruencia, algorítmico, dinámico (indican que el área del	Determinar áreas bajo curvas teniendo un área conocida; transformación de gráficas de funciones lineales a no lineales conservando el área bajo la curva; construir gráficas de funciones definidas en un intervalo cuya área debe ser conservada. **Procedimientos de resolución:** algorítmico, representaciones	Cálculo y representación de áreas vía la integración y determinación de parámetros en las expresiones algebraicas de funciones constantes, lineales y cuadráticas, garantizando la conservación del área. **Procedimientos de resolución:** **r**epresentaciones gráficas y analíticas.

triángulo se conserva, argumentando que el punto opuesto a la base de los triángulos (vértice) puede moverse sobre la recta), semejanza y paralelismo. 	analíticas, dinámico, representaciones gráficas.  	Calcula la siguiente integral $\int_0^2 \frac{1}{2}\sqrt{x^2+1}dx$. ¿Podrías interpretar geométricamente el resultado que obtuviste?

Otras actividades fueron desarrolladas en cursos con profesores a fin de que ellos identificaran conceptos como la medida y la conservación del área a través de actividades como: determinación de áreas entre triángulos con misma base e igual altura; trasformación de polígonos convexos y no convexos, conservando sus áreas; trasformación de gráficas de funciones lineales a no lineales conservando el área bajo la gráfica e interpretación geométrica de resultados de integrales (Cabañas-Sánchez, 2005; Cabañas y Cantoral, 2005c).

También, Cabañas y Cantoral (2005a), partiendo del tratamiento de la noción de conservación del área al nivel de actividades como repartir, comparar y reproducir; medir, cuantificar y conservar; diseñaron actividades que involucraron construcciones vinculadas con regiones planas y examinaron el papel que desempeña la noción de conservación del área en las explicaciones del profesor al explicar el concepto de integral definida. La conservación del área se usó en figuras elementales como triángulos o polígonos de pocos lados cuando son sometidos a ciertas transformaciones como recortar y recomponer, o trasladar; además, se estudió cómo es que el método de cambio de variable para la integración, modifica la forma de la gráfica de la función a integrar, así como, los límites de integración con la propiedad de conservar el valor del área (Cabañas y Cantoral, 2005a en Cabañas y Cantoral, 2005c).

Parten de las dificultades que muestran los estudiantes en su intento por comprender la integral definida sobre la explicación escolar de área bajo la curva. Resaltan aquellas para comprender los procesos de integración, planteando actividades que les permitieron emplear recursos como la comparación y la medición mediante transformaciones que dan lugar a la medición del área. Las actividades consistieron de:

a. Determinar la relación entre las áreas de triángulos entre líneas paralelas.

b. Transformar polígonos en formas diferentes conservando su área.
c. Bosquejar gráficas de funciones no lineales cuya área bajo la curva sea igual a la de la región sombreada por una determinada figura.
d. Interpretar geométricamente resultados de integrales.
e. Buscar funciones equivalentes que tuvieran la misma área que una función dada en un intervalo cerrado.

Otro estudio que examina las percepciones de los estudiantes (de 21-24 años) de cómo el área de regiones planas es conservada, comparada y medida, involucrando transformaciones geométricas en polígonos convexos, es desarrollado por Cabañas & Cantoral (2009) en el siguiente problema:

> *En la siguiente figura, las líneas rectas MP y QS son paralelas. Determina la relación que existe entre las áreas de los triángulos MQS, NQS y PQS. Justifica tu respuesta.*

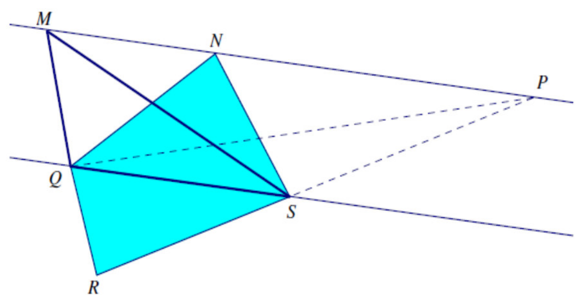


Figura 16. Conservación de área en figuras geométricas usando rectas paralelas, tomada de Cabañas & Cantoral (2009, p.100)

El documento expone algunos resultados importantes sobre la percepción de la conservación del área señalando que los estudiantes perciben:

- La *conservación* del área cuando se refieren a la relación de paralelismo y a los elementos de la fórmula para calcular el área de triángulos o simular movimientos sobre figuras.
- La *comparación* del área cuando se dan cuenta de la relación entre las áreas de los tres polígonos (triángulos).
- La *medida del área* cuando ellos se las arreglan para usar la fórmula para calcular el área de los triángulos.
- Que los polígonos cambian su forma y posición, pero no la medida del área.
- Que los triángulos comparten la misma base y que la medida de una de sus alturas es igual.
- La relación sobre el área de los tres triángulos. La medida del área es percibida cuando los estudiantes usan la fórmula para calcular el área de los triángulos.

1.5 La noción de conservación del área en la resignificación de la integral definida

En la tesis doctoral de Cabañas-Sánchez (2011), titulada, *"La noción de conservación del área en la resignificación de la integral definida. Un estudio Socioepistemológico"*, se analiza desde las prácticas del salón de clase, una resignificación de la integral definida (vista como área bajo la curva) desde una perspectiva que articuló usos, contextos y procedimientos del área con la conservación del área de regiones planas.

¿Por qué el estudio de la integral definida articulado a la noción de conservación del área? Señala Cabañas-Sánchez que:

- Permite establecer una relación con los procedimientos llevados a cabo al actuar sobre las transformaciones en contextos específicos.
- A través de su estudio, emergen explicaciones en torno a la conservación del área.
- Interés de ubicar los argumentos de los estudiantes en aspectos como: forma, tamaño y posiciones relativas, resultado de conservar la medida del área de regiones planas, en lugar de centrar su discurso únicamente hacia conceptos, proposiciones, procedimientos, símbolos y fórmulas matemáticas. Esto lo considera como una resignificación.

Esta resignificación se estableció por una manifestación del desarrollo de usos del área, que emergen de conservar una medida del área que es relativa a regiones planas. Este desarrollo de usos evoluciona al transitar de las transformaciones realizadas sobre objetos geométricos y analíticos; derivado de esto, emergen explicaciones en torno a la conservación del área, instaurando a la conservación del área una función normativa de la actividad matemática en el aula. Esta normatividad se evidencia al ubicar las explicaciones de los estudiantes y del profesor en aspectos como forma, tamaño y posiciones relativas de las regiones del área involucradas, en lugar de situar su discurso únicamente hacia conceptos, proposiciones, procedimientos, símbolos y fórmulas matemáticas.

Su pregunta de investigación fue: ¿Con base en qué condiciones se resignifica el concepto de integral definida por estudiantes universitarios, desde una perspectiva que articula usos, contextos y procedimientos del área con la matemática, con la conservación del área en transformaciones geométricas y analíticas?

Para lograrlo llevó a cabo las siguientes acciones:

- Desarrolló un esquema general para la resignificación del concepto de integral definida, que conjugó a los usos, contextos y procedimientos del área en la matemática, con la conservación del área en transformaciones geométricas y analíticas.
- Se instituyó un modelo estratégico, para el análisis de la situación de clases al momento en que la integral definida se resignifica.

- Se identificaron y caracterizaron, mediante el estudio de los procesos de comunicación en el aula de matemáticas, los elementos que mediaron en la resignificación de la integral definida.

Su estudio se enmarcó desde la Socioepistemología, teoría que se interesa por explicar la construcción social del conocimiento matemático y su difusión institucional; se puso especial énfasis en modelar la práctica social en la producción de conocimiento a fin de modificar el discurso matemático escolar y con ello centrar la atención en los procesos más que en los conceptos matemáticos. En este sentido, señala que la noción de conservación del área normó las acciones de un profesor y sus estudiantes durante la explicación de la integral definida.

Se utilizaron algunos constructos teóricos para llevar a cabo la resignificación de la integral definida, entre ellos: *"La resignificación es interpretada como la construcción del conocimiento en la organización de lo humano, normado por lo institucional, que se manifiesta en el uso del conocimiento dentro una situación específica"* (Cordero, 2008 en Cabañas-Sánchez, 2011). Menciona la autora que la humanidad ha asignado determinados significados a los objetos matemáticos; en los contextos escolares, los estudiantes asocian significados propios a esos objetos luego, la Socioepistemología le llama a ese proceso *significación;* luego, la resignificación es un proceso donde se modifica ese significado que se ha construido. Señala también que, un significado en los estudiantes de la integral definida podría estar asociado a los procedimientos, porque aprendieron una regla. Así, la resignificación buscó que los estudiantes modificaran este tipo de significaciones, al conservar la medida del área de ciertas regiones planas, contribuyendo a explicaciones sobre la forma, tamaño (medida) del área y posiciones relativas con respecto del plano.

Los usos, contextos y procedimientos fueron introducidos para articular una explicación de la integral definida entorno a la noción de conservación del área, en una situación de aprendizaje. Los usos se exploraron desde una perspectiva del desarrollo de usos del área, que surgen del estudio de la práctica social. Los contextos y procedimientos fueron estudiados mediante las relaciones que guardan con el desarrollo de los usos del área.

La *práctica social* se entiende en el sentido de Covián (2005, p.70, en Cabañas-Sánchez, 2011), quien sostiene que *la práctica social no es lo que hace en sí el individuo o el grupo, sino aquello que les hace hacer lo que hacen.* Dentro de las funciones de la práctica social se ubica la normativa (regula), es la razón oculta; la *pragmática* (praxis o práctica), es la razón explicita, y la discursiva (comunica), razón declarativa. Luego, conservar regiones planas *norma* la actividad relacional que se establece en el salón de clase de matemáticas. La noción de conservación del área es a la vez, el medio por el cual emergen *usos del área;* en consecuencia, se establece en el centro del discurso y en la razón explícita.

La *conservación del área* constituida como una *práctica social*, se entiende como: *"toda transformación que deja sin cambios la medida del área de una región"*. Luego, la medida del área permanece intacta mientras las regiones de área en el plano, pueden ser transformadas en otras cualitativamente nuevas.

Estas se derivan de transformaciones sobre objetos geométricos o analíticos, mediante distintos métodos o procedimientos (Cabañas, 2011b en Cabañas-Sánchez, 2011).

Matemáticamente, la autora reporta que, las transformaciones geométricas que llevan a la conservación del área, verifican las siguientes propiedades:

> Sea *P* un polígono cualquiera con área medible.
>
> *A(P)*= Área de *P*
>
> *S*ea *T* una transformación, tal que *T(P)* es nuevamente un polígono,
>
> Entonces *A(T(P))=A(P)* (Cabañas-Sánchez, 2011, p. 71).

Se basan en la composición y descomposición de figuras o bien en teoremas, axiomas, propiedades de las figuras geométricas, relaciones matemáticas generales, como en otros conceptos matemáticos. Algunas transformaciones geométricas que permiten la conservación del área en regiones planas son las isometrías en el plano (rotación, reflexión y traslación), y se apoyan en propiedades matemáticas generales como la relación de paralelismo y de congruencia, las que están basadas en composición y descomposición de figuras, y algunas construcciones con regla y compás.

Matemáticamente, las transformaciones analíticas que llevan a la conservación del área de regiones planas, verifican:

> *Sea R una función de variable real de la forma* $f(x)=kx^n$ *con k>0, en un intervalo cerrado* $a \leq x \leq b, a, b \in R$*, continua en dicho intervalo y, por tanto, diferenciables en el intervalo abierto.*
>
> *A(R)=Valor del área bajo la curva R*
>
> *Sea T una transformación sobre R tal que T(R) es nuevamente una función y A(T(R)) el valor de T(R).*
>
> *Entonces A(T(R))=A(R).* (Cabañas-Sánchez, 2011, p. 72).

La relación *A(T(R))=A(R)* se verifica a partir de transformaciones sobre funciones continuas, definidas en un intervalo cerrado, en las que se localizan por ejemplo:

- El método de cambio de variable.
- El método para determinar coeficientes de una función polinómica definida en un intervalo cerrado dado, con la condición de que el área se conserve.
- Transformar una región de área en otra sin que su medida de área se altere.
- Determinar a partir de los parámetros de las funciones polinómicas de grado *n,* qué familia de funciones son las que conservan el área debajo de la curva de su representación gráfica.

Se derivan de un conjunto de operaciones algebraicas sobre expresiones analíticas relativas a la integral definida. Resultado de estas, un número real positivo que representa el valor de un área, situado bajo la representación gráfica de una función continua en un intervalo cerrado. La fundamentación de ese número se encuentra en definiciones, propiedades de los números y de objetos matemáticos como función continua, noción de intervalo, partición del intervalo, integral definida e indefinida. La interpretación geométrica de estas representaciones en el intervalo dado, revelan cambio de forma o de posición o bien de ambas; la medida del área correspondiente se conserva.

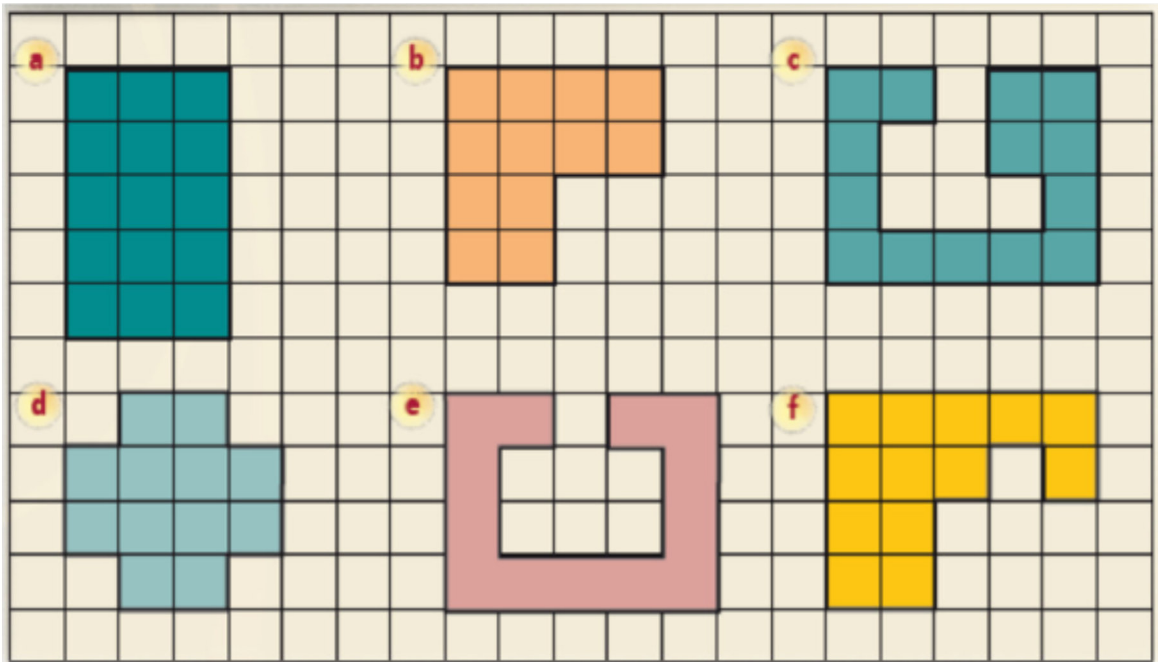
Se presenta de manera sintética el esquema para la resignificación de la integral definida:

	TRANSFORMACIONES GEOMÉTRICAS	TRANSFORMACIONES ANALÍTICAS
Usos del área	Medir, comparar, **CONSERVAR**, representar regiones de áreas planas	Medir, comparar, estimar (o aproximar) y representar regiones de áreas planas **CONSERVAR**
Contextos	Polígonos convexos y no convexos	Funciones polinómicas $f(x)=kx^n$, k, n ($n>0$) continuas en un intervalo $[a,b]$.
Procedimientos	Composición y descomposición de figuras, asimetrías en el plano o bien en teoremas, axiomas, propiedades de las figuras geométricas, en relaciones matemáticas generales, así como en otros conceptos matemáticos.	Procesos de aproximación, partición del intervalo, sumas de Riemann, integral definida, fórmulas básicas para el cálculo de área.

Figura 17. Esquema general de la resignificación de la integral definida (Cabañas-Sánchez, 2011).

Los *contextos* son entendidos como los entornos situacionales donde se considera un hecho y a los *procedimientos* como las formas de organización de una situación (Cordero, 2003, 2005 en Cabañas-Sánchez, 2011). Se entiende a la noción de *uso* como las formas en que es empleada o adoptada determinada noción en un contexto específico (Cabañas y Cantoral, 2009 en Cabañas-Sánchez, 2011). Tomamos el siguiente ejemplo para ejemplificar los contextos y los procedimientos en el caso de la conservación del área:

> *"En parejas, encierren con un mismo color las figuras que tienen áreas iguales pero diferentes perímetros. Observen con atención las figuras geométricas de la imagen anterior y contesten las siguientes preguntas […] Las figuras que tienen el mismo perímetro ¿tienen áreas iguales? ¿Por qué? ¿Cuáles son las que tienen la misma área? ¿La figujra de mayor perímetro es la de mayor área?"* (SEP, 2012, p.136).



El problema está planteado en un entorno situacional que denominamos polígonos convexos y no convexos y a los procedimientos como aquellas formas de organizar una situación en este caso cortar y dividir las figuras para transformarlas en otra figura de modo que el área se conserve o bien medir (contar las unidades que conforman cada figura).

La autora concluye que la conservación del área de regiones planas, favoreció a que una mayoría de los argumentos de los estudiantes se centraran en los usos, contextos y procedimientos en que se presenta el concepto de área, contribuyendo a la resignificación de la integral definida. Sus explicaciones y argumentos estuvieron enfocados en aspectos como: forma, tamaño y posiciones relativas, resultado de conservar la medida de un área en regiones planas.

Así, esta investigación muestra que la noción de conservación del área contribuye a que el centro de atención de los argumentos de los estudiantes se enfoque en la medición, comparación, conservación y representación del área y no solo en fórmulas y reglas matemáticas.

1.6 Objetivos, Pregunta de Investigación y Justificación

Este estudio estuvo motivado por tres razones:

Primero: Las dificultades que se han observado a lo largo de la revisión en la literatura especializada relacionadas con la integral definida articulada al área bajo la curva.

Segundo: Derivado de la forma de presentar a la integral definida tradicionalmente asociándola al cálculo de áreas, resulta que el área es un concepto muy importante dentro de los planes y programas de estudio además de que, su estudio está presente durante toda la formación previa hasta que es relacionada con la integral definida. Así mismo, en el análisis que se hizo en las lecturas referentes al concepto de área ligada a la conservación, se sugiere que previo a la definición de la integral, se estudie la noción de área a través de actividades que viven en los estudiantes dentro y fuera del aula y que incluyen la medición, comparación y la conservación (Cabañas y Cantoral, 2005a, 2005b).

Tercero: La resignificación que presenta Cabañas-Sánchez (2011) de la integral definida (vista como área bajo la curva) desde una perspectiva que articuló usos, contextos y procedimientos del área con la conservación del área de regiones planas que favoreció que la mayoría de los argumentos de los estudiantes se centraran en usos, contextos y procedimientos en que se presenta el concepto de área, contribuyendo a la resignificación de la integral definida. Las explicaciones y argumentos de los estudiantes estuvieron enfocados en aspectos como: forma, tamaño y posiciones relativas, resultado de conservar la medida de un área en regiones planas y no en aspectos como conceptos, símbolos y fórmulas matemáticas, importantes, aunque en su trabajo, el centro está en la resignificación. Es decir, con la enseñanza tradicional hay un significado en los estudiantes sobre la integral definida, que puede ser una técnica que ha sido puesta por el profesor a través del discurso matemático escolar.

Hoy en día se observa una tendencia a comprender cómo se establece una relación funcional entre el profesor y sus estudiantes, mediante la exploración de situaciones dentro del salón de clases desde un punto de vista sistémico (es decir, observando todos los procesos que intervienen de manera conjunta), ya que los procesos de aprendizaje son bastante complejos (Juárez y Cabañas-Sánchez, 2011). El aula está permeada de aspectos sociales, culturales, históricos e institucionales en torno al conocimiento y que involucran al profesor, a los estudiantes y al propio saber matemático (Juárez y Cabañas-Sánchez, 2011). Junto con las interpretaciones anteriores, existen estudios sobre prácticas matemáticas que emergen en estos procesos y de manera particular en el salón de clase durante la explicación del concepto de integral definida articulando los usos del área en la matemática, con la conservación del área en transformaciones analíticas (Juárez y Cabañas-Sánchez, 2011).

Por otra parte, se ha detectado que los estudiantes de bachillerato tienen serias limitaciones respecto a los significados de la integral definida (Rondero y López, 2013); además, la integral definida es un concepto importante para abordar una gran gama de problemas puramente matemáticos o bien aplicados para los estudiantes de ingeniería, por lo que deben tener una sólida comprensión del concepto (Camacho, Depool y Garbín, 2008); del mismo modo, la importancia del estudio del área y sus conceptos asociados es importante por sus múltiples aplicaciones, entre ellas, su relación con la integral definida.

En el acercamiento que tuvimos a la problemática en torno a la integral definida, observamos problemas con el área bajo la curva asociada a la integral definida haciendo uso de límites y del concepto de infinito; el cálculo integral es visto como una aplicación de reglas y algoritmos que llevan al estudiante a memorizar y a lograr aprendizajes mecánicos o memorísticos; los estudiantes muestran problemas relacionados a la integral cuando se calcula el área bajo la curva de una función que se encuentra bajo el eje "x" además, no hay una clara imagen en el estudiante de la definición de integral definida y tiene problemas para interpretar a la integral en contextos más amplios. Por otra parte, hay trabajos importantes que resaltan la importancia de la conservación del área para resignificar a la integral definida como el desarrollado por Cabañas-Sánchez (2011).

Producto de esta revisión, consideramos que las actividades propuestas en las investigaciones sobre conservación de área como elementos importantes hacia el estudio de la integral definida se desarrollan desde nivel básico hasta superior. La naturaleza de este concepto es que se encuentra en estos niveles escolares y por lo cual es un eje transversal en matemáticas.

Es por ello que esta investigación tiene el interés de analizar los usos, contextos y procedimientos en que se presenta la conservación del área en los libros de texto de matemáticas en educación primaria, secundaria y bachillerato en el estado de Zacatecas, con intención de buscar tareas que acerquen a los estudiantes a nociones como la conservación del área; luego, se plantea la siguiente pregunta de investigación:

¿Cuáles son los usos, contextos y procedimientos que se le dan a la conservación del área en los libros de texto de matemáticas en educación primaria, secundaria y bachillerato en el estado de Zacatecas?

Para lograr lo anterior se llevaron a cabo las acciones siguientes:

a) Se adoptó una metodología para el análisis de libros de texto, en este caso, un análisis de contenido.
b) Se utilizó como descriptor para la búsqueda, el esquema general para resignificación del concepto de integral definida, que conjugó a los usos, contextos y procedimientos del área en la matemática con la conservación del área en transformaciones geométricas y analíticas, propuesto por Cabañas-Sánchez (2011) y la literatura especializada sobre conservación de área.
c) Se identificó qué tipo de tareas se plantean en los libros de texto, asociadas al cálculo de áreas y en particular con la conservación.
d) Se identificó qué tipo de transformaciones se asocian a los cálculos de área y en particular con la conservación.
e) Se identificó cómo se está desarrollando la noción de conservación del área en libros de texto de matemáticas en educación primaria, secundaria y bachillerato en el estado de Zacatecas.

CAPÍTULO 2

MARCO TEÓRICO

2.1 La Socioepistemología, su naturaleza de estudio

A través de la Socioepistemología se problematiza sobre la construcción de un determinado conocimiento matemático, de su origen y su función social. Es decir, hay que desmatematizar ese saber matemático aceptando que antes de hablar de un objeto matemático, hay que hacerlo sobre prácticas de naturaleza social que den un sentido y significado a ese saber matemático. Una de las funciones de la teoría Socioepistemológica es que busca afectar el sistema educativo rediseñando el discurso matemático escolar al abordar el estudio de prácticas previo a la construcción de conceptos debido a que éste se centra en los objetos matemáticos y no en las prácticas sociales, dando lugar así, a una matemática escolar funcional.

D'Amore (2006, citado en Cantoral, 2013), señala que el conocimiento es información sin uso y el saber se concibe como una acción deliberada para hacer de ese conocimiento un objeto útil frente a una situación problemática. Luego, señala Cantoral (2013), que se asume al saber, como construcción social del conocimiento. Desde esta postura la teoría ofrece explicaciones sobre la construcción social del conocimiento matemático, poniendo atención a los usos que surgen en el estudio de prácticas sociales (En esta investigación, la conservación del área).

2.2 La noción de práctica social

La noción de práctica social que emplea la Socioepistemología, se entiende principalmente como una normativa de la actividad humana toda: "no es lo que hacen los individuos (no es la práctica ejecutada), sino el motivo de hacer lo que se hace, es decir, norma su accionar (es la orientación de la práctica, es la práctica social) (Cantoral, 2013).

De este modo, la práctica social se entiende en el sentido de Covián (2005, p.70, en Cabañas-Sánchez, 2011), quien sostiene que la práctica social no es lo que hace en sí el individuo o el grupo, sino aquello que les hace hacer lo que hacen.

A partir de la Socioepistemología, teoría que modela la construcción social del conocimiento, Cabañas-Sánchez (2011), proporcionó argumentos sobre la resignificación de la integral definida. Eligió esta teoría debido a su carácter sistémico y por el énfasis que pone en modelar el papel de la práctica social en la producción de conocimiento, con el objetivo de crear otro tipo de discurso, y a la vez, quitar la atención solo en los conceptos que normalmente se puede observar en el discurso matemático escolar. Hizo uso de algunos constructos teóricos para llevar a cabo la resignificación de la integral definida, entre ellos: "La resignificación es interpretada como la construcción del conocimiento en la organización de lo humano, normado por lo institucional, que se manifiesta en el uso del conocimiento dentro una situación específica" (Cordero, 2008 en Cabañas-Sánchez, 2011). Se señala que la humanidad ha asignado determinados significados a los objetos matemáticos; en contextos escolares, los estudiantes asocian significados propios a esos objetos; luego, la Socioepistemología le llama a ese proceso significación, con lo que la resignificación es el uso del conocimiento en donde se modifica ese significado que se ha construido.

En este sentido, hay que buscar propuestas que ofrezcan puntos de referencia para propuestas didácticas que permitan centrar el discurso matemático escolar en prácticas de naturaleza social que viven en los estudiantes y que permiten ubicar sus argumentos en aspectos distintos a conceptos, proposiciones, procedimientos, símbolos y fórmulas matemáticas, aunque importantes también.

2.3 Constructos teóricos desde la teoría Socioepistemológica

Los usos, contextos y procedimientos fueron introducidos para articular una explicación de la integral definida entorno a la noción de conservación del área, en una situación de aprendizaje. Los usos se exploraron desde una perspectiva del desarrollo de usos del área, que surgen del estudio de la práctica social. Los contextos y procedimientos fueron estudiados mediante las relaciones que guardan con el desarrollo de los usos del área.

Los contextos son entendidos como los entornos situacionales donde se considera un hecho y a los procedimientos como las formas de organización de una situación (Cordero, 2003, 2005 en Cabañas-Sánchez, 2011). Se entiende a la noción de uso como las formas en que es empleada o adoptada determinada noción en un contexto específico (Cabañas y Cantoral, 2009 en Cabañas-Sánchez, 2011).

Una práctica que ha sido estudiada es el conservar regiones planas (Cabañas-Sánchez, 2011) ya que, norma la actividad relacional que se establece en el salón de clase. Es decir, la noción de conservación del área es a la vez, el medio por el cual emergen usos del área; en consecuencia, se establece en el centro del discurso y en la razón explícita.

En este sentido, la conservación como práctica social norma las acciones que desarrollan un determinado grupo de individuos en el uso de un conocimiento, es decir, la conservación del área norma las acciones de los individuos, en este caso, la de medir, comparar, representar regiones de áreas planas o bien, estas acciones están normadas por la conservación del área; por tanto, los individuos miden, comparan, aproximan, representan regiones de área pero en el fondo, están conservando el área que es quien está normando su accionar. Luego, estos usos se exploran desde una perspectiva de desarrollo de usos del área que surgen del estudio de la práctica social.

En esta investigación nos vamos a centrar únicamente en los usos, contextos y procedimientos en que se presenta el área para llevar a cabo nuestro estudio.

Es pues, a través de la Socioepistemología que se problematiza sobre la construcción de un determinado conocimiento matemático, de su origen y su función social. Un estudio que hace uso de este marco teórico de referencia y que además desarrolla un análisis en libros de texto en educación secundaria es el desarrollado por Buendía (2011), quien discute el estatus epistemológico de las gráficas en la construcción del conocimiento matemático partiendo de una necesidad por ampliar las explicaciones sobre las gráficas y sus problemas de enseñanza-aprendizaje que pudiera ir más allá de su representación como objeto de estudio.

Desde la Socioepistemología, Buendía busca reconocer que las gráficas tienen diferentes usos en la matemática escolar y, además, tienen un uso que se desarrolla situacionalmente de modo que se puede explorar la naturaleza del conocimiento matemático involucrado y favorecer su resignificación. Para ello, desarrolló dos estudios a partir de libros de texto, analizando las gráficas no tanto como objeto de la matemática sino como herramienta de trabajo en el aula que sostiene una argumentación y porta significados relativos a la construcción del conocimiento matemático, resignificándolo y evidenciando a la graficación como práctica institucional.

Las gráficas en su estudio con libros de texto de secundaria y con profesores, funcionaron como un medio que les permitió hacer uso de fórmulas. El uso de la gráfica les permitió utilizar distintas argumentaciones como, por ejemplo, áreas bajo la curva, entre otras. Finalmente señala Buendía que el papel de las gráficas no pretende sustituir o ser equivalente a algún método algebraico, evidenciando así, que la matemática se resignifica cuando las gráficas se perciben como herramientas capaces de sostener una argumentación y no solo como un objeto más que el estudiante debiera obtener.

Otro estudio que hizo uso de esta teoría además de análisis en libros de texto es el desarrollado por Cordero, Cen y Suárez (2010) sobre los usos de las gráficas que generan las prácticas institucionales en el bachillerato. Parten argumentando una tendencia a centrar los objetos matemáticos para referirse al conocimiento matemático escolar citando a Cordero (2001), Confrey & Costa (1996). Señalan que el dominio matemático obliga a la matemática a explicarse desde ella misma dejando de lado lo humano. Entonces, señalan, hay que identificar y construir prácticas o marcos de referencia en los que se ponga en evidencia el uso del conocimiento matemático señalando: no nos interesa estudiar el conocimiento matemático, sino el estudio de la función de ese conocimiento matemático.

Cordero, Cen y Suárez (2010), analizaron el uso de las gráficas y su desarrollo en el bachillerato como la práctica institucional que norma el sentido y funcionalidad de la matemática. Plantean la existencia de investigaciones que toman a la gráfica como una representación del concepto de función, pero no que expliquen los usos de las gráficas; argumentan que en algún sentido se conoce su construcción, pero no su uso. Recurrieron a los programas de estudio de bachillerato del IPN (Instituto politécnico nacional) para describir cómo se presentan las gráficas curricularmente y revisando los libros de texto ya que son un medio de difusión de la producción matemática y que, desde la socioepistemología, se busca un significado al universo de gráficas de este nivel escolar para favorecer un desarrollo de la matemática funcional.

Encontraron una gran cantidad de gráficas de funciones por las que transita el estudiante a lo largo de sus estudios en bachillerato; identificaron distintos momentos de aparición de la gráfica durante el bachillerato enfocándose en situaciones de uso de la gráfica, llevándolos a entender el funcionamiento y forma originando un uso de la gráfica. El estudio evidenció la importancia de la graficación normada por prácticas institucionales que conducen a la creación de otros tipos de discurso que ofrezcan prácticas de referencia en que se resignifican las gráficas.

Luego, desde la Socioepistemología como referente teórico que analiza los usos del conocimiento respecto a la integral definida, se opta por los usos que se reportan en Cabañas-Sánchez (2011). Ante la problemátización de que el discurso matemático escolar no reconoce a la conservación como una práctica con origen y función social, este trabajo considera importante analizar los usos de la conservación del área en libros de texto de matemáticas desde el nivel escolar básico hasta medio superior. Esto con la intención de proporcionar un marco de referencia del rediseño del discurso matemático escolar sobre la integral definida basado en tareas de conservación de área.

CAPÍTULO 3

METODOLOGÍA

En la presente investigación, partimos de tres hechos importantes que dieron origen al desarrollo de esta investigación; uno de ellos, derivado de las reflexiones hechas sobre la tesis doctoral de Cabañas-Sánchez (Cabañas-Sánchez, 2011). Esta investigación (Cabañas-Sánchez, 2011) analizó desde las prácticas del salón de clase, una resignificación de la integral definida (vista como área bajo la curva) desde una perspectiva que articuló a los usos, contextos y procedimientos del área con la conservación del área de regiones planas. El estudio favoreció a que la mayoría de los argumentos de los estudiantes se centraran en los usos, contextos y procedimientos en que se presenta el concepto de área, contribuyendo a lo que la autora reporta como una resignificación de la integral definida.

Sus explicaciones y argumentos estuvieron enfocados en aspectos como: forma, tamaño y posiciones relativas, resultado de conservar la medida de un área en regiones planas y no en aspectos como conceptos, símbolos y fórmulas matemáticas, aunque en su trabajo el centro está en la resignificación de la integral.

Derivado de este primer punto de motivación para desarrollar esta investigación y posterior a la revisión del trabajo de Cabañas-Sánchez, surge la inquietud por indagar en la literatura especializada sobre la conservación del área y dada la importancia que tiene ésta dentro del estudio del área; posteriormente surge otra cuestión importante o interés por analizar los usos, contextos y procedimientos en que se presenta el concepto de área en relación con la conservación dentro de los libros de texto de matemáticas en educación primaria, secundaria y bachillerato en el estado de Zacatecas con intención de buscar planteamientos que acerquen a los estudiantes a tareas relacionadas con la conservación. En este punto fue importante un acercamiento a los libros de texto de matemáticas ya que, como elementos casi indispensables dentro de los procesos de enseñanza y aprendizaje, se vuelven una herramienta que nos permite indagar sobre una infinidad de preguntas sobre el aprendizaje del estudiante entre ellas, encontrar tareas en los niveles escolares de primaria, secundaria y bachillerato que lleven a los estudiantes a nociones como la conservación del área.

3.1 El papel de los libros de texto en algunas investigaciones

Los libros de texto de matemáticas, como materiales de apoyo en los procesos de enseñanza-aprendizaje han existido desde tiempos antiguos, prueba de esto, "los elementos de Euclides de aproximadamente el 300 a.c." (Fan, Zhu & Miao, 2013). Los libros de texto aparecen en muchos países en la vida de los estudiantes, profesores, escuelas, creadores de currículo y reformas por mencionar algunos, en muchos países como pilares fundamentales en los procesos de enseñanza-aprendizaje y según Perales y Jiménez (2002), son uno de los ejes básicos sobre los cuales se sustenta la enseñanza en cualquier nivel educativo. Actualmente, los libros de texto son una influencia incuestionable dentro del aula tanto para profesores como para los alumnos; por otra parte, de acuerdo con Bao (2004), los libros de texto, afectan qué temas enseñan los profesores y cuánto tiempo dedicarán a ellos volviéndose elementos que sí importan.

Los libros de texto no solo han jugado un papel importante en el desarrollo del currículo, sino que, además, dotan a los docentes con un marco que guía su trabajo, ayudándolos a definir qué matemáticas enseñar a través de ejercicios, problemas, tareas, retos, etc., y por tanto, se esperaría que adquirieran también experiencia y conocimiento de ellos; luego, podríamos decir que un libro de texto provee al profesor con la estructura de un curso escolar (Howson, 2013).

En la mayoría de los países europeos, los libros de texto son gratuitos para los estudiantes (Moran, 2004 en Vásquez, 2012). En México, por ejemplo, los libros de texto de educación primaria son gratuitos. Derivado de la importancia que tienen los libros de texto, las investigaciones han puesto su mirada en estudios dentro de los libros de texto ya que las aportaciones a los procesos de enseñanza-aprendizaje son significativos; por ejemplo, en el estudio internacional de tendencias en matemáticas (TIMSS, 2003, citado en Vásquez, 2012), con las pruebas de 224000 estudiantes de 45 países, se señaló que un 80% de los estudiantes que obtuvieron los primeros lugares, usan el libro de texto de matemáticas como principal recurso. De este modo, los resultados que muestran las investigaciones, ponen en evidencia y dan pie a las potencialidades del libro de texto en los aprendizajes de los estudiantes; luego, la investigación en libros de texto puede ser definida como una investigación disciplinada sobre cuestiones dentro de los libros de texto y la relación entre ellos y otros factores en la educación (Fan, 2013). Por tanto, los beneficios que traen las revisiones de libros de texto son importantes, ya que las explicaciones que ofrecen pueden ayudar a los estudiantes a mejorar o bien a entender el tema explicado por el profesor (Howson, 2013).

Fan (2010 citado en Fan, Zhu & Miao, 2013), señala que la investigación en libros de texto ha tenido un crecimiento muy rápido en las últimas décadas. Además, los libros de texto han recibido una creciente atención por parte de la comunidad de investigadores internacionales en el área de la matemática educativa en las últimas décadas (Fan, 2013). Para la UNESCO (2005b citada en Vásquez, 2012), el libro de texto es el centro de aprendizaje y un medio diseñado para brindar un conjunto de resultados educativos que incluye entre otras cosas, instrucciones que facilitan las secuencias de las actividades de aprendizaje.

Entre las aportaciones que se han hecho a partir de hacer investigación en libros de texto aparecen por ejemplo González y Sierra (2004), quienes analizaron libros de texto de secundaria en España. El estudio mostró cómo es que han evolucionado los conceptos relativos a los puntos críticos en los libros de texto españoles que fueron publicados a lo largo del siglo XX. González y sierra (2004) mostraron una perspectiva sobre cómo a lo largo de este periodo y en este país, han ido cambiando los modos en que se presentan los contenidos que son referentes a los puntos críticos tanto en la forma de definirlos como en el tipo de problemas que proponen a los estudiantes o bien, en la forma en que han sido utilizadas las gráficas en estos libros de texto.

Hong & Choi (2014) por su parte, toman en consideración algunos resultados de estudios comparativos internacionales tales como PISA[9], donde muestran por ejemplo, que los estudiantes de países asiáticos tienen buenos desempeños; buscando posibles razones a estos resultados, las investigaciones han analizado varias fuentes de datos, entre ellas, el análisis comparativo de libros de texto (en este caso americanos y coreanos) en torno a las ecuaciones cuadráticas. Este análisis consideró el número de temas, contenidos e ítems matemáticos, evidenciando que los estudiantes coreanos aprenden algunos temas relativamente antes que los estudiantes americanos.

Por su parte, Borba & Selva (2013), analizaron 48 libros de texto con el fin de observar si y cómo los libros de texto de educación primaria de Brasil consideran el uso de la calculadora. Los autores señalan que la calidad de los libros de texto en Brasil se evalúa de acuerdo con las actividades que se proponen en los textos haciendo uso de la calculadora. Para desarrollar su investigación, se cuestionaron ¿Qué tipo de actividades son presentadas en los libros de texto?, ¿Cómo son distribuidas? ¿Qué contenidos matemáticos son tratados con el uso de la calculadora? ¿Qué guía se propone en los manuales del profesor respecto al uso de la calculadora?

Para responder a estas cuestiones, observaron la frecuencia y distribución de las actividades con calculadora, los contenidos conceptuales dentro de los cuales apareció el uso de la calculadora y los objetivos de las actividades propuestas con el uso de la misma. Los autores concluyen que el uso de distintas formas de representación es de mucha utilidad en la enseñanza de las matemáticas donde el uso de la calculadora es importante y un modo adicional de operar y representar números, representaciones orales y escritas y el uso de materiales manipulativos. Resaltan que los análisis de libros de texto son necesarios para observar si las recomendaciones que se hacen a partir de las investigaciones dentro de la matemática educativa se han puesto en marcha en la práctica.

La gran variedad de cuestiones que pueden surgir en la matemática educativa y que los libros de texto pueden ayudar a responder es muy amplia; además, pueden surgir ideas que permitan crear posibles tratamientos sobre la enseñanza-aprendizaje de conceptos matemáticos; por ejemplo, Perales y Jiménez (2002) se centraron en la importancia que tienen las ilustraciones que utilizan los libros de texto de ciencias para la comprensión de su contenido. Analizando siete libros de texto de educación secundaria (16 años), en los temas de estática y dinámica; observaron una débil conexión entre las imágenes de los textos, sugiriendo que quienes hacen libros de texto, deben poner una mayor sensibilidad hacia las investigaciones sobre la comprensión de las imágenes.

Los análisis de libros de texto ofrecen ideas sobre qué y cómo aprenden los estudiantes en distintos países de los temas matemáticos y que según Hong & Choi (2014), la línea perdida entre lo que los libros de texto ofrecen a los

[9] PISA.- Programme for International Student Assessment (Programa para la evaluación internacional de alumnos de la OCDE).
OCDE.- Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económicos.

aprendices y lo que realmente aprenden es significativo, abriendo otra brecha, haciendo referencia al rol del profesor, y como señala Fan (2013), éste tipo de estudios contribuyen a entender más fuertemente por qué cierto tipo de tratamiento a un tema específico es mejor que otro para la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas en ciertos contextos y cómo podemos producir libros de texto para mejorar la enseñanza-aprendizaje, lo cual es posiblemente la más importante meta para la investigación en los libros de texto.

Estas investigaciones en torno a los libros de texto escolares son importantes pues, de acuerdo con Borba & Selva (2013), los autores y publicadores de libros de texto juegan también un rol muy importante en los procesos de enseñanza-aprendizaje. Esto se debe a que hay una intención en las actividades de los libros de texto que se proponen, considerando contenidos relevantes y formas de representación para que el estudiante aprenda.

Sin embargo, a pesar de los logros de las investigaciones que se han hecho en libros de texto, Fan (2013), señala que la investigación en estos como campo de estudio, se encuentra aún en una etapa temprana de su desarrollo y sus marcos teóricos y métodos para hacer investigación sistemática aún están carentes o poco desarrollados.

Así pues, es esencial que el principal objetivo de los libros de texto sea el de educar, promover el conocimiento y las habilidades de la matemática general y desarrollar un interés en los estudiantes sobre la materia y no sólo ofrecerles técnicas que los pondrían en condiciones sólo de aprobar un examen. Por lo tanto, dentro de los cursos de matemáticas, los textos escolares seguirán teniendo un papel protagónico en la educación matemática requiriendo de una mayor atención para ayudar a los estudiantes a alcanzar sus objetivos en educación matemática (Howson, 2013).

Debido a que los libros de texto juegan un importante rol en la enseñanza-aprendizaje de las matemáticas, muchas investigaciones han sido desarrolladas, mostrando una necesidad de considerar un amplio rango de tipos de problemas, actividades, ejemplos, actividades con materiales manipulativos que permitan a los estudiantes un acercamiento a estos tratamientos para un mejor desempeño y aprendizaje de conceptos formales.

3.2 El Análisis de Contenido para la revisión de libros de texto

Para desarrollar un trabajo de investigación se requiere llevar a cabo un desarrollo metódico que permita alcanzar los objetivos que nos hemos planteado, así como, tener una formulación clara, precisa y concreta del problema que estamos analizando y una metodología de investigación que sea adecuada al tipo de trabajo que estamos desarrollando (López, 2009).

Las metodologías que han empleado las distintas investigaciones enfocadas en analizar libros de texto escolar son muy diversas y distintas. Los métodos para analizar textos o documentos son muy variados, por ejemplo, aparecen los denominados métodos cuantitativos cuya principal preocupación es ofrecer cifras en torno a unidades significativas que son obtenidas de la documentación básica seleccionada; para ello, seleccionan frases o palabras dentro de los textos o documentos, siendo así, su frecuencia de aparición lo que permite hacer inferencias y conclusiones en torno al análisis de documentos (López, 2009).

En este apartado nos centramos en una de estas perspectivas para analizar documentos; en este caso, libros de texto, refiriéndonos al análisis de contenido.

El Análisis de contenido (AC) es utilizado para analizar cualquier tipo de documento (oral, escrito, icónico) en el que aparece cualquier relato que sea concerniente a cualquier objeto de referencia (Bernete, 2013). Según Eiroa (2009), el AC tiene sus orígenes en Estados Unidos a principios del siglo XX, haciendo uso de materiales periodísticos, para posteriormente, ser aplicado a investigar la propaganda, la radio y la televisión, expandiéndose a otras ciencias sociales. Los primeros análisis de contenido estaban enfocados en cuantificar ciertos elementos de los periódicos que permitían inferir y comparar el grado de sensacionalismo (Bernete, 2013).

El AC dentro de una investigación, es una técnica que implica una lectura sistemática y una categorización de un cuerpo de diagramas, dibujos, fotos y texto que aparecen dentro de los textos (Liu & Treagust, 2013); otros autores describen a los AC como un método de investigación (Weber, 1985, citado en Prasad, 2008), una técnica de investigación o herramientas científicas (Krippendorff, 2004).

Una gran cantidad de definiciones sobre AC aparecen disponibles en la literatura; por ejemplo, Holsti (1978 citado en Prasad, 2008) señala que es cualquier técnica para hacer inferencias de un modo sistemático, permite identificar objetivamente características específicas de ciertos mensajes. Para Weber (1985 en Prasad, 2008), es un método de investigación que utiliza un conjunto de procedimientos para realizar inferencias válidas de algún texto. Para Krippendorff (2004), *"el análisis de contenido es una técnica de investigación para hacer inferencias válidas y replicables de los textos (u otras cuestiones significativas) a los contextos de su uso" (p. 18);* además, señala que, como una técnica de investigación, el AC ofrece nuevas ideas, o bien, amplía el conocimiento de algún fenómeno.

Las inferencias que interesan en los AC, dependen mucho de la perspectiva teórica que se ha adoptado para focalizar el objeto de estudio; los contextos que son construidos, o al menos delineados, deben reconocer ciertos límites debidos al enfoque teórico; es decir, quien desarrolla la investigación, debe definir o tener claro hasta dónde alcanza la validez de lo que se encuentre y cuáles son los limites donde ya no son extensibles tales inferencias pues, se debe considerar que los materiales que se analizan no son representativos de todas las épocas ni de todas las sociedades (Bernete, 2013).

Se espera que los AC como herramientas científicas, posean una confiabilidad en los resultados y que las técnicas de investigación sean replicables; esto es, si hay investigación en distintos puntos en el tiempo y posiblemente bajo circunstancias similares, se deben obtener los mismos resultados cuando se aplica la misma técnica a los mismos datos (Krippendorff, 2004). Un AC será científico cuando sus resultados sean validables, es decir, tenga la posibilidad de comprobar que los datos y las conclusiones del análisis sean correctos (Bernete, 2013). Los materiales que nos permiten desarrollar un AC pueden ser cartas, diarios, contenido en los periódicos, mensajes de radio, televisión, documentos, o bien, textos cualesquiera (Prasad, 2008), en nuestro caso, los libros de texto de matemáticas.

El AC es una metodología sistemática y objetivada porque utiliza procedimientos, variables y categorías que responden a determinados diseños de estudio y criterios de análisis que son definidos clara y explícitamente y en este sentido, Bernete (2013), propone tres fases principales para su desarrollo:

3.2.1 Trabajo previo a la obtención de los datos

Dentro de esta parte aparece la formulación del problema, los objetivos y sus correspondientes definiciones de términos que serán utilizados en el desarrollo de la investigación. Al respecto, las definiciones que serán utilizadas en el AC son necesarias para que la investigación adquiera validez. Un ejemplo expuesto por Styilianides (2008a citado en Stylianides, 2009) de definición en un análisis de contenido sobre el razonamiento y prueba en los libros de texto, aparece en relación al término *"razonamiento y prueba"* para describir la actividad que abarca actividades generales que son frecuentemente involucradas en los procesos de dar sentido y establecer conocimiento matemático como: identificar patrones, hacer conjeturas, ofrecer argumentos que no son de prueba y ofrecer pruebas.

El conjunto de los documentos donde se realizará el análisis de contenido recibe el nombre de corpus o universo del análisis y debe quedar definido en función de los objetivos considerando su *pertinencia;* es decir, que contengan la información adecuada a los objetivos del análisis; *no se seleccionan de modo arbitrario* sino que, la selección debe justificarse; *representatividad,* ya sea por acotar el universo de estudio o bien si desea analizar una muestra representativa de ese universo y, la *homogeneidad* ya que si se quiere desarrollar un estudio comparativo, debe quedar claro el punto de vista que va a permitir mostrar dicha comparación.

Una vez que se tienen los datos del corpus, los criterios de clasificación de la información relevante para los objetivos de la investigación dan lugar a las categorías analíticas con cierta significatividad que pueden estar basadas en la literatura; estas categorías (construcciones conceptuales del investigador) pueden establecerse a priori, a medida que se les encuentre en el texto, quedando cerradas una vez que se han inventariado los términos encontrados en los textos. Cuando estas categorías son elementos de una clasificación, deben ser *homogéneas*, es decir, que estén organizadas con el criterio que rige la clasificación; *mutuamente excluyentes,* refiriéndose con esto a que los significados de ellas deben ser claramente diferenciados y *exhaustivas* con el fin de que, cubran todas las posibilidades de la variable que se hace operativa. Según Prasad (2008), algunas veces, las categorías ya han sido desarrolladas por otros investigadores y pueden ser útiles para el estudio.

De acuerdo con las necesidades de la investigación a desarrollar, se sugiere fragmentar el universo de estudio o corpus en unidades más pequeñas a diferentes niveles: a) *La unidad de muestreo* constituida por cada uno de los elementos del corpus en este caso, los libros de texto; b) *La unidad de contexto* refiriéndose a cada una de las partes en que se divide la unidad de muestreo; no se considera necesaria en algunas investigaciones que hacen uso del AC; Bernete (2013), cita un ejemplo de este tipo de unidad, refiriéndose a ella cuando toma una "sección" (como en los periódicos) de un fragmento de algún anuncio o programa televisivo y c) *la unidad de registro* que es la entrada de información relevante para su posterior tratamiento; por ejemplo, en una encuesta, la unidad de registro suele ser cada una de las entrevistas realizadas o bien, el conjunto de respuestas obtenidas en cada encuesta y que de ahí van a una base de datos para su posterior análisis. Ese cuestionario recibe el nombre de ficha de registro donde aparecen las variables y las categorías tal como quedaron definidas.

3.2.2 La extracción de los datos (trabajo de campo)

En esta parte se recogen los datos y comprende la transcripción de los datos encontrados en los documentos o libros de texto a las fichas de registro y que sirven para convertir el contenido de cada unidad de registro en información codificada.

3.2.3 Interpretacion de resultados

Una vez que el tratamiento al que se sometieron los datos fue planificado en función de los objetivos de la investigación y para que los resultados del análisis puedan ser verificados por otros investigadores, se requiere que se defina con claridad cuál es el objetivo de la investigación y cuáles son las operaciones a las que éste se somete.

Con esto, la explotación de los datos se enfoca al hallazgo de regularidades en los fenómenos que se investigan. Aquí se entra al análisis propiamente dicho ya que se interpretan los datos obtenidos según ciertos patrones que se tienen presentes, dando paso a la interpretación y recurriendo al marco teórico que se consideró apropiado.

El siguiente diagrama muestra un diseño que puede servir como elemento ilustrativo para sintetizar lo que se ha dicho sobre las fases del AC y que es propuesto por Krippendorff (2004):

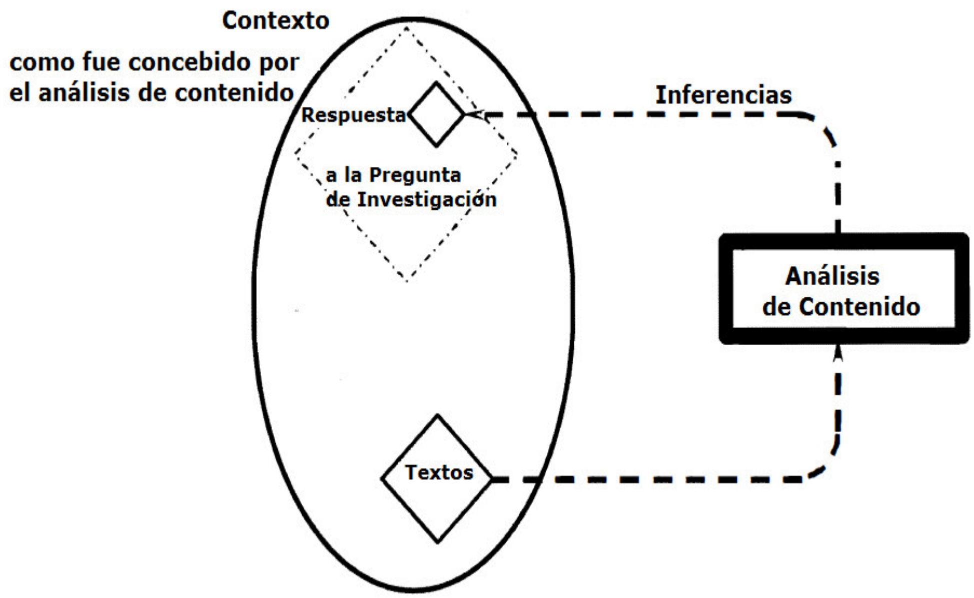


Figura 18. Análisis de contenido: Respondiendo a las preguntas relativas al contexto de los textos, Krippendorff (2004, p.82).

3.3 Algunos análisis en libros de texto

Son muchas las disciplinas que hacen uso de los AC; por citar algunas: las ciencias sociales, comunicaciones, psicología, historia, ciencias políticas, así como la educación matemática, que han sido desarrollados para entender una gran cantidad de temas que incluyen cambios y movimientos sociales, tendencias en publicidad, presentación de conceptos matemáticos, entre otros. Describiremos enseguida, algunas investigaciones que han hecho uso de esta técnica para analizar libros de texto de matemáticas con el fin de ilustrar su utilización dentro de la investigación.

3.3.1 Un análisis de contenido en libros de texto sobre las oportunidades de razonamiento y prueba en libros de texto de matemáticas elementales (estudiantes de 9-11 años)

Un estudio que hace uso del análisis de contenido en libros de texto es el desarrollado por Bieda, Ji, Drwencke & Picard (2014), quienes analizaron siete libros de texto de matemáticas publicados en U.S. (Estados Unidos) y que son utilizados por estudiantes de 9-11 años, enfocándose sobre las oportunidades de razonamiento y prueba en las tareas ofrecidas por los libros de texto.

Señalan que la coherencia en el aprendizaje de los estudiantes sobre los procesos matemáticos en el *razonamiento y prueba,* a través de los grados escolares, no ha puesto la misma atención como en la comprensión conceptual y procedimental en los contenidos matemáticos. Plantean como objetivo en su investigación, aprender sobre las oportunidades que tienen los estudiantes para adquirir estos tipos de razonamiento que dan justificaciones válidas y para ocuparlos en el razonamiento y la prueba. Argumentan, además, que se requiere hacer investigación sobre los tipos de tareas que lleven a los estudiantes de primaria al razonamiento y prueba, así como, en los planes de estudio.

Las preguntas de investigación que guiaron su trabajo fueron:

1. ¿Qué oportunidades para aprender sobre el razonamiento y prueba en matemáticas existen en el currículo de escuela primaria?
2. ¿Qué aspectos del razonamiento y prueba son promovidos por las tareas en el currículo de la escuela primaria y qué tan frecuentes y consistentes esas oportunidades aparecen en los libros de texto?

Para responder a estas cuestiones, Bieda y colaboradores hicieron uso del análisis de contenido; para desarrollarlo y comparar el contenido de los libros de texto, utilizaron una conceptualización sobre razonamiento y prueba recurriendo a marcos de trabajo ya utilizados (Thomson, Senk & Johnson, 2012; Stylianides, 2009). Posteriormente para llevar a cabo el análisis de contenido, se planteó una secuencia de pasos que estuvo conformada por:

1. La muestra que incluyó la selección de las series de libros de texto y los grados escolares.
2. El análisis de datos que comprendió la definición de la unidad de análisis, el marco teórico analítico y el procedimiento para la recogida de datos y,
3. La confiabilidad

Para el análisis de datos basados en el objetivo de su investigación, plantearon un marco teórico analítico donde los problemas fueron codificados en: "*tipo de problema, propósito del problema de razonamiento y prueba, resultado esperado en el problema de razonamiento y prueba y tipo de argumento suscitado".*

Cada una de las categorías que conformaron este marco teórico analítico, fueron definidas ampliamente y con base en la literatura especializada en razonamiento y prueba. Por ejemplo, el código: "propósito del problema de razonamiento y prueba", describe el tipo de proceso producido en razonamiento y prueba por el problema; el código: "*propósito del problema de razonamiento y prueba*" se diseñó para clasificar si el problema solicitó a los estudiantes proporcionar una prueba matemática y, el código asignado a "*tipo de argumento producido*" diferenció a los problemas de razonamiento y prueba por el tipo de justificación suscitada. Para el desarrollo de su análisis de contenido, hicieron uso del siguiente marco teórico analítico:

CATEGORÍA	TIPO DE PROBLEMA	PROPÓSITO DEL PROBLEMA EN RP	RESULTADO ESPERADO EN EL PROBLEMA DE RP	TIPO DE ARGUMENTO PRODUCIDO
CÓDIGOS	-Narrativo -Ejercicio para el estudiante -Extensiones -Valoración	-Hacer afirmaciones -Justificar afirmaciones -Hacer afirmaciones & Justificar afirmaciones -Evaluar justificaciones	-Argumentos tipo demostración. -Argumentos de no prueba	-Demostración -Ejemplo genérico -Empírico -Racional

Tabla 7. Marco teórico analítico para análisis curriculares (Bieda et al., 2014, p. 5)

Después del análisis de contenido, se encontró que las tareas relacionadas al razonamiento y prueba representaron un muy pequeño porcentaje (3.7%) del total de tareas en los materiales revisados.

3.3.2 Un análisis en libros de texto sobre la conservación del área

En un estudio exploratorio que desarrolló Cabañas-Sánchez (2011), para indagar en los procesos de aprendizaje de la integral definida ligada al concepto de área, investigó su representación dentro del discurso matemático escolar, eligiendo libros de texto ya que estos, son un medio fundamental que norma el discurso matemático escolar.

Para hacer su análisis, eligió los libros de texto de matemáticas de educación primaria en México y hasta el nivel universitario, considerando también los programas de estudio de matemáticas y los libros para el profesor en el caso del nivel primaria.

El trabajo se desarrolló bajo un marco para analizar los textos en:

a. Los usos de área en el discurso matemático escolar,
b. Los contextos en que se presenta el estudio del área y
c. Los procedimientos puestos en juego en dicha presentación

Esta exploración se interesó en mostrar la trayectoria que siguió la representación del área como objeto de estudio de la geometría y como objeto de análisis en la didáctica matemática. Su análisis giró a partir cuestiones como:

1. ¿Cómo se representa el concepto de área en la geometría?
2. ¿Cómo transita el concepto de área por la medición?
3. ¿Cómo transita el concepto de área de la geometría al cálculo?
4. ¿Cuáles son los usos, contextos y procedimientos en que se presenta el concepto de área en el discurso matemático escolar?

En cuanto a los libros de texto utilizados, para el nivel escolar de primaria, utilizó los correspondientes al ciclo escolar 2003-2004, distribuidos por la SEP

(Reforma de 1993). Para el nivel de secundaria analizó la serie “Desarrollo del pensamiento matemático” sugeridos por la SEP (2008). Los textos correspondientes al nivel medio y superior fueron: para la geometría se usó el libro de Lavandre (1995) y, el libro de Spivak (1999) para el estudio del cálculo.

Cabañas encuentra que la trayectoria que sigue el concepto de área, transita a partir de la geometría al análisis. Por otra parte, los usos del área en la matemática, los contextos y los procedimientos en que se presenta, y que identifica luego del análisis son:

- Para el nivel primaria: los *usos del área* muestran que ésta se usa para conservar, comparar, estimar, medir y representar; los *contextos del área* aparecen de un modo estático y los *procedimientos asociados al área* que aparecen identificados, son transformaciones sobre planos (componer y descomponer, recortar, pegar, armar, relacionar, repartir, ubicar o unir), trazos (superponer, recubrir y reproducir figuras, pintar, copiar, dibujar y unir puntos), aproximación de valores, conteo de unidades de área, asociación de cantidades y fórmulas.
- Para el nivel de secundaria: los *usos del área* muestran que ésta se usa para conservar, comparar, estimar, medir y representar; los *contextos del área* aparecen de un modo estático y los *procedimientos asociados al área* que aparecen identificados, son transformaciones en el plano (movimientos, componer y descomponer, recortar, pegar, armar, relacionar, repartir, ubicar o unir), trazos (superponer, recubrir y reproducir figuras, pintar, copiar, dibujar y unir puntos), aproximación de valores, conteo de unidades de área, uso de fórmulas, relaciones geométricas (relaciones de congruencia, relaciones de semejanza) y uso de ecuaciones. Cabañas evidencia que el estudio del área en este nivel, está asociado principalmente a las formas geométricas y a la medición.
- Para el nivel de bachillerato y superior, los usos del área en el contexto de los objetos geométricos a partir del análisis en el libro de geometría, la atención está puesta en la formalidad del conocimiento matemático y las explicaciones sobre las *formas, tamaños y posiciones relativas* de los polígonos no tienen cabida en el libro de texto. En cuanto a los usos, contextos y procedimientos del área, ligados a la integral definida dentro de los objetos analíticos, se encuentra que la integral aparece en un contexto estático y que, si el énfasis se pone en los objetos, aparece en el contexto del concepto de función, continuidad y discontinuidad y la partición del intervalo de integración. Asocia los procedimientos a la teoría de la integración citando a Cordero (2003) quien señala que, aparecen de un modo no lineal. Finalmente, se describe que el estudio del área en un nivel superior es formal no dejando cabida a la intuición. Deja ver muy poco sobre los usos del área, identificando a la medición, estimación, comparación y representación del área.

De este modo, Cabañas-Sánchez describe la trayectoria que siguió la presentación del área como objeto de estudio de la geometría y como objeto de análisis en la didáctica matemática a través de acercarse a un análisis descriptivo en libros de texto escolares.

3.4 Método de análisis de contenido en esta investigación

Esta investigación tiene el interés de analizar los usos, contextos y procedimientos en que se presenta el concepto de área en relación con la conservación del área en libros de texto de matemáticas en educación primaria, secundaria y bachillerato en el estado de Zacatecas. El objetivo fue buscar planteamientos en los libros de texto que acerquen a los estudiantes a nociones como la conservación del área; así, se planteó como pregunta de investigación: ¿Cuáles son los usos, contextos y procedimientos que se le dan al estudio del área en relación a la conservación del área en libros de texto de matemáticas en educación primaria, secundaria y bachillerato en el estado de Zacatecas?, buscando identificar cómo se está desarrollando la noción de conservación del área en libros de texto de matemáticas en estos niveles escolares.

Para responder a esta pregunta de investigación se escogió como método para conducirla, el *análisis de contenido* que ha sido descrito en secciones previas y que nos permitió analizar e identificar el contenido en los libros de texto de matemáticas referente a los usos, contextos y procedimientos en que se presenta la conservación de área. A lo largo de este capítulo se describe la muestra de los libros de texto seleccionados, seguida de la selección de la unidad de análisis y el marco analítico de estudio o categorías y, finalmente se hará una descripción de los procedimientos para conducir el análisis de contenido.

3.5 La muestra para la selección de los libros de texto

Se han elegido los siguientes libros de texto para desarrollar el análisis de contenido. Para el nivel de educación primaria se escogieron los seis libros de texto de matemáticas correspondientes al ciclo escolar 2014-2015, distribuidos en México de manera gratuita por la SEP y que se describen a continuación:

Libros de texto para educación primaria					
Asignatura	Código	Editorial	Autores	Ciclo escolar	Grado
Matemáticas I	EPM1	SEP	SEP	2014-2015	1
Matemáticas II	EPM2	SEP	SEP	2014-2015	2
Matemáticas III	EPM3	SEP	SEP	2014-2015	3
Matemáticas IV	EPM4	SEP	SEP	2014-2015	4
Matemáticas V	EPM5	SEP	SEP	2014-2015	5
Matemáticas VI	EPM6	SEP	SEP	2014-2015	6

Tabla 8. Libros de texto de matemáticas para el AC en el nivel escolar de educación primaria

Para el nivel de educación secundaria se han elegido los libros de texto a partir de una lista proporcionada por la SEC (Secretaria de Educación y Cultura) en el

Estado de Zacatecas correspondiente al ciclo escolar 2012-2013 y que muestra la demanda de libros solicitados en el estado de los cuales, de los 50,888 libros asignados a matemáticas, se tomaron como muestra las 2 editoriales más pedidas en cada uno de los grados escolares, escogiéndose los siguientes.

Libros de texto de educación secundaria						
Código	Asignatura	Editorial	Autores	Ciclo escolar	Grado	%
ESM1-S1	MAT-I	PEARSON EDUCATION	ARRIAGA ROBLES ALAN, MARCOS MANUEL BENITEZ CASTAÑEDA	2012-2013	1	19.79
ESM1-S2		EDICIONES SM	CASTREJON VILLAR APOLO, ALICIA VICUÑA GUANTE, MATHA LILIA REYES SALGADOR, ORTOS SOYUZ CASTREJÓN TORRES	2012-2013	1	14.40
SM2-S1	MAT-II	EDICIONES SM	BLOCK DAVID, GARCÍA SILVA, CASTREJON TORRES ORTOS SOYUZ, CASTREJON VILLAR APOLO, REYES SALGADO MARTHA, VICUÑA GUANTE ALICIA, AMADOR GOMEZ MARÍA ESTHER, ROBLES MONICA.	2012-2013	2	20.15
ESM2-S2		PEARSON EDUCATION	ARRIAGA CORONILLA ALFONSO, BENÍTEZ CASTAÑEDO MARCOS MANUEL, GONZÁLEZ ÁLVAREZ LUZ MARÍA, ROCHA CHÁVEZ REYNALDO, RODRÍGUEZ ANDRADE MARCO ANTONIO, ROSAINZ VERONICA	2012-2013	2	16.48
ESM3-S1	MAT-III	EDICIONES SM	NEBBIA RUBIO CLAUDIO FRANCISCO, GARCÍA SILVIA, MENDOZA TATIANA, CASTREJÓN TORRES ORTOS SOYUZ, CASTREJON VILLAR APOLO.	2012-2013	3	24.05
ESM3-S2		PEARSON EDUCATION	ARRIAGA CORONILLA ALFONOSO, BENÍTEZ CASTAÑEDO MARCOS MANUEL, GONZÁLEZ ÁLVAREZ LUZ MARÍA, ROCHA CHAVEZ REYNALDO, RODRÍGUEZ ANDRADE MARCO ANTONIO, ROSAINZ VERONICA.	2012-2013	3	18.56

Tabla 9. Selección de libros de texto para el Ac en educación secundaria

Referente a los libros de texto correspondientes a los grados escolares del bachillerato, se consideraron algunos libros de texto que aparecen sugeridos por la Dirección General del Bachillerato (DGB/DCA, 2013), en la sección de fuente de consulta básica, uno por cada semestre escolar y que a continuación se describen. Estos programas aparecen publicados en la página: http://www.dgb.sep.gob.mx/02-m1/03-iacademica/programasdeestudio.php al día 14 de mayo de 2015.

Para la selección del libro de texto de primer semestre se revisó el programa de estudio correspondiente al primer semestre, seleccionando en la parte de fuentes sugeridas, el libro *Álgebra* de Smith y Col (2001), el cual, aparece sugerido de modo constante como fuente de consulta en cada uno de los bloques que conforman el plan de estudios para este semestre escolar.

Para la elección del libro de texto de segundo semestre se utilizó la misma dinámica de la selección del libro de primer semestre resultando en este caso como fuentes de consulta sugeridas a lo largo de las unidades planteadas en el programa de estudio el libro: Geometría y Trigonometría (Décima reimpresión) (Guzmán, 1999). Para el tercer semestre se identificó el libro de *Matemáticas 3 (Salazar, 2010)* presente en cada de una de las fuentes de consulta básica sugeridas para las unidades que conforman el plan de estudios. Para el cuarto semestre se eligió el libro de texto *Matemáticas 4 Precálculo: funciones y aplicaciones (1ª Edición.) (Ruiz, 2011)*.

Finalmente, para el caso de los libros de texto de quinto y sexto semestre se identificaron de manera constante en las fuentes de consulta sugeridas, los libros de *Cálculo diferencial e integral (Martínez, et al., 2009), Cálculo diferencial e integral. Ciencias sociales y económicas administrativas (Mora et al., 2009), Cálculo integral (Ortiz, 2007), Cálculo integral (Salazar et al., 2007)* de los cuales, se eligió *Mora et al. (2009)* para cubrir los dos últimos semestres del bachillerato ya que, está enfocado al cálculo diferencial e integral y aparece también como sugerencia dentro de cada uno de los bloques de estudio de los planes oficiales para quinto y sexto semestre.

En total se analizarán 6 libros para educación primaria, 6 para educación secundaria y 5 para bachillerato.

Libros de texto para Bachillerato (Tomados de la DGB/DCA, 2013)					
Título	Código	Editorial	Autores	Año	Semestre
Algebra	EBM1	E.U.A.: Addison Wesley Iberoamericana	Smith, S., y Col.	2001	1
Geometría y Trigonometría (Décima reimpresión)	EBM2	México: Publicaciones Cultural	Guzmán, H. A.	1999	2
Matemáticas 3	EBM3	México: Nueva Imagen	Salazar, V. P.	2010	3
Matemáticas 4 Precálculo: funciones y aplicaciones (1ª. Edición)	EBM4	México. Patria.	Ruiz, J.	2011	4
Calculo diferencial e integral. Ciencias sociales y económicas administrativas	EBM5-6	México: Santillana	Mora, V., Emiliano y Del Río F. M	2009	5 y 6

Tabla 10. Selección de libros de texto para el AC en el bachillerato

3.6 La unidad de análisis

Dado que nuestro objetivo fue identificar los usos, contextos y procedimientos en que se presenta el concepto de área en relación con la conservación en libros de texto de matemáticas en educación primaria, secundaria y bachillerato en el estado de Zacatecas, con intención de buscar planteamientos que acerquen a los estudiantes a nociones como la conservación, escogemos como *unidad de análisis* a “las tareas” (Stylianides, 2009), admitiendo por tarea a cualquier ejercicio, problema, actividad o partes de ellos que han sido hechas para hacerse por separado en los libros de texto de los estudiantes. Así, se codifica cada lección en cada unidad o bloque o capítulo en cada libro de texto iniciando con el primer capítulo, bloque o unidad. Dentro de cada unidad, bloque o capítulo, identificamos la colocación de las tareas en que se presenta el concepto de área en relación con la conservación del área.

3.7 Categorización para el análisis

Se retoma la triada propuesta por Cabañas-Sánchez (2011), para analizar las tareas propuestas en los libros de texto sobre el área en relación con la conservación, asociándola a los usos, contextos y procedimientos en que se presenta. También, se hizo uso de la literatura especializada en torno a la conservación del área para complementar y enriquecer la propuesta por Cabañas-Sánchez (2011) y desarrollar un marco de análisis para nuestro estudio.

El marco de trabajo se despliega a partir del enfoque de la teoría socioepistemológica a través de tres componentes que se encuentran relacionadas. La componente denominada "usos" se adopta en el sentido de Cabañas y Cantoral (2009a, 2010b, en Cabañas-Sánchez, 2011) para hacer referencia a *las formas en que es empleada o adoptada determinada noción en un contexto específico*. La componente denominada contextos se adopta en el sentido de Cordero (2003, 2005, en Cabañas-Sánchez, 2011) como *los entornos situacionales en los que se considera un hecho* y a la componente denominada "procedimientos" se entienden por el mismo autor en el sentido de *las formas de organización de una situación.*

Así mismo, cada uno de estos elementos, se consideran al nivel de dos tipos de transformaciones: *analíticas y geométricas.* Matemáticamente, las transformaciones geométricas que llevan a la conservación del área, verifican que:

Dado un polígono *P* cualquiera con área medible, *A(P)*= área de *P y s*ea *T* una transformación, tal que *T(P)* es nuevamente un polígono. Entonces *A(T(P))=A(P).* Este tipo de transformaciones centradas en los polígonos convexos y no convexos pueden basarse en la composición y descomposición de figuras, isometrías en el plano, teoremas, axiomas, propiedades de las figuras geométricas en relaciones matemáticas generales, como en otros conceptos matemáticos (Cabañas-Sánchez, 2011).

Matemáticamente, las transformaciones analíticas que llevan a la conservación del área de regiones planas, verifican que, sea *R* una función de variable real de la forma $f(x)=kx^n$ con *k>0*, en un intervalo cerrado $a \leq x \leq b, a, b \in R$, continua en dicho intervalo y, por tanto, diferenciable en el intervalo abierto.

A(R)=Valor del área bajo la curva *R* y sea una *T* una transformación sobre *R* tal que *T(R)* es nuevamente una función y *A(T(R))* el valor de *T(R).* Entonces *A(T(R))=A(R).*

La relación *A(T(R))=A(R)* se verifica a partir de transformaciones sobre funciones continuas, definidas en un intervalo cerrado y se derivan de un conjunto de operaciones algebraicas sobre expresiones analíticas. El resultado de estas, es un número real positivo que representa el valor de un área, situado bajo la representación gráfica de una función continua en un intervalo cerrado. Desde este punto de vista, las transformaciones son el mecanismo mediante el cual, los estudiantes arriban a la conservación del área o a una medida aproximada.

Categorización para el análisis

CATEGORIAS	Usos del área	Contextos en que se presenta el área	Procedimientos asociados a las tareas
Transformaciones geométricas/TG	• Medir/M • Comparar/COM • Conservar/CON • Representar regiones de áreas planas/RR	• Polígonos convexos/PC • Polígonos no convexos/PNC • Otros (Formas irregulares o de lados curvos (Fiangga, 2013), etc.)/O	• Composición y descomposición/CD • Isometrías en el plano/I (Rotación/ROT, traslación/TRA y reflexión/REF) • Teoremas, axiomas, propiedades de las figuras geométricas en relaciones matemáticas generales entre otros conceptos matemáticos/TAP
Transformaciones analíticas	• Medir/M • Comparar/COM • Conservar/CON • Representar regiones de áreas planas/RR	• Funciones polinómicas $f(x)=kx^n, k, n$ con $n>0$, continuas en un intervalo $\left[a,b\right]$./FP • Otros/O	• Sumas de Riemann/SR • Integral definida/ID • Fórmulas básicas para el cálculo de áreas, entre otras/FBCA

Tabla 11. Categorías utilizadas para desarrollar el AC (Marco de análisis)

Ahora describimos más ampliamente cada una de las componentes.

3. 7.1 Componente: usos en transformaciones geométricas

Medir en trasformaciones geométricas y analíticas

Las superficies que aparecen relacionadas al área también están inmersas en una gran cantidad de formas de medición donde se consideran por ejemplo a la conservación, comparación, el reparto de área y el cálculo (Cabañas-Sánchez, 2009). Algunos métodos para la medición son expuestos por Cabañas en su tesis doctoral y los cuales retomamos a continuación:

1. Por exhausion con unidades. Este tipo está relacionado a la medición del área de una región inscribiendo en ella unidades de medida que pueden ser arbitrarias como lo utilizó Kodarki & Potari (1998) en un estudio que permitió medir áreas, utilizando herramientas como cuadrados,

triángulos, unidades arbitrarias definidas por los estudiantes, rectángulos y cuadriculas (Ver figura 19).

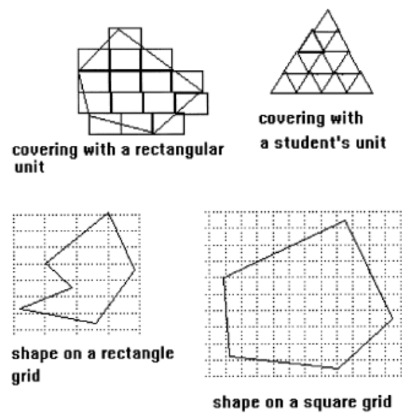


Figura 19. Media de áreas usando unidades o cuadrículas, tomada de Kodarki & Potari (1998, p.414).

2. Por acotación entre un valor inferior y uno superior. Aproxima la medida del área ya sea por exceso o por defecto; este se puede dar también inscribiendo o bien circunscribiendo figuras regulares cuya área sea conocida o pueda ser medida.
3. Haciendo uso de transformaciones como descomponer y rehacer. Procedimiento utilizado al deducir las fórmulas para el cálculo de áreas de polígonos como el rombo, trapecio o triángulo. Para el caso del triángulo, se parte del rectángulo que es dividido en dos triángulos congruentes a fin de formar uno con ellos y de este modo deducir la fórmula.
4. Relaciones geométricas generales. Un ejemplo puede ser la relación de paralelismo.

El estudio de la medida del área es una parte importante del currículo escolar debido a dos razones importantes: a) la amplia variedad de aplicaciones del área en actividades que involucran cubrir una superficie en dos dimensiones y b) los conceptos del área son frecuentemente utilizados en los libros de texto y por los profesores para introducir otras ideas matemáticas como la integral definida vista como área bajo la curva; además, la base para medir área tiene que ver con entender como una unidad específica puede ser iterada hasta que cubra completamente la superficie (Cavanagh, 2008).

Comparar en transformaciones geométricas y analíticas

La comparación la vamos a establecer una vez que se tiene o se reproduce una superficie mediante métodos diversos o bien cuando se comparan dos o más superficies sin que haya que reproducirlas; esto se puede desarrollar a partir de la *inclusión*, si una superficie está contenida en otra y donde tenemos que la comparación es inmediata; *transformaciones de composición y descomposición,* donde se descompone una superficie en varias partes y posteriormente se reorganizan, resultando de esto, una transformación en otra, donde la forma puede o no cambiar la relación con la inicial sin que la medida del área se transforme. La *estimación* nos permite estimar la región de área que es ocupada por determinada superficie que bien puede ser a través de la percepción sin requerir explícitamente la medida del área; a través de la *medición* se pueden reproducir superficies y posteriormente compararlas. Otra forma será, primero medir el área que ocupa la superficie para después reproducirla y compararla con su original. Finalmente, por *medio de funciones* a fin de reproducir áreas de regiones planas buscando que el área se conserve; en este paso, la comparación puede aparecer en torno a las formas de las regiones, así como de los elementos de la función que cambiaron y de cómo estos modificaron la forma de la representación gráfica de la región que resultó; de modo que, pueden también compararse las expresiones analíticas correspondientes (Cabañas-Sánchez, 2011).

Conservación

En este estudio vamos a entender a la conservación como preservación, de modo que conservación del área significa preservar el área (Alriavindrafunny, 2013a). Desde el punto de vista de Piaget et al. (1981 en Alriavindrafunny, 2013a) es definida como una modificación en la forma que no produce cambios en el área. Cabañas y Cantoral (2005b, 2005c) señalan por conservación a toda aquella modificación que no produce cambios en el área; es decir, que el valor del área no cambia, aunque la figura sea transformada en otra. Esta conservación puede darse a partir de cambios en la figura sin modificar su forma, mediante movimientos de traslación, rotación y reflexión, modificar una figura partiéndola y reacomodando sus partes y, a través de representaciones en transformaciones analíticas sobre regiones planas y no planas (Cabañas-Sánchez, 2005; Cabañas y Cantoral, 2005c).

Representación de regiones de áreas planas

La representación de regiones planas, se va a entender de acuerdo con Cabañas-Sánchez (2011) en el sentido de transformar o representar o bien ambas en regiones de áreas mediante construcciones geométricas, mismas que pueden darse a través de distintos procedimientos, por ejemplo (Ver la figura 20):

> *Actividad I.3. Construye dos polígonos diferentes cuyas áreas sean iguales a la del cuadrado ABCD. Describe el método que utilizaste en cada caso.*
>
> *a. ¿Qué diferencias observas entre el cuadrado ABCD y los polígonos que construiste? (p. 216)*

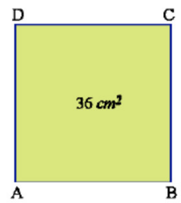


Figura 20. Ejemplo de una representación de figuras geométricas, tomada de Cabañas-sánchez (2011, p. 216)

3. 7.2 Componente: usos en transformaciones analíticas

Conservación

En este estudio vamos a entender a la conservación como preservación, de modo que conservación del área significa preservar el área (Alriavindrafunny, 2013a).

Cabañas y Cantoral (2005b, 2005c) señalan por conservación a toda aquella modificación que no produce cambios en el área; es decir, que el valor del área no cambia, aunque la figura sea transformada y modificada en otra. Esta conservación puede darse a través de representaciones en transformaciones analíticas sobre regiones planas y no planas (Cabañas-Sánchez, 2005; Cabañas y Cantoral, 2005c), como por ejemplo, dada el área bajo la curva de la función $f(x)=x$ en el intervalo $[2,3]$, encontrar una función de grado dos que tenga el mismo valor de área bajo la curva en el mismo intervalo $[2,3]$. En este ejemplo en concreto, tenemos que el área bajo la curva tiene un valor de 5/2 en el intervalo [2, 3]. Al encontrar la función de grado dos que nos dá el mismo valor de área bajo la curva obtenemos $f(x)=\frac{15}{38}x^2$. En cuanto a los usos identificamos a la medición, comparación, conservación y representación de regiones; respecto a los contextos, el problema se centra en funciones polinómicas y los procedimientos se definen principalmente en cuanto a integral definida, fórmulas básicas para el cálculo de áreas.

Estimar o aproximar

Para estimar la región de área que ocupa determinada superficie se puede realizar a través de varias formas, entre ellas, encontramos por ejemplo en Cabañas-Sánchez (2011), la estimación o aproximación a partir de los métodos de exhausion acotando el valor de un área entre un valor superior y uno inferior (Ver figura 22); además, puede ser a partir de inscribir o circunscribir figuras geométricas regulares cuya área pueda ser medida o sea conocida con la finalidad de conocer la medida del área (Ver figura 21). Para la aproximación de áreas de dos superficies se considera también la superposición situando las áreas a aproximar sobre alguna ya conocida en cuanto a su valor, lo que permite aproximar el área. A continuación se muestran algunos ejemplos de este tipo de procedimientos.

Figura 21. Polígonos inscritos para la estimación o aproximación de áreas tomada de Purcell et al. (2001, p. 228).

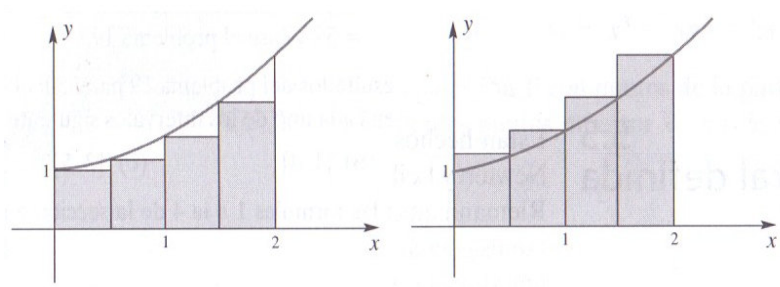


Figura 22. Ejemplo de método de exhausion para la estimación o aproximación de áreas tomada de Purcell et al. (2001, p. 233).

Representar regiones de áreas planas

La representación de regiones planas, se va a entender de acuerdo con Cabañas-Sánchez (2011) en el sentido de transformar o representar o bien ambas en regiones de áreas mediante construcciones geométricas, mismas que pueden darse a través de distintos procedimientos, por ejemplo, en Cabañas y Cantoral (2005b) aparece el siguiente:

> *"Una función f está definida en el intervalo* $[0,1]$*, el área bajo la curva en dicho intervalo es de 1/5. Gráfica cuatro funciones diferentes cuyo dominio sea igual al de f y el área bajo la curva en dicho intervalo también es 1/5 "* (p. 26).

Otro tipo de problema relacionado a representar una región de área plana en cuanto a las transformaciones analíticas es el siguiente:

> Interpreta geométricamente los siguientes resultados de las siguientes expresiones:

1. $\int_0^3 \frac{1}{2}\sqrt{x+1}dx$

2. $\int_{1}^{2} m^2 dm$

3. $\int_{1}^{4} \frac{1}{2}\sqrt{n}dn$

¿Qué relación encuentras entre tus interpretaciones?

3. 7. 3 Componente: contextos en transformaciones geométricas

Polígonos convexos

Un *polígono convexo* es definido como todo aquel polígono con ángulos interiores, todos ellos menores a 180 grados (Valiente, 1998).

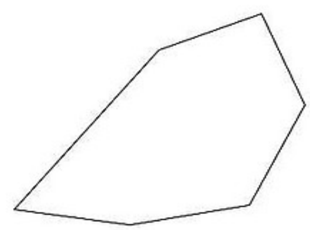


Figura 23. Ejemplo de un polígono convexo

Polígonos no convexos

Un *polígono no convexo* es definido como todo aquel polígono con al menos un ángulo mayor de 180 grados.

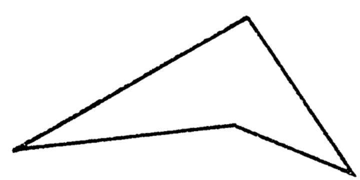


Figura 24. Ejemplo de un polígono no convexo

3. 7.4 Componente: contextos en transformaciones analíticas

Funciones polinómicas

Una *función polinómica* es definida para este estudio en el sentido en que la define Cabañas-Sánchez (2011) como *todas aquellas funciones polinómicas* $f(x)=kx^n, k, n$ con $n>0$ *, continuas en un intervalo* $[a,b]$.

3. 7.5 Componente: procedimientos en transformaciones geométricas

Composición y descomposición de figuras

En este procedimiento la *composición y descomposición de figuras* se asumirá como *re-arreglar una figura en una nueva forma preservando su área de modo que la nueva forma de la figura sea hecha de sus propias partes y ninguna parte será agregada o desperdiciada* (Alriavindrafunny et al., 2013). De acuerdo con Alriavindrafunny (2014), esta idea debe ser entendida por el estudiante para aprender el concepto de conservación del área ya que, el estudiante puede observar que una figura puede descomponerse y volverse a componer en un modo diferente sin agregar o desperdiciar partes de la misma. Para ilustrar esto se muestra el siguiente ejemplo tomado de Alriavindrafunny et al. (2013):

> Los estudiantes deben imaginar la posibilidad de hacer de un paño dado, un mantel que encaje sobre una mesa dada (actividad con las manos). Esta actividad se planteó con intención de llevar a los estudiantes a pensar sobre el hecho de que cuando el paño es cortado o descompuesto y después fue compuesto para encajar con la mesa, se puede apreciar el hecho de que recomponer una figura preservará su área ya que no se agregaron o desperdiciaron partes (p. 366)

Isometrías en el plano

Se consideran como Isometrías dentro del plano a *los movimientos de rotación, traslación y reflexión o simetría sobre el eje* y combinación de ellas. Desde la matemática, las isometrías son definidas como:

Rotación (giro)

Transformación geométrica en que se hace una correspondencia entre puntos y ángulos de un plano, tal que es una rotación plana con un centro de rotación y un ángulo de rotación (Valiente, 1998). Es decir, todos los puntos giran un ángulo constante respecto a un punto fijo como se muestra en la siguiente figura.

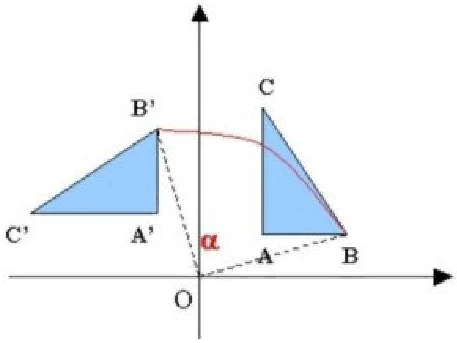


Figura 25. Ejemplo de una figura bajo una transformación basada en la rotación

Traslación

Transformación geométrica basada en un movimiento en el plano que efectúa una figura geométrica de acuerdo con una dirección definida y una longitud específica (Valiente, 1998); es decir, que todos los puntos de la figura geométrica, al aplicarles la isometría, se mueven una distancia fija hacia su imagen a lo largo de trayectorias paralelas. Ejemplo de una traslación será:

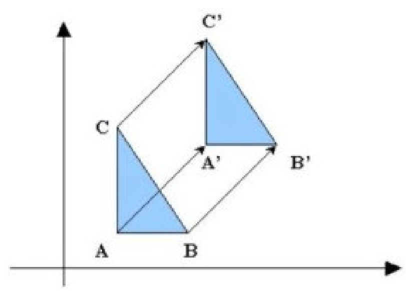


Figura 26. Ejemplo de una figura bajo una transformación basada en una traslación.

Simetría sobre el eje (reflexión)

Se considera una correspondencia biunívoca que se establece entre los puntos con respecto a un punto fijo llamado centro, un eje o bien un plano donde a cada punto corresponde otro a igual distancia y en sentido contrario respecto del centro o eje o plano llamados de simetría (Valiente, 1998). Un ejemplo de estas simetrías se muestra a continuación:

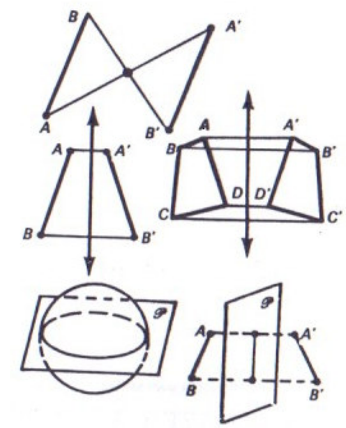


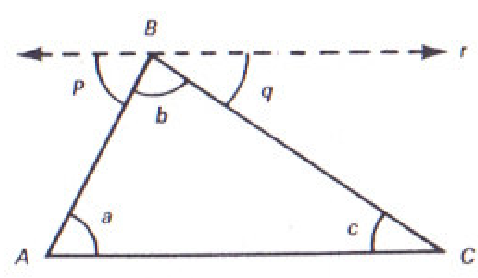
Figura 27. Ejemplos de Isometrías (Reflexión), tomada de Valiente, 1998, p. 241

Teoremas, axiomas, propiedades de figuras geométricas en relaciones matemáticas generales.

Desde la matemática se retoma el término *axioma* como una afirmación que se acepta como verdadera teniendo en cuenta que no se puede demostrar (Valiente, 1998). Un ejemplo de un axioma será: "*el todo es mayor que la parte*". Se considera a los *teoremas* como proposiciones que no siendo evidentes requieren de una demostración; estas proposiciones se deducen a partir de supuestos verdaderos, definiciones y axiomas y de proposiciones demostradas previamente. Además, un *teorema* se forma por un enunciado que expresa un problema a resolver, la hipótesis, la tesis y todo el cuerpo de la demostración. Aquí, la o las hipótesis son los puntos de partida; la tesis es el enunciado verbal o bien simbólico que se quiere demostrar y el cuerpo de la demostración se forma por una serie de afirmaciones sucesivas de modo que se pueda llegar como última afirmación al enunciado de tesis (Valiente, 1998).

Enseguida se muestra un ejemplo de una demostración (tomado de Valiente, 1998):

En todo triángulo plano, la suma de las medidas de los ángulos interiores es igual a 180°.



Hipótesis: Sea el ΔABC con ángulos internos *a,b y c*.

Tesis: $\measuredangle a + \measuredangle b + \measuredangle c = 180^o$

Trazo auxiliar: trazar una recta *r* por el vértice *B,* tal que $\overleftrightarrow{r} \parallel AC$, formando los ángulos *p* y *q* como se muestra en la figura.

Afirmaciones:

1. $\sphericalangle p + \sphericalangle b + \sphericalangle q = 180^o$ por formar un ángulo llano.
2. $\sphericalangle p = \sphericalangle a$ por ser ángulos alternos internos.
3. $\sphericalangle q = \sphericalangle c$ por ser ángulos alternos internos.
4. $\sphericalangle a + \sphericalangle b + \sphericalangle c = 180^o$ Por principio de sustitución (p. 251-252).

Referente a las propiedades de las figuras geométricas en relaciones matemáticas generales nos vamos a referir a alguna ley, modo de ser o atributo que pueden tener en común algunos o todos los elementos de un conjunto (Valiente, 1998).

Un ejemplo relacionado con problemas referentes a la comparación del área de figuras simples que pueden ser respondidas haciendo uso de una variedad de estrategias entre ellas el uso de algún teorema, axioma, propiedades de las figuras geométricas en relaciones matemáticas generales, es tomado de Kospentaris et al. (2011):

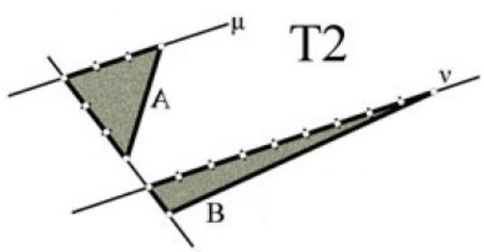


Figura 28. Figura tomada de Kospentaris et al. (2011, p. 110.)

Si las líneas rectas μ y ν son paralelas, cuál de los triángulos A o B cubre la superficie más grande.

a) El triángulo A
b) El triángulo B
c) Ninguno, los dos cubren exactamente la misma área.

En este problema propuesto por Kospentaris y colaboradores, muestra una tarea sobre invariancia del área respecto a triángulos entre líneas paralelas. En este caso para resolverlo se puede recurrir al uso directo de la fórmula para el cálculo del área $A = \frac{bxh}{2}$.

Otros conceptos matemáticos

Estos conceptos serán considerados como aquellos que sean utilizados en la resolución de las tareas y que no se encuentran o no pueden ser clasificados dentro de cada una de las otras categorías pero que pueden llevar por algún método o procedimiento a conservar áreas haciendo uso de alguna transformación ya sea geométrica o analítica.

3. 7.6 Componente: procedimientos en transformaciones analíticas

Procesos de aproximación

Como aproximación vamos a considerar a todos aquellos procedimientos que tienen que ver con un resultado no estrictamente exacto de algún cálculo o bien un valor cercano que se toma de alguna cantidad o bien un valor que está próximo a (Valiente, 1998). En Cabañas y Cantoral (2005b), la medición de un área bajo la curva haciendo uso de aproximaciones consiste en dividir por ejemplo, la región a medir en regiones más pequeñas permitiendo el uso de fórmulas para su cálculo; señalan además, que cuando se tiene el intervalo sobre el cuál se desea calcular el área bajo la curva, este se divide en sub-intervalos de igual longitud sobre los cuales se construyen rectángulos que cubran la región obteniendo así, un valor aproximado a partir de la suma de las áreas de los rectángulos construidos como se muestra en la figura (Ver figura):

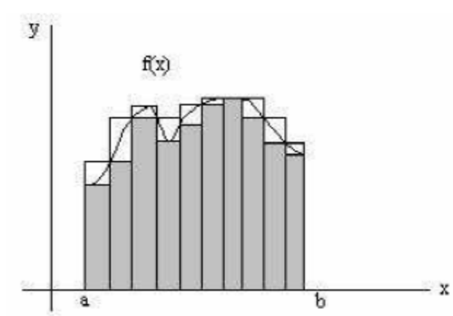


Figura 29. Aproximación del área bajo una curva por exceso o por defecto tomada de Cabañas y Cantoral (2005b, p. 2).

Sumas de Riemann

Este aspecto desde la matemática se plantea a partir de Stewart (2007), el cual, considera una función *f* continua definida en un intervalo cerrado $[a, \mathrm{b}]$. Se sonsidera dividir el intervalo $a \leq x \leq b$ en n subintervalos de igual ancho que satisfaga $\Delta x = \dfrac{b-a}{n}$ y que sean $x_0(=a), x_1, x_2, ..., x_n(=b)$ los puntos extremos de estos subintervalos y sean $x_1^*, x_2^*, x_3^*, ..., x_n^*$ los puntos muestra en estos subintervalos, de modo que x_i^* se encuentre en el í-esimo subintervalo $\left[x_{i-1}, x_i\right]$. El autor señala que la integral definda de f, desde a hasta b, es $\int_a^b f(x)dx = \lim_{a\to\infty} \sum_{i=1}^{n} f(x_i^*)\Delta x$; el autor además, puntualiza que esto es siempre y cuando el límite exista y dé el mismo valor para todas las posibles elecciones de los puntos muestra.

Luego, a la suma $\sum_{i=1}^{n} f(x_i^*)\Delta x$ le denomina suma de Riemann, señalando que la integral definida de una función integrable puede aproximarse en cualquier grado de exactitud a través de la suma de Riemann.

Un ejemplo de este tipo de procedimiento asociado al cálculo de áreas mediante sumas de Riemann se presenta a continuación (tomado de Cabañas-Sánchez, 2001):

> Actividad II.5. Ahora estudiarás el caso cuando se construyen *n* número de rectángulos ya sea por debajo o por encima de la curva de la funcion $f(x) = x^2$ en el intervalo $\left[0,1\right]$. Los rectángulos construidos medirán $\frac{1}{n}$ de ancho.
>
> a. ¿Cuántos son los sub-intervalos en que se divide a la región?
> b. ¿Cómo representarías a las alturas de cada uno de los rectángulos?
> c. ¿Cómo determinarías el valor aproximado del área de la región para *n* número de rectángulos construidos ya sea por exceso o por defecto? Escribe tus procedimientos
>
> Por exceso:
>
> Por defecto:
>
> d. Expresa las sumas de las áreas de los rectángulos de aproximación como un proceso límite (p. 221).

Integral definida

Por ahora vamos a retomar el concepto de integral definida vista como área bajo la curva definida en términos de las sumas de Riemann a partir de Stewart (2007)

Stewart, enuncia la definición de integral definida del siguiente modo:

> "*Si f es una función continua definida para* $a \le x \le b$ *, dividimos el intervalo [a, b] en n sub-intervalos de igual ancho* $\Delta x = \frac{b-a}{n}$*. Sean* $x_0(=\text{a}), x_1, x_2, \ldots, x_n(=\text{b})$ *los puntos extremos de estos subintervalos y sean* $x_1^*, x_2^*, .., x_n^*$ los **puntos muestra** en estos subintervalos, de modo que x_i^* se encuentre en el i-ésimo subintervalo $[\text{x}_{i-1}, \text{x}_i]$. Entonces la

integral definida de *f*, desde a hasta b, es $\int_a^b f(x)dx = \lim_{n\to\infty}\sum_{i=1}^{n} f(x_i^*)\Delta x$ siempre que este límite exista y dé el mismo valor para todas las posibles elecciones de los puntos muestra. Si existe, decimos que f es integrable sobre [a, b]" (pp. 372).

Señala el autor que la integral definida de una función integrable puede aproximarse dentro de cualquier grado de exactitud mediante la suma de Riemann y considerando que si *f* es positiva, esta suma se interpreta como la suma del área de los rectángulos de la aproximación y la integral definida se interpreta como el área bajo la curva $y = f(x)$.

Un ejemplo de un cálculo relacionado con la integral definida es el siguiente (tomado de Cabañas-Sánchez, 2011, p. 225):

Resuelve las integrales definidas siguientes:

1. $\int_0^3 \sqrt{x+1}$
2. $\int_1^2 m^2 dm$

Fórmulas básicas para el cálculo de áreas

Dentro de esta categoría vamos a considerar a todos aquellos procedimientos que hacen uso de fórmulas básicas para el cálculo de áreas y que permiten indagar sobre la relación que guardan la medida de las áreas de regiones bajo la curva, por ejemplo:

Actividad V.1. Determina el área de las regiones A1, A2, A3.

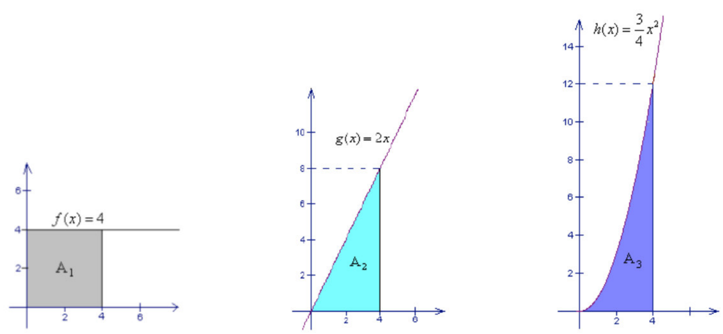


Figura 30. Figura tomada de Cabañas-Sánchez (2011, p. 224)

a. ¿Qué relación encuentras entre las áreas ubicadas debajo de las representaciones gráficas de las funciones $f(x)=4$, $g(x)=2x$ y $h(x)=\frac{3}{4}x^2$? (p. 224).

En este ejemplo se considera el uso de la fórmula del cuadrado y del triángulo, así como, el uso de otro tipo de fórmulas básicas que pueden ser utilizadas para el cálculo de áreas.

Otros procedimientos asociados a transformaciones analíticas

Dentro de esta categoría vamos a considerar a aquellos procedimientos que no han sido considerados parte de ninguna de las otras categorías anteriores asociadas a las transformaciones analíticas. Por ejemplo (tomado de Cabañas-Sánchez, 2011, p. 73):

La transformación analítica siguiente se sustenta en el método de cambio de variable y un resultado es que las funciones integrales son equivalentes y la medida del área se conserva, salvo la forma de las regiones de áreas representadas, así como, las posiciones relativas respecto del plano cartesiano como se muestra en la siguiente figura:

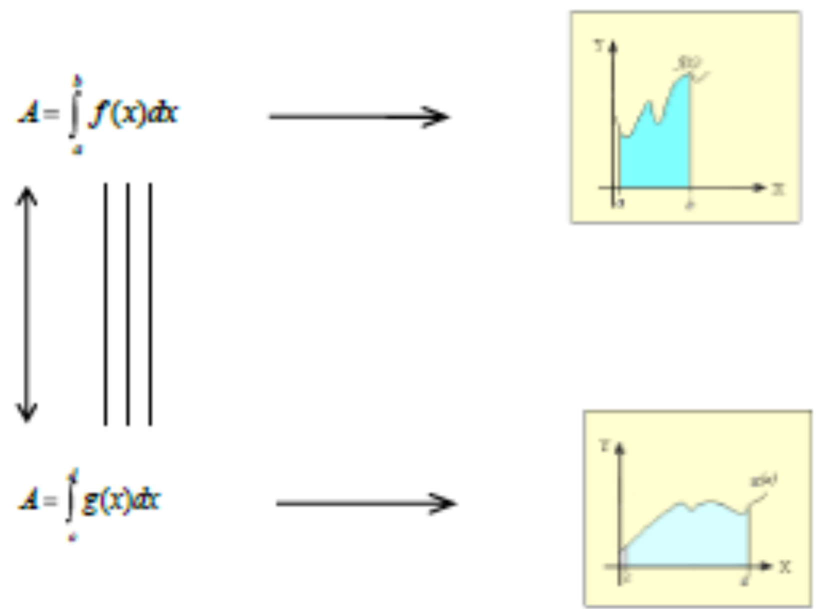


Figura 31. Figura II.4. El método de cambio de variable. Transformación que conserva áreas en regiones planas tomada de Cabañas-Sánchez (2011, p. 73).

3.8 Fichas de registro para la recogida de datos en los libros de texto en esta investigación

El llenado de la ficha de registro al que se hace referencia en este capítulo sobre el Análisis de contenido para capturar cada una de las tareas que sean identificadas en los libros de texto en relación a los usos, contextos y procedimientos en que se presenta el área en relación a la conservación se muestra a continuación. Para cada libro de texto seleccionado se hizo un llenado en dos tablas que codifican las tareas encontradas en cada libro de texto escolar. En el apartado "libro de texto", aparece el código asignado a cada libro de texto (estos se asignaron en el apartado donde se definen los libros a ser analizados en la sección "muestra"); por ejemplo, el libro de texto de matemáticas cuatro del nivel escolar primaria quedó codificado como: EPM4. Se agregó una numeración para cada una de las tareas encontradas, asignándole a cada una un número natural 1, 2, 3,…; esta numeración se asignó por libro de texto analizado.

En la columna de evidencia se transcribe la tarea identificada a ser codificada, así como su referencia y alguna imagen si ésta aparece como apoyo a la tarea. El análisis de cada tarea incluye los usos involucrados en la tarea y que están relacionados al uso del área. En la ilustración (ver figura 32) por ejemplo, se involucran los códigos medir, comparar y conservar. Los contextos involucrados en la "tarea" son los polígonos convexos y los poilígonos no convexos; los procedimientos que fueron asociados a la tarea identificada involucran en este caso a teoremas, axiomas, propiedades de las figuras geométricas y a modificaciones y, finalmente, la tarea está asociada a transformaciones geométricas. De este modo es como quedó codificada cada una de las tareas que fueron identificadas en cada uno de los libros de texto elegidos para el estudio. Enseguida se muestra un extracto de un ejemplo de tarea codificada.

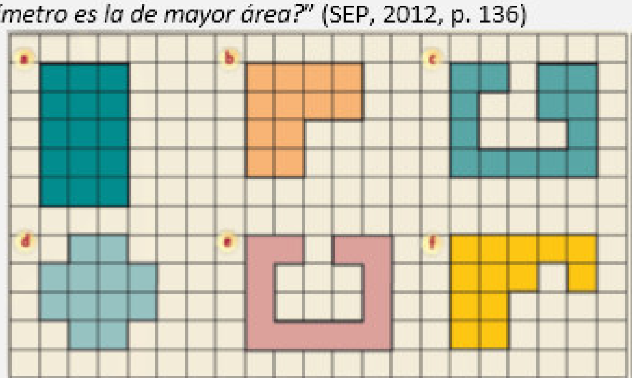
Tabla: Evidencia de usos, contextos y procedimientos en que se presenta el área en relación con la conservación del área.						
Libro de texto:	EPM4					
Categoría	Evidencia		Usos	Contextos	Procedimientos	Tipo de transformación
	11	*"En parejas, encierren con un mismo color la figuras que tienen áreas iguales pero diferentes perímetros. Observen con atención las figuras geométricas de la imagen anterior y contesten las siguientes preguntas [...] Las figuras que tienen el mismo perímetro ¿tienen áreas iguales? ¿Por qué? ¿Cuáles son las que tienen la misma área? ¿La figura de mayor perímetro es la de mayor área?"* (SEP, 2012, p. 136) 	M COM CON	PC PNC	TAP CD	TG

Figura 32. Codificación de las tareas encontradas en los libros de texto

Posteriormente, una vez que el total de las tareas fueron codificadas, se vació el contenido en una tabla como la siguiente (ver figura 33) para su posterior tratamiento e interpretación de acuerdo a la pregunta de investigación y teoría involucrada en el estudio. El ejemplo siguiente muestra la codificación de las tareas identificadas en el libro de texto de cuarto grado y en particular la tarea número 11, misma que se encuentra en la figura 32, asignando un valor binario "01" por cada código que se identificó en la tarea en cuestión.

Usos, Contextos y Procedimientos en que se presenta la conservación del área en EPM4																			
	Usos					Contextos					Procedimientos							Transformación asociada	
Número de tarea	Medir/**M**	Comparar/**COM**	Conservar/**CON**	Estimar o aproximar/**EOA**	Representar regiones de áreas planas/**RR**	Polígonos convexos/**PC**	Polígonos no convexos/**PNC**	Otros (formas de lados curvos)/**O**	Funciones polinómicas/**FP**	Otros/**O**	Composición y descomposición/**CD**	Isometrías en el plano/**I**	Teoremas, axiomas, propiedades de las figuras / **TAP**	Procesos de aproximación/**PA**	Sumas de Riemann/**SR**	Integral definida/**ID**	Fórmulas básicas para el cálculo de áreas, entre otras/**FBCA**	Transformaciones geométricas/**TG**	Transformaciones analíticas/**TA**
1	01	01	01	0	01	01	0	0	0	0	01	01	0	0	0	0	0	01	0
2	01	01	01	0	0	01	0	0	0	0	0	0	01	0	0	0	0	01	0
3	01	01	01	0	0	01	0	0	0	0	01	0	01	0	0	0	0	01	0
4	01	01	01	0	01	01	0	0	0	0	01	0	01	0	0	0	0	01	0
5	01	01	01	0	0	01	0	0	0	0	0	0	01	0	0	0	0	01	0
6	01	01	01	0	01	01	0	0	0	0	01	0	01	0	0	0	0	01	0
7	0	01	01	0	01	01	0	0	0	0	01	01	0	0	0	0	0	01	0
8	01	01	01	0	0	01	0	0	0	0	01	0	01	0	0	0	0	01	0
9	01	01	01	0	01	01	0	0	0	0	0	01	01	0	0	0	0	01	0
10	0	01	01	0	01	01	0	0	0	0	01	01	0	0	0	0	0	01	0
11	01	01	01	0	0	01	01	0	0	0	01	0	01	0	0	0	0	01	0
12	01	01	01	0	0	01	0	0	0	0	01	0	01	0	0	0	0	01	0
13	01	01	01	0	0	01	0	0	0	0	01	0	01	0	0	0	0	01	0
14	01	01	01	0	0	01	0	0	0	0	0	01	01	0	0	0	0	01	0
15	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Totales/ TG	12	14	14	0	6	14	0	0	0	0	10	5	11	0	0	0	0	14	0
Totales/ TA	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
TOTAL	12	14	14	0	6	14	0	0	0	0	10	5	11	0	0	0	0	14	0

Figura 33. Concentrado de las tareas identificadas en el libro de texto de cuarto grado de educación primaria.

De este modo, todas nuestras tareas quedaron codificadas para su posterior tratamiento a través de nuestro marco teórico el cual, nos permitió responder a nuestra pregunta de investigación y alcanzar los objetivos la esta propuesta.

CAPÍTULO 4

RESULTADOS

En este trabajo de tesis investigamos los usos, contextos y procedimientos en que se presentaron tareas en torno a la conservación del área dentro de los libros de texto de educación primaria, secundaria y bachillerato en el estado de Zacatecas. Vamos a ir presentando los datos obtenidos a través de la categorización tomada de Cabañas-Sánchez (2011), para el análisis de contenido en los libros de texto.

4.1 EDUCACION PRIMARIA

El número de tareas codificadas para este nivel escolar fue de 69 de un total de 6 libros de texto correspondientes a los seis grados escolares. En las siguientes secciones, presentamos algunos extractos de las tareas codificadas, tomados de los seis grados escolares. Para una revisión más amplia de las tareas codificadas, consúltese los anexos.

4.1.1 Libro de Matemáticas de primer año (EPM1)

Dentro del libro de primer grado escolar (EPM1), se codificaron 2 tareas asociadas a la conservación del área en transformaciones geométricas. Una de las tareas se ubicó en el primer bloque el cual, involucra la resolución de problemas aditivos planteados de forma oral, manejando números menores que 30 y la segunda tarea se identificó dentro del bloque 3 el cual, espera que el alumno resuelva problemas haciendo uso de los signos "+", "-" e "=" (SEP, 2013).

"*¿Cuáles figuras se usaron en el siguiente patrón?*" (SEP, 2013, p. 43). Comparación de áreas por superposición comparar dos o más superficies.

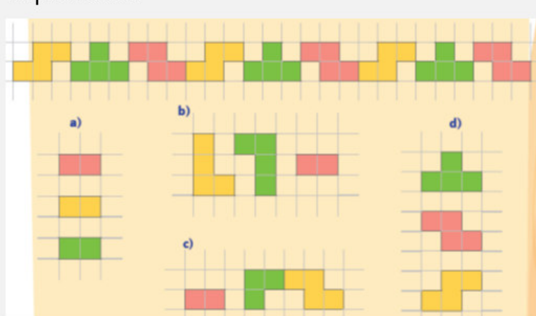


Figura 34. Ejemplo de tarea identificada en el libro de primer grado de educación primaria (EPM1)

"*Lilia vio varios trozos de madera y compró el rojo y el rosa. El rojo lo pagó con dos monedas de 10 pesos y 4 de un peso. El otro con 1 moneda de 10 pesos y 8 de 1 peso. ¿Cuántas veces cabe el trozo verde en el rosa?*" (SEP, 2013, p. 110).

Figura 35. Ejemplo de tarea asociada a la conservación de área en primer año escolar de educación primaria.

USOS

Respecto de los usos del área, las dos tareas fueron codificadas en la categoría de comparación y conservación. Una de ellas fue codificada además, dentro de la categoría de medir.

Medir/ MED	Comparar/ COM	Conservar/ CON	Estimar o aproximar/ EOA	Representar regiones de áreas planas/ RR
0	0	0	0	0
1	2	2	0	0

Tabla 12. Concentrado de usos del área identificados en EPM1.

CONTEXTOS

Referente a los contextos en que se codificaron las tareas, ambas fueron ubicadas en la categoría de polígonos convexos.

Polígonos convexos/ PC	Polígonos no convexos/ PNC	Otros (formas de lados curvos)/ O	Funciones polinómicas/ FP	Otros/ O
2	0	0	0	0
0	0	0	0	0

Tabla 13 Contextos identificados en EPM1.

PROCEDIMIENTOS

Los procedimientos asociados a las tareas codificadas en este grado escolar hacen referencia principalmente a teoremas, axiomas, propiedades de las figuras geométricas involucradas en las tareas, isometrías y, composición y descomposición de figuras.

Composición y descomposición / CD	Isometrías en el plano/ I	Teoremas, axiomas, propiedades de las figuras/ TAP	Procesos de aproximación/ PA	Sumas de Riemann/ SR	Integral definida/ ID	Fórmulas básicas para el cálculo de áreas, entre otras/ FBCA
1	1	1	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0

Tabla 14. Procedimientos identificados en EPM1

4.1.2 Libro de Matemáticas de segundo año (EPM2)

En el libro de segundo grado (EPM2), se codificaron 15 tareas asociadas a la conservación del área en transformaciones geométricas; este grupo de tareas codificadas, aparecen en su totalidad asociadas a la conservación del área como uso. El 33.333% de las tareas codificadas se ubicaron en el bloque uno el cual, pretende que el estudiante encuentre la cantidad de elementos que contiene una determinada colección de objetos (SEP, 2013).

"En equipos, con las piezas del recortable 4 formen las siguientes figuras ¿Con cuántas piezas formaron la figura del conejo? ¿Con cuántas la figura del gato? ¿Con cuántas la figura del cisne?" (SEP, 2013, p. 39).

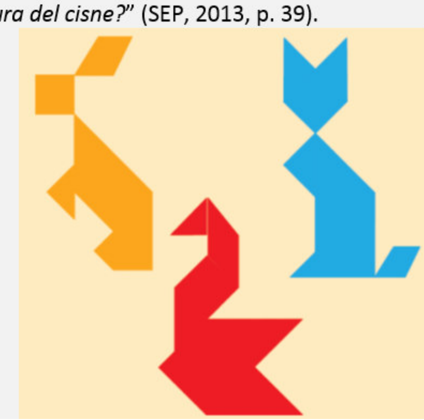


Figura 36. Ejemplo de tarea identificada en el libro de segundo grado de educación primaria (EPM2)

El 60% de las tareas que se identificaron fueron encontradas en el bloque cuatro del libro de texto cuyo aprendizaje esperado en los estudiantes es que describan, reproduzcan y formen sucesiones formadas con objetos o figuras (SEP, 2013).

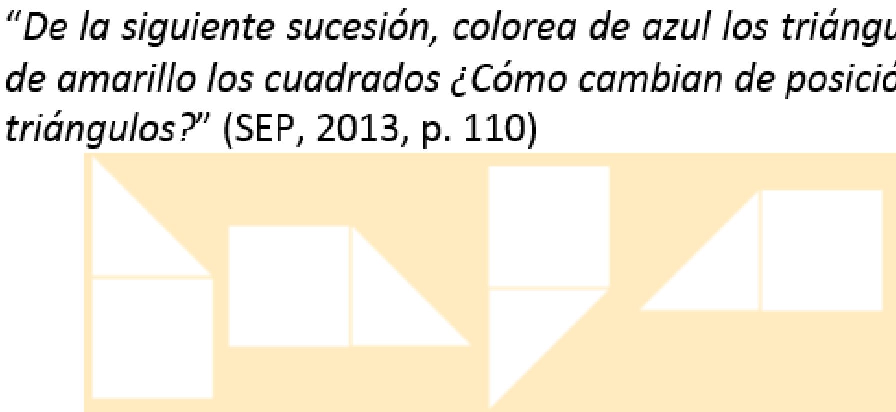


Figura 37. Ejemplo de tarea asociada a la conservación de área en segundo año escolar de educación primaria.

El resto de las tareas codificadas (6.666%) se ubicaron en el bloque dos que, dentro del libro de texto, se busca que el estudiante identifique algunas características de las figuras geométricas (SEP, 2013).

Figura 38. Ejemplo de tarea asociada a la conservación de área en segundo año escolar de educación primaria.

USOS

De las tareas que fueron codificadas, el 100% de ellas hacen uso de la comparación y la conservación como usos del área mientras que el 40% de ellas hacen uso de la medición y un 33.66 % utilizan el área para representar regiones de áreas planas.

Medir/ MED	Comparar/ COM	Conservar/ CON	Estimar o aproximar/ EOA	Representar regiones de áreas planas/ RR
0	0	0	0	0
6	15	15	0	5

Tabla 15. Usos del área en segundo grado de educación primaria (EPM2).

CONTEXTOS

Respecto a los contextos en que se codificaron las tareas, todas estuvieron ubicadas en los polígonos convexos y sólo dos de ellas hacen uso también de otro tipo de polígonos como formas de lados curvos.

Polígonos convexos/ PC	Polígonos no convexos/ PNC	Otros (formas de lados curvos)/ O
15	0	2

Tabla 16. Contextos identificados en EPM2

PROCEDIMIENTOS

Los procedimientos asociados a las tareas codificadas en este grado escolar hacen referencia principalmente a las isometrías en el plano, teoremas, axiomas, propiedades de las figuras geométricas y, la composición y descomposición de figuras.

Composición y descomposición / CD	Isometrías en el plano/ I	Teoremas, axiomas, propiedades de las figuras/ TAP
3	11	4

Tabla 17. Procedimientos identificados en EPM2

4.1.3 Libro de Matemáticas de tercer año (EPM3)

Del del libro de tercer grado (EPM3), se codificaron 12 tareas asociadas a la conservación del área en transformaciones geométricas; este grupo de tareas codificadas, aparecen en su totalidad asociadas a la conservación del área como uso. El 66.666% de las tareas se ubicaron en el bloque tres el cual, pretende que el estudiante resuelva problemas de reparto cuyo resultado sea una fracción de la forma $\frac{m}{2^n}$, utilizar el algoritmo para multiplicar números de tres cifras por un dígito, resolver problemas que implican dividir utilizando distintos procedimientos, identificar figuras que son simétricas con respecto a un eje y reproducir figuras con base en un modelo dado, teniendo como sistema de referencia una cuadrícula o retícula (SEP, 2013).

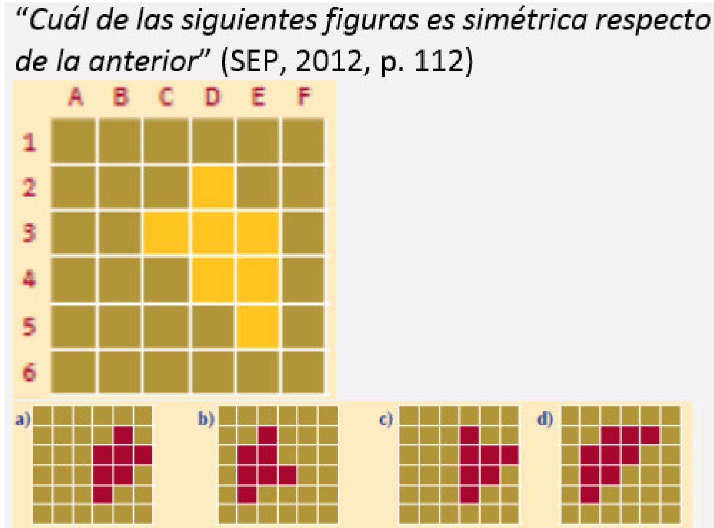


Figura 39. Ejemplo de tarea identificada en EPM3

El 25% de las tareas identificadas fueron encontradas en el bloque cuatro del libro de texto, el cual involucra la identificación de escrituras con fracciones, la resolución de problemas donde se realicen distintas operaciones, identificar a la división para resolver problemas de reparto o de agrupamiento, ubicar objetos en el espacio usando distintos puntos de referencia, distinguir eventos predecibles e impredecibles y obtener información de tablas (SEP, 2013).

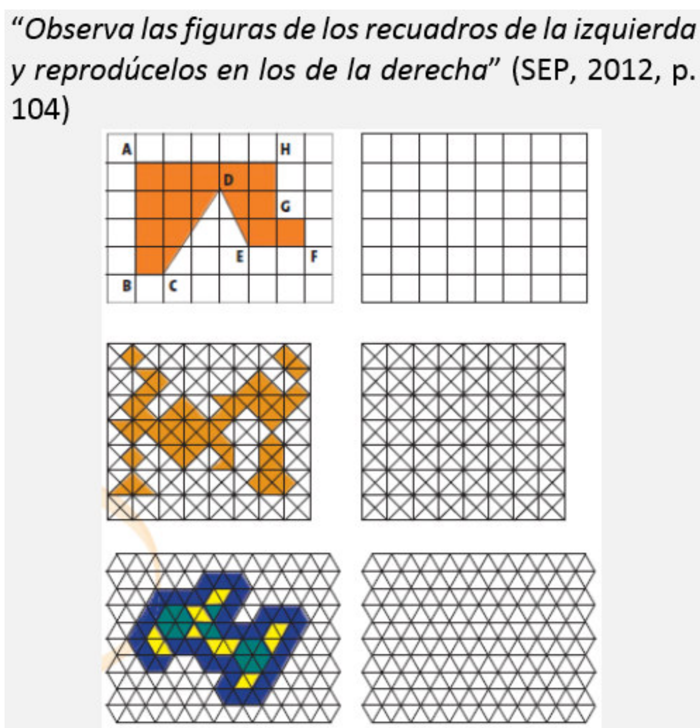


Figura 40. Ejemplo de tarea identificada en EPM3

El resto de las tareas codificadas (8.333%) se ubicaron en el bloque dos que de acuerdo con el libro de texto, uno de sus aprendizajes esperados es la identificación y la comparación de números escritos como expresiones aditivas y multiplicativas, utiliza caminos cortos para multiplicar dígitos por 10, por 100 y por sus múltiplos (20, 30, 200, 300, etcétera), identifica los puntos cardinales, compara algunas longitudes a través de distintos recursos para medir y extrae información relevante o irrelevante en diversos portadores (SEP, 2013).

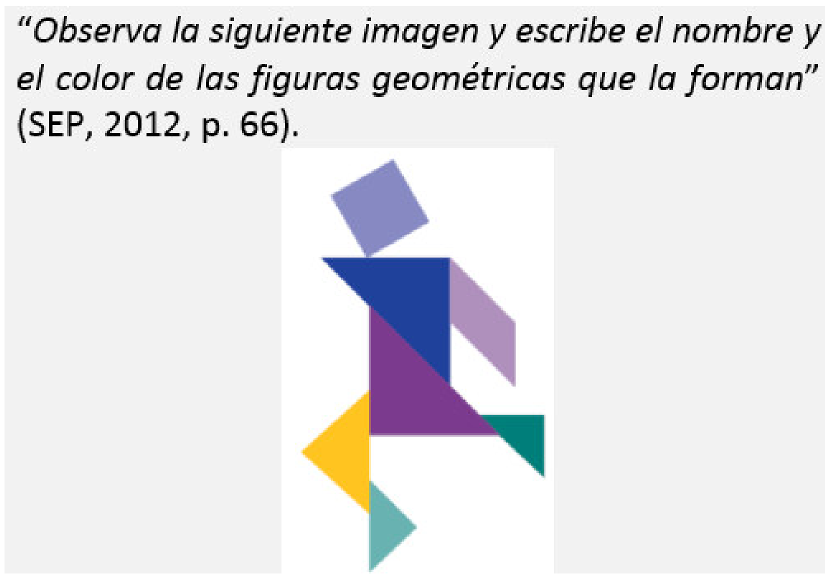


Figura 41. Ejemplo de tarea identificada en el libro de tercer grado en educación primaria EPM3

USOS

De las tareas que fueron codificadas, el 100% de ellas hacen uso de la conservación como uso del área mientras que el 66.666% de ellas hacen uso de la medición, el 91.666% involucran a la comparación de áreas y un 6.363% utilizan el área para ser representar regiones de áreas planas.

Medir/ MED	Comparar/ COM	Conservar/ CON	Estimar o aproximar/ EOA	Representar regiones de áreas planas/ RR
0	0	0	0	0
8	11	12	0	7

Tabla 18. Usos identificados en EPM3

CONTEXTOS

Los contextos en que se codificaron las tareas, estuvieron ubicados en los polígonos convexos casi en su totalidad, involucrando también a los polígonos no convexos (1 tarea codificada) y sólo dos de ellas hacen uso también de otro tipo de polígonos como formas de lados curvos.

Polígonos convexos/ PC	Polígonos no convexos/ PNC	Otros (formas de lados curvos)/ O
12	1	2
0	0	0

Tabla 19. Contextos identificados en EPM3

PROCEDIMIENTOS

Los procedimientos asociados a las tareas codificadas en este grado escolar hacen referencia principalmente a las isometrías en el plano; aparecen también procedimientos asociados a teoremas, axiomas, propiedades de las figuras geométricas y, la composición y descomposición de figuras.

Composición y descomposición / CD	Isometrías en el plano/ I	Teoremas, axiomas, propiedades de las figuras/ TAP
5	8	6
0	0	0

Tabla 20. Procedimientos identificados en EPM3

4.1.4 Libro de Matemáticas de cuarto año (EPM4)

En el libro de cuarto grado (EPM4), se codificaron 14 tareas asociadas a la conservación del área en transformaciones geométricas; este grupo de tareas codificadas, aparecen en su totalidad asociadas a la conservación como uso. El 28.571% (4 tareas) de las tareas codificadas se ubicaron en el bloque tres el cual, pretende que el estudiante ubique números naturales en la recta, compare fracciones con el mismo denominador o numerador, realice productos y cocientes de modo mental de números naturales y de fracciones, describa algunas características de figuras geométricas, resuelva problemas asociados al uso del reloj y el calendario y, anticipe el resultado más frecuente en experimentos aleatorios sencillos (SEP, 2012). El resto de las tareas se identificaron a lo largo de todo el libro de texto codificando 3 en el bloque uno y bloque dos y dos para los bloques cuatro y cinco. Enseguida se muestran algunos ejemplos de tareas codificadas:

"En parejas, encierren con un mismo color la figuras que tienen áreas iguales pero diferentes perímetros.
Observen con atención las figuras geométricas de la imagen anterior y contesten las siguientes preguntas [...] Las figuras que tienen el mismo perímetro ¿tienen áreas iguales? ¿Por qué? ¿Cuáles son las que tienen la misma área? ¿La figura de mayor perímetro es la de mayor área?" (SEP, 2012, p. 136)

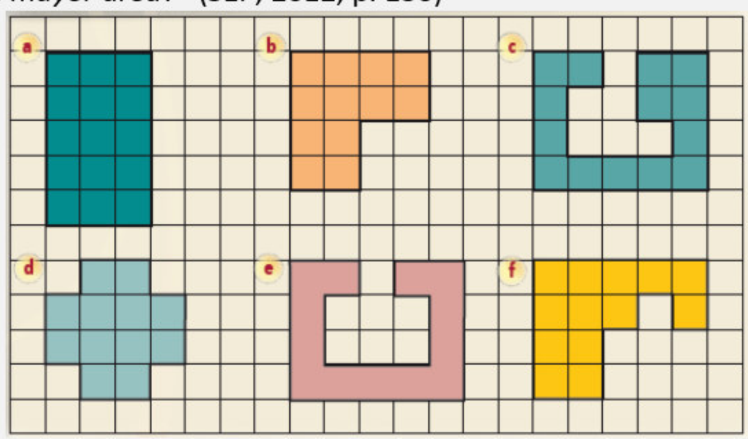


Figura 42. Ejemplo de tarea identificada en el libro de cuarto grado de educación primaria (EPM4)

"Utiliza una regla, escuadra o compás para reproducir en tu cuaderno los siguientes triángulos. En grupo, comenta qué tuviste que hacer para poder trazarlos" (SEP, 2012, p. 173)

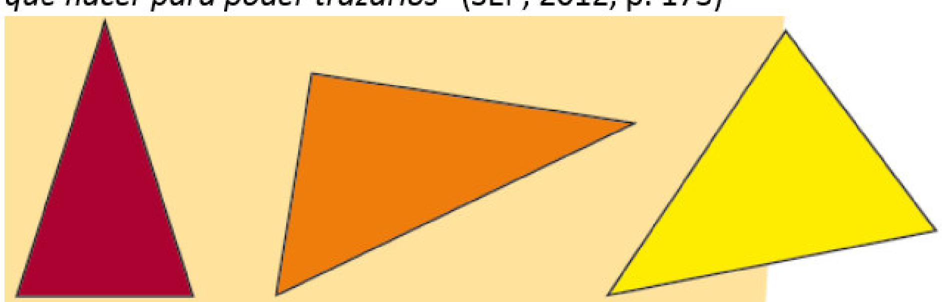


Figura 43. Ejemplo de tarea identificada en el libro de cuarto grado de educación primaria (EPM4)

USOS

De las tareas que fueron codificadas, el 100% de ellas hacen uso de la comparación y la conservación como uso del área mientras que el 85.714% de ellas involucran a la medición. Un 42.857% utilizan el área para representar regiones de áreas planas.

Medir/ MED	Comparar/ COM	Conservar/ CON	Estimar o aproximar/ EOA	Representar regiones de áreas planas/ RR
0	0	0	0	0
12	14	14	0	6

Tabla 21. Usos identificados en EPM4

CONTEXTOS

Los contextos en que se codificaron las tareas, estuvieron ubicados en los polígonos convexos en la totalidad.

Polígonos convexos/ PC	Polígonos no convexos/ PNC	Otros (formas de lados curvos)/ O
14	0	0

Tabla 22. Contextos identificados en EPM4

PROCEDIMIENTOS

Los procedimientos asociados a las taras codificadas en este grado escolar hacen referencia principalmente a teoremas, axiomas, propiedades de las figuras geométricas, las isometrías en el plano y, aparecen también, procedimientos asociados a la composición y descomposición de figuras.

Composición y descomposición / CD	Isometrías en el plano/ I	Teoremas, axiomas, propiedades de las figuras/ TAP
10	5	11

Tabla 23. Procedimientos identificados en EPM4

4.1.5 Libro de Matemáticas de quinto año (EPM5)

Del del libro de quinto grado (EPM5), se codificaron 19 tareas asociadas a la conservación del área en transformaciones geométricas. Este grupo de tareas codificadas, aparecen en su totalidad asociadas a la conservación como uso del área. El 47.368% (4 tareas) de las tareas se ubicaron en el bloque tres en el cual, se espera que el estudiante reconozca relaciones entre las reglas de funcionamiento del sistema de numeración decimal oral y de otros sistemas. Resuelve problemas de comparación y orden entre números decimales, ubique fracciones propias e impropias en la recta numérica a partir de distintas informaciones, resuelva problemas que implican sumar o restar fracciones (con denominadores diferentes) y decimales, identifique y trace alturas de triángulos, resuelva problemas que implican el uso de la fórmula para calcular el área de paralelogramos, triángulos y trapecios, usando el metro cuadrado y sus múltiplos o submúltiplos y las medidas agrarias, resuelva problemas usando el porcentaje como constante de proporcionalidad y determine el espacio muestral de un experimento aleatorio (SEP, 2012).

El resto de las tareas se identificaron a lo largo de todo el libro de texto, codificando 5 tareas en el bloque uno (26.3158%), dos tareas (10.5263%) para cada uno de los bloques 4 y 5 y finalmente una tarea (5.2631%) en el bloque dos. Enseguida se muestran algunos ejemplos de tareas codificadas:

Figura 44. Ejemplo de tarea identificada en EPM5

"Calcula el área de los triángulos 1 y 2 que se forman dentro del siguiente rectángulo. ¿Cuál triángulo tiene mayor área?" (SEP, 2012, p. 100)

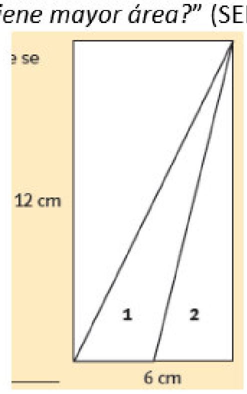


Figura 45. Ejemplo de tarea identificada en EPM5

"*En tu cuaderno o en una hoja cuadriculada traza todas las figuras que se pueden formar con 5 cuadrados. Puedes unir los cuadrados por sus lados pero no por sus vértices, como se muestra en la figura. Después colorea cada figura y remarca con otro color su perímetro*" (SEP, 2012, p. 25)

Figura 46. Ejemplo de tarea identificada en EPM5

USOS

De las tareas que fueron codificadas, el 100% de ellas hacen uso de la comparación y la conservación como uso del área mientras que el 78.9474% de ellas involucran a la medición y un 31.579% utiliza el área para ser representar regiones de áreas planas.

Medir/ MED	Comparar/ COM	Conservar/ CON	Estimar o aproximar/ EOA	Representar regiones de áreas planas/ RR
0	0	0	0	0
15	19	19	0	6

Tabla 24. Usos del área identificados en EPM5

CONTEXTOS

Los contextos en que se codificaron las tareas, estuvieron ubicados en los polígonos convexos, polígonos no convexos y formas de lados curvos.

Polígonos convexos/ PC	Polígonos no convexos/ PNC	Otros (formas de lados curvos)/ O
19	1	1

Tabla 25. Contextos en que se presenta el área en EPM5

PROCEDIMIENTOS

Los procedimientos asociados a las taras codificadas en este grado escolar hacen referencia principalmente a teoremas, axiomas, propiedades de las figuras geométricas (94.737%), las isometrías en el plano (26.3158%) y aparecen también procedimientos asociados a la composición y descomposición de figuras (78.9474%).

Composición y descomposición / CD	Isometrías en el plano/ I	Teoremas, axiomas, propiedades de las figuras/ TAP
15	5	18

Tabla 26. Procedimientos identificados en EPM5

4.1.6 Libro de Matemáticas de sexto año (EPM6)

En el libro de sexto grado (EPM6), se codificaron 7 tareas de las cuales, cuatro (57.143%) están asociadas con transformaciones geométricas y 3 de ellas a transformaciones analíticas (42.857%); el 57.143% de las tareas codificadas se ubicaron en el bloque tres el cual pretende que el estudiante determine por estimación, el orden de la magnitud de un cociente, calcule porcentajes y los identifique en distintas expresiones, analice los cambios de escala y sus efectos en la interpretación de gráficos, utilice el primer cuadrante del plano cartesiano como sistema de referencia para ubicar puntos y resuelva problemas que implican conversiones del sistema internacional del sistema inglés de medidas (SEP, 2013); ejemplos de estas tareas codificadas se muestra a continuación:

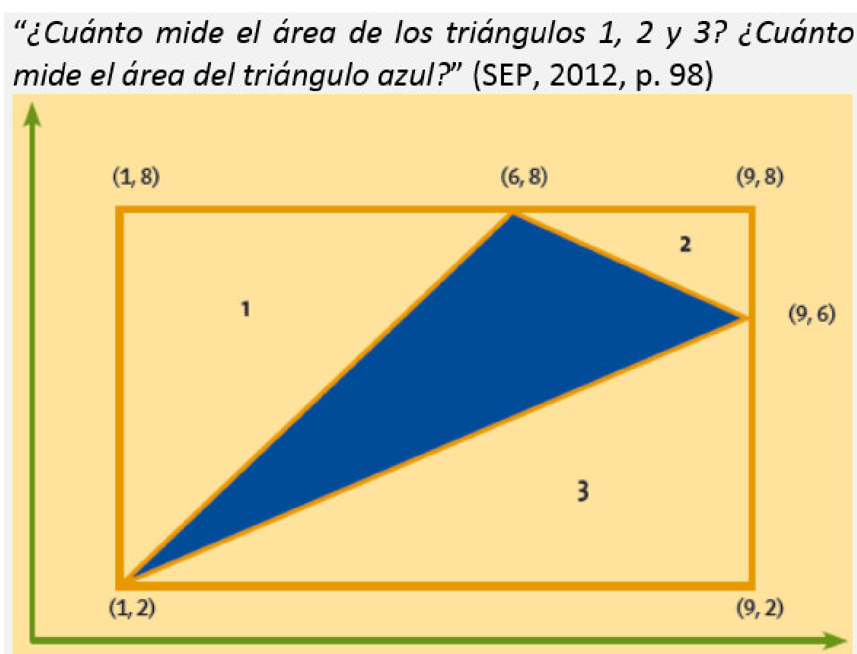


Figura 47. Ejemplo de tarea identificada en el libro de sexto grado de educación primaria (EPM6)

"*En tu cuaderno reproduce la gráfica que se presenta a continuación. Dibuja tres veces más grande la escala del eje horizontal. Observa qué le sucede a tu gráfica y coméntalo con tus compañeros. Determinen con su maestro la manera como se modifica la gráfica al cambiar la escala, y qué se debe tomar en consideración al analizar la información para que sea interpretada de manera adecuada.*" (SEP, 2012, p. 115).

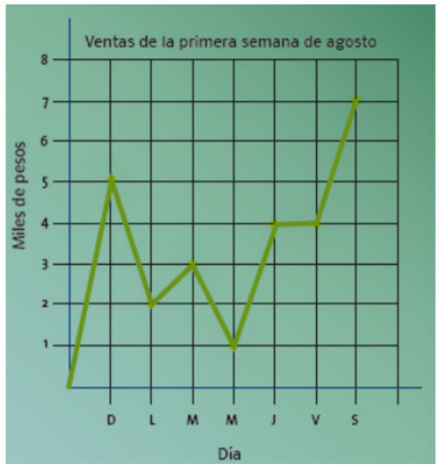


Figura 48. Ejemplo de tarea identificada en el libro de sexto grado de educación primaria (EPM6)

USOS

De las tareas que fueron codificadas, respecto a las transformaciones geométricas, el 100% de ellas hacen uso de la comparación, la medición y la conservación como usos del área; dentro de la categoría de transformaciones analíticas, el 100% involucran al área para ser conservada y comparada mientras que el 14.258% de ellas hacen uso de la medición y un 28.571% utilizan el área para representar regiones de áreas planas.

	Medir/ MED	Comparar/ COM	Conservar/ CON	Estimar o aproximar/ EOA	Representar regiones de áreas planas/ RR
Transformación analítica/ TA	1	3	3	0	2
Transformación geométrica/ TG	4	4	4	0	0

Tabla 27. Usos identificados en EPM6

CONTEXTOS

Haciendo referencia a las transformaciones analíticas, el total de tareas codificadas se plantean en un contexto de funciones polinómicas y refiriéndonos a las trasformaciones geométricas, estas están centradas en los polígonos convexos.

	Polígonos convexos/ PC	Polígonos no convexos/ PNC	Otros (formas de lados curvos)/ O	Funciones polinómicas/ FP	Otros/ O
Transformación geométrica/ TG	4	0	0	0	0
Transformación analítica/ TA	0	0	0	3	0

Tabla 28. Contextos identificados en EPM6

PROCEDIMIENTOS

Los procedimientos asociados a las taras codificadas en este grado escolar hacen referencia principalmente a teoremas, axiomas, propiedades de las figuras geométricas y la composición y descomposición de figuras para las transformaciones geométricas.

En razón de las transformaciones analíticas, el total de las tareas identificadas hacen referencia a procedimientos como fórmulas básicas para el cálculo de áreas, entre otras.

	Composición y descomposición / CD	Isometrías en el plano/ I	Teoremas, axiomas, propiedades de las figuras/ TAP	Procesos de aproximación/ PA	Sumas de Riemann/ SR	Integral definida/ ID	Fórmulas básicas para el cálculo de áreas, entre otras/ FBCA
Transformación geométrica/ TG	4	0	4	0	0	0	0
Transformación analítica/ TA	0	0	0	0	0	0	3

Tabla 29. Procedimientos identificados en EPM6

4.2 EDUCACIÓN SECUNDARIA

El número de tareas codificadas para este nivel escolar fue de 186 en un total de 6 libros de texto divididos en dos series o grupos (S-1 y S-2). En las siguientes secciones se exponen los resultados obtenidos para este nivel escolar y presentamos algunos extractos de las tareas codificadas. Para una revisión más amplia, consúltese los anexos.

4.2.1 Libro de Matemáticas uno (ESM1-S1)

En el libro correspondiente al primer curso de matemáticas en nivel secundaria (ESM1-S1), se codificaron 15 tareas asociadas a la conservación del área en transformaciones geométricas. Este grupo de tareas codificadas, aparecen en su totalidad asociadas a la conservación como usos del área; el 66.667% (10 tareas) de las tareas codificadas se ubicaron en el bloque dos en el cual se espera que el estudiante resuelva problemas haciendo uso del máximo común divisor, el mínimo común múltiplo y resuelva problemas geométricos que implican el uso de las propiedades de las alturas, medianas, mediatrices y bisectrices en triángulos y cuadriláteros (Arriaga y Benítez, 2012).

"Observa con atención la secuencia de las siguientes figuras. Describe la secuencia de las figuras anteriores. ¿Cómo es la altura con respecto al lado adyacente de la base? Justifica tu respuesta ¿Cómo se calcula el perímetro de este tipo de figuras? Por lo tanto, su fórmula es:___. Y para calcular el área, ¿Qué forma es la más practica? ¿La fórmula que se utiliza para calcular el área de un romboide es la misma que para la del rectángulo?" (Arriaga y Benítez, 2012, p. 102).

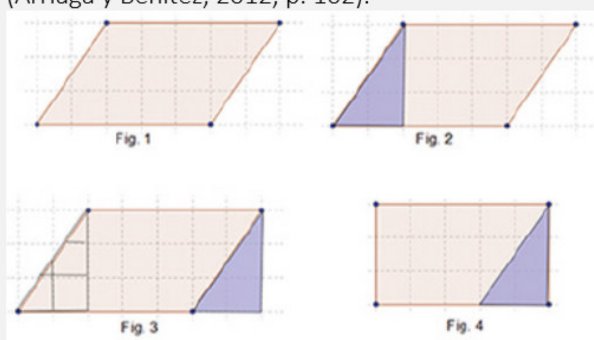


Figura 49. Ejemplo de tarea identificada en ESM1-S1

El 26.667% (4 tareas) de las tareas que se identificaron para ser codificadas, fueron encontradas en el bloque uno del libro de texto, el cual involucra la conversión de números fraccionarios a decimales y viceversa. Conocer las convenciones para representar este tipo de números en la recta y aprender a representar sucesiones de números o de figuras a partir de una regla clara dada y viceversa (Arriaga y Benítez, 2012).

“El papá de Juan compró un terreno de forma irregular. Sin embargo, quiere conocer el área. ¿Cuál es la medida del área del terreno expresada en metros cuadrados? Explica el procedimiento que utilizaste ¿Cómo puedes representar el área de la figura si nada más consideras las literales como datos? Justifica tu respuesta ¿Cómo puedes comprobar que tu expresión es la correcta? Comprar tus resultados con tus compañeros y con la ayuda de tu profesor concluye sobre: ¿Cuál es la forma más adecuada para calcular el área de una superficie irregular? Y ¿Cuál es la forma correcta de expresar esta cantidad utilizando sólo literales?” (Arriaga y Benítez, 2012, p. 43).

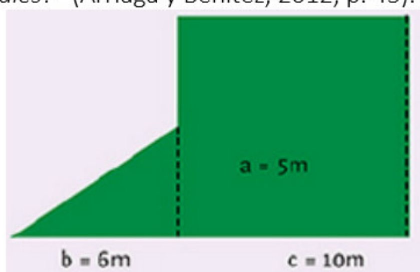


Figura 50. Ejemplo de tarea asociada a la conservación del área en ESM1-S1

El resto de las tareas codificadas (6.666%) se ubicaron en el bloque tres que de acuerdo con el libro de texto, los aprendizajes esperados son que el estudiante trabaje con problemas que implican la multiplicación o división con fracciones y números decimales, resuelva problemas que implican el uso de ecuaciones de las formas $x+a=b$; $ax=b$ y $ac+b=c$, donde *a, b* y *c* son números naturales o decimales (Arriaga y Benítez, 2012).

"Supongamos que la primera figura es la imagen del perfil de una caja. Al hacer presión sobre ella se obtiene la segunda figura. ¿Cuánto mide cada lado de la primera? ¿Y la de la segunda? ¿Qué nombre recibe la primera figura? ¿Qué nombre recibe la segunda figura? ¿Qué diferencias y qué coincidencias hay entre las dos figuras?" (Arriaga y Benítez, 2012, p. 150)

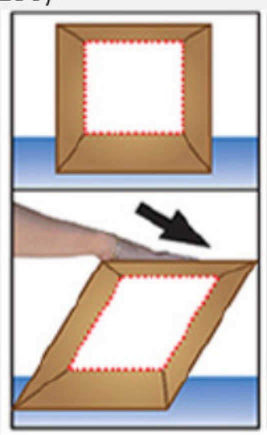


Figura 51. Ejemplo de tarea asociada a la conservación del área en ESM1-S1

USOS

De las tareas que fueron codificadas, el 100% de ellas hacen uso de la conservación como uso del área mientras que el 93.333% de ellas utilizan a la medición y la comparación como uso del área y un 40% utilizan el área para ser representar regiones de áreas planas.

Medir/ MED	Comparar/ COM	Conservar/ CON	Estimar o aproximar/ EOA	Representar regiones de áreas planas/ RR
0	0	0	0	0
14	14	15	0	6

Tabla 30. Usos identificados en ESM1-S1

CONTEXTOS

Los contextos en que se codificaron las tareas, estuvieron ubicados en los polígonos convexos en la totalidad (100%), involucrando también a los polígonos no convexos (1 tarea codificada) y polígonos de lados curvos (1 tarea).

Polígonos convexos/ PC	Polígonos no convexos/ PNC	Otros (formas de lados curvos)/ O
15	1	1

Tabla 31. Contextos identificados en ESM1-S1

PROCEDIMIENTOS

Los procedimientos asociados a las tareas codificadas en este grado escolar hacen referencia principalmente a la composición y descomposición de figuras (93.333%) y a procedimientos asociados con teoremas, axiomas y propiedades de las figuras geométricas (73.333%).

Composición y descomposición / CD	Isometrías en el plano/ I	Teoremas, axiomas, propiedades de las figuras/ TAP
14	0	11

Tabla 32. Procedimientos identificados en ESM1-S1

4.2.2 Libro de Matemáticas dos (ESM2-S1)

Respecto al libro correspondiente al segundo curso de matemáticas en nivel secundaria (ESM2-S1), se codificaron 55 tareas asociadas a las transformaciones geométricas; este grupo de tareas codificadas, aparecen en su totalidad ligadas a la conservación como uso del área; el 27.2727% de las tareas se ubicaron en el bloque cuatro y cinco con 15 tareas cada uno. El bloque cuatro hace referencia como aprendizaje esperado la resolución de problemas que hacen uso de las leyes de los exponentes y la notación científica, resolución de problemas geométricos haciendo uso de las alturas, medianas, mediatrices, y bisectrices de los triángulos, interpretación de información ofrecida por dos o más gráficas de línea que representan o modelan algún fenómeno o situación, la resolución de problemas de probabilidad y relacionen adecuadamente el desarrollo de un fenómeno con su representación gráfica formada por segmentos de recta. En el bloque cinco se espera que el estudiante resuelva problemas que implican la resolución de sistemas de ecuaciones lineales con dos incógnitas, determinen traslaciones, rotaciones o simetrías aplicadas a una figura para obtener una figura transformada; identifiquen y ejecuten simetrías axiales y centrales y caractericen sus efectos sobre las figuras y resuelvan problemas relacionados a la probabilidad de un evento (Castrejón et al., 2011). Ejemplos de las tareas codificadas en estos dos bloques se muestran a continuación:

"Si el triángulo Q se refleja con respecto a la recta N, se obtiene:

a) Una reflexión central de P

b) Una rotación de 90° de P

c) Una simetría axial de P

d) Una rotación de 360° de P"

(Castrejón et al., 2011, p. 305).

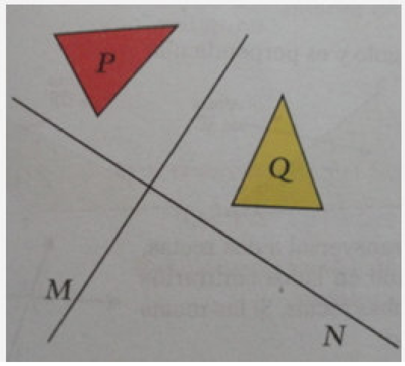


Figura 52. Ejemplo de tarea identificada en ESM2-S1

"Efectúa una rotación de 120° del siguiente triángulo con respecto a O. Compara tu resultado con el de tus compañeros y compañeras y después contesta las peguntas. De acuerdo con sus lados, ¿de qué tipo de triángulo se trata? Menciona otros dos ángulos de giro con los que podrás haber obtenido un resultado similar" (Castrejón et al., 2011, p. 286).

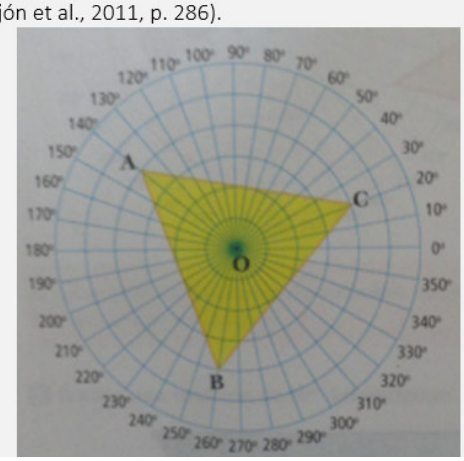


Figura 53. Ejemplo de una tarea identificada en ESM2-S1

El 23.64% (13 tareas) de las tareas que se identificaron para ser codificadas, fueron encontradas en el bloque uno del libro de texto, el cual involucra la resolución de problemas con el uso de sumas, restas, multiplicaciones y divisiones de números con signo; justifiquen la suma de ángulos internos de cualquier triángulo o cuadrilátero; resuelvan problemas de conteo mediante cálculo numéricos; resolución de valor faltante haciendo uso de más de dos cantidades e interpreten y construyan polígonos de frecuencia (Castrejón et al., 2011). El resto de las tareas codificadas (21.82%) se ubicaron en los bloques dos (7 siete tareas) y tres (5 tareas) del libro de texto.

"Determina con los bloques del problema anterior el perímetro y área de estas figuras" (Castrejón et al., 2011, p. 31).

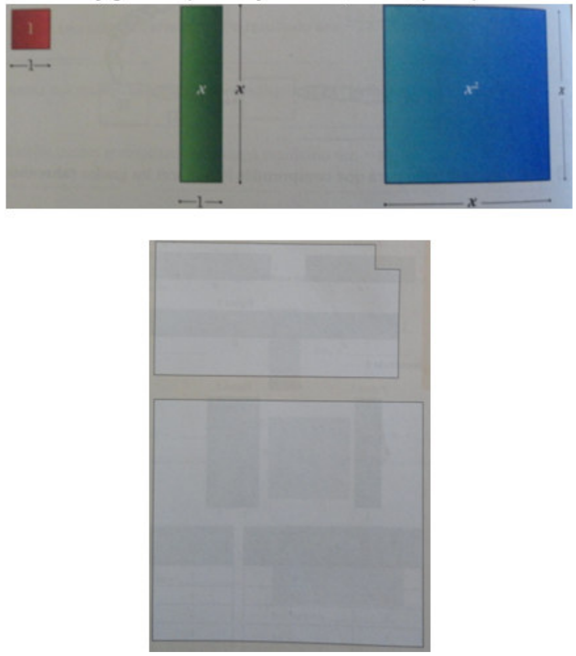


Figura 54. Ejemplo de tarea asociada a la conservación del área en ESM2-S1

USOS

De las tareas que fueron codificadas, el 100% de ellas hacen uso de la conservación como uso del área mientras que el 89.1% de ellas hacen uso de la comparación como uso del área y un 74.545% utilizan el área para ser medida y, finalmente un 61.9% usan el área para representar regiones de áreas planas.

Medir/ MED	Comparar/ COM	Conservar/ CON	Estimar o aproximar/ EOA	Representar regiones de áreas planas/ RR
0	0	0	0	0
41	49	55	0	34

Tabla 33. Usos identificados en ESM2-S1

CONTEXTOS

Los contextos en que se codificaron las tareas, estuvieron ubicados en los polígonos convexos casi en su totalidad (96.4%), involucrando también a los polígonos no convexos (3 tareas codificada) y polígonos de lados curvos (6 tareas).

Polígonos convexos/ PC	Polígonos no convexos/ PNC	Otros (formas de lados curvos)/ O
53	3	6

Tabla 34. Contextos identificados en ESM2-S1

PROCEDIMIENTOS

Los procedimientos asociados a las tareas codificadas en este grado escolar hacen referencia principalmente a teoremas, axiomas, propiedades de las figuras geométricas; la composición y descomposición de figuras (49.1%) y a las isometrías en el plano (38.2%).

Composición y descomposición / CD	Isometrías en el plano/ I	Teoremas, axiomas, propiedades de las figuras/ TAP
27	21	38

Tabla 35. Procedimientos identificados en ESM2-S1

4.2.3 Libro de Matemáticas tres (ESM3-S1)

Respecto al libro correspondiente al tercer curso de matemáticas en nivel secundaria (ESM3-S1), se codificaron 28 tareas asociadas a las transformaciones geométricas; este grupo de tareas codificadas, aparecen en su totalidad ligadas a la conservación como uso del área; el 67.86% (19 tareas) de las tareas codificadas se ubicaron en el bloque uno, el cual, hace referencia como aprendizaje esperado a que el estudiante transforme expresiones algebraicas en otras equivalentes, aplique los criterios de congruencia de triángulos para justificar propiedades de figuras geométricas, resuelva problemas que implican la relación de ángulos inscritos y centrales de una circunferencia y se resuelva problemas que implican la determinación de una razón de cambio expresándola algebraicamente y representándola algebraicamente (Castrejón et al., 2011). Ejemplos de las tareas codificadas en este bloque se muestran a continuación:

"Observa que quitando la zona de la bodega, la región cultivable puede transformarse en un rectángulo.
d) anota, en términos de ***x*** *y* ***y****, la base del rectángulo construido:*
e) Escribe, en términos de ***x*** *y* ***y****, la altura del rectángulo construido:*
f) Expresa el área de la zona cultivable como el producto de la base y la altura del rectángulo construido" (Castrejón et al., 2011, p. 28).

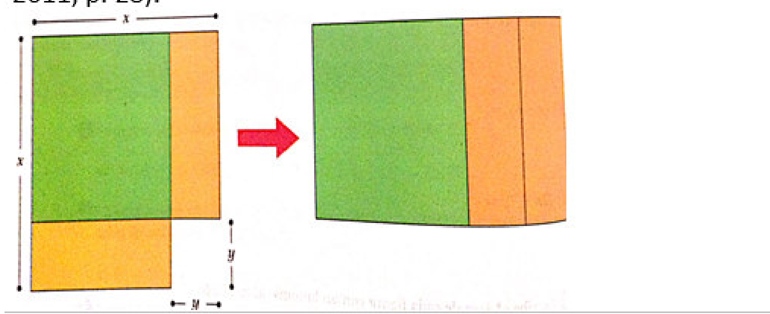


Figura 55. Ejemplo de tarea asociada a la conservación del área identificada en ESM3-S1

"Observa la figura, consulta los criterios de congruencia enunciados en la página 41 y contesta. El triángulo ABC es isósceles, ya que el segmento AC es congruente con el segmento CB. El segmento CM está sobre la bisectriz del ángulo C. ¿Por qué son congruentes los triángulos ACM y CMB? ¿Los ángulos A y B son congruentes entre sí? ¿Por qué? ¿Por qué se puede asegurar que el ángulo A mide menos de 90°? " (Castrejón et al., 2011, p. 47).

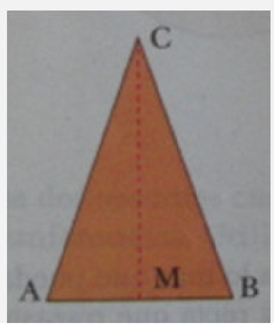


Figura 56. Ejemplo de tarea asociada a la conservación del área identificada en ESM3-S1

El 25% (7 tareas) de las tareas que se identificaron para ser codificadas, fueron encontradas en el bloque cuatro del libro de texto, el cual pretende que el estudiante represente algebraicamente el término general, lineal o cuadrático, de una sucesión numérica o con figuras; resuelva problemas con el uso del teorema de Pitágoras y, razones trigonométricas además de que resuelva problemas usando procedimientos recursivos como por ejemplo el crecimiento poblacional o el interés sobre saldos absolutos (Castrejón et al., 2011). El resto de las tareas codificadas (3.57%) se ubicaron en los bloques dos (1 tarea) y tres (1 tarea) del libro de texto.

"Observa que Yarima hizo dos cuadrados con la misma área, pero si quitamos en ambos los cuatro triángulos, las áreas siguen siendo iguales. Entonces la suma de las áreas de los cuadrados A y B es igual al área de C. Expresa lo anterior en términos de los lados a, b y c del triángulo rectángulo anaranjado" (Castrejón et al., 2011, p. 197).

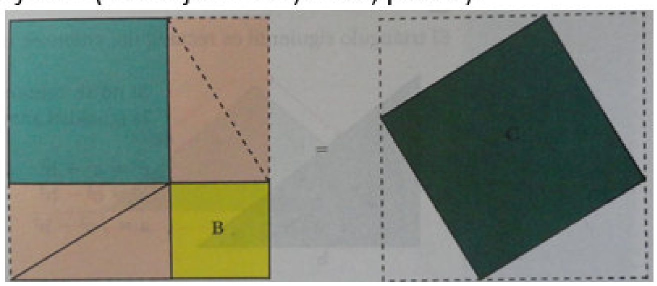


Figura 57. Ejemplo de tarea asociada a la conservación del área identificada en ESM3-S1

USOS

De las tareas que fueron codificadas, el 100% de ellas utilizan a la conservación como uso del área mientras que el 96.43% de ellas utilizan a la comparación como uso del área; un 71.423% utilizan el área para ser medida y finalmente un 7.143% usan el área para representar regiones de áreas planas.

Medir/ MED	Comparar/ COM	Conservar/ CON	Estimar o aproximar/ EOA	Representar regiones de áreas planas/ RR
0	0	0	0	0
20	27	28	0	2

Tabla 36. Usos del área identificados en ESM3-S1

CONTEXTOS

Los contextos en que se codificaron las tareas, estuvieron ubicados en los polígonos convexos casi en su totalidad (96.43%), involucrando también a los polígonos no convexos (1 tarea codificada) y formas de lados curvos (1 tarea).

Polígonos convexos/ PC	Polígonos no convexos/ PNC	Otros (formas de lados curvos)/ O
27	1	1
0	0	0

Tabla 37. Contextos identificados en ESM3-S1

PROCEDIMIENTOS

Los procedimientos asociados a las tareas codificadas en este grado escolar hacen referencia principalmente a teoremas, axiomas, propiedades de las figuras geométricas (96.43%) y a la composición y descomposición de figuras (64.286%).

Composición y descomposición / CD	Isometrías en el plano/ I	Teoremas, axiomas, propiedades de las figuras/ TAP
18	0	27

Tabla 38. Procedimientos identificados en ESM3-S1

4.2.4 Libro de Matemáticas uno (ESM1-S2)

Respecto al libro correspondiente al primer curso de matemáticas en nivel secundaria (ESM1-S2), se codificaron 26 tareas asociadas a las transformaciones geométricas; este grupo de tareas aparecieron en su totalidad ligadas a la conservación como uso del área; el 42.308% (11 tareas) de las tareas codificadas se ubicaron en el bloque uno el cual, hace referencia como aprendizaje esperado a que el estudiante convierta números fraccionarios a decimales y viceversa, conozca y haga uso de las convenciones para representar números fraccionarios y decimales en la recta numérica y represente sucesiones de números o de figuras a partir de una regla dada y viceversa (Castrejón et al., 2011). Un ejemplo de estas tareas codificadas se muestra a continuación:

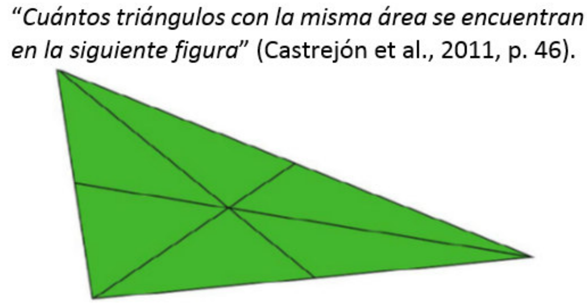


Figura 58. Ejemplo de tarea asociada a la conservación del área identificada en ESM1-S2.

Por otro lado, el 30.77% (8 tareas) de las tareas codificadas se ubicaron en el bloque dos, el cual, hace referencia como aprendizaje esperado a que el estudiante resuelva problemas haciendo uso del máximo común divisor y el mínimo común múltiplo y que resuelva problemas geométricos que impliquen el uso de propiedades de las alturas, medianas, mediatrices y bisectrices en triángulos y cuadriláteros (Castrejón et al., 2011).

Figura 59. Ejemplo de tarea asociada a la conservación del área identificada en ESM1-S2

El 15.385% (4 tareas) de las tareas que se identificaron para ser codificadas, fueron encontradas en el bloque cinco del libro de texto, el cual pretende que el estudiante resuelva problemas aditivos que hacen uso de números enteros, fraccionarios o decimales positivos y negativos; resuelva problemas que implican calcular la raíz cuadrada y potencias de números naturales y decimales y la resolución de problemas de proporcionalidad directa del tipo "valor faltante", en los que la razón interna o externa es un número fraccionario (Castrejón et al., 2011). El resto de las tareas codificadas (11.539%) se ubicaron en los bloques tres (3 tareas) del libro de texto.

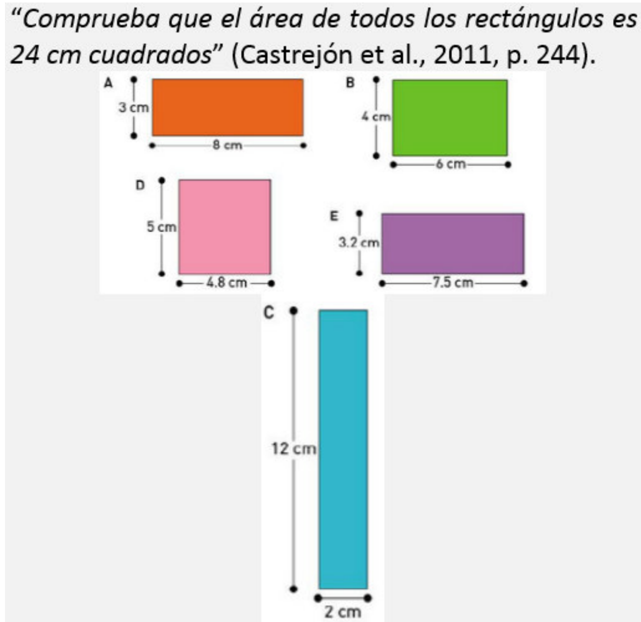


Figura 60. Ejemplo de tarea asociada a la conservación del área identificada en ESM1-S2

USOS

De las tareas que fueron codificadas, el 100% de ellas hacen uso de la conservación como usos del área mientras que el 84.615% de ellas hacen uso de la comparación como uso del área, un 88.461% utilizan el área para ser medida y finalmente un 3.85% usan el área para representar regiones de áreas planas.

Medir/ MED	Comparar/ COM	Conservar/ CON	Estimar o aproximar/ EOA	Representar regiones de áreas planas/ RR
0	0	0	0	0
23	22	26	0	1

Tabla 39. Usos identificados en ESM1-S2

CONTEXTOS

Los contextos en que se codificaron las tareas, estuvieron ubicados en los polígonos convexos en su mayoría (88.461%), involucrando también a los polígonos no convexos (15.385%).

Polígonos convexos/ PC	Polígonos no convexos/ PNC	Otros (formas de lados curvos)/ O
23	4	0

Tabla 40. Contextos identificados en ESM1-S2

PROCEDIMIENTOS

Los procedimientos asociados a las tareas codificadas en este grado escolar hacen referencia principalmente a teoremas, axiomas, propiedades de las figuras geométricas (80.77%); la composición y descomposición de figuras un 38.46% y finalmente un 26.923% del total de las tareas codificadas hacen referencia a procedimientos relacionados con isometrías en el plano.

Composición y descomposición / CD	Isometrías en el plano/ I	Teoremas, axiomas, propiedades de las figuras/ TAP
10	7	21

Tabla 41. Procedimientos identificados en ESM1-S2

4.2.5 Libro de Matemáticas dos (ESM2-S2)

Respecto al libro correspondiente al segundo curso de matemáticas en nivel secundaria de la segunda serie o segundo grupo (ESM2-S2), se codificaron 26 tareas de las cuales, 25 están asociadas a las transformaciones geométricas y una a transformaciones analíticas. El total de tareas codificadas, aparecen ligadas a la conservación como uso del área; el 34.61% (9 tareas) de las tareas codificadas se ubicaron en el bloque dos, el cual, hace referencia como aprendizaje esperado: que el estudiante resuelva problemas aditivos con monomios y polinomios y, problemas en los que sea necesario calcular cualquiera de las variables de las fórmulas para obtener el volumen de cubos, prismas y pirámides rectos así como establecer relaciones de variación entre dichos términos (Arriaga et al., 2014). Un ejemplo de estas tareas codificadas se muestra a continuación:

“Comenten qué expresión algebraica representa la fórmula para calcular el área de los siguientes cuadriláteros y escríbanla en la línea correspondiente” (Arriaga et al., 2014, p. 79).

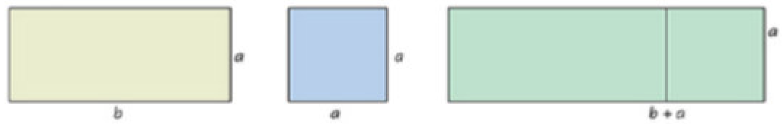


Figura 61. Ejemplo de tarea asociada a la conservación del área identificada en ESM2-S2

Por otro lado, el 30.77% (8 tareas) de las tareas codificadas se ubicaron en el bloque cinco, el cual, hace referencia como aprendizaje esperado a que el estudiante resuelva problemas que implican el uso de sistemas de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas, construya figuras geométricas respecto de un eje identificando las propiedades que se conservan de la figura original; resuelva problemas que implican determinar la medida de diversos elementos del círculo, como ángulos inscritos y centrales, arcos de una circunferencia, sectores y coronas circulares y explique la relación que existe entre la probabilidad frecuencial y la probabilidad teórica (Arriaga et al., 2014).

“Traza las figuras simétricas correspondientes a cada una de las figuras. ¿Qué tipo de simetría se observa en estas figuras?” (Arriaga et al., 2014, p. 210).

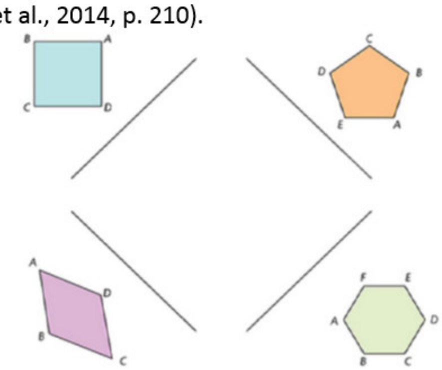


Figura 62. Ejemplo de tarea asociada a la conservación del área identificada en ESM2-S2

El 19.23% (5 tareas) de las tareas que se identificaron para ser codificadas, fueron encontradas en el primer bloque del libro de texto, el cual pretende que el estudiante resuelva problemas usando las leyes de los exponentes y de la notación científica, resuelva problemas que implican calcular el área y el perímetro del círculo, resolver problemas que implican el cálculo de porcentajes y comparar cualitativamente la probabilidad de eventos simples (Arriaga et al., 2014). El resto de las tareas codificadas se ubicaron en los bloques tres (11.54%) y en el bloque cuatro (3.85%) del libro de texto.

"Los siguientes barquitos están colocados en diferentes posiciones. Reprodúzcanlos en la cuadrícula de la derecha, para que la imagen completa muestre una simetría de reflexión. ¿Cuántos ejes de simetría identifican?" (Arriaga et al., 2014, p. 207).

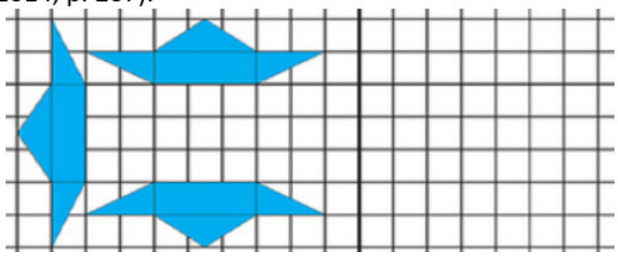


Figura 63. Ejemplo de tarea asociada a la conservación del área identificada en ESM2-S2

USOS

De las tareas que fueron codificadas, el 100% de ellas hacen uso de la conservación como uso del área. Dentro de las transformaciones geométricas, el 76.92% de ellas hacen uso de la comparación, un 65.38% utilizan el área para ser medida y finalmente un 34.61% usan el área para representar regiones de áreas planas.

Respecto a las transformaciones analíticas, el 3.85% de ellas hacen uso de la comparación como uso del área y un 3.85% utilizan el área para ser medida.

	Medir/ MED	Comparar/ COM	Conservar/ CON	Estimar o aproximar/ EOA	Representar regiones de áreas planas/ RR
Transformación analítica/ TA	1	1	1	0	0
Transformación geométrica/ TG	17	20	25	0	9

Tabla 42. Usos identificados en ESM2-S2

CONTEXTOS

Los contextos en que se codificaron las tareas, estuvieron ubicados en los polígonos convexos en su mayoría (88.461%), involucrando también a los polígonos no convexos (11.53%) y a las formas de lados curvos (15.38%) dentro de las transformaciones geométricas; con respecto a las transformaciones analíticas, el 3.85% de las tareas codificadas se plantearon en el contexto de las funciones polinómicas.

	Polígonos convexos/ PC	Polígonos no convexos/ PNC	Otros (formas de lados curvos)/ O	Funciones polinómicas/ FP	Otros/ O
Transformación analítica/ TA	0	0	0	1	0
Transformación geométrica/ TG	23	3	4	0	0

Tabla 43. Contextos identificados en ESM2-S2

PROCEDIMIENTOS

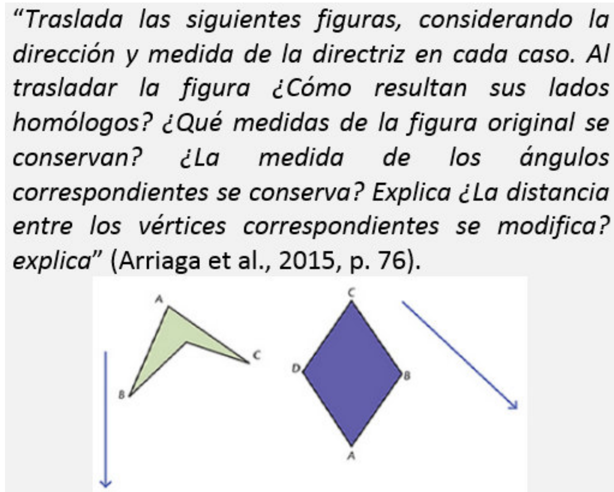
Los procedimientos asociados a las tareas codificadas en este grado escolar hacen referencia a teoremas, axiomas, propiedades de las figuras geométricas (73.07%), a la composición y descomposición de figuras (69.23%) y finalmente un 23.07% del total de las tareas codificadas hacen referencia a procedimientos relacionados con isometrías en el plano, esto con respecto a las transformaciones geométricas. Dentro de las tareas codificadas en transformaciones analíticas, se sitúan en procedimientos relacionados con fórmulas básicas para el cálculo de áreas, entre otras (3.85%).

	Composición y descomposición / CD	Isometrías en el plano/ I	Teoremas, axiomas, propiedades de las figuras/ TAP	Procesos de aproximación/ PA	Sumas de Riemann/ SR	Integral definida/ ID	Fórmulas básicas para el cálculo de áreas, entre otras/ FBCA
Transformación geométrica/ TG	18	6	19	0	0	0	0
Transformación analítica/ TA	0	0	0	0	0	0	1

Tabla 44. Procedimientos identificados en ESM2-S2

4.2.6 Libro de Matemáticas tres (ESM3-S2)

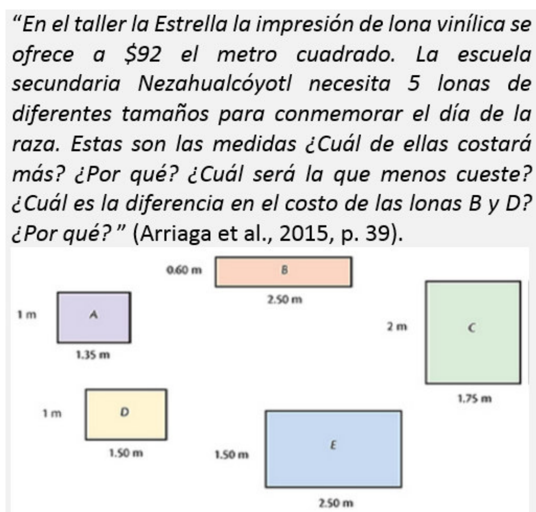
Respecto al libro correspondiente al tercer curso de matemáticas en nivel secundaria de la segunda serie o segundo grupo (ESM3-S2), se codificaron 36 tareas asociadas a las transformaciones geométricas; el total de tareas codificadas, aparecen ligadas a la conservación como usos del área; el 63.88% (23 tareas) de las tareas codificadas se ubicaron en el bloque dos, el cual, hace referencia como aprendizaje esperado, que el estudiante explique qué tipo de transformación (reflexión, rotación o traslación) se aplicó a una figura para obtener otra transformada e identificar las propiedades que se conservan y resolver problemas que implican el uso del teorema de Pitágoras (Arriaga et al., 2015). Un ejemplo de estas tareas codificadas se muestra a continuación:



"Traslada las siguientes figuras, considerando la dirección y medida de la directriz en cada caso. Al trasladar la figura ¿Cómo resultan sus lados homólogos? ¿Qué medidas de la figura original se conservan? ¿La medida de los ángulos correspondientes se conserva? Explica ¿La distancia entre los vértices correspondientes se modifica? explica" (Arriaga et al., 2015, p. 76).

Figura 64. Ejemplo de tarea asociada a la conservación del área identificada en ESM3-S2

Por otro lado, el 19.45% (7 tareas) de las tareas codificadas se ubicaron en el bloque uno, el cual, hace referencia como aprendizaje esperado a que el estudiante explique la diferencia entre eventos complementarios, mutuamente excluyentes e independientes (Arriaga et al., 2014).



"En el taller la Estrella la impresión de lona vinílica se ofrece a $92 el metro cuadrado. La escuela secundaria Nezahualcóyotl necesita 5 lonas de diferentes tamaños para conmemorar el día de la raza. Estas son las medidas ¿Cuál de ellas costará más? ¿Por qué? ¿Cuál será la que menos cueste? ¿Cuál es la diferencia en el costo de las lonas B y D? ¿Por qué?" (Arriaga et al., 2015, p. 39).

Figura 65. Ejemplo de tarea asociada a la conservación del área identificada en ESM3-S2

El 13.89% (5 tareas) de las tareas que se identificaron para ser codificadas, fueron encontradas en el tercer bloque del libro de texto, el cual pretende que el estudiante resuelva problemas que implican el uso de ecuaciones de segundo grado y resuelva problemas de congruencia y semejanza que implican el uso de propiedades en triángulos o bien en figuras en general (Arriaga et al., 2014). El resto de las tareas codificadas se ubicaron en el bloque cinco (2.78%) del libro de texto.

“Observa la siguiente figura. En el centro hay un triángulo y alrededor hay otros señalados con números romanos. Determina si dichos triángulos son congruentes, semejantes, o ninguna de las opciones anteriores” (Arriaga et al., 2015, p. 128).

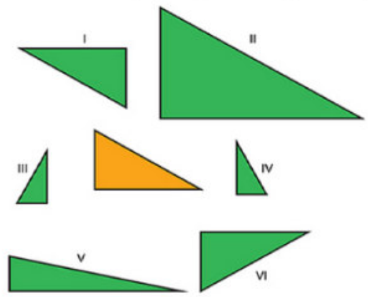


Figura 66. Ejemplo de tarea asociada a la conservación del área identificada en ESM3-S2

USOS

De las tareas que fueron codificadas, el 100% de ellas utilizan a la conservación como uso del área. Dentro de las transformaciones geométricas, el 97.22% de ellas hacen uso del área para compararla; un 66.67% utilizan el área para ser medida y finalmente un 50% usan el área para representar regiones de áreas planas.

Medir/ MED	Comparar/ COM	Conservar/ CON	Estimar o aproximar/ EOA	Representar regiones de áreas planas/ RR
0	0	0	0	0
24	35	36	0	13

Tabla 45. Usos del área identificados en ESM3-S2

CONTEXTOS

Los contextos en que se codificaron las tareas, estuvieron ubicados en los polígonos convexos en su totalidad, involucrando también a los polígonos no convexos (15.38%) y a las formas de lados curvos (15.38%).

Polígonos convexos/ PC	Polígonos no convexos/ PNC	Otros (formas de lados curvos)/ O
0	0	0
36	4	4

Tabla 46. Contextos identificados en ESM3-S2

PROCEDIMIENTOS

Los procedimientos asociados a las tareas codificadas en este grado escolar hacen referencia a teoremas, axiomas, propiedades de las figuras geométricas (52.77%), a la composición y descomposición de figuras (36.11%) y finalmente un 55.55% del total de las tareas codificadas hacen referencia a procedimientos relacionados con isometrías en el plano.

Composición y descomposición / CD	Isometrías en el plano/ I	Teoremas, axiomas, propiedades de las figuras/ TAP
13	20	19

Tabla 47. Procedimientos identificados en ESM3-S2

4.3 EDUCACIÓN BACHILLERATO

El número de tareas codificadas para este nivel escolar fue de 36 en un total de 5 libros de texto correspondientes a los seis semestres que conforman el plan de estudios para el bachillerato en México de acuerdo con la DGB (2012). En las siguientes secciones se exponen los resultados para el nivel de educación bachillerato y presentamos algunos extractos de las tareas codificadas; para una revisión más amplia, consúltese el anexo correspondiente al nivel bachillerato.

4.3.1 Libro de Matemáticas uno (EBM1)

Respecto al libro correspondiente al primer curso de matemáticas en el nivel bachillerato (EBM1), se codificaron 15 tareas asociadas a las transformaciones geométricas; este grupo de tareas codificadas, aparecen en su totalidad ligadas a la conservación como uso del área; la distribución de las tareas codificadas aparece a lo largo de algunos capítulos que presenta el libro y que a continuación describimos:

Tareas codificadas en el libro correspondiente a primer semestre de bachillerato (Smith et al., 2001)			
CAPÍTULO	**DESCRIPCIÓN DEL CAPÍTULO**	**TAREAS CODIFICADAS**	**PORCENTAJE TOTAL**
1	Introducción al álgebra (sección desafíos)	1	6.67%
2	Número enteros y racionales (conexiones con la geometría)	1	6.67%
3	Ecuaciones (método de resolución de problemas: métodos)	1	6.67%
4	Desigualdades (resolución de problemas: métodos)	1	6.67%
5	Exponentes y polinomios (suma de polinomios, multiplicación de binomios: productos notables)	4	26.67%
6	Polinomios y factorización(resolución de problemas: uso de ecuaciones)	1	6.66%
7	Gráficas y ecuaciones lineales (resolución de problemas: métodos)	1	6.66%
11	Expresiones y ecuaciones radicales (el teorema de Pitágoras)	5	33.33%

Enseguida mostramos algunas de las tareas codificadas dentro del libro seleccionado para el primer semestre de bachillerato; para una revisión más profunda, revísese la sección de anexos.

"Un tetrominó está formado por cuatro cuadrados congruentes que comparten lados. ¿Cuántos tetrominós diferentes hay? ¿Cuál tetrominó tiene el menor perímetro? Si los cuadrados de un tetrominó se sustituyen por cuatro triángulos equiláteros, tenemos un tetradiamante ¿Cuántos tetradiamantes diferentes hay?" (Smith et al., 2001, p.66)

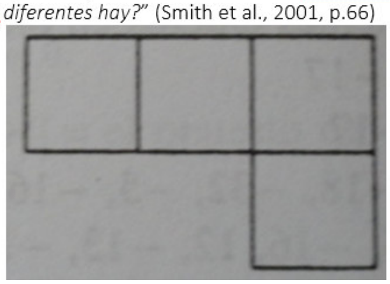


Figura 67. Ejemplo de tarea asociada a la conservación del área identificada en EBM1

"Expresar con un polinomio la suma de las áreas de los rectángulos. Encontrar la suma de las áreas cuando x=3. Encontrar la suma de las áreas cuando x=8" (Smith et al., 2001, p.244).

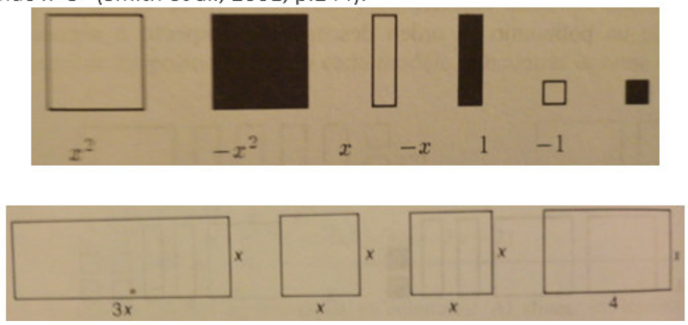


Figura 68. Ejemplo de tarea asociada a la conservación del área identificada en EBM1

USOS

De las tareas que fueron codificadas, el 100% de ellas hacen uso de la conservación como usos del área mientras que el 56.25% de ellas hacen uso de la comparación; un 50% utilizan el área para ser medida y finalmente un 31.25% usan el área para representar regiones de áreas planas.

Medir/ MED	Comparar/ COM	Conservar/ CON	Estimar o aproximar/ EOA	Representar regiones de áreas planas/ RR
8	9	15	0	5

Tabla 48. Usos del área identificados en EBM1

CONTEXTOS

Los contextos en que se codificaron las tareas, estuvieron ubicados en los polígonos convexos en su totalidad.

Polígonos convexos/ PC	Polígonos no convexos/ PNC	Otros (formas de lados curvos)/ O
15	0	0

Tabla 49. Contextos identificados en EBM1

PROCEDIMIENTOS

Los procedimientos asociados a las tareas codificadas en este grado escolar hacen referencia principalmente a teoremas, axiomas, propiedades de las figuras geométricas (75%), a la composición y descomposición de figuras

(43.75%) y finalmente un 12.5% del total de las tareas codificadas hacen referencia a procedimientos relacionados con isometrías en el plano.

Composición y descomposición / CD	Isometrías en el plano/ I	Teoremas, axiomas, propiedades de las figuras/ TAP
7	2	12

Tabla 50. Procedimientos identificados en EBM1

4.3.2 Libro de Matemáticas dos (EBM2)

Respecto al libro correspondiente al segundo curso de matemáticas en nivel bachillerato (EBM2), se codificaron 17 tareas asociadas a las transformaciones geométricas; el total de tareas codificadas, aparecen ligadas a la conservación como uso del área; el 82.35% (14 tareas) de las tareas codificadas se ubicaron en el bloque cuatro, el cual, hace referencia al estudio del triángulo así como a clasificación de triángulos, rectas y puntos notables del triángulo, propiedades y teoremas del triángulo, congruencia, razones y proporciones, semejanza, teorema de Pitágoras y perímetro y área de un triángulo (Guzmán, 1999). Un ejemplo de estas tareas codificadas se muestra a continuación:

"En cada uno de los casos siguientes se pide señalar qué otros elementos, además de los marcados, se necesitan para poder aplicar los casos de congruencia de triángulos, para demostrar que $\triangle I \cong \triangle II$." (Guzmán, 1999, p. 53).

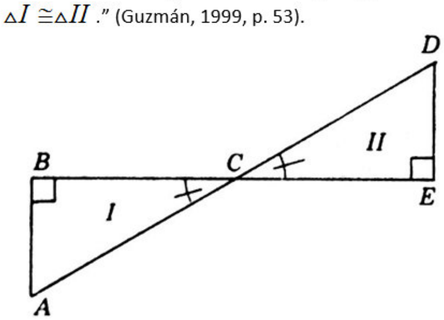


Figura 69. Ejemplo de tarea asociada a la conservación del área identificada en EBM2

El 17.64% (3 tareas) de las tareas que se identificaron para ser codificadas, fueron encontradas sobre el capítulo 5 dedicado al estudio de los polígonos (una tarea), capítulo ocho dedicado al cálculo de valores exactos de funciones trigonométricas de 30°, 45° y 60° y finalmente sobre el capítulo seis dedicado al estudio de la circunferencia y el círculo que incluye perímetro y área de un polígono regular.

"Demostrar que $\triangle ABC \cong \triangle DEF$" (Guzmán, 1999, p. 56).

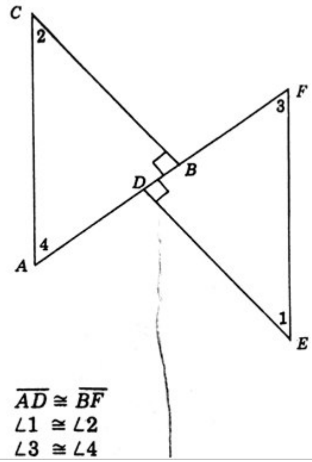


Figura 70. Ejemplo de tarea asociada a la conservación del área identificada en EBM2

USOS

De las tareas que fueron codificadas, el 100% de ellas utilizan a la conservación y a la comparación como uso del área. El 5.88% utilizan el área para ser medida.

Medir/ MED	Comparar/ COM	Conservar/ CON	Estimar o aproximar/ EOA	Representar regiones de áreas planas/ RR
1	17	17	0	0

Tabla 51. Usos del área identificados en EBM2

CONTEXTOS

Los contextos en que se codificaron las tareas, estuvieron ubicados en los polígonos convexos en su totalidad, involucrando también a los polígonos no convexos (5.88%) y a las formas de lados curvos (5.88%).

Polígonos convexos/ PC	Polígonos no convexos/ PNC	Otros (formas de lados curvos)/ O
17	1	1

Tabla 52. Contextos identificados en EBM2

PROCEDIMIENTOS

Los procedimientos asociados a las tareas codificadas en este grado escolar hacen referencia a teoremas, axiomas, propiedades de las figuras geométricas (100%), a la composición y descomposición de figuras (17.64%) y finalmente un 70.58% del total de las tareas codificadas hacen referencia a procedimientos relacionados con isometrías en el plano.

Composición y descomposición / CD	Isometrías en el plano/ I	Teoremas, axiomas, propiedades de las figuras/ TAP
3	12	17

Tabla 53. Procedimientos identificados en EBM2

4.3.3 Libro de Matemáticas tres (EBM3)

Respecto al libro correspondiente al tercer curso de matemáticas en nivel bachillerato (EBM3), se codificó únicamente 1 tarea asociada a las transformaciones geométricas; el total de tareas codificadas, aparecen ligadas a la conservación como uso del área; la única tarea codificada en este semestre escolar se ubicó en el bloque dos "segmentos rectilíneos y polígonos" que incluyó además el estudio de segmentos rectilíneos, distancia entre dos puntos y división de un segmento (Salazar, 2010). Un ejemplo de estas tareas codificadas se muestra a continuación:

"*Determina el perímetro y el área de cada uno de los siguientes polígonos; para el cálculo del área de polígonos de más de tres lados puedes triangular, como se muestra en el ejercicio 19, y proceder para cada triángulo de la misma forma que en este caso*" (Salazar, 2010, p. 51-52).

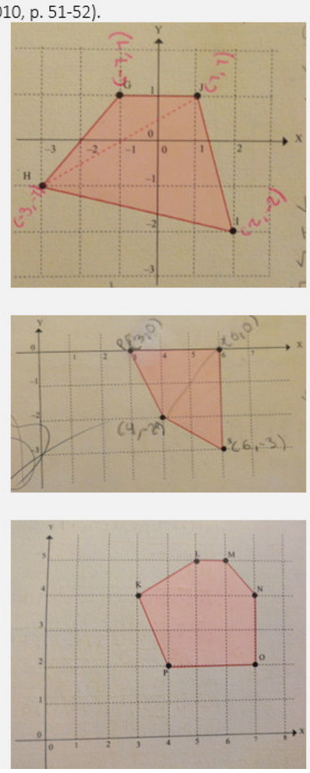


Figura 71. Ejemplo de tarea asociada a la conservación del área identificada en EBM3

USOS

De las tareas que fueron codificadas, el 100% de ellas utilizan a la conservación y a la medición como usos del área.

Medir/ MED	Comparar/ COM	Conservar/ CON	Estimar o aproximar/ EOA	Representar regiones de áreas planas/ RR
1	0	1	0	0

Tabla 54. Usos identificados en EBM3

CONTEXTOS

Los contextos en que se codificaron las tareas, estuvieron ubicados en los polígonos convexos en su totalidad.

Polígonos convexos/ PC	Polígonos no convexos/ PNC	Otros (formas de lados curvos)/ O
1	0	0

Tabla 55. Contextos identificados en EBM3

PROCEDIMIENTOS

Los procedimientos asociados a las tareas codificadas en este grado escolar hacen referencia a teoremas, axiomas, propiedades de las figuras geométricas y a la composición y descomposición de figuras.

Composición y descomposición / CD	Isometrías en el plano/ I	Teoremas, axiomas, propiedades de las figuras/ TAP
1	0	1

Tabla 56. Procedimientos identificados en EBM3

4.3.4 Libro de Matemáticas cuatro (EBM4)

Respecto al libro correspondiente al cuarto curso de matemáticas en nivel bachillerato (EBM4), se codificó únicamente 1 tarea asociada a las transformaciones geométricas; el total de tareas codificadas, aparecen ligadas a la conservación como usos del área; la única tarea codificada en este semestre escolar se ubicó en el bloque tres “Empleas funciones polinomiales de grados 0, 1 y 2” que pretende que el estudiante trabaje con el modelo general de las funciones polinomiales, forma polinomial de funciones de grados: 0, 1 y 2, representación de gráfica de funciones de grados: 0, 1 y 2, características de las funciones polinomiales de grados: 0, 1 y 2 y parámetros de las funciones de grados: 0, 1 y 2 (Salazar, 2010). Un ejemplo de estas tareas codificadas se muestra a continuación:

"*Quieres construir una perrera con la mayor área posible para tu mascota. Para ello cortarás una hoja de madera de 4.8m de largo en dos partes y las usarás como cubiertas verticales con la equina del patio para aprovechar ambos muros de la barda. ¿Cuál es el mayor largo y ancho que puedes dar a la perrera con ese diseño? 1. Los diagramas siguientes muestran algunas dimensiones posibles para la perrera. Agrega otras tres combinaciones. 2. Calcula el área del espacio para la perrera, con las dimensiones anteriores. Compáralas. ¿Se obtiene el mismo resultado? Prueba con otras combinaciones. ¿Qué observas?*" (Ruiz, 2010, p. 54).

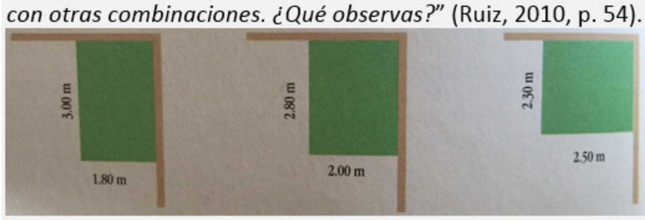


Figura 72. Ejemplo de tarea asociada a la conservación del área identificada en EBM4

USOS

De las tareas que fueron codificadas, el 100% de ellas utilizan a la conservación, la comparación, la representación de regiones planas y la medición como usos del área.

Medir/ MED	Comparar/ COM	Conservar/ CON	Estimar o aproximar/ EOA	Representar regiones de áreas planas/ RR
0	0	0	0	0
1	1	1	0	1

Tabla 57. Usos identificados en EBM4

CONTEXTOS

Los contextos en que se codificaron las tareas, estuvieron ubicados en los polígonos convexos en su totalidad.

Polígonos convexos/ PC	Polígonos no convexos/ PNC	Otros (formas de lados curvos)/ O
1	0	0

Tabla 58. Contextos identificados en EBM4

PROCEDIMIENTOS

Los procedimientos asociados a las tareas codificadas en este grado escolar hacen referencia a teoremas, axiomas, propiedades de las figuras geométricas y a procedimientos asociados con las isometrías en el plano.

Composición y descomposición / CD	Isometrías en el plano/ I	Teoremas, axiomas, propiedades de las figuras/ TAP
0	1	1

Tabla 59. Procedimientos identificados en EBM4

4.3.2 Libro de Matemáticas cinco y seis (EBM5-6)

Respecto al libro correspondiente al curso cinco y seis de matemáticas en nivel bachillerato (EBM5-6), se codificaron 3 tareas en total de las cuales, 2 se identificaron asociadas a las transformaciones analíticas y una tarea a las transformaciones geométricas. El total de tareas codificadas, aparecen ligadas a la conservación como usos del área; la tarea codificada dentro del grupo de las transformaciones geométricas (33.33%) se ubicó en la unidad tres "límites y derivadas" en la cual, Mora y del Río (2008) plantean como propósito, que el estudiante comprenda intuitiva y formalmente al límite y la derivada de una función y la relación entre ellas así como, entender la interpretación geométrica y física de la derivada y manejar diversas aplicaciones del límite y la derivada de una función en el área económica administrativa. Un ejemplo de esta tarea codificada se muestra a continuación:

"Si se continúa la tendencia de alargar la base y acortar la altura como en las imágenes de la figura, ¿A dónde crees que se llegue? Observa que el área de los rectángulos es siempre igual a 1; sin embargo, si continuamos el proceso hasta el límite, a la postre obtenemos una línea, la cual, por definición, no tiene área" (Mora y Del Río, 2008, p. 107).

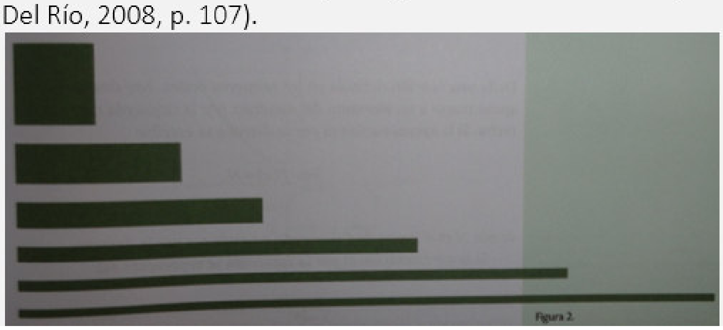


Figura 73. Ejemplo de tarea asociada a la conservación del área identificada en EBM5-6

El 66.67% (2 tareas) de las tareas que se identificaron para ser codificadas, fueron encontradas en la unidad cinco dedicada al estudio de la integral, tema cuya finalidad es que el estudiante comprenda intuitiva y formal el concepto de integral de una función, estudie los métodos de integración y el uso de la función primitiva y trabaje con aplicaciones de la integral (Mora y del Río, 2008).

"Obtén la función de arriba a partir de su gráfica; aplica el procedimiento y calcula su área bajo la curva" (Mora y Del Río, 2008, p. 225).

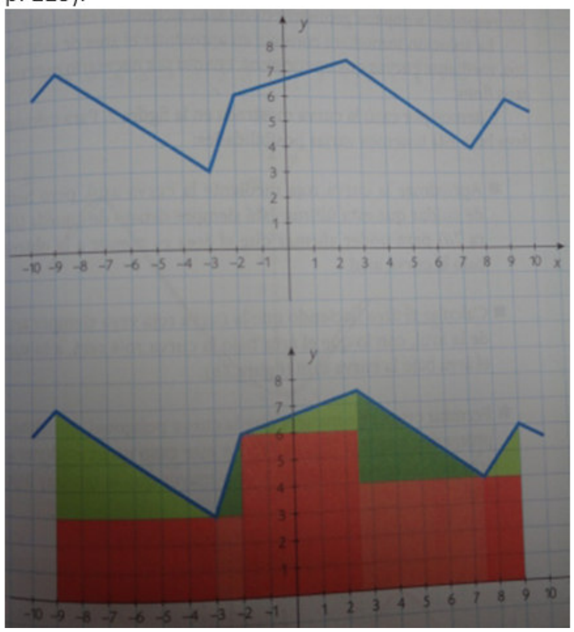


Figura 74. Ejemplo de tarea asociada a la conservación del área identificada en EBM1

USOS

De las tareas que fueron codificadas, las que aparecen dentro de las transformaciones geométricas (100%) utilizan a la conservación, a la medición, a la representación de regiones de áreas planas y a la comparación como usos del área mientras que, en las trasformaciones analíticas, el total aparecen asociadas a la medición y a la conservación (100%) y una de ellas se asocia a la representación de regiones de áreas planas (50%).

	Medir/ MED	Comparar/ COM	Conservar/ CON	Estimar o aproximar/ EOA	Representar regiones de áreas planas/ RR
Transformación analítica/ TA	2	0	2	0	1
Transformación geométrica/ TG	1	1	1	0	1

Tabla 60. Usos identificados en EBM5-6

CONTEXTOS

Los contextos en que se codificaron las tareas, estuvieron ubicados en los polígonos convexos en su totalidad para las transformaciones geométricas y respecto a las transformaciones analíticas se asociaron en su totalidad a las funciones polinómicas.

	Polígonos convexos/ PC	Polígonos no convexos/ PNC	Otros (formas de lados curvos)/ O	Funciones polinómicas/ FP	Otros/ O
Transformación geométrica/ TG	1	0	0	0	0
Transformación analítica/ TA	0	0	0	2	0

Tabla 61. Contextos identificados en EBM5-6

PROCEDIMIENTOS

Los procedimientos asociados a las tareas codificadas en este grado escolar hacen referencia a teoremas, axiomas, propiedades de las figuras geométricas (100%) y a la composición y descomposición de figuras en cuanto a las transformaciones geométricas; referente a las transformaciones analíticas, el total de ellas (100%) se asociaron a procedimientos asociados a la integral definida y a fórmulas básicas para el cálculo de áreas.

	Composición y descomposición / CD	Isometrías en el plano/ I	Teoremas, axiomas, propiedades de las figuras/ TAP	Procesos de aproximación/ PA	Sumas de Riemann/ SR	Integral definida/ ID	Fórmulas básicas para el cálculo de áreas, entre otras/ FBCA
Transformación geométrica/ TG	1	0	1	0	0	0	0
Transformación analítica/ TA	0	0	0	0	0	2	2

Tabla 62. Procedimientos identificados en EBM5-6

CAPÍTULO 5

Discusión, conclusión, recomendaciones y preguntas para futuras investigaciones

Esta investigación tuvo el interés de analizar los usos, contextos y procedimientos en que se presenta la conservación del área en libros de texto escolares de matemáticas en educación primaria, secundaria y bachillerato en el estado de Zacatecas. La intención fue buscar planteamientos que acercaran a los estudiantes a nociones como la conservación del área. Para lograrlo, se planteó la siguiente pregunta de investigación:

¿Cuáles son los usos, contextos y procedimientos que se le dan a la conservación del área en los libros de texto escolares de matemáticas en educación primaria, secundaria y bachillerato del estado de Zacatecas?

Posteriormente se plantearon algunas estrategias para marcar el camino a una respuesta a nuestra pregunta de investigación que fueron: la adopción de una metodología que, en nuestro caso, fue el análisis de contenido de libros de texto de matemáticas. Este análisis nos permitió realizar de forma sistemática una caracterización de los elementos a identificar y que guiaron nuestro estudio (para un acercamiento más amplio a la metodología utilizada, remitirse a la sección 3.2 de este estudio).

Se utilizó como descriptor para nuestra investigación, el esquema general para resignificación del concepto de integral definida conjugando usos, contextos y procedimientos del área en la matemática con la conservación del área en transformaciones geométricas y analíticas (propuesto por Cabañas-Sánchez, 2011), así como la literatura especializada centrada en la conservación del área. Posteriormente se identificó a través del análisis de contenido y la categorización utilizada:

a) Las tareas que se plantearon en los libros de texto de matemáticas, asociadas al cálculo de áreas en relación a la conservación o bien, los usos en que se presenta el área en relación con la conservación.
b) El tipo de transformaciones que se asocian a los cálculos de área en relación con la conservación y,
c) Cómo se está desarrollando la noción de conservación de área en los libros de texto de matemáticas en educación primaria, secundaria y bachillerato en el estado de Zacatecas.

Los hallazgos a éstos tres puntos se discuten y se presentarán por nivel escolar (primaria, secundaría y bachillerato) presentando al final una perspectiva general del desarrollo de la noción de conservación del área a través de la educación obligatoria en el Estado de Zacatecas.

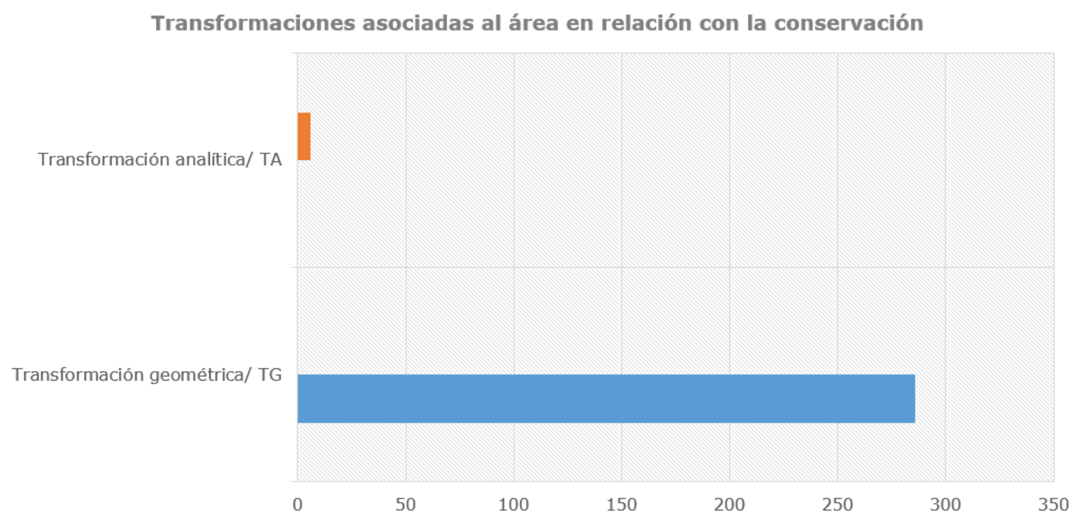
Finalmente se presentan algunos hallazgos referentes a la conservación en aspectos ajenos al área y, finalmente, algunas recomendaciones y preguntas para futuros estudios.

La siguiente tabla muestra un concentrado total de las tareas codificadas en los libros de texto a lo largo de la educación obligatoria en el Estado de Zacatecas.

Usos, Contextos y Procedimientos en que se presenta la conservación del área en Educación obligatoria																			
	Usos					Contextos					Procedimientos							Transformación asociada	
Número de tarea	Medir/**M**	Comparar/**COM**	Conservar/**CON**	Estimar o aproximar/**EOA**	Representar regiones de áreas planas/**RR**	Polígonos convexos/**PC**	Polígonos no convexos/**PNC**	Otros (formas de lados curvos)/**O**	Funciones polinómicas/**FP**	Otros/**O**	Composición y descomposición/**CD**	Isometrías en el plano/**I**	Teoremas, axiomas, propiedades de las figuras / **TAP**	Procesos de aproximación/**PA**	Sumas de Riemann/**SR**	Integral definida/**ID**	Fórmulas básicas para el cálculo de áreas, entre otras/**FBCA**	Transformaciones geométricas/**TG**	Transformaciones analíticas/**TA**
Totales/ TG-EP	46	65	66	0	24	66	2	5	0	0	38	30	44	0	0	0	0	66	0
Totales/ TG- ES	139	167	185	0	65	177	16	16	0	0	100	54	135	0	0	0	0	185	0
Totales/ TG- EB	12	28	35	0	7	35	1	1	0	0	12	15	32	0	0	0	0	35	0
Totales/ TA- EP	1	3	3	0	2	0	0	0	3	0	0	0	0	0	0	0	3	0	3
Totales/ TA- ES	1	1	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1
Totales/ TA- EB	2	0	2	0	1	0	0	0	2	0	0	0	0	0	0	2	2	0	2
Totales/ TG	197	260	286	0	96	278	19	22	0	0	150	99	211	0	0	0	0	286	0
Totales/ TA	4	4	6	0	3	0	0	0	6	0	0	0	0	0	0	2	6	0	6
TOTAL	201	264	292	0	99	278	19	23	6	0	150	99	211	0	0	2	6	286	6

Tabla 63. Usos, contextos y procedimientos en que se presenta el área en relación con la conservación

En total se codificaron 292 tareas las cuales aparecieron en su totalidad asociadas a la conservación del área como uso, debido a la naturaleza de esta investigación. Del total de estas tareas, el 97.95% aparecen ligadas a transformaciones geométricas y sólo el 2.05% a transformaciones analíticas. Esto nos deja ver que la gran mayoría de las tareas o actividades que presentan los libros de texto a lo largo de la educación obligatoria y que tratan con asuntos relacionados a la conservación del área permanecen casi en su totalidad, en un plano geométrico.



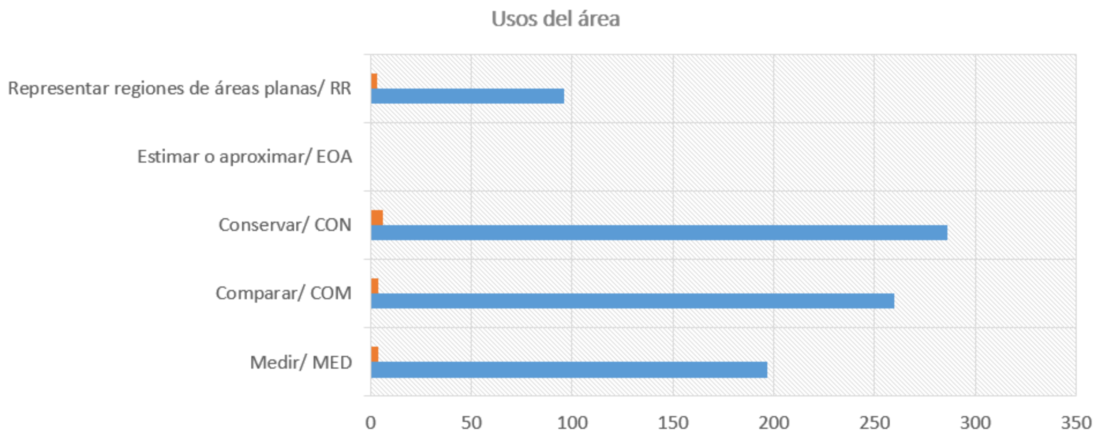
	Transformación geométrica/ TG	Transformación analítica/ TA
Transformación analítica/ TA	0	6
Transformación geométrica/ TG	286	0

Figura 75. Transformaciones geométricas y analíticas en educación obligatoria

Respecto a los usos en que se presenta el área, se encontró que el 100% de las tareas se asocian a la conservación como uso del área; en cuanto a las transformaciones geométricas, el 89.04% se asocian a la comparación, el 67.46% se relacionan con la medición y 32.87% se centran en la representación de regiones de áreas planas.

Así, a lo largo de los grados escolares de educación obligatoria, las tareas relacionadas con la conservación del área a las que se enfrentan los estudiantes aparecen ligadas principalmente a la conservación, la comparación, la medición y la representación de regiones de áreas planas.

En cuanto a las transformaciones analíticas, los hallazgos muestran que, del total de tareas codificadas, el 1.36% se asocian a la medición, el 1.36% a la comparación, y finalmente el 1.02% se usa para representar regiones de áreas planas; estos resultados nos dejan ver que este tipo de transformación utiliza el área principalmente para ser medida, comparada y representada.

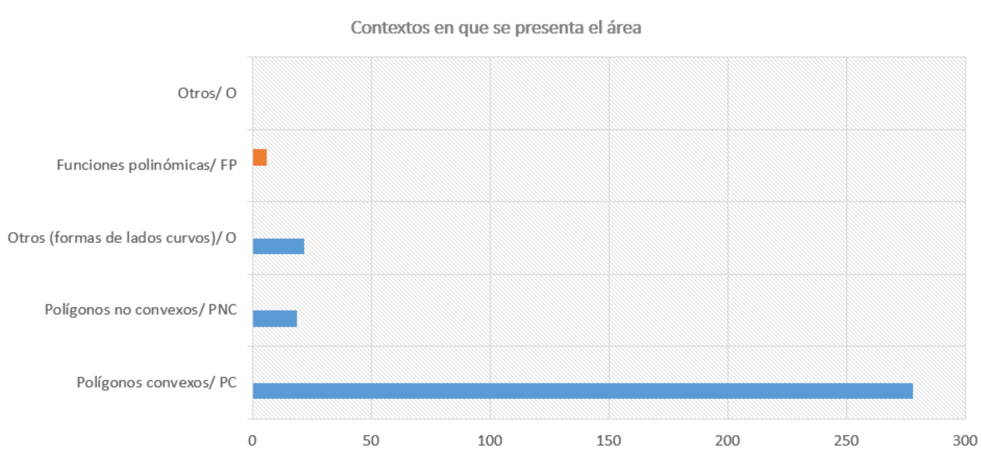


	Medir/ MED	Comparar/ COM	Conservar/ CON	Estimar o aproximar/ EOA	Representar regiones de áreas planas/ RR
Transformación analítica/ TA	4	4	6	0	3
Transformación geométrica/ TG	197	260	286	0	96

Figura 76. Usos del área en transformaciones geométricas y analíticas en educación obligatoria

Los contextos que se identificaron dentro de las transformaciones geométricas se presentan asociados principalmente a los polígonos convexos en un 95.20% mientras que el 7.53% de las tareas aparecieron en contextos denominados formas de lados curvos u otros y, finalmente, con un 6.51% a polígonos no convexos.

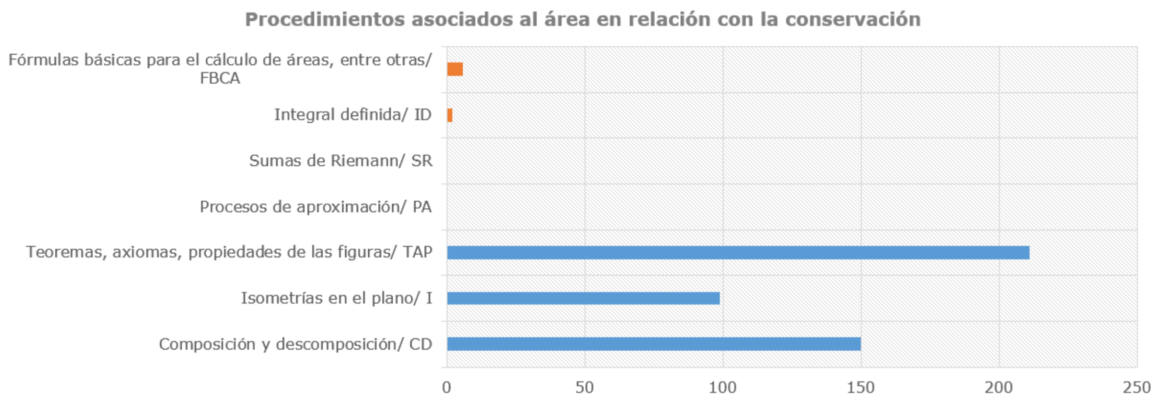
En cuanto a las transformaciones analíticas sólo el 2.05% de ellas aparecieron relacionadas a las funciones polinómicas.



	Polígonos convexos/ PC	Polígonos no convexos/ PNC	Otros (formas de lados curvos)/ O	Funciones polinómicas/ FP	Otros/ O
Transformación analítica/ TA	0	0	0	6	0
Transformación geométrica/ TG	278	19	22	0	0

Figura 77. Contextos asociados a las transformaciones geométricas y analíticas identificados en educación obligatoria

Los procedimientos asociados a las tareas dentro de las transformaciones geométricas aparecieron ligados principalmente a teoremas, axiomas, propiedades de las figuras (72.26%), un 51.37%, la composición y descomposición de figuras y finalmente las isometrías con un 33.90%. Respecto a las transformaciones analíticas en su mayoría (2.05%) aparecieron relacionadas a fórmulas básicas para el cálculo de áreas entre otras y, finalmente, el 0.68% aparecieron asociadas a la integral definida.



	Composición y descomposición / CD	Isometrías en el plano/ I	Teoremas, axiomas, propiedades de las figuras/ TAP	Procesos de aproximación/ PA	Sumas de Riemann/ SR	Integral definida/ ID	Fórmulas básicas para el cálculo de áreas, entre otras/ FBCA
Transformación geométrica/ TG	150	99	211	0	0	0	0
Transformación analítica/ TA	0	0	0	0	0	2	6

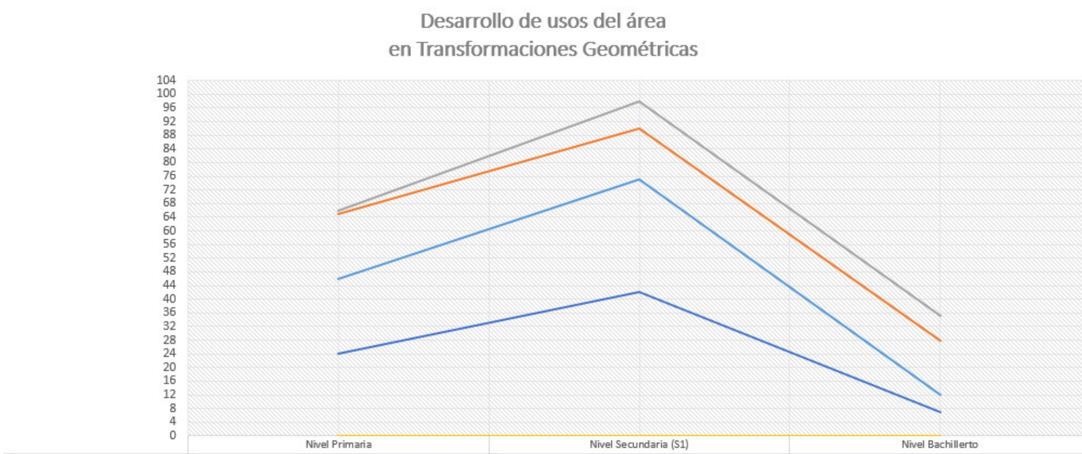
Figura 78. Procedimientos asociados a las transformaciones geométricas y analíticas identificados en educación obligatoria

5.1 Desarrollo de los usos del área en educación obligatoria

5.1.1 Transformaciones Geométricas

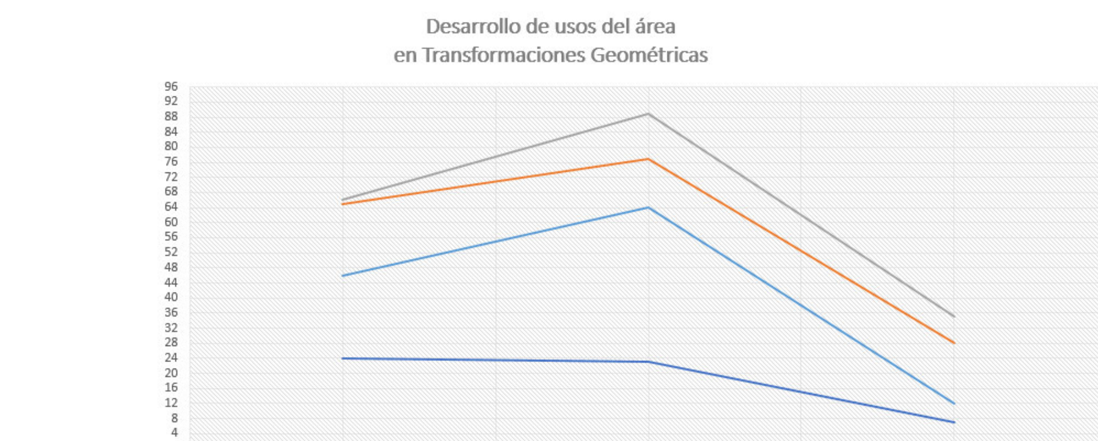
Referente a los usos en que se presentó el área, un desarrollo centrado en los tres niveles que fueron analizados, mostró un crecimiento sobre los seis grados escolares de educación primaria sobresaliendo en primer lugar, la conservación por el fin de esta investigación, seguida de la comparación, la medición y en menor cantidad la representación de regiones.

En el nivel en educación secundaria se observó un amplio crecimiento en la cantidad de tareas que involucraron a la conservación como uso para el área en cualquiera de las dos series o grupos de libros que fueron analizados. Las gráficas siguientes ilustran este desarrollo de los usos del área a lo largo de la educación obligatoria:



	Nivel Primaria	Nivel Secundaria (S1)	Nivel Bachillerto
MEDIR/ MED	46	75	12
COMPARAR/ COM	65	90	28
CONSERVAR/ CON	66	98	35
ESTIMAR O APROX./ EOA	0	0	0
REPRESENTAR REGIONES.../ RR	24	42	7

Figura 79. Desarrollo de los usos de área en transformaciones geométricas en educación básica considerando el primer grupo de libros en educación secundaria.



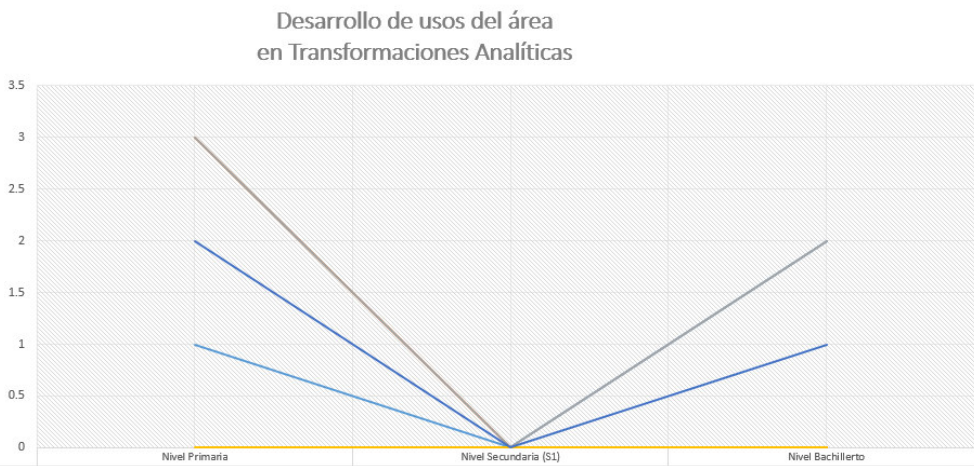
	Nivel Primaria	Nivel Secundaria (S2)	Nivel Bachillerto
MEDIR/ MED	46	64	12
COMPARAR/ COM	65	77	28
CONSERVAR/ CON	66	89	35
ESTIMAR O APROX./ EOA	0	0	0
REPRESENTAR REGIONES.../ RR	24	23	7

Figura 80. Desarrollo de los usos de área en transformaciones geométricas en educación básica considerando el segundo grupo de libros en educación secundaria.

5.1.2 Transformaciones Analíticas

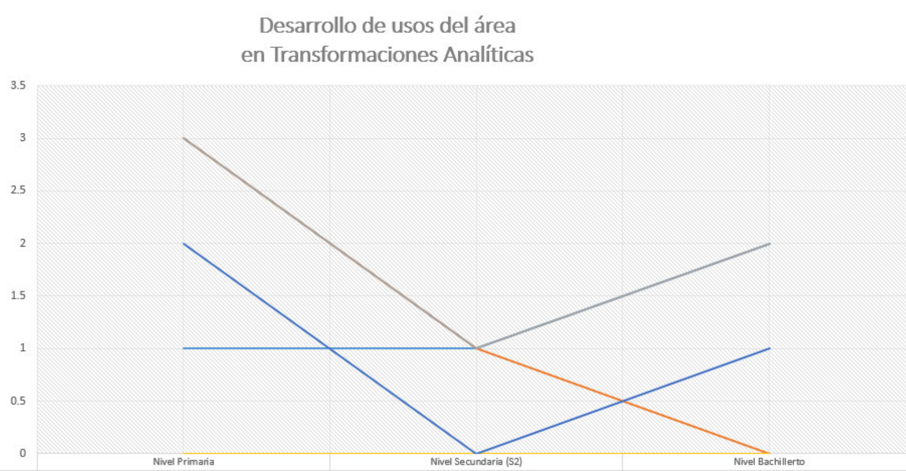
Se observó un decrecimiento en el desarrollo que presentan los usos del área al pasar del nivel de primaria al nivel secundaria y un aumento en el nivel de bachillerato que, sin embargo, considerando el segundo grupo de libros de nivel secundaria se asocia solo una tarea, mostrando una disminución en el número de tareas dentro de este tipo de transformaciones.

Se evidenció que el uso del área asociada a la conservación es casi nulo a lo largo de la educación básica; aún y cuando en el nivel de bachillerato hay una tendencia a lo analítico, tareas como la conservación parecen estar ausentes para ser trabajadas por los estudiantes en este tipo de transformaciones.



	Nivel Primaria	Nivel Secundaria (S1)	Nivel Bachillerto
MEDIR/ MED	1	0	2
COMPARAR/ COM	3	0	0
CONSERVAR/ CON	3	0	2
ESTIMAR O APROX./ EOA	0	0	0
REPRESENTAR REGIONES.../ RR	2	0	1

Figura 81. Desarrollo de usos del área en educación obligatoria considerando el primer grupo de libros de educación secundaria ES-S1.



	Nivel Primaria	Nivel Secundaria (S2)	Nivel Bachillerto
MEDIR/ MED	1	1	2
COMPARAR/ COM	3	1	0
CONSERVAR/ CON	3	1	2
ESTIMAR O APROX./ EOA	0	0	0
REPRESENTAR REGIONES.../ RR	2	0	1

Figura 82. Desarrollo de usos del área en educación obligatoria considerando el segundo grupo de libros de educación secundaria ES-S2.

5.2 Contextos en que se presenta el área en educación obligatoria

5.2.1 Transformaciones Geométricas

Los contextos en los cuales se presentaron las tareas codificadas aparecieron en una gran cantidad asociados a los polígonos convexos. Se observó una ligera diferencia entre los dos grupos de libros analizados en el nivel secundaria ya que en el primer grupo aparece en segundo lugar la categoría denominada “otros” y que hace referencia a figuras de lados curvos por ejemplo, círculos; en el segundo grupo aparecen en segundo lugar los polígonos no convexos. En general, desde el nivel escolar de primaria hasta secundaría aparece un crecimiento en las tareas asociadas a la conservación y que involucran a los polígonos convexos, los cuales, también disminuyen o casi desaparecen asociados a tareas de conservación en el bachillerato.

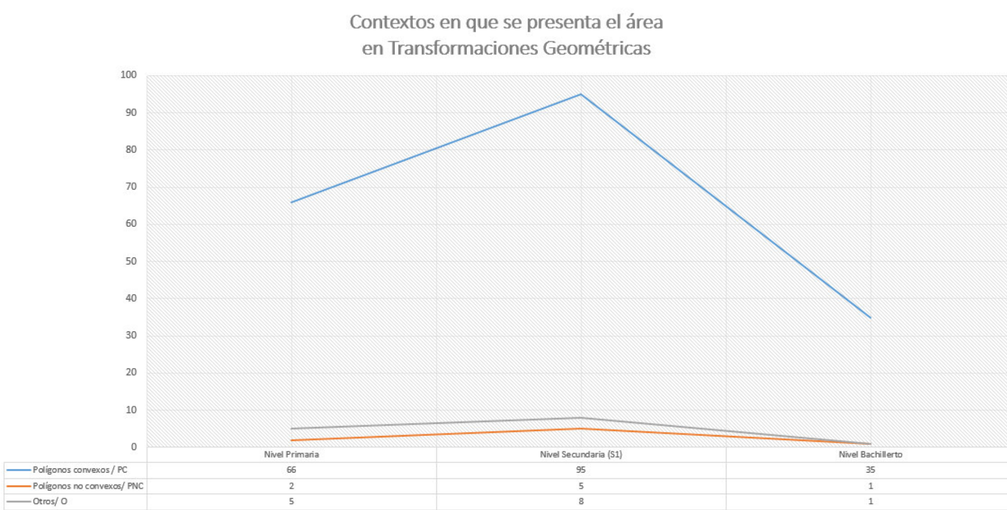


Figura 83. Contextos en que se presenta el área en transformaciones geométricas con ES-S1 en educación obligatoria

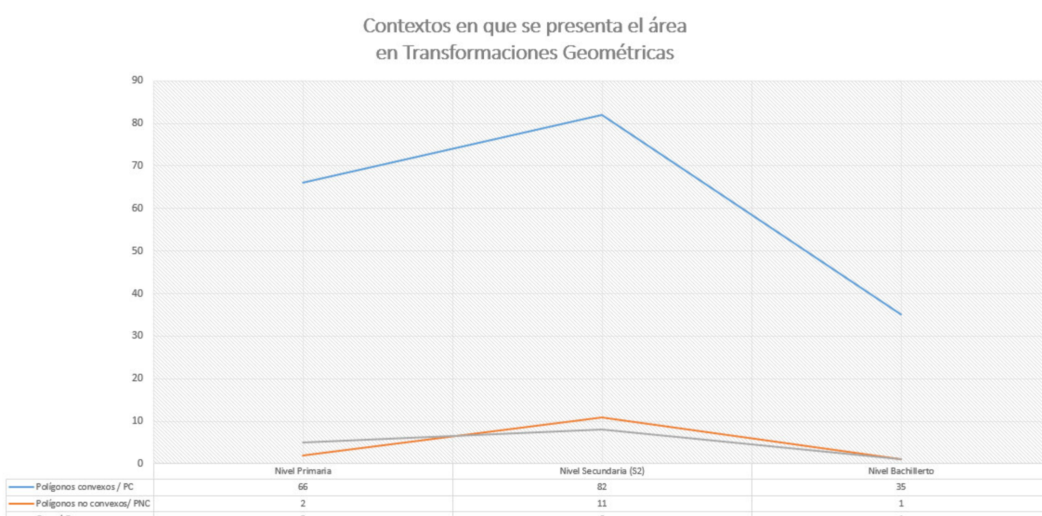


Figura 84. Contextos en que se presenta el área en transformaciones geométricas con ES-S2 en educación obligatoria.

5.2.2 Transformaciones Analíticas

Se muestra un decrecimiento en el desarrollo que presentan los contextos del área en el nivel secundaria en el primer grupo de libros analizados (respecto a los evidenciados en educación primaria) y un aumento en el nivel de bachillerato asociándose únicamente a las funciones polinómicas; sin embargo, en el segundo grupo de libros de nivel secundaria se asocia una tarea encontrada manteniendo aun así, una disminución en el número de tareas dentro de este tipo de transformaciones. Luego, el uso del área asociada a la conservación que involucra funciones polinómicas, es casi nulo a lo largo de la educación básica; en el nivel de bachillerato hay una tendencia a lo analítico y tareas como la conservación parecen estar ausentes para ser trabajadas por los estudiantes.

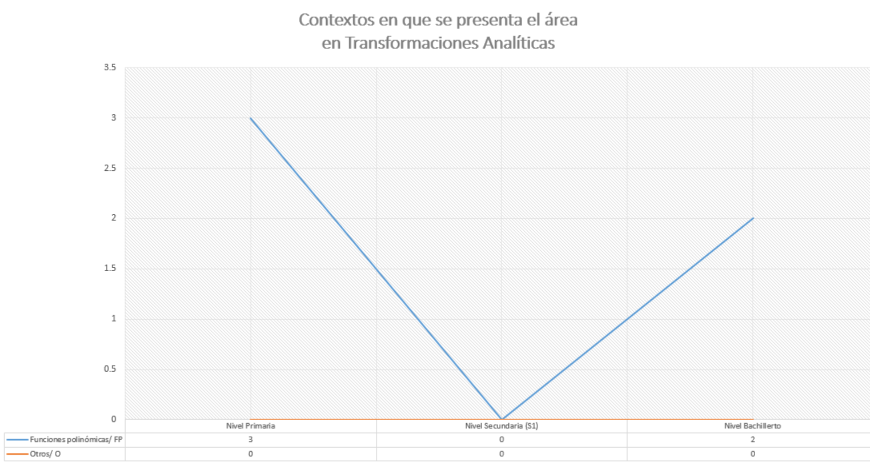


Figura 85. Contextos en que se presenta el área en transformaciones analíticas con ES-S1 en educación obligatoria

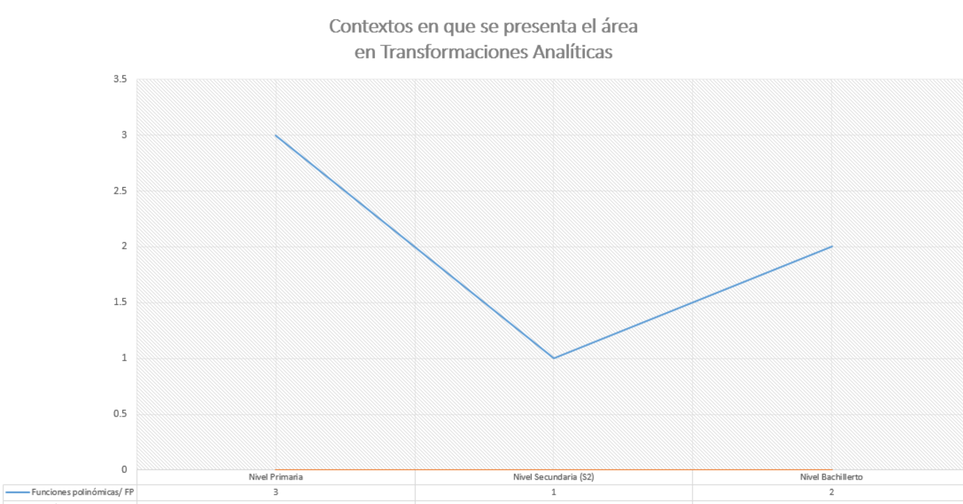


Figura 86. Contextos en que se presenta el área en transformaciones analíticas con ES-S2 en educación obligatoria

5.3 Procedimientos asociados a las tareas en que se presenta la conservación del área en educación obligatoria

5.3.1 Transformaciones Geométricas

Los procedimientos identificados en educación obligatoria hacen referencia principalmente al uso de teoremas, axiomas, propiedades de las figuras geométricas entre otros; estos, siguen una línea creciente sobre el nivel escolar de primaria y logran un punto máximo en el nivel secundaria para posteriormente disminuir en bachillerato. La composición y descomposición es el segundo procedimiento más utilizado en las tareas codificadas siguiendo un desarrollo similar al de los teoremas, axiomas…, seguido por las isometrías que, en el primer grupo de libros de secundaria presenta una disminución constante a partir de primaria y hasta bachillerato y en el grupo dos, aparece un ligero aumento de primaria a secundaria para disminuir en el bachillerato.

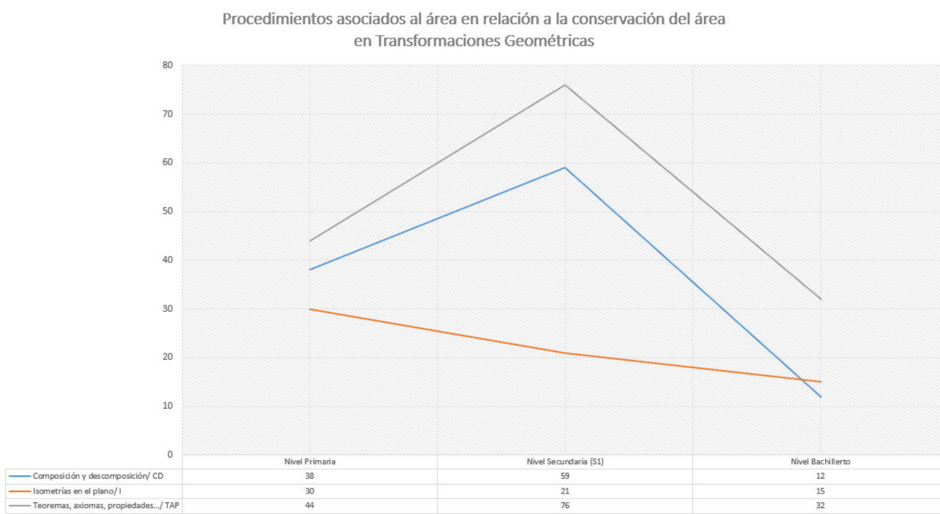


Figura 87. Procedimientos en que se presenta el área en transformaciones geométricas con ES-S1 en educación obligatoria

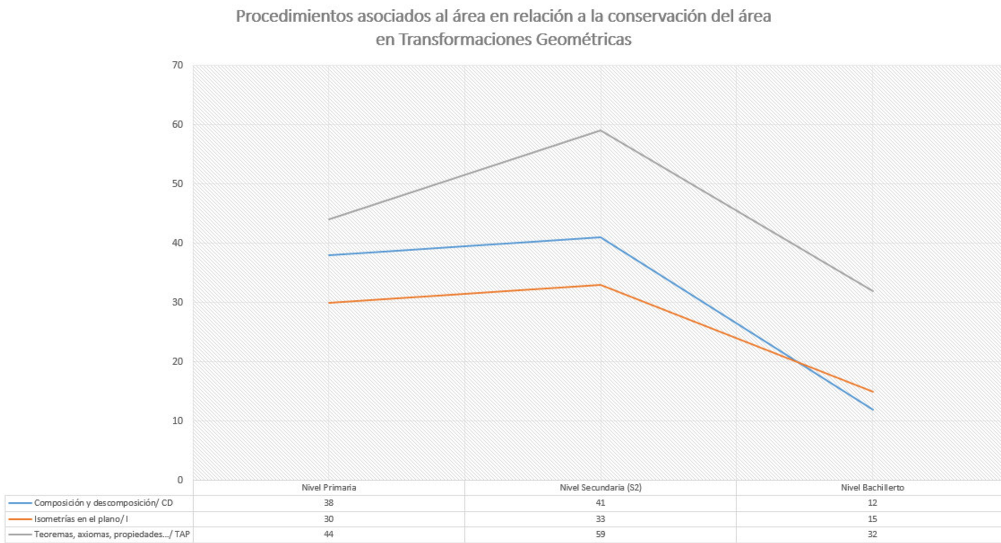


Figura 88. Procedimientos en que se presenta el área en transformaciones geométricas con ES-S2 en educación obligatoria

5.3.2 Transformaciones Analíticas

Los procedimientos identificados son principalmente fórmulas básicas para el cálculo de áreas a lo largo de los tres niveles escolares y el uso de la integral definida en el caso del bachillerato; sin embargo, si los comparamos con la cantidad de procedimientos identificados en las transformaciones geométricas, resultan casi nulos los procedimientos identificados en relación a la conservación del área en transformaciones analíticas.

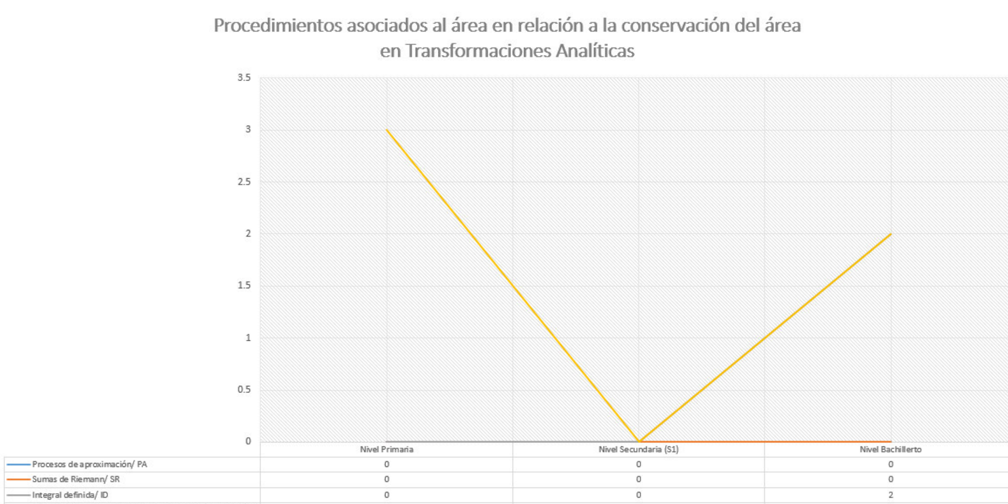


Figura 89. Procedimientos en que se presenta el área en transformaciones analíticas con ES-S1 en educación obligatoria

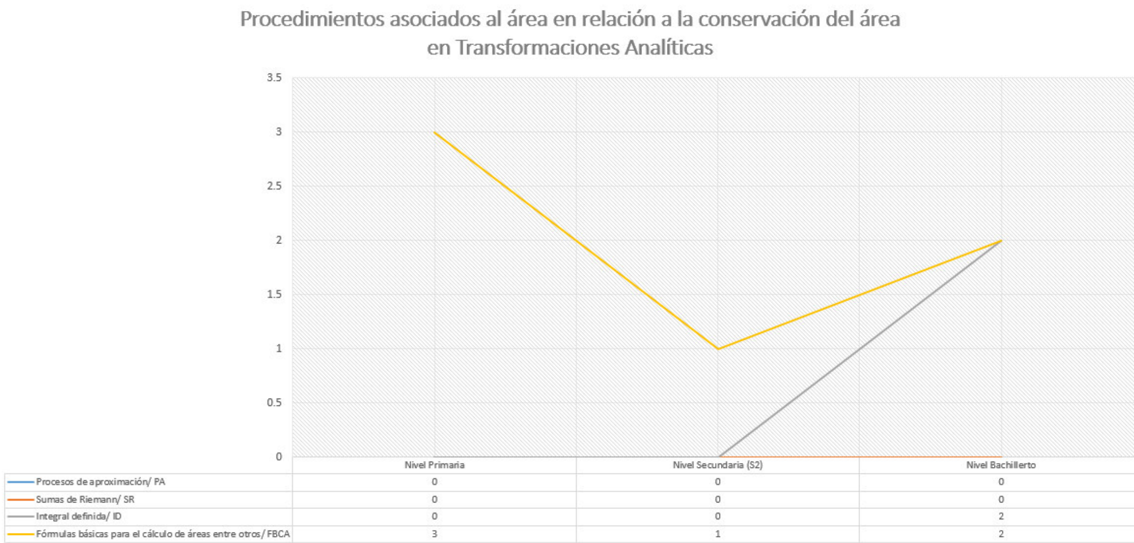


Figura 90. Procedimientos en que se presenta el área en transformaciones analíticas con ES-S2 en educación obligatoria

Con el análisis de contenido que se ha desarrollado en esta investigación en torno a los usos, contextos y procedimientos en que se presenta el área en relación con la conservación, ayuda a tomar algunas decisiones en varias dimensiones de los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas; entre ellos podemos mencionar lo siguiente:

Al momento en el que un libro de texto va a ser elegido para su uso en algún curso escolar, es importante de acuerdo con la literatura especializada y considerando los resultados obtenidos en esta investigación, considerar aquellos que llevan a los estudiantes a prácticas como la conservación del área que los prepara para tratar con elementos o conceptos formales de estudio en niveles superiores como por ejemplo la integral definida vista como área bajo la curva.

De igual modo, en el caso de los libros de texto en los que el profesor o los estudiantes no tienen opción de elección, esperamos que los hacedores del currículo pongan más atención en las investigaciones que se están desarrollando en torno a la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas ya que estas investigaciones ofrecen al estudiante oportunidades en distintos aspectos de la matemática entre ellas prácticas como la conservación.

Esta investigación aporta en cuanto a oportunidades de los libros de texto a la conservación del área que pueden ser utilizados durante toda la educación obligatoria, ofreciendo un posible tratamiento al estudio de la integral definida vista como área bajo la curva.

Respecto a las tareas identificadas en relación a los usos, contextos y procedimientos en que se presenta el área en relación con la conservación a través del análisis de contenido, el libro con una mayor cantidad de tareas codificadas fue el libro "*Matemáticas 2. Serie comunidad. Secundaria, segundo grado" (ESM2"-S1)* de la editorial SM. Este libro es el que contiene más tareas que están enfocadas a la conservación del área (55 tareas) de los que fueron elegidos para el presente estudio.

A este aspecto los análisis de contenido son importantes ya que, nos permiten observar si las recomendaciones que se hacen a partir de las investigaciones dentro de la matemática educativa se están llevando a los textos escolares y en este sentido, nuestro trabajo evidencia que se están atendiendo prácticas como la conservación en los niveles escolares de primaria y secundaria. Sin embargo en el bachillerato hay una tendencia a lo analítico y, prácticas como la conservación del área son casi nulas tanto en transformaciones geométricas como en analíticas de acuerdo a los hallazgos encontrados en esta investigación.

El estudio desarrollado muestra la importancia de identificar tareas relacionadas con el cálculo de áreas que permitan a los estudiantes movilizar prácticas como la conservación antes de un estudio más formal de la integral definida y que se encuentran presentes a lo largo de la educación básica de modo creciente desde primaria a secundaria; de este modo, una vez que se introduce al estudiante en el estudio de la integral definida, se busca cómo hacer uso de esta pieza de conocimiento que es la conservación del área que puede favorecer el discurso escolar. Sin embargo, la enseñanza de la integral definida vista como área bajo la curva sigue manteniendo un enfoque tradicionalista enfocado hacia las fórmulas, memorización de reglas que aparecen en relación al área en un plano puramente analítico y que, de acuerdo con los resultados evidenciados en este estudio, parece no utilizar prácticas como la conservación del área para su introducción al aula en los libros de texto.

Los resultados de esta investigación ofrecen también una perspectiva para los profesores por una considerable cantidad de tareas que pueden ser retomadas de los niveles previos al estudio formal de conceptos como el área y posteriormente la integral definida. Estas a su vez, pueden ser desarrolladas con los estudiantes, ofreciendo otros enfoques distintos al enfoque tradicional que actualmente sigue siendo empleado en las aulas escolares.

Sobre la conservación del área, el estudio refuerza importantes hallazgos en torno a esta, por ejemplo, la importancia de que los estudiantes trabajen las distintas representaciones, y que de acuerdo a algunos autores (por ejemplo: Kodarki y Potari, 2003, 1998; Fiangga, 2013; Cabañas y Cantoral, 2005b), entender a la conservación de área es un proceso de dar significado a sus diferentes representaciones (por ejemplo: numérica, visual y simbólica). Consideramos que esto permite a los estudiantes expresar su propio conocimiento de la conservación, seleccionando la representación más apropiada para construir y poner en uso su propio conocimiento. Se observaron, por ejemplo, la gráfica en problemas que involucraron isometrías en el plano, representaciones numéricas en tareas de cálculo de áreas que involucran por citar, la modificación de la figura y representaciones simbólicas en tareas que involucran la congruencia de triángulos.

La recomposición de figuras también se identificó durante el análisis, por ejemplo, en tareas que involucraron el uso del tangram, que de acuerdo con la literatura especializada (Alriavindrafunny, 2013a ,2014; Kospentaris, 2011; Kodarki & Balomenou, 2006), este procedimiento asociado a la modificación de figuras ayuda a los estudiantes a entender la idea de conservación del área. Planteamientos que involucran tareas con el uso de software no fueron identificados durante el análisis y que sin embargo son importantes de acuerdo con Kodarki y Potari (2003).

Con esto, la investigación identificó a partir de la literatura especializada, la importancia que tiene el concepto de integral definida en la enseñanza y aprendizaje del Cálculo; se identificó una problemática en torno a la enseñanza de este concepto; se eligió de la literatura un enfoque centrado en la conservación del área para la resignificación de la integral definida; se desarrolló una metodología para investigar el desarrollo de la conservación del área articulada a los usos, contextos y procedimientos en transformaciones geométricas y analíticas, encontrando que el concepto de integral definida se sigue enseñando con el mismo enfoque tradicionalista además de que, no hay planteamientos en los libros de texto de matemáticas asociados a la integral desde un enfoque que considere prácticas sociales como la conservación; sin embargo, previo al estudio formal de la integral definida, hay elementos que pueden propiciar con más facilidad su instalación dentro de la enseñanza de este concepto.

5.4 Algunas tareas en torno a la conservación

Referente a la conservación, la literatura especializada señala que Piaget trabajó con niños no solo en tareas referentes a la conservación del área sino también en otro tipo de tareas (Arnett & Maynard, 2012), entre ellas reordenando o desacomodando elementos de una colección de objetos (número), alterando la forma de una determinada sustancia (masa), alterando la forma o configuración en la longitud de una línea u objeto, el área, el peso y el volumen, así como la edad promedio en la que este tipo de tareas son entendidas por los estudiantes. En nuestro estudio se identificaron algunas de estas tareas no siendo nuestro objetivo primordial, pero es importante tener una perspectiva del grado de acercamiento a prácticas de esta naturaleza de las cuales hacemos mención de algunas evidencias a continuación:

Referente a la conservación numérica se identificó una tarea en el libro de matemáticas de tercer grado en educación primaria, lo cual no está en desacuerdo con lo que plantea Piaget quien argumentó que este tipo de conservación es entendida por los estudiantes en promedio a los 6-7 años.

"En parejas y para contestar lo siguiente usen algunos objetos como estrellas, cuadrados, estampas, tarjetas, figuras, piedritas, entre otros: formen 10 filas con 5 objetos cada una ¿Cuántos objetos hay en total? Formen 5 filas de 10 objetos cada una ¿Cuántos objetos hay en total? ¿Por qué piensas que en ambos casos el resultado es el mismo?" (SEP, 2012, p.24).

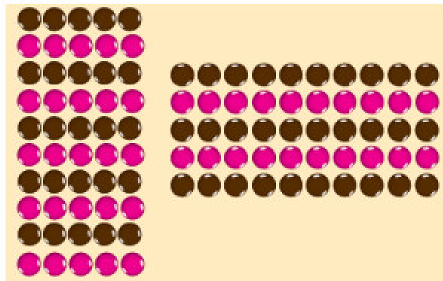
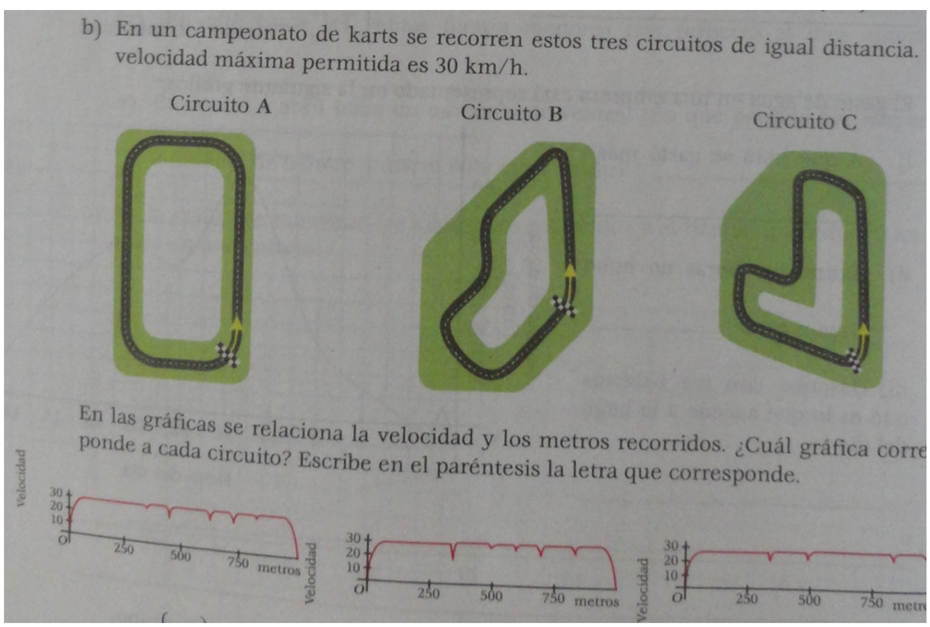


Figura 91.Ejemplo de conservación numérica

Tareas como la conservación de longitud de una línea u objeto son planteadas para ser entendidas por los estudiantes en promedio a los 7-8 años de edad. En esta investigación se identificaron algunas tareas para este tipo de conservación en el nivel escolar de secundaria y que a continuación mostramos:



b) En un campeonato de karts se recorren estos tres circuitos de igual distancia. velocidad máxima permitida es 30 km/h.

En las gráficas se relaciona la velocidad y los metros recorridos. ¿Cuál gráfica corre ponde a cada circuito? Escribe en el paréntesis la letra que corresponde.

Figura 92. Conservación de longitud encontrada en el tercer año de secundaria (Castrejón et al., 2011, p. 178)

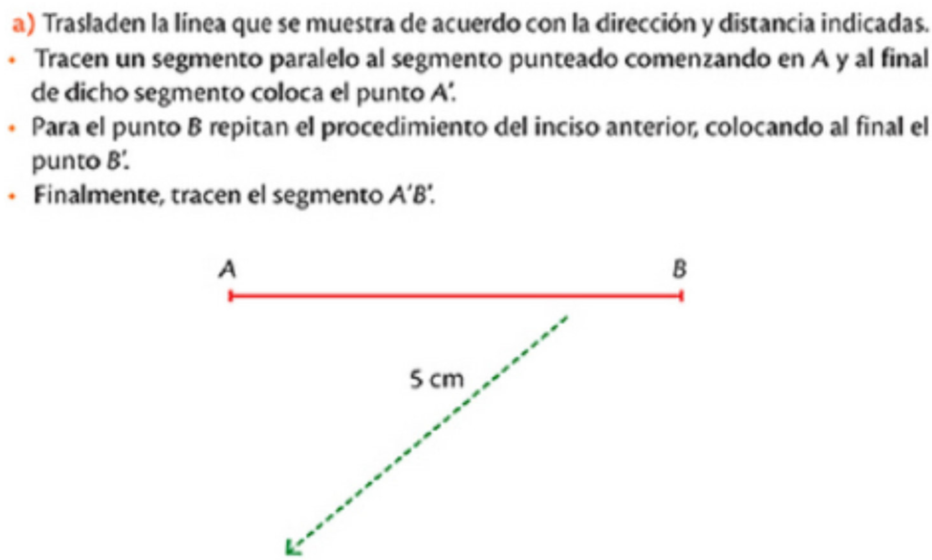


Figura 93. Conservación de longitud encontrada en el tercer año de secundaria (Arriaga et al., 2015, p. 72).

Aspectos como la "conservación de volumen" son planteados para ser entendidas por los estudiantes en promedio a los 14-15 años de edad; en este trabajo de investigación se identificaron algunas tareas para este tipo de conservación en el nivel escolar de secundaria y que a continuación mostramos:

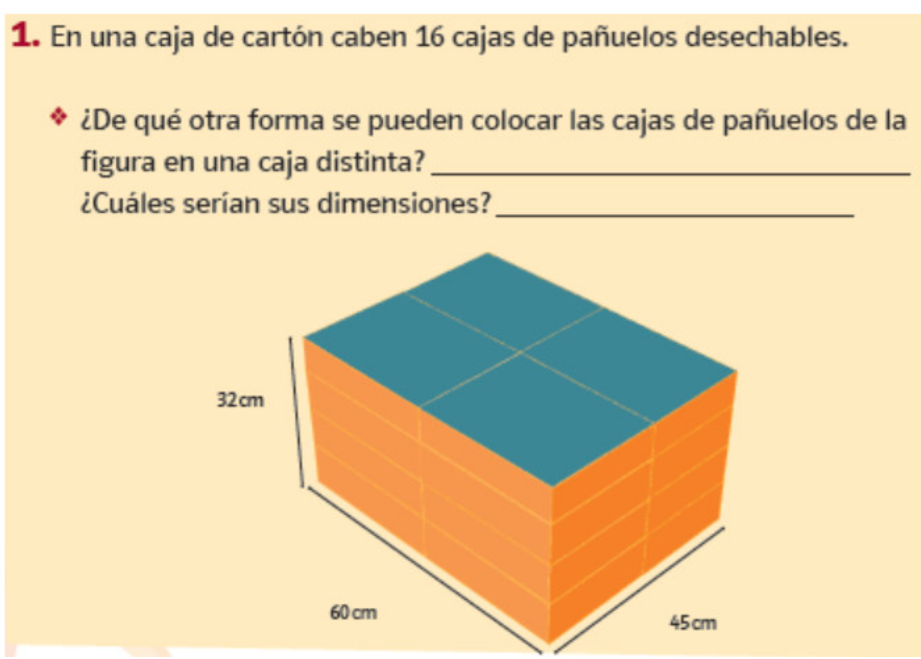


Figura 94. Conservación de volumen (EPM5, p.148).

Actividad 1. El "cubo de Rubik" es otro juego matemático. Como pueden observar, es un cubo formado por cubos más pequeños.

a) ¿Cuántos cubos pequeños forman cada cara del cubo de Rubik? ____________

b) ¿De cuántos "pisos" de cubos está formado? ____________

c) ¿Cuántos cubos pequeños hay en total en el cubo de Rubik? ____________

- Argumenten cómo calcularon el resultado anterior y coméntenlo con otro equipo.

Figura 95. Conservación de volumen (ESM2-S2) tomada de Arriaga et al. (2014, p, 84)

"De los prismas, ¿Cuáles tienen el mismo volumen? ¿Cuántos cubos más se necesitan para que el prisma C tenga el mismo volumen que el B?"
(SEP, 2012, p. 162; EPM6)

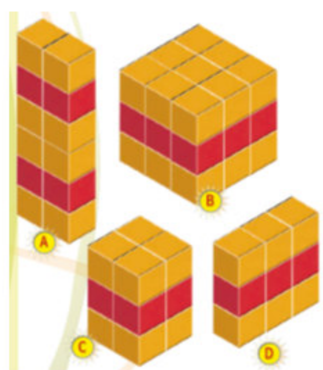
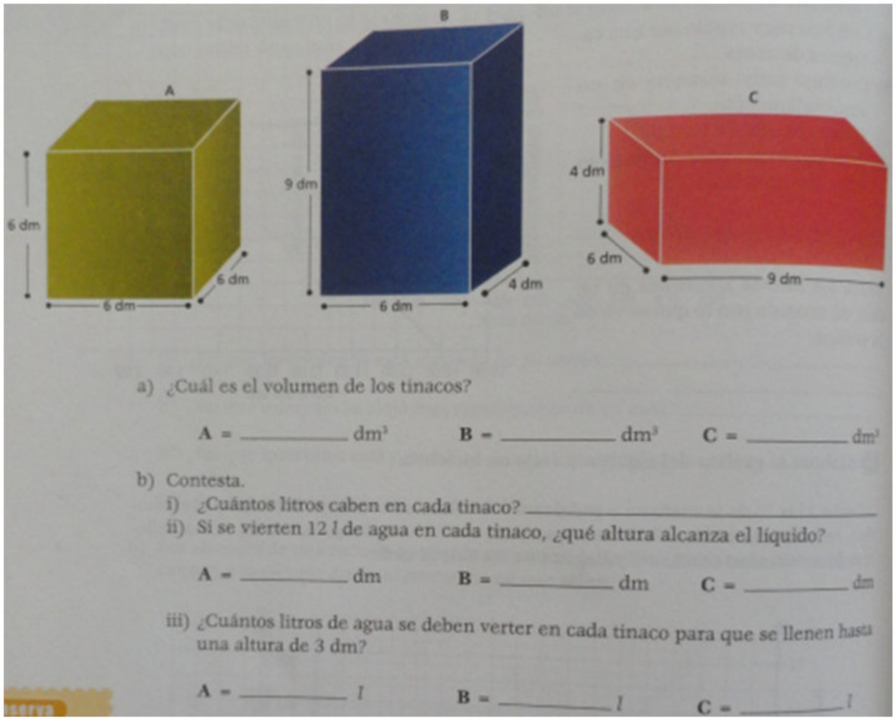


Figura 96. Conservación de volumen (EPM6)



a) ¿Cuál es el volumen de los tinacos?

A = __________ dm^3 B = __________ dm^3 C = __________ dm^3

b) Contesta.

i) ¿Cuántos litros caben en cada tinaco? __________

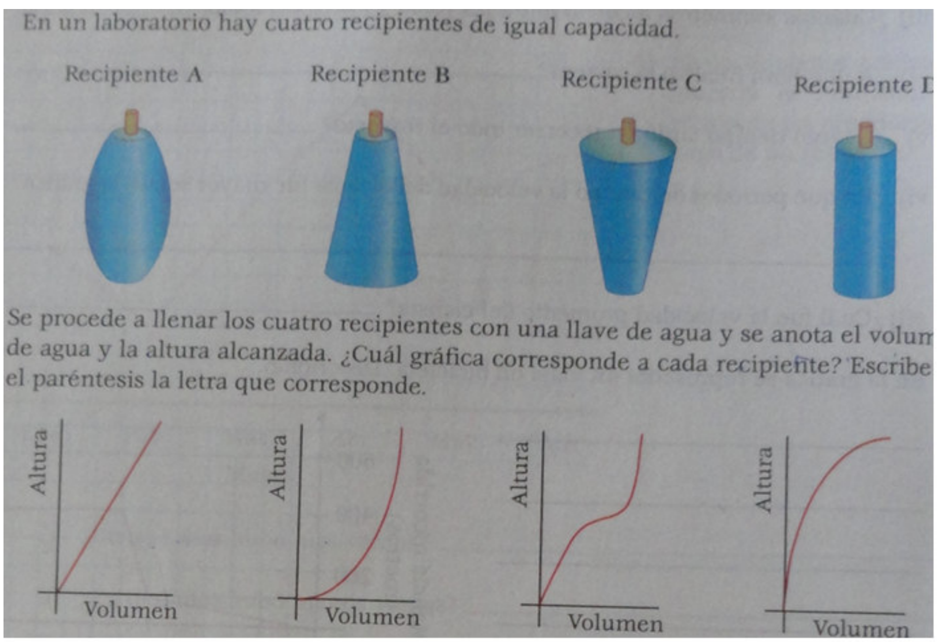
ii) Si se vierten 12 *l* de agua en cada tinaco, ¿qué altura alcanza el líquido?

A = __________ dm B = __________ dm C = __________ dm

iii) ¿Cuántos litros de agua se deben verter en cada tinaco para que se llenen hasta una altura de 3 dm?

A = __________ *l* B = __________ *l* C = __________ *l*

Figura 97. Conservación de volumen (ESM1-S1)



En un laboratorio hay cuatro recipientes de igual capacidad.

Se procede a llenar los cuatro recipientes con una llave de agua y se anota el volum de agua y la altura alcanzada. ¿Cuál gráfica corresponde a cada recipiente? Escribe el paréntesis la letra que corresponde.

Figura 98. Conservación de volumen tomada de ESM3-S1

5.5 Conclusiones

Las conclusiones que se presentan a continuación, respondieron a la pregunta de investigación que motivó el desarrollo de esta investigación y explican además, un desarrollo de los usos, contextos y procedimientos en que se presenta la conservación del área a lo largo de la educación obligatoria seguida de algunas sugerencias y recomendaciones para futuras investigaciones.

Esta investigación hizo uso de la metodología de análisis de contenido para investigar los usos, contextos y procedimientos en que se presentan las tareas de conservación del área dentro de los libros de texto de matemáticas en educación primaria, secundaria y bachillerato en el estado de ZAcatecas.

La pregunta de investigación que nos planteamos fue: ¿Cuáles son los usos, contextos y procedimientos que se le dan a la conservación del área en los libros de texto de matemáticas en educación primaria, secundaria y bachillerato en el estado de Zacatecas?

5.5.1 Usos, contextos y procedimientos que se le dan a la conservación del área en los libros de texto de educación primaria.

Haciendo referencia a las transformaciones geométricas, el total de ellas hacen uso del área en su mayoría para medir, comparar y conservar. Respecto a las transformaciones analíticas identificadas en los libros de texto de educación primaria, utilizan al área para ser medida, comparada, conservada y en menor proporción para representar regiones de área.

Los contextos en que se presentan las tareas en relación a tareas de conservación, las transformaciones analíticas aparecen en su totalidad asociadas a las funciones polinómicas y en cuanto a las transformaciones geométricas, aparecen centradas también en su totalidad en polígonos convexos.

Los procedimientos identificados en cuanto a transformaciones geométricas están centrados principalmente en teoremas, axiomas, propiedades de las figuras geométricas y en la composición y descomposición de figuras. Las transformaciones analíticas aparecen en su totalidad asociadas a procedimientos como fórmulas básicas para el cálculo de áreas.

5.5.2 Usos, contextos y procedimientos que se le dan a la conservación del área en los libros de texto de educación secundaria (ES-S1).

Respecto a las transformaciones geométricas, el total de ellas hacen uso del área para ser conservada, comparada y medida, y en una menor proporción para representar regiones de área. Los contextos en que se presentan las tareas en relación a tareas de conservación y dentro de las transformaciones geométricas, aparecen centrados en los polígonos convexos principalmente, seguidos de polígonos no convexos y de formas con lados curvos en una muy baja proporción.

Los procedimientos identificados en cuanto a transformaciones geométricas están centrados principalmente en teoremas, axiomas, propiedades de las figuras geométricas y en la composición y descomposición de figuras.

5.5.3 Usos, contextos y procedimientos que se le dan a la conservación del área en los libros de texto de educación secundaria (ES-S2).

Respecto a las transformaciones geométricas, el total de ellas hacen uso del área para ser comparada, medida, conservada y para representar regiones de área. Respecto a las transformaciones analíticas, no se identificó ninguna tarea asociada a la conservación del área.

Los contextos en que se presentan las tareas en relación a tareas de conservación y dentro de las transformaciones analíticas, estos aparecen en su totalidad asociados a las funciones polinómicas y en cuanto a las transformaciones geométricas, aparecen centrados en su totalidad en los polígonos convexos.

Los procedimientos identificados en cuanto a transformaciones geométricas están centrados principalmente en teoremas, axiomas, propiedades de las figuras geométricas y en la composición y descomposición de figuras. Las transformaciones analíticas aparecen en su totalidad asociadas a procedimientos como fórmulas básicas para el cálculo de áreas.

5.5.5 Usos, contextos y procedimientos que se le dan a la conservación del área en los libros de texto de Bachillerato

Haciendo referencia a las transformaciones geométricas, el total de ellas hacen uso del área para medir, comparar y conservar. Respecto a las transformaciones analíticas identificadas en los libros de texto de educación primaria, utilizan al área para ser medida, comparada, conservada y en menor proporción para representar regiones de área.

Los contextos en que se presentan las tareas en relación a la conservación en las transformaciones analíticas aparecen en su totalidad asociadas a las funciones polinómicas y en cuanto a las transformaciones geométricas, aparecen centradas también en su totalidad en polígonos convexos.

Los procedimientos identificados en cuanto a transformaciones geométricas están centrados principalmente en teoremas, axiomas, propiedades de las figuras geométricas y en la composición y descomposición de figuras. Las transformaciones analíticas aparecen en su totalidad asociadas a procedimientos como fórmulas básicas para el cálculo de áreas y a la integral definida.

5.6 Recomendaciones y preguntas para estudios futuros

La presente investigación estuvo centrada en investigar sobre los usos, contextos y procedimientos en que se presenta la conservación del área a lo largo de la educación obligatoria. Así, estas tareas identificadas pueden ser utilizadas para enseñar a los estudiantes sobre la conservación, medición, comparación, representación de área en distintos contextos y utilizando distintos procedimientos que pueden permitir su inserción en la enseñanza de temas matemáticos como por ejemplo la integral definida vista como área bajo la curva. También, la literatura especializada recomienda que los estudiantes se acerquen a prácticas como la conservación, previo al estudio formal de algunos temas curriculares. Sin embargo, hay pocas investigaciones que han tomado como eje rector de las acciones de los estudiantes, a la conservación del área y su medición. Nosotros sólo identificamos usos, contextos y procedimientos que se asocian a tareas en relación con la conservación del área en los libros de texto de matemáticas pero que pueden ser utilizadas para diseñar actividades de instrucción para hacer que los estudiantes entiendan mejor un determinado concepto.

Así, para futuras investigaciones, se sugiere investigar más sobre el efecto de enseñar sobre prácticas como la conservación en relación a la enseñanza de conceptos matemáticos.

Por otra parte, fueron varias tareas que se identificaron en relación a la conservación y que sería conveniente investigar, como por ejemplo Cuáles son los usos contextos y procedimientos que se asocian a otros tipos de conservación como, por ejemplo, el volumen, el peso o la distancia.

5.7 Reflexión

A manera de reflexión personal en torno a las implicaciones que el desarrollo de esta investigación deja en mí, así como, el tránsito por los diferentes seminarios que conforman la acreditación en la Maestría Profesionalizante en Matemática Educativa de la Universidad Autónoma de Zacatecas plasmo las siguientes ideas:

El trabajo presente, parte de una inquietud o curiosidad por indagar sobre si determinado tratamiento para un concepto planteado desde una perspectiva distinta a la tradicional (la integral definida vista como área bajo la curva) tiene forma de llegar a los estudiantes para ser utilizado por ellos o bien por el docente dentro del aula de clases de matemáticas.

Me acercó a algunos aspectos que pudieran comenzar a llevarme al desarrollo de la investigación, en este caso, un acercamiento a estudios en torno a la integral definida y a la conservación del área con el fin de poder problematizar para dar respuesta a una inquietud planteada ¿Antes de comenzar a estudiar la integral definida en bachillerato, los estudiantes utilizan actividades relacionadas con la conservación del área?

Este acercamiento me permitió ampliar el conocimiento que hay sobre la integral definida vista como área bajo la curva y de igual modo en relación a la conservación del área; además, esta perspectiva me dejó plantear una investigación con un objetivo y preguntas de investigación para responder, un marco teórico sobre el cuál interpretar los hallazgos de la investigación y adoptar una metodología apropiada que llevó a datos que ofrecieron una respuesta a esa inquietud.

Por otra parte, el desarrollo de esta investigación me ofreció una perspectiva sobre cómo se está haciendo investigación en la matemática educativa, las problemáticas que se están detectando, qué enfoques teóricos se están utilizando para interpretarlas y afrontarlas, así como, el uso de una gran variedad de metodologías para el tratamiento de estas problemáticas que se traducen en nuevas formas de enfocar estos tratamientos en propuestas que pueden resultar en mejores logros en los aprovechamientos de los estudiantes.

Luego, es importante que este tipo de investigaciones lleguen a las aulas y no se queden sólo en documentos recepcionales; considero que una forma en que estas investigaciones pueden llegar a las aulas es que los docentes tengan acceso a ellas a través de maestrías, cursos de actualización con enfoques en investigaciones en matemática educativa, que los creadores de políticas pongan atención a las investigaciones para que sean consideradas dentro de los currículos escolares y en los libros de texto que sirven de apoyo tanto a profesores como estudiantes, espacios de publicación para investigaciones en matemática educativa, congresos, coloquios, talleres, cursos dentro de la misma institución educativa dirigidos por quienes ya han tenido un acercamiento a alguna de estas formas de investigación entre otros.

La toma de conciencia y responsabilidad que esta investigación me deja es muy amplia, me deja la perspectiva de un trabajo cooperativo ya que, hay que tener acceso a distintas investigaciones en el ámbito que se desea desarrollar investigación y por tanto se requiere de alumnos, profesores, instituciones, teorías y de otros investigadores. Así mismo, la responsabilidad que desarrollar un trabajo de investigación es importante ya que se trabaja frecuentemente con personas (estudiantes, profesores, otros investigadores) por mencionar algunos.

Luego, la perspectiva que tengo ahora frente al desarrollo y aplicación de la matemática educativa en ámbitos escolares ha cambiado en un sentido amplio ya que, se me dieron herramientas que me permiten insertar este tipo de investigaciones dentro de las planeaciones y secuencias didácticas que forman parte del funcionamiento dentro del ámbito escolar donde me desempeño pero con una nueva perspectiva centrada en propuestas que tienen un sustento más funcional y útil para los aprendizajes de los estudiantes.

Este tipo de preparación para docentes, investigadores e involucrados en los procesos de enseñanza y aprendizaje de los estudiantes debe estar llevando a la matemática educativa a su fin primordial que es la mejora de la enseñanza de las matemáticas, proceso que considero ya tiene un considerable avance.

REFERENCIAS

Alriavindrafunny, R. (2013a). *Developing students understanding of the concept of conservation of area as a preparatory for learning area measurement.* (Master thesis). UNESA, Surabaya. Recuperado de http://www.fisme.science.uu.nl/en/impome/theses_group_2012/thesis_Rindu.pdf

Alriavindrafunny, R. (2014). Students' initial understanding of the concept of conservation of area. *Journal on Mathematics Education (JME)*, *5* (01), pp. 57-65.

Alriavindrafunny, R., M Amin, S., Lukito, A., & Wijers, M. (2013). Understanding the Concept of Conservation of Area: Recomposing a Shape Will Preserve Its Area. In: Zulkardi (Eds). The First South East Asia Design/ Development Research (SEA-DR) International Conference, April 22nd-23rd, 2013, Unsri, Palembang. Recuperado de http://eprints.unsri.ac.id/2445/1/P42__Rindu_371.pdf

Arnett, J.J., & Maynard, A. (2012). Sample Chapter 6 Early Childhood. En Arnett, J. J. & Maynard, A. (Ed.), *Child Development: A cultural approach*, Pearson Higher (pp. 248-249). USA: Pearson Education. Recuperado de http://www.pearsonhighered.com/showcase/arnettmaynard/detail/sample-chapter/index.html

Arriaga, C. A., Sesma, P. S. E., Pineda, H. V. H., Zavala, G. G., Compañ, G. M. y Gutiérrez, P. J. J. (2014). *MatemáticaMente 2. Desarrollo y fortalecimiento de competencias*. *Serie alternativas*. México: Pearson Educación.

Arriaga, C. A., Sesma, P. S. E., Pineda, H. V. H., Zavala, G. G., Compañ, G. M., Gutiérrez, P. J. J. y Zahoul, R. J. G. (2015). *MatemáticaMente 3. Consolidación de competencias. Serie alternativas*. México: Pearson Educación.

Arriaga, R. A. y Benítez C. M. M. (2012). *Matemáticas 1. Por competencias*. Primer grado, educación secundaria (1ª Edición). México: Pearson Educación.

Bao, J. (2004). A comparative study on composite difficulty between new and old Chinese mathematics textbooks. In L. Fan, N. Y. Wong, J. Cai, & S. Li (Eds.), *How Chinese learn mathematics: Perspectives from insiders* (pp. 208-227). Singapore: World Scientific.

Bernete, F. (2013). Análisis de contenido. En A. Lucas, & A. Noboa (Eds.), *Conocer lo social: estrategias y técnicas de construcción y análisis de los datos* (pp. 221-261). España: Madrid.

Bezuidenhout, J. & Olivier, A. (2000). Students' conceptions of the integral. *Proceedings of the 24th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (PME24), pp. 73-80, 2. Japón.

Bieda, K. N., Ji, X., Drwencke, J., & Picard, A. (2014). Reasoning-and-proving opportunities in elementary mathematics textbooks. *International Journal of Educational Research*, 64, 71–80.

Borba, R., & Selva, A. (2013). Analysis of the role of calculator in Brazilian textbook. *ZDM Mathematics Education, 45(5)*, 737–750. doi: 10.1007/s11858-013-0517-3

Buendía, G. (2011). El uso de las gráficas en la matemática escolar: una mirada desde la socioepistemología. Premisa, 48, 42-50

Cabañas G., y Cantoral, R. (2005). Un estudio sobre la reproducibilidad de situaciones didácticas: el papel de la noción de conservación del área en la explicación escolar. *Resúmenes de la decimonovena Reunión Latinoamericana de Matemática Educativa.* Pag. 60, Uruguay.

Cabañas, G. & Cantoral, R. (2009). Perception of the notions of conservation, comparison and measurement of the area. A study through arguments in the classroom. *Quaderni di Ricerca in Didattica (Matematica), Supplemento n.4 al n. 19*, 97-104.

Cabañas, G. y Cantoral, R. (2005a). La conservación en el estudio del área. *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa 19,* 727-732. Uruguay: Montevideo.

Cabañas, G. y Cantoral, R. (2005b). La conservación en el estudio de área. En Cantoral, R., Covián, O., Farfán, R., Lezama, J., y Romo, A. (Eds.). *Investigaciones sobre enseñanza y aprendizaje de las matemáticas: Un reporte Iberoamericano.* México: Reverté Ediciones-comité Latinoamericano de Matemática Educativa, A. C. (en prensa)

Cabañas, G. y Cantoral, R. (2005c). La conservación en el estudio de área. En Cantoral, R., Covián, O., Farfán, R., Lezama, J., y Romo, A. (Eds.). *Investigaciones sobre enseñanza y aprendizaje de las matemáticas: Un reporte Iberoamericano.* México: Reverté Ediciones-comité Latinoamericano de Matemática Educativa, A. C. (en prensa)

Cabañas-Sánchez, G. (2005). La noción de conservación en el estudio del área. En Lezama, J., Sánchez, M. y Molina, J. (Eds.). *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa 18*, 457-462. México: Tuxtla Gutiérrez.

Cabañas-Sánchez, G. (2011). *El papel de la noción de conservación del área en la resignificación de la integral definida. Un estudio* *socioepistemológico.* Tesis de Doctorado no publicada, Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del IPN. México.

Camacho, M., Depool, R. & Santos-Trigo, M. (2004). Promoting students' comprehension of definite integral and area concepts through the use of *DERIVE* software. *Proceedings of the 26th North American Chapter of the Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (PME-NA26), Vol. 2, pp. 447-454. Canadá: Toronto.

Camacho, M., Depool, R., y Garbín, S. (2008). Integral definida en diversos contextos. Un estudio de casos*. Educación Matemática*, 20 (3), 32-57.

Cantoral, R. (2013). *Teoría Socioepistemológica de la Matemática Educativa. Estudios sobre construcción social del conocimiento.* España: Gedisa.

Castrejón, V. A. y Castrejón T. O.S. (2008). *Matemáticas 3. Serie comunidad* (2ª Edición, 2011). México: Ediciones SM.

Castrejón, V. A., Vicuña, G. A., Reyes, S. M. L. y Castrejón, T. O. S. (2008). *Matemáticas 3. Serie comunidad* (2ª Edición, 2011). México: Ediciones SM.

Castrejón, V. A., Vicuña, G. A., Reyes, S. M. L. y Castrejón, T. O. S. (2011). *Comunidad matemática 1. Secundaria*. México: Ediciones SM.

Cavanagh, M (2008). Area measurement in year 7. *Educational Studies in Mathematics.* 33: 55-58.

Cordero, F., Cen, C. y Suárez, L. (2010). Los funcionamientos y formas de las gráficas en los libros de texto: una práctica institucional en el Bachillerato. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa, 13*(2), 187-214.

DGB/DCA (2013). Dirección General de Bachillerato/ Dirección de Coordinación Académica. Programa de estudio: Cálculo Integral. Recuperado el 14 de abril de 2015 de http://www.dgb.sep.gob.mx/02-m1/03-iacademica/01-programasdeestudio/cfp_6sem/CALCULO_INTEGRAL.pdf

Eiroa, M. (2009) Los métodos de las Ciencias Sociales y la investigación histórica. En *Hispania Nova. Revista de Historia Contemporánea, 9*(1), 9-16.

Fan, L. (2013). Textbook research as scientific research: towards a common ground on issues and methods of research on mathematics textbook. *ZDM-The International Journal on Mathematics Education, 45(5)*, 765-777. doi: 10.1007/s11858-013-0530-6

Fan, L., Zhu, Y., & Miao, Z. (2013). Textbook research in mathematics education, development status and directions. *ZDM - The International*

Journal on Mathematics Education, 45(5), 633- 646. doi: 10.1007/s11858-013-0539-x

Fiangga, S. (2013). First Cycle on Designing the Tangram Game Activities as an Introduction to the Concept of Area Conservation Game Activity for 3rd Grade (9-10 Years Old). *Proceeding The First South East Asia Design/Development Research (SEA-DR) International Conference, Palembang: Sriwijaya.*

González, M. T. y Sierra, M. (2004). Metodología del análisis de libros de texto de matemáticas. Los puntos críticos de la enseñanza secundaria en España durante el siglo XX. *Enseñanza de las ciencias, 22*(3), 389-408.

Guzmán, H. A. (1999). *Geometría y Trigonometría.* México: Grupo editorial Patria.

Haris, D., & Ilma, R (2011). The role of context in third graders' learning of area measurement. *IndoMS. JME, 2* (1), 55-66.

Hong, D. S., & Choi, K. M. (2014). A comparison of Korean and American secondary school textbooks: the case of quadratic equations. *Educational Studies in Mathematics*, *85*(2), 241-263. doi: 10.1007s10649-013-9512-4

Howson, G. (2013). The development of mathematics textbooks: historical reflections from a personal perspective. *ZDM, 45*(5), 647-658. doi: 10.1007/s11858-013-0511-9

Huntley, M. A., & Terrel, M. S (2014). One-step and multi-step linear equations: a content analysis of five textbook series. *ZDM, 46*(5), 751-766. doi: 10.1007/s11858-014-0627-6

Juárez, F. P., Cabañas-Sánchez, G. (2011). Prácticas matemáticas asociadas al desarrollo de usos del área en el estudio de la integral definida. *Memoria de la XIV Escuela de invierno en Matemática Educativa, 14*, pp. 184-190. México: Zacatecas.

Kodarki, M. & Potari, D. (1998). A learning environment for the conservation of área and its measurement: a computer microworld. *Computers and Education 31*(4), 405-422.

Kodarki, M. (2003). The effect of tools of a computer microworld on student's strategies regarding the concept of conservation of area. *Educational Studies in Mathematical 52*(2), 177-209.

Kordaki, M., & Balomenou, A. (2006). Challenging students to view the concept of area in triangles in a broader context: exploiting the tools of Cabri-II.

International Journal of Computers for Mathematical Learning, 11(1), pp. 99-135. doi: 10.1007/s10758-005-5380-z

Kospentaris, G., Spyrou, P., & Lappas, D. (2011). Exploring students' strategies in area conservation geometrical tasks. *Educational Studies in Mathematics, 77*(1), 105–127. doi:10.1007/s10649-011-9303-8

Kouropatov, A., & Dreyfus, T. (2013). Constructing the integral concept on the basis of the idea of accumulation: suggestion for a high school curriculum. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology, 44* (5), pp. 641-651. doi: 10.1080/0020739X.2013.798875

Kouropatov, A., & Dreyfus, T. (2014). Learning the concept integral by constructing knowledge about accumulation. *ZDM, The International Journal on Mathematics Education, 46* (4), pp. 533-548. doi: 10.1007/s11858-014-0571-5

Krippendorff, K. (2004). *Content Analysis: An introduction to its methodology*, London: Sage.

Liu, Y., & Treagust, D. F. (2013). Content analysis of diagrams in secondary school science textbooks. *Critical Analysis of Science Textbooks,* pp. 287-300. doi: 10.1007/978-94-007-4168-3_14

López, N. F. (2002). El análisis de contenido como método de investigación. XXI, *Revista de Educación, 4*, 167-180.

Mora, V. E. y Del Rio, F. M. (2008). *Cálculo diferencial e integral. Ciencias sociales u económico administrativas*. México: Santillana.

Orton, A. (1983). Students' understanding of integration*. Educational Studies in Mathematics, 14* (1), pp. 1-18.

Perales, F.J. y Jiménez, J. D. (2002). Las ilustraciones en la enseñanza-aprendizaje de las ciencias. Análisis de libros de texto. *Enseñanza de las Ciencias, 20* (3), pp. 369–386.

Perales, F.J. y Jiménez, J. D. (2002). Las ilustraciones en la enseñanza-aprendizaje de las ciencias. Análisis de los libros de texto. *Enseñanza de las Ciencias, 20*(3), 369–386.

Piaget, J., Inhelder, B., & Szeminska, A. (1970). *The Child's Conception of Geometry.* New York: U.S.A.: Basic books, Inc., Publishers.

Prasad, B. D. (2008). Content analysis: A method in social science research. In D.K. Lal Das & V. Bhaskaram (Eds.), *Research methods for social work* (pp. 173-193). New Delhi, India: Rawat Publications.

Ramírez, P. S., Muñoz, K., e Ibarra, K. (2011). Aprendizaje de la integral definida en estudiantes de ingeniería. *ReCalc. 3*, p. 32-42. Recuperado de: http://mattec.matedu.cinvestav.mx/el_calculo/data/docs/Narri-Ramirez-Patricia-del-Socorro.pdf

Rasmussen, C., Marrongelle, K., & Borba, M.C. (2014). Research on calculus: what do we know and where do we need to go? *ZDM, Mathematics Education, 46* (4), pp. 507-515. doi: 10.1007/s11858-014-0615-x

Rasslan, S., & Tall, D. (2002). Definitions and images for the definite integral concept. In Anne D. Cockburn & Elena Nardi (Eds), *Proceedings of the 26th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, (Norwich, UK), 4, 89–96.

Rondero, C. y López, R. (2013). Otros significados epistemológicos de la integral definida. En Flores R. (Ed.). (2013). *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa, Vol. 26, 1085-1092.* México, DF.

Ruiz, B. J. (2013). *Matemáticas 4. Precálculo: funciones y aplicaciones.* México: Patria.

Salazar, V. P. (2010). *Matemáticas 3*. México: Nueva Imagen.

Secretaría de Educación Pública (2010). *Matemáticas. Primer grado* (3ª.ed.). México: DGMIE/SEP.

Secretaría de Educación Pública (2010). *Matemáticas. Segundo grado* (3ª.ed.). México: DGMIE/SEP.

Secretaría de Educación Pública (2011). *Matemáticas. Cuarto grado* (2ª.ed.). México: DGME/SEP.

Secretaría de Educación Pública (2011). *Matemáticas. Quinto grado* (2ª.ed.). México: DGME/SEP.

Secretaría de Educación Pública (2011). *Matemáticas. Sexto grado* (2ª.ed.). México: DGME/SEP.

Secretaría de Educación Pública (2011). *Matemáticas. Tercer grado* (2ª.ed.). México: DGME/SEP.

Skemp, R. R. (1976). Relational understanding and instrumental understanding. *Mathematics Teaching, 77*, 20-26.

Smith, S. A., Charles, R. I., Dossey, J. A., Keddy, M. L., Bittinger, M. L. (2001). *Álgebra*. E.U.A.: Addison Wesley Iberoamericana.

Stewart, J. (2007). *Cálculo diferencial e integral*. México: CENGAGE Learning.

Stylianides, G. J. (2009). Reasoning-and-Proving in School Mathematics Textbooks. *Mathematical Thinking and Learning, 11*(4), 258-288. doi: 10.1080/10986060903253954

Thomas, M. O. J., & Hong, Y. H. (1996). The Riemann integral in calculus: Students' processes and concepts. In P. C. Clarkson (Ed.), *Proceedings of the 19th Mathematics Education Research Group of Australasia Conference* (pp. 572-579). Australia: Melbourne.

Turégano, P. (1998). Del área a la integral. Un estudio en el contexto educativo. *Enseñanza de las ciencias, 16* (2), pp. 233-249.

Valiente, B. S. (1988). *Diccionario de Matemáticas (Nivel Bachillerato)*. Addison Wesley Longman de México S.A. de C.V.

Vásquez, A. E. (2012). *Medición del impacto del libro de texto en el aula de clases.* Doctoral dissertation, Zentrale Hochschulbibliothek Flensburg). Recuperado el 06 de Mayo de 2015 de http://www.zhb-flensburg.de/dissert/vasquez_alberto/TESIS%20Final%20%2030.8.2012.pdf

ANEXOS

Selección de libros de texto para el análisis de contenido referentes al nivel escolar de secundaria

REPORTE DE LIBROS DE MATEMÁTICAS I CICLO ESCOLAR (2012-2013)

ASIGNATURA	GRADO	EDITORIAL	AUTORES	GRUPOS	LIBROS	PORCENTAJE
MATEMÁTICAS	1°	PEARSON EDUCATION	ARRIAGA ROBLE ALAN, MARCOS MANUEL BENITEZ CASTAÑEDA	110	3461	19.79
		EDICIONES SM	CASTREJON VILLAR APOLO, ALICIA VICUÑA GUANTE, MARTHA LILIA REYES SALGADO, ORTOS SOYUZ CASTREJÓN TORRES	76	2519	14.40
		TRILLAS	ESCAREÑO FORTINO Y OLGA LETICIA LÓPEZ	70	2069	11.83
		SANTILLANA	TRIGUEROS GAISMAN MARIA, MARIA DOLORES LOZANO SUAREZ, MONICA INES SCHULMAITER, IVONNE TWIGGY SANDOVAL CACERES, EMANUEL JINICH CHARMEY, MERCEDE CORTES LASCURAIN	47	1441	8.24
		EDICIONES LAROUSSE	XIQUE ANAYA JUAN CARLOS	43	1303	7.45
		FERNANDEZ EDUCATION	SANCHEZ SANDOVAL FIDEL	39	1518	8.68
		ESFINGE	GARCIA M. VICTOR, ROBERTO VILLASEÑOR S., MERIA DE MONTES H.	34	1054	6.03
		GRUPO EDITORIAL PATRIA	JIMENEZ MALAGON LEOPOLDO, HOMERO SOLANO GOMEZ, EMMANUEL HERNANDEZ SOTO	34	1232	7.04
		EDICIONES CASTILLO	ROMERO HIDALGO	25	901	5.15
		LIMUSA NORIEGA EDITORES	ALMAGUER GUADALUPE FRANCISCO, CANTU LETICIA RODRIGUEZ, RICARDO RODRIGUEZ	21	530	3.03
		EPSA/MCGRAW-HILL	MARIA GUADALUPE CABAÑAS SANCHEZ, MERCELA FERRARI ESCOLÁ	18	498	2.85
		UNIVERSITY OF DAYTON PUBLISHING	CASTAÑEDA APOLO, ROSA ISELA GONZAÑÉZ	10	318	1.82
		NUEVO MEXICO	COVIAN RUÉ EMILIO	8	288	1.65
		EDICIONES EXCELENCIA	PÉREZ MÁXIMO SERGIO A PÉREZ	5	170	0.97
		TERRACOTA	REYES GARCIA LIDIA	4	115	0.66

	GRUPO EDITORIAL NORMA	OLEA DIAZ AÑEJANDRO EDUCARDO BASURTO SANCHEZ, MARCO ANTONIO RIVERA PAREDES	3	74	0.42

EN PRIMER GRADO DE MATEMÁTICAS I – HAY UN PEDIDO DE LIBROS DE 17, 492 DE UN TOTAL DE 50, 888 LIBROS ASIGNADOS A MATEMÁTICAS (TOTAL 16 EDITORIALES)

REPORTE DE LIBROS DE MATEMÁTICAS II CICLO ESCOLAR (2012-2013)

ASIGNATURA	GRADO	EDITORIAL	AUTORES	GRUPOS	LIBROS	PORCENTAJE
MATEMÁTICAS	2°	EDICIONES SM	BLOCK DAVID, GARCIA SILVIA, CASTREJON TORRES ORTOS SOYUZ, CASTREJON VILLAR APOLO, REYES SALGADOR MARTHA, VICUÑA GUANTE ALICIA, AMADOR GOMEZ MARÍA ESTHER, ROBLES MONICA	103	3491	20.15
		PEARSON EDUCATION	ARRIAGA CORONILLA ALFONSO, BENÍTEZ CASTAÑEDO MARCOS MANUEL, GONZÁLEZ ÁLVAREZ LUZ MARÍA, ROCHA CHÁVEZ REYNALDO, RODRÍGUEZ ANDRADE MARCO ANTONIO, ROSAINZ VERONICA	92	2854	16.48
		SANTILLANA	BRICEÑO LUIS, CARRASCO GUADALUPE, PALMAS ÁSCAR, STRUCK FRANCISCO, VERDUGO JULIETA, MANCERA MARTÍNEZ EDUARDO, TRIGUEROS GAISMAN MARÍA, MARÍA DOLORES LOZANO SUAREZ, MÓNICA INÉS SHULMAISTER, IVONNE TWIGGY SANDOVAL CÁCERES, EMANUEL JINICH CHARNEY, MERCEDES CORTÉS LASCURAIN	64	2032	11.73
		FERNÁNDEZ EDUCATION	PÉREZ MAXIMO, PÉREZ SERGIO A., SÁNCHEZ SANDOVAL FIDEL, AZPEITA JULIETA, CASTILLO CARRILLO RAMÓN, FLORES MARIA EUGENIA, MARTÍNEZ IRMA LETICIA, RAMÍREZ CANTÚ MARIANA, VERGARA RIVERA DAVID	48	1506	8.69
		TRILLAS	ESCAREÑO FORTINO, LÓPEZ OLGA LETICIA	45	1319	7.61
		EDICIONES LAROUSSE	BARKOVITCH MATEO ALEJANDRO, GARCÍA JUÁREZ MARCO ANTONIO, PÁEZ MURILLO ROSA ELVIRA	41	1405	8.11
		ESFINGE	GARCIA VICTOR, MONTES DELIA, VILLASEÑOR ROBERTO, WALDEGG GUILLERMINA	26	823	4.75
		GRUPO EDITORIAL PATRIA	GUZMÁN HERNÁNDEZ JOSE, HOYOS AGUILAR VERÓNICA, SÁINZ ROLDÁN MARIANA, SÁNCHEZ SÁNCHEZ ERNESTO ALONSO, CARRILLO ALTAMIRANO ALEJANDRO, LEÓN HERNÁNDEZ MIGUEL ÁNGEL, RIVERA ÁLVAREZ MARIO, SÁNCHEZ ALAVEZ JOSÉ LORENZO	26	831	4.80
		NUEVO MÉXICO	BOSCH GIRAL CARLOS, GÓMEZ WULSCHNER CLAUDIA	19	716	4.13
		EPSA/MCGRAW-HILL	CABAÑAS SANCHEZ MARÍA GUADALUPE, CANTORAL URIZA RICARDO, CASTAÑEDA ALONSO APOLO,	17	439	2.53

		FARFÁN MARQUEZ ROSA MARIA, FERRA MARCELA, LEZAMA ANDALON FRANCISCO JAVIER, MARTINEZ SIERRA GUSTAVO, MONTIEL ESPONOSA GISELA, FIGUERAS MOURUT DE MONTPPELLIER OLIMPIA, FILLOY YAGÜE EUGENIO, OJEDA SALAZAR ANA MARÍA, ROJANO CABALLOS MARIA TERESA, ZUBIETA BADILLO GONZALO			
	LIMUSA NORIEGA EDITORES	ALMAGUER GUADALUPE, CANTÚ FRANCISCO, RODRIGUEZ LETICIA, RODRIGUEZ RICARDO, VALIENTE BARDERAS SANTIAGO, VALLE GÓMEZ HECTOR	15	359	2.07
	EDICIONES CASTILLO	HERNÁNDEZ PALOMA, ROMERO SILVIA, BRAVO CRISTOBAL, MARVÁN LUZ MARÍA	14	476	2.75
	EDICIONES EXCELENCIA	ANTARIA CARLOS	12	553	3.19
	OXFORD UNIVERSITY PRESS	ARTEAGA GARCÍA RUBÉN, SANCHEZ MARMOLEJO ANDREA	11	288	1.66
	GRUPO EDITORIAL NORMA	BASURTO HIDALGO EDUARDO, OLEA DÍAZ ALEJANDRO, RIVERA PAREDES MARCO ANTONIO	7	230	1.33

EN SEGUNDO GRADO DE MATEMÁTICAS II – HAY UN PEDIDO DE LIBROS DE 17, 332 DE UN TOTAL DE 50, 888 LIBROS ASIGNADOS A MATEMÁTICAS (TOTAL 15 EDITORIALES)

REPORTE DE LIBROS DE MATEMÁTICAS III CICLO ESCOLAR (2012-2013)

ASIGNATURA	GRADO	EDITORIAL	AUTORES	GRUPOS	LIBROS	PORCENTAJE
MATEMÁTICAS	3°	EDICIONES SM	NEBBIA RUBIO CLAUDIO FRANCISCO, GARCIA SILVIA, MENDOZA TATIANA, CASTREJÓN TORRES ORTOS SOYUZ, CASTREJON VILLAR APOLO	122	3866	24.05
		PEARSON EDUCATION	ARRIAGA CORONILLA ALFONSO, BENÍTEZ CASTAÑEDO MARCOS MANUEL, GONZÁLEZ ÁLVAREZ LUZ MARÍA, ROCHA CHÁVEZ REYNALDO, RODRIGUEZ ANDRADE MARCO ANTONIO, ROSAINZ VERÓNICA	101	2983	18.56
		SANTILLANA	TRIGUEROS GAISMAN MARÍA, MARÍA DOLORES SUAREZ, MÓNICA INÉS SHULMAISTER, IVONNE TWIGGY SANDOVAL CÁCERES, EMANUEL JINICH CHARNEY, MERCEDES CORTÉS LASCURAIN, MANCERA MARTÍNEZ EDUARDO, BRISEÑO LUIS, CARRASCO GUADALUPE, PALMAS OSCAR, STRUCK FRANCISCO, VERDUGO JULIETA.	54	1549	9.64
		FERNÁNDEZ EDUCACIÓN	SANCHEZ SANDOVAL FIDEL, PÉREZ MÁXIMO, PÉREZ SERGIO, A., AZPEITA JULIETA, CASTILLO CASTILLO RAMÓN, FLORES MARÍA EUGENIA, MARTINEZ IRMA LETICIA, RAMÍREZ CANTÚ MARIANA, VERGARA RIVERA DAVID.	53	2026	12.60
		ESFINGE	GARCÍA VICTOR, MONTES DELIA, VILLASEÑOR ROBERTO, WLADEGG GUILLERMINA.	40	1306	8.12
		TRILLAS	ESCAREÑO FORTINO, LÓPEZ OLGA LETICIA	31	838	5.21
		EPSA/MCGRAW-HILL	CABAÑAS SANCHEZ MARÍA GUADALUPE, CANTORAL URIZA RICARDO, CASTAÑEDA ALONSO APOLO, FARFÁN MARQUEZ ROSA MARIA, FERRA MARCELA, LEZAMA ANDALON FRANCISCO JAVIER, MARTINEZ SIERRA GUSTAVO, MONTIEL ESPONOSA GISELA, FIGUERAS MOURUT DE MONTPPELLIER OLIMPIA, FILLOY YAGÜE EUGENIO, OJEDA SALAZAR ANA MARÍA, ROJANO CABALLOS MARÍA TERESA, ZUBIETA BADILLO GONZALO	30	828	5.15
		EDICIONES LAROUSSE	BARKOVITCK MATEO ALEJANDRO, GARCÍA JUÁREZ MARCO ANTONIO, PAÉZ MURILLO ROSA ELVIRA	25	678	4.22
		GRUPO EDITORIAL PATRIA	GUZMÁN HERNÁNDEZ JOSÉ, HOYOS AGUILAR VERÓNICA, SÁINZ ROLDÁN MARIANA, SÁNCHEZ SÁNCHEZ ERNESTO ALONSO, CARRILLO ALTAMIRANO ALEJANDRO, LEÓN HERNÁNDEZ MIGUEL ÁNGEL, RIVERA ÁLVAREZ MARIO, SÁNCHEZ ALAVEZ JOSÉ LORENZO.	18	615	3.83

	LIMUSA NORIEGA EDITORES	ALMAGUER GUADALUPE, CANTÚ FRANCISCO, RODRÍGUEZ LETICIA, RODRÍGUEZ RICARDO, VALIENTE VARDERAS SANTIAGO, VALLE GÓMEZ HECTOR	17	374	2.33
	EDICIONES CASTILLO	HERNÁNDEZ PALOMA, ROMERO SILVIA, BRAVO CRISTOBAL, MARVÁN LUZ MARÍA	12	419	2.61
	OSFORD UNIVERSITY PRESS	ARTEAGA GARCÍA RUBÉN, SÁNCHEZ MARMOLEJO ANDREA	8	359	2.23
	GRUPO EDITORIAL NORMA	BASURTO HIDALGO EDUARDO, OLEA DÍAZ ALEJANDRO, RIVERA PAREDES MARCO ANTONIO	5	134	0.83
	EDICIONES DE EXCELENCIA	ANTARIA CARLOS	3	57	0.35
	NUEVO MÉXICO	BOSCH GIRAL CARLOS, GÓMEZ WULSCHNER CLAUDIA	1	42	0.26

EN TERCER GRADO DE MATEMÁTICAS III – HAY UN PEDIDO DE LIBROS DE 16, 074 DE UN TOTAL DE 50, 888 LIBROS ASIGNADOS A MATEMÁTICAS (TOTAL 15 EDITORIALES)

Selección de libros de texto para el análisis de contenido referentes al nivel escolar de Bachillerato

SEMESTRE 1	
FUENTE DE CONSULTA BÁSICA SUGERIDA POR EL DBG/DCA (2013)	**BLOQUE EN EL QUE APARECE SUGERIDA**
Barnett, R. (1992). *Precálculo*. México: Limusa.	2
Barnett, R. (1992). *Precálculo*. México: Limusa.	3
Barnett, R. (1992). *Precálculo*. México: Limusa.	4
Barnett, R. (1992). *Precálculo*. México: Limusa.	5
Bernett, R. (2012). *Algebra*. Mexico: McGrwHill	1
Fleming, W., y Varberg, D. (1991). *Algebra y Trigonometría Analítica.* México: Prentice Hall.	6
Fleming, W., y Varberg, D. (1991). *Algebra y Trigonometría Analítica.* México: Prentice Hall.	7
Fleming, W., y Varberg, D. (1991). *Algebra y Trigonometría Analítica.* México: Prentice Hall.	8
Fleming, W., y Varberg, D. (1991). *Algebra y Trigonometría Analítica.* México: Prentice Hall.	9
Fleming, W., y Varberg, D. (1991). *Algebra y Trigonometría Analítica.* México: Prentice Hall.	10
Smith, S., y Col. (2001). *Algebra*. E.U.A.: Addison Wesley Iberoamericana.	1
Smith, S., y Col. (2001). *Algebra*. E.U.A.: Addison Wesley Iberoamericana.	2
Smith, S., y Col. (2001). *Algebra*. E.U.A.: Addison Wesley Iberoamericana.	3
Smith, S., y Col. (2001). *Algebra*. E.U.A.: Addison Wesley Iberoamericana.	4
Smith, S., y Col. (2001). *Algebra*. E.U.A.: Addison Wesley Iberoamericana.	5
Smith, S., y Col. (2001). *Algebra*. E.U.A.: Addison Wesley Iberoamericana.	6
Smith, S., y Col. (2001). *Algebra*. E.U.A.: Addison Wesley Iberoamericana.	7
Smith, S., y Col. (2001). *Algebra*. E.U.A.: Addison Wesley Iberoamericana.	8
Smith, S., y Col. (2001). *Algebra*. E.U.A.: Addison Wesley Iberoamericana.	9

Smith, S., y Col. (2001). *Algebra*. E.U.A.: Addison Wesley Iberoamericana.	10

SEMESTRE 2	
FUENTE DE CONSULTA BÁSICA SUGERIDA POR EL DBG/DCA (2013)	**BLOQUE EN EL QUE APARECE SUGERIDA**
Bornell, C. (2000). La divina proporción, las formas geométricas. México: Alfa-Omega Grupo Editor.	1
Guzmán, H. A. (1999). *Geometría y Trigonometría* (Décima reimpresión). México: Publicaciones cultural.	2
Guzmán, H. A. (1999). *Geometría y Trigonometría* (Décima reimpresión). México: Publicaciones cultural.	4
Guzmán, H. A. (1999). *Geometría y Trigonometría* (Décima reimpresión). México: Publicaciones cultural.	5
Guzmán, H. A. (1999). *Geometría y Trigonometría* (Décima reimpresión). México: Publicaciones cultural.	7
Guzmán, H. A. (1999). *Geometría y Trigonometría* (Décima reimpresión). México: Publicaciones cultural.	8
Guzmán, H. A. (1999). *Geometría y Trigonometría* (Décima reimpresión). México: Publicaciones cultural.	9
Ruiz, B. J. (2012). *Matemáticas II. Geometría, Trigonometría, datos y azar.* (1ra. Ed.). México: Patria.	3
Ruiz, B. J. (2012). *Matemáticas II. Geometría, Trigonometría, datos y azar.* (1ra. Ed.). México: Patria.	6
Ruiz, B. J. (2012). *Matemáticas II. Geometría, Trigonometría, datos y azar.* (1ra. Ed.). México: Patria.	10

SEMESTRE 3	
FUENTE DE CONSULTA BÁSICA SUGERIDA POR EL DBG/DCA (2013)	**BLOQUE EN EL QUE APARECE SUGERIDA**
Basurto, E., y Castillo, P. (2013). *Matemáticas 3.* México: Pearson.	6
Cuellar, J. A. (2010). *Matemáticas III*. México: Mc Graw Hill.	1
Cuellar, J. A. (2010). *Matemáticas III*. México: Mc Graw Hill.	2

Cuellar, J. A. (2010). *Matemáticas III*. México: Mc Graw Hill.	3
Cuellar, J. A. (2010). *Matemáticas III*. México: Mc Graw Hill.	4
Cuellar, J. A. (2010). *Matemáticas III*. México: Mc Graw Hill.	5
Méndez, A. (2010). *Matemáticas 3.* México. Santillana.	7
Salazar, V. P. (2010). *Matemáticas 3*. México: Nueva Imagen	1
Salazar, V. P. (2010). *Matemáticas 3*. México: Nueva Imagen	2
Salazar, V. P. (2010). *Matemáticas 3*. México: Nueva Imagen	3
Salazar, V. P. (2010). *Matemáticas 3*. México: Nueva Imagen	4
Salazar, V. P. (2010). *Matemáticas 3*. México: Nueva Imagen	5
Salazar, V. P. (2010). *Matemáticas 3*. México: Nueva Imagen	6
Salazar, V. P. (2010). *Matemáticas 3*. México: Nueva Imagen	7

SEMESTRE 4	
FUENTE DE CONSULTA BÁSICA SUGERIDA POR EL DBG/DCA (2013)	**BLOQUE EN EL QUE APARECE SUGERIDA**
Ruiz, J. (2011). *Matemáticas 4 Precálculo: funciones y aplicaciones* (1ra. Ed.). México. Patria.	1
Ruiz, J. (2011). *Matemáticas 4 Precálculo: funciones y aplicaciones* (1ra. Ed.). México. Patria.	2
Ruiz, J. (2011). *Matemáticas 4 Precálculo: funciones y aplicaciones* (1ra. Ed.). México. Patria.	3
Ruiz, J. (2011). *Matemáticas 4 Precálculo: funciones y aplicaciones* (1ra. Ed.). México. Patria.	4
Ruiz, J. (2011). *Matemáticas 4 Precálculo: funciones y aplicaciones* (1ra. Ed.). México. Patria.	5
Ruiz, J. (2011). *Matemáticas 4 Precálculo: funciones y aplicaciones* (1ra. Ed.). México. Patria.	6
Ruiz, J. (2011). *Matemáticas 4 Precálculo: funciones y aplicaciones* (1ra. Ed.). México. Patria.	7
Ruiz, J. (2011). *Matemáticas 4 Precálculo: funciones y aplicaciones* (1ra. Ed.). México. Patria.	8

SEMESTRE 5	
FUENTE DE CONSULTA BÁSICA SUGERIDA POR EL DBG/DCA (2013)	**BLOQUE EN EL QUE APARECE**

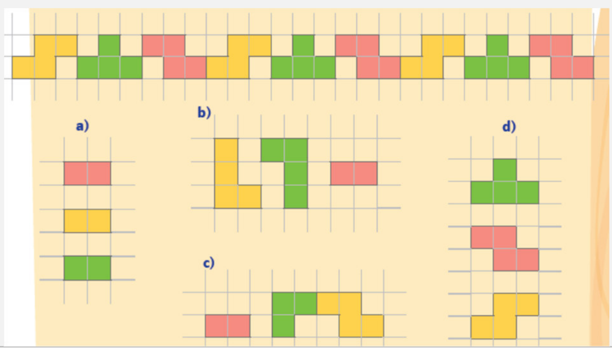
	SUGERIDA
Martínez de G., Mayra et al. (2009). *Calculo diferencial e integral*. México: Santillana.	1
Martínez de G., Mayra et al. (2009). *Calculo diferencial e integral*. México: Santillana.	2
Martínez de G., Mayra et al. (2009). *Calculo diferencial e integral*. México: Santillana.	3
Martínez de G., Mayra et al. (2009). *Calculo diferencial e integral*. México: Santillana.	4
Mazón, R. José, M. (1997). *Cálculo diferencial.* México: McGraw-Hill.	3
Mazón, R. José, M. (1997). *Cálculo diferencial.* México: McGraw-Hill.	4
Mora, V. Emiliano y Del Río F. M. (2009). *Calculo diferencial e integral. Ciencias sociales y económicas administrativas.* México. Santillana.	1
Mora, V. Emiliano y Del Río F. M. (2009). *Calculo diferencial e integral. Ciencias sociales y económicas administrativas.* México. Santillana.	2
Mora, V. Emiliano y Del Río F. M. (2009). *Calculo diferencial e integral. Ciencias sociales y económicas administrativas.* México. Santillana.	3
Mora, V. Emiliano y Del Río F. M. (2009). *Calculo diferencial e integral. Ciencias sociales y económicas administrativas.* México. Santillana.	4
Ortiz, C. F. J. (2007). *Calculo diferencial.* México: Grupo Editorial Patria.	1
Ortiz, C. F. J. (2007). *Calculo diferencial.* México: Grupo Editorial Patria.	2
Ortiz, C. F. J. (2007). *Calculo diferencial.* México: Grupo Editorial Patria.	3
Ortiz, C. F. J. (2007). *Calculo diferencial.* México: Grupo Editorial Patria.	4
Salazar, G., Bahena, R., y Vega, H. (2007). *Calculo diferencial.* México: Grupo Editorial Patria.	1
Salazar, G., Bahena, R., y Vega, H. (2007). *Calculo diferencial.* México: Grupo Editorial Patria.	2
Salazar, G., Bahena, R., y Vega, H. (2007). *Calculo diferencial.* México: Grupo Editorial Patria.	3
Salazar, G., Bahena, R., y Vega, H. (2007). *Calculo diferencial.* México: Grupo Editorial Patria.	4
Stewart, H., et al. (2010). *Introducción al cálculo*. México: Thompson.	1
Stewart, H., et al. (2010). *Introducción al cálculo*. México: Thompson.	2
Stewart, H., et al. (2010). *Introducción al cálculo*. México: Thompson.	3

Zill, D. G. (2005). *Cálculo con Geometría Analítica*. México: Grupo Editorial Iberoamericana.	3

SEMESTRE 6	
FUENTE DE CONSULTA BÁSICA SUGERIDA POR EL DBG/DCA (2013)	**BLOQUE EN EL QUE APARECE SUGERIDA**
Leithold, L. (2009). *El Cálculo*. México: Oxford University Press.	1
Leithold, L. (2009). *El Cálculo*. México: Oxford University Press.	2
Leithold, L. (2009). *El Cálculo*. México: Oxford University Press.	3
Leithold, L. (2009). *El Cálculo*. México: Oxford University Press.	4
Martínez de G., et al. (2009). *Calculo diferencial e integral*. México: Santillana.	1
Martínez de G., et al. (2009). *Calculo diferencial e integral*. México: Santillana.	2
Martínez de G., et al. (2009). *Calculo diferencial e integral*. México: Santillana.	3
Martínez de G., et al. (2009). *Calculo diferencial e integral*. México: Santillana.	4
Mora, V., Emiliano y Del Río F. M. (2009). *Calculo diferencial e integral. Ciencias sociales y económicas administrativas*. México. Santillana.	1
Mora, V., Emiliano y Del Río F. M. (2009). *Calculo diferencial e integral. Ciencias sociales y económicas administrativas*. México. Santillana.	2
Mora, V., Emiliano y Del Río F. M. (2009). *Calculo diferencial e integral. Ciencias sociales y económicas administrativas*. México. Santillana.	3
Mora, V., Emiliano y Del Río F. M. (2009). *Calculo diferencial e integral. Ciencias sociales y económicas administrativas*. México. Santillana.	4
Ortiz, F. J. (2007). *Calculo integral*. México: Grupo Editorial Patria.	1
Ortiz, F. J. (2007). *Calculo integral*. México: Grupo Editorial Patria.	2
Ortiz, F. J. (2007). *Calculo integral*. México: Grupo Editorial Patria.	3
Ortiz, F. J. (2007). *Calculo integral*. México: Grupo Editorial Patria.	4
Salazar, Bahena y Vega (2007). *Cálculo Integral*. México: Grupo Editorial Patria.	1
Salazar, Bahena y Vega (2007). *Cálculo Integral*. México: Grupo Editorial Patria.	2
Salazar, Bahena y Vega (2007). *Cálculo Integral*. México: Grupo Editorial Patria.	3
Salazar, Bahena y Vega (2007). *Cálculo Integral*. México: Grupo Editorial Patria.	4

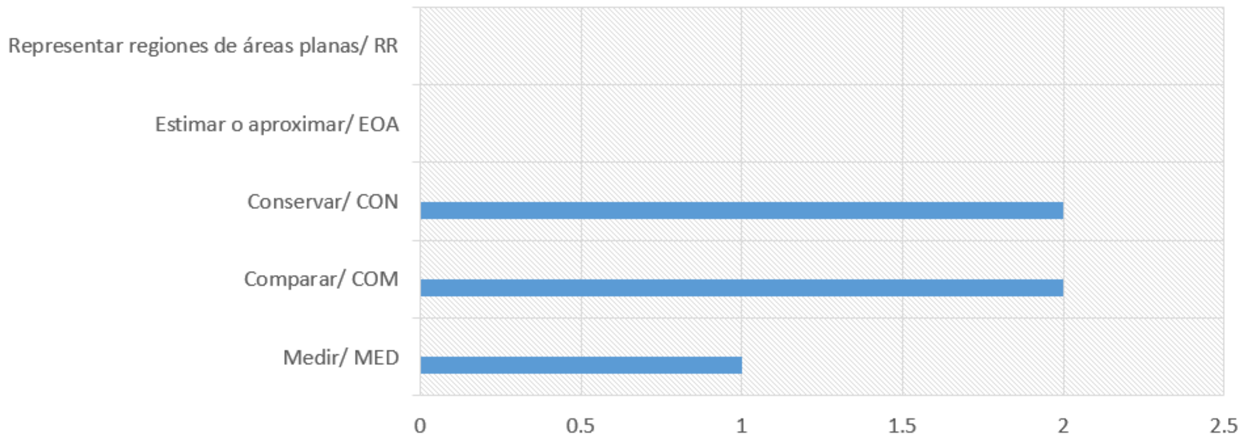
Stewart, J. (2007). *Cálculo diferencial e integral*. México: CENGAGE Learning.	1
Stewart, J. (2007). *Cálculo diferencial e integral*. México: CENGAGE Learning.	2
Stewart, J. (2007). *Cálculo diferencial e integral*. México: CENGAGE Learning.	3
Stewart, J. (2007). *Cálculo diferencial e integral*. México: CENGAGE Learning.	4

Ficha de registro para EPM1

Tabla: Evidencia de usos, contextos y procedimientos en que se presenta el área en relación con la conservación del área.						
Libro de texto:	EPM1					
Categoría		Evidencia	Usos	Contextos	Procedimientos	Tipo de transformación
Código o Códigos involucrados	1	*"¿Cuáles figuras se usaron en el siguiente patrón?"* (SEP, 2013, p. 43). Comparación de áreas por superposición comparar dos o más superficies. 	COM CON	PC	I	TG
	2	*"Lilia vio varios trozos de madera y compró el rojo y el rosa. El rojo lo pagó con dos monedas de 10 pesos y 4 de un peso. El otro con 1 moneda de 10 pesos y 8 de 1 peso. ¿Cuántas veces cabe el trozo verde en el rosa?"* (SEP, 2013, p. 110). 	MED COM CON	PC	CD TAP	TG
	3					
	4					
	5					

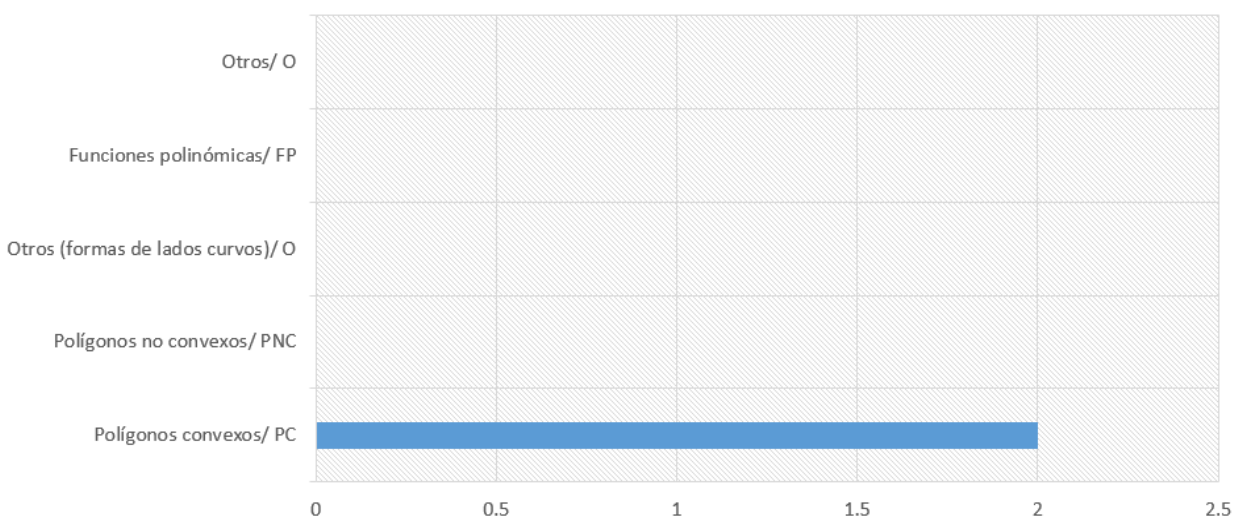
Usos, Contextos y Procedimientos en que se presenta la conservación del área en EPM1																			
	Usos					Contextos					Procedimientos							Transformación asociada	
Número de tarea	Medir/**M**	Comparar/**COM**	Conservar/**CON**	Estimar o aproximar/**EOA**	Representar regiones de áreas planas/**RR**	Polígonos convexos/**PC**	Polígonos no convexos/**PNC**	Otros (formas de lados curvos)/**O**	Funciones polinómicas/**FP**	Otros/**O**	Composición y descomposición/**CD**	Isometrías en el plano/**I**	Teoremas, axiomas, propiedades de las figuras / **TAP**	Procesos de aproximación/**PA**	Sumas de Riemann/**SR**	Integral definida/**ID**	Fórmulas básicas para el cálculo de áreas, entre otras/**FBCA**	Transformaciones geométricas/**TG**	Transformaciones analíticas/**TA**
1	0	01	01	0	0	01	0	0	0	0	0	01	0	0	0	0	0	01	0
2	01	01	01	0	0	01	0	0	0	0	01	0	01	0	0	0	0	0	0
3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
6	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
7	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
8	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
9	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
10	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
11	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
12	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
13	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
14	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
15	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
16	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
17	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
18	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
19	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
20	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
21	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Totales/ TG	01	02	02	0	0	02	0	0	0	0	01	01	01	0	0	0	0	2	0
Totales/ TA	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
TOTAL	1	2	2	0	0	2	0	0	0	0	1	1	1	0	0	0	0	2	0

Usos - EPM1

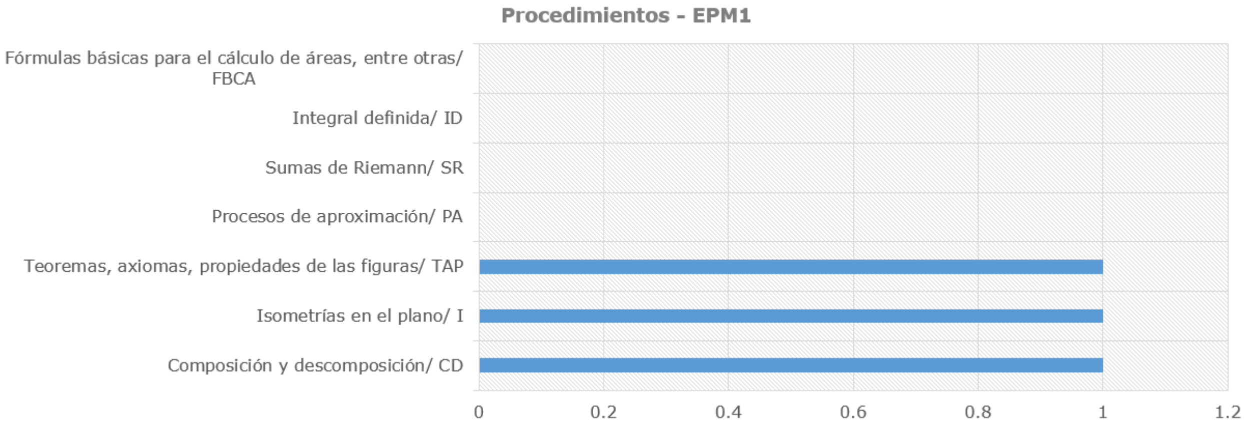


	Medir/ MED	Comparar/ COM	Conservar/ CON	Estimar o aproximar/ EOA	Representar regiones de áreas planas/ RR
Transformación analítica/ TA	0	0	0	0	0
Transformación geométrica/ TG	1	2	2	0	0

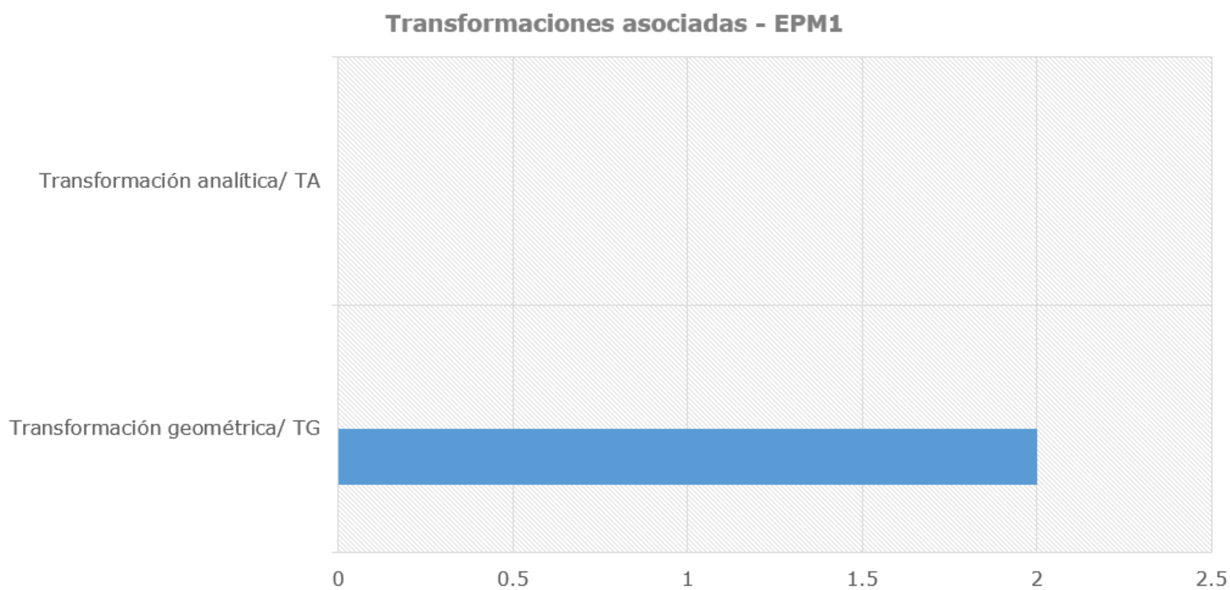
Contextos - EPM1



	Polígonos convexos/ PC	Polígonos no convexos/ PNC	Otros (formas de lados curvos)/ O	Funciones polinómicas/ FP	Otros/ O
Transformación geométrica/ TG	2	0	0	0	0
Transformación analítica/ TA	0	0	0	0	0

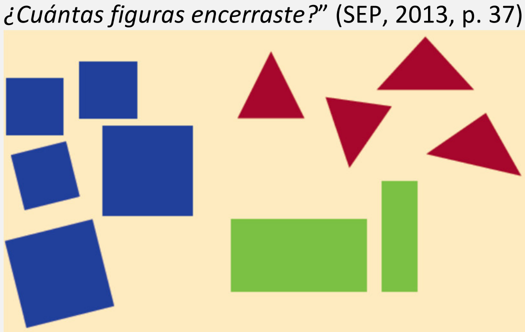
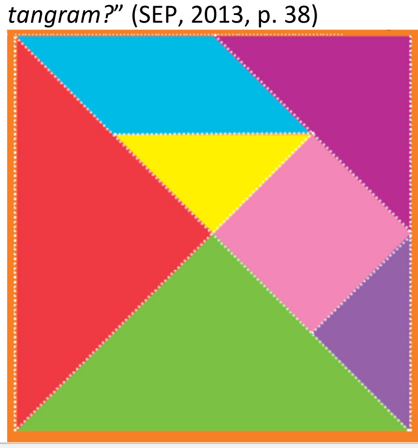


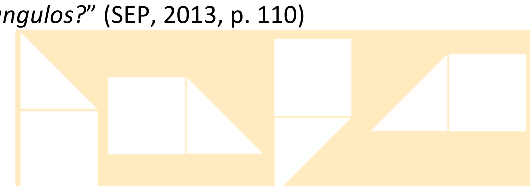
	Composición y descomposición / CD	Isometrías en el plano/ I	Teoremas, axiomas, propiedades de las figuras/ TAP	Procesos de aproximación/ PA	Sumas de Riemann/ SR	Integral definida/ ID	Fórmulas básicas para el cálculo de áreas, entre otras/ FBCA
Transformación geométrica/ TG	1	1	1	0	0	0	0
Transformación analítica/ TA	0	0	0	0	0	0	0

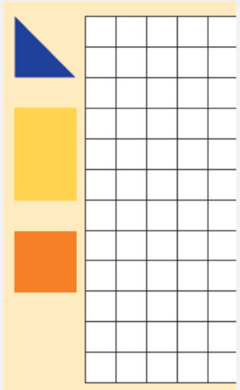
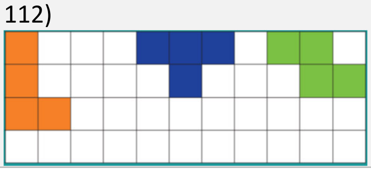
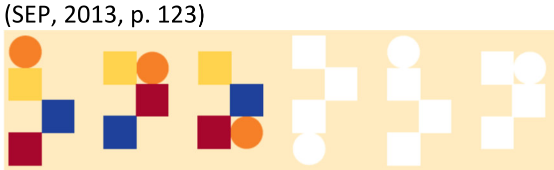
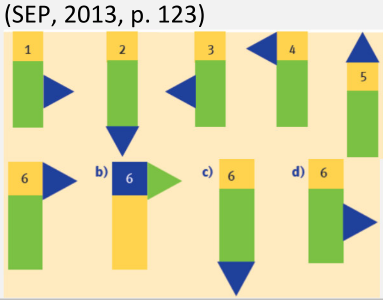


	Transformación geométrica/ TG	Transformación analítica/ TA
Transformación analítica/ TA	0	0
Transformación geométrica/ TG	2	0

Ficha de registro para EPM2

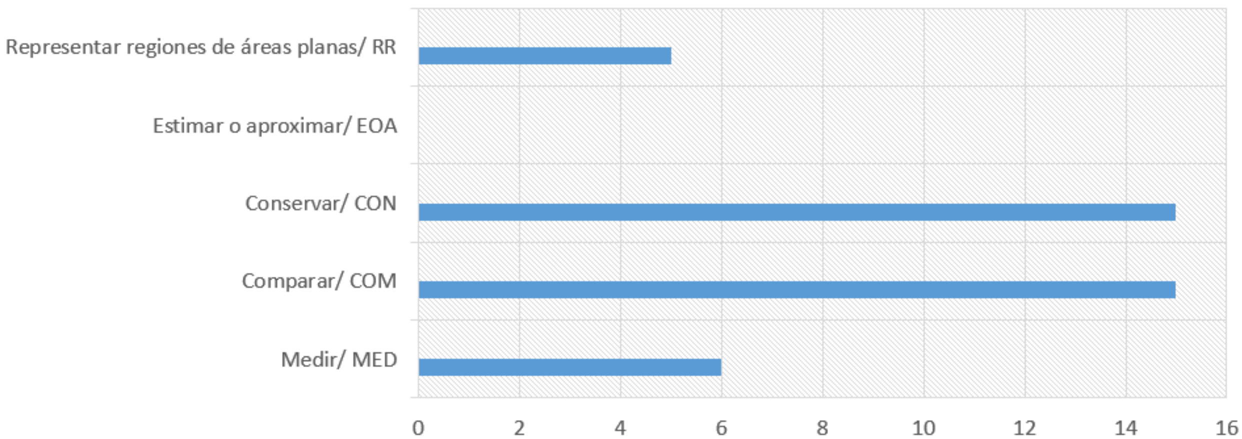
Tabla: Evidencia de usos, contextos y procedimientos en que se presenta el área en relación con la conservación del área.						
Libro de texto:	EPM2					
Categoría	Evidencia		Usos	Contextos	Procedimientos	Tipo de transformación
Código o Códigos involucrados	1	*"Encierra las figuras que tengan la misma forma y tamaño ¿Cuántas figuras encerraste?"* (SEP, 2013, p. 37) 	M COM CON	PC	TAP	TG
	2	*"En parejas utilizando el tangram del recortable 4 realicen lo siguiente: ¿En qué se parecen los triángulos del tangram? ¿En qué son distintos los triángulos del tangram?"* (SEP, 2013, p. 38) 	M COM CON	PC	TAP I	TG
	3	*"En parejas utilizando el tangram del recortable 4 realicen lo siguiente: Cada uno forme un cuadrado de distinto tamaño con dos triángulos ¿En qué son distintos los cuadrados que formaron?"* (SEP, 2013, p. 38)	M COM CON	PC	TAP	TG
	4	*"En parejas utilizando el tangram del recortable 4 realicen lo siguiente: Con el cuadrado y dos triángulos formen un rectángulo ¿Los rectángulos que formaron se parecen? ¿En qué?"* (SEP, 2013, p. 38)	M COM CON	PC	TAP CD	TG
	5	*"En equipos, con las piezas del recortable 4 formen las siguientes figuras ¿Con cuántas piezas formaron la figura*	COM CON	PC	CD	TG

		del conejo? ¿Con cuántas la figura del gato? ¿Con cuántas la figura del cisne?” (SEP, 2013, p. 39). 				
	6	“*Une con líneas cada una de las figuras de color con el lugar que ocupaban en la imagen gris*” (SEP, 2013, p. 73) 	CON COM	PC	I CD	TG
	7	“*Ayuda a Gabriela a completar la sucesión. Menciona que tienen en común el primero, el quinto y el noveno término*” (SEP, 2013, p.110). 	COM CON	PC	I- Cambio de posición	TG
	8	“*De la siguiente sucesión, colorea de azul los triángulos y de amarillo los cuadrados ¿Cómo cambian de posición los triángulos?*” (SEP, 2013, p. 110) 	COM CON	PC	I-con giro	TG
	9	“*Observa la siguiente sucesión y colorea las figuras del color que les corresponde ¿Qué figura cambia de posición? ¿Qué figura de la sucesión cambia de naranja a verde? ¿Qué figuras forman cada término de la sucesión?*” (SEP, 2013, p. 110) 	COM CON RR	PC	I-R-R	TG
	10	“*Completa la siguiente sucesión. ¿Cuántas figuras componen cada término de esta sucesión? ¿Cuáles figuras tienen el mismo color? ¿Cuál figura cambia de lugar?*” (SEP, 2013, p. 111). 	COM CON	PC O	I-R	TG
	11	“*Con las siguientes figuras construyen una sucesión en la cuadrícula ¿Cuántas figuras utilizaste para formar un término de la sucesión? ¿Cambian las figuras de color?*	MED COM CON RR	PC	I	TG

		¿Cambian las figuras de posición? ¿Dónde comienzan a repetirse los términos?" (SEP, 2013, p.111) 				
	12	*"La sucesión siguiente tiene cuatro términos. Colorea de un mismo color las figuras que son iguales. ¿Cuántos términos forman cada patrón? ¿Por qué?"* (SEP, 2013, p. 112) 	COM CON	PC	I	TG
	13	*"De las siguientes figuras, escoge dos e inventa un patrón. Después reprodúcelo varias veces en una hoja cuadriculada de manera que en la sucesión quede el menor número de cuadrados en blanco."* (SEP, 2013, p. 112) 	MED COM CON RR	PC	I-Cambio de posición	TG
	14	*"Observa la sucesión que se forma con las losetas de un piso ¿De qué color deben ir pintadas las losetas del cuarto término? ¿Cuántos cuadrados hay en total en el patrón?"* (SEP, 2013, p. 123) 	COM CON RR	PC O	I-R (en rojo y azul) I-Cambio de posición.	TG
	15	*"Observa la siguiente sucesión ¿Cuál es el siguiente término de la sucesión? Si en la sucesión hay cinco términos, ¿Cuántas figuras geométricas habrá en total?"* (SEP, 2013, p. 123) 	COM CON RR	PC	I-R I-cambio de posición.	TG

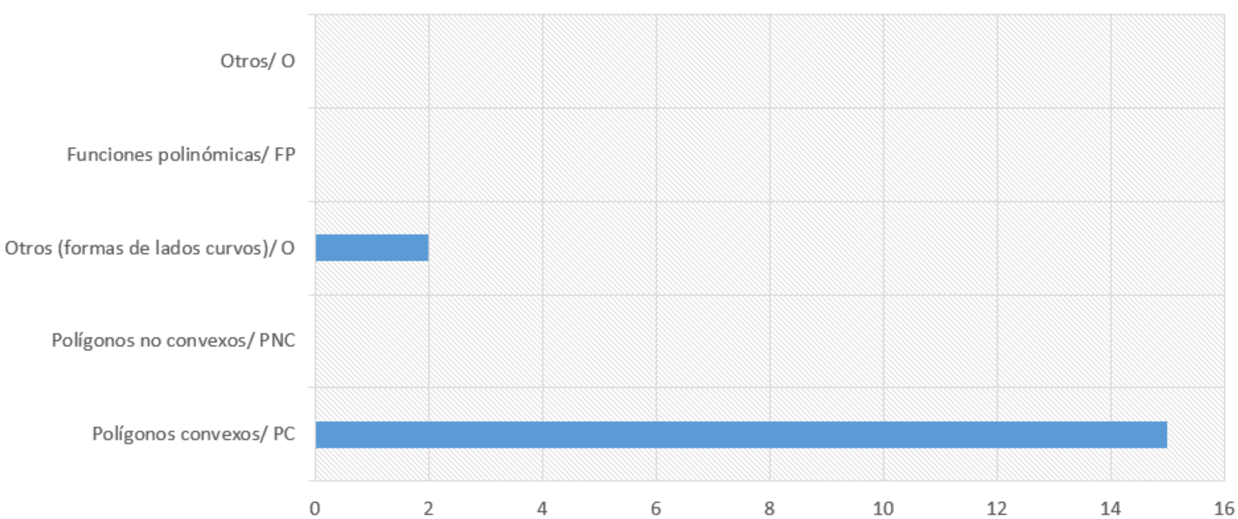
Usos, Contextos y Procedimientos en que se presenta la conservación del área en EPM2																			
	Usos					Contextos					Procedimientos							Transformación asociada	
Número de tarea	Medir/**M**	Comparar/**COM**	Conservar/**CON**	Estimar o aproximar/**EOA**	Representar regiones de áreas planas/**RR**	Polígonos convexos/**PC**	Polígonos no convexos/**PNC**	Otros (formas de lados curvos)/**O**	Funciones polinómicas/**FP**	Otros/**O**	Composición y descomposición/**CD**	Isometrías en el plano/**I**	Teoremas, axiomas, propiedades de las figuras / **TAP**	Procesos de aproximación/**PA**	Sumas de Riemann/**SR**	Integral definida/**ID**	Fórmulas básicas para el cálculo de áreas, entre otras/**FBCA**	Transformaciones geométricas/**TG**	Transformaciones analíticas/**TA**
1	01	01	01	0	0	01	0	0	0	0	0	0	01	0	0	0	0	01	0
2	01	01	01	0	0	01	0	0	0	0	0	01	01	0	0	0	0	01	0
3	01	01	01	0	0	01	0	0	0	0	0	0	01	0	0	0	0	01	0
4	01	01	01	0	0	01	0	0	0	0	01	0	01	0	0	0	0	01	0
5	0	01	01	0	0	01	0	0	0	0	01	0	0	0	0	0	0	01	0
6	0	01	01	0	0	01	0	0	0	0	01	01	0	0	0	0	0	01	0
7	0	01	01	0	0	01	0	0	0	0	0	01	0	0	0	0	0	01	0
8	0	01	01	0	0	01	0	0	0	0	0	01	0	0	0	0	0	01	0
9	0	01	01	0	01	01	0	0	0	0	0	01	0	0	0	0	0	01	0
10	0	01	01	0	0	01	0	01	0	0	0	01	0	0	0	0	0	01	0
11	01	01	01	0	01	01	0	0	0	0	0	01	0	0	0	0	0	01	0
12	0	01	01	0	0	01	0	0	0	0	0	01	0	0	0	0	0	01	0
13	01	01	01	0	01	01	0	0	0	0	0	01	0	0	0	0	0	01	0
14	0	01	01	0	01	01	0	01	0	0	0	01	0	0	0	0	0	01	0
15	0	01	01	0	01	01	0	0	0	0	0	01	0	0	0	0	0	01	0
16	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
17	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Totales/ TG	6	15	15	0	5	15	0	2	0	0	3	11	4	0	0	0	0	15	0
Totales/ TA	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
TOTAL	6	15	15	0	5	15	0	2	0	0	3	11	4	0	0	0	0	15	0

Usos - EPM2



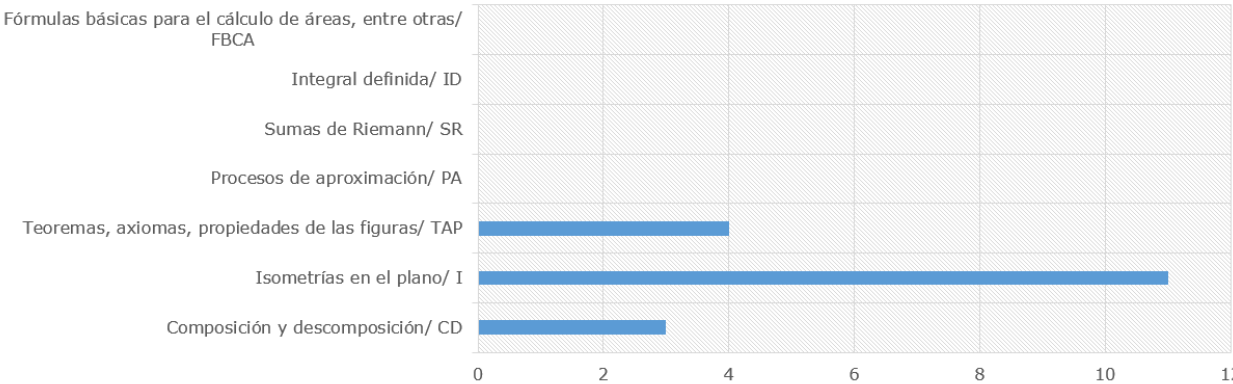
	Medir/ MED	Comparar/ COM	Conservar/ CON	Estimar o aproximar/ EOA	Representar regiones de áreas planas/ RR
Transformación analítica/ TA	0	0	0	0	0
Transformación geométrica/ TG	6	15	15	0	5

Contextos - EPM2



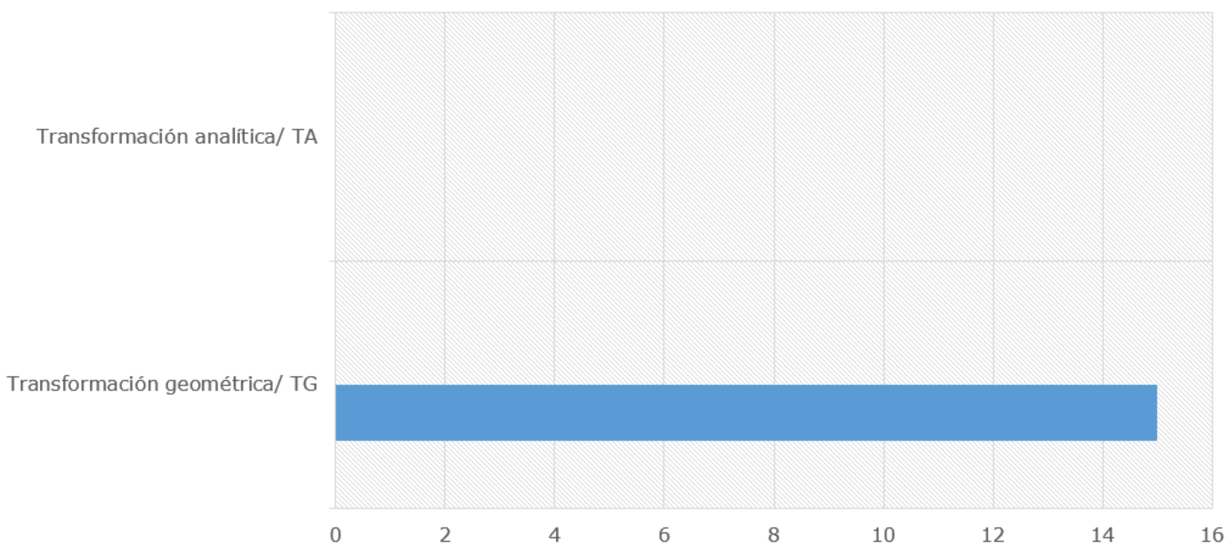
	Polígonos convexos/ PC	Polígonos no convexos/ PNC	Otros (formas de lados curvos)/ O	Funciones polinómicas/ FP	Otros/ O
Transformación geométrica/ TG	15	0	2	0	0
Transformación analítica/ TA	0	0	0	0	0

Procedimientos - EPM2



	Composición y descomposición / CD	Isometrías en el plano/ I	Teoremas, axiomas, propiedades de las figuras/ TAP	Procesos de aproximación/ PA	Sumas de Riemann/ SR	Integral definida/ ID	Fórmulas básicas para el cálculo de áreas, entre otras/ FBCA
Transformación geométrica/ TG	3	11	4	0	0	0	0
Transformación analítica/ TA	0	0	0	0	0	0	0

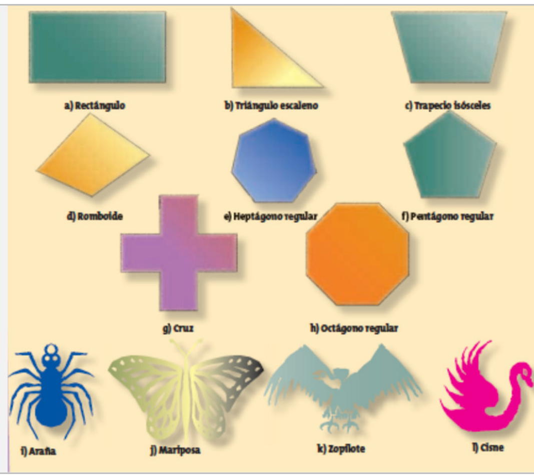
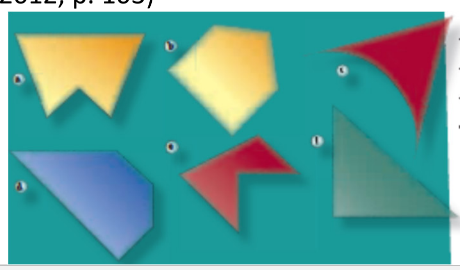
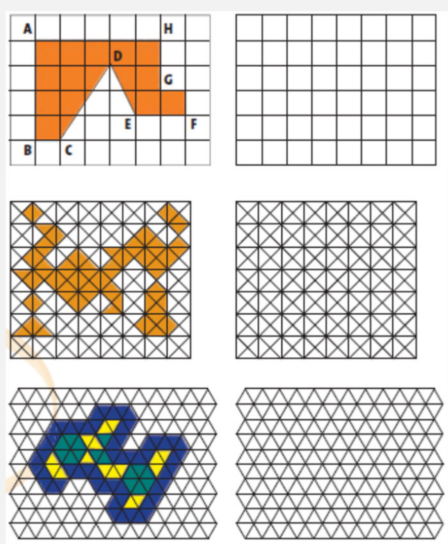
Transformaciones asociadas - EPM2

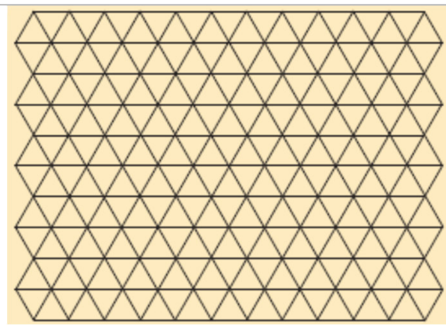
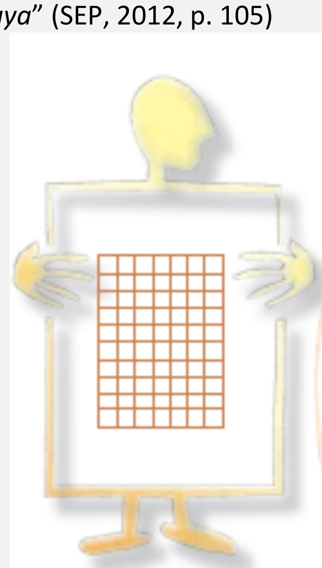


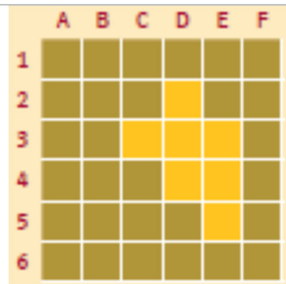
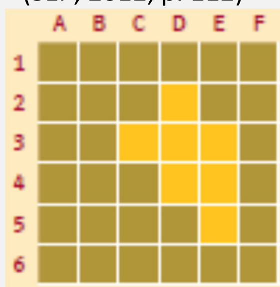
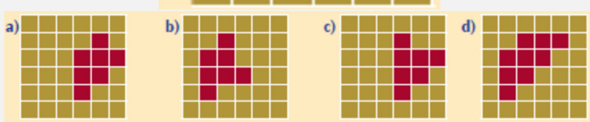
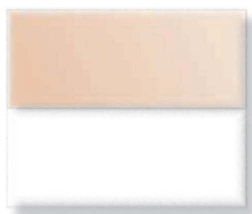
	Transformación geométrica/ TG	Transformación analítica/ TA
Transformación analítica/ TA	0	0
Transformación geométrica/ TG	15	0

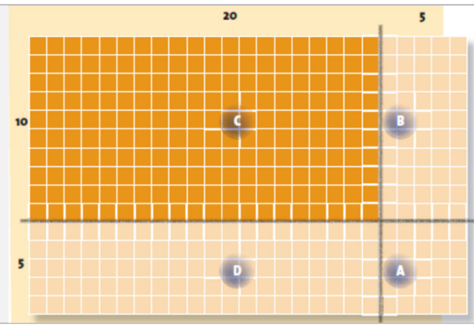
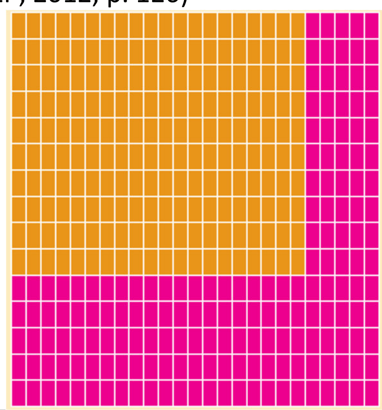
Ficha de registro para EPM3

Tabla: Evidencia de usos, contextos y procedimientos en que se presenta el área en relación con la conservación del área.						
Libro de texto:	EPM3					
Categoría	Evidencia		Usos	Contextos	Procedimientos	Tipo de transformación
Código o Códigos involucrados	1	*"Observa la siguiente imagen y escribe el nombre y el color de las figuras geométricas que la forman"* (SEP, 2012, p. 66). 	CON RR	PC	CD	TG
	3	*"En una hoja calca la siguiente figura y recórtala. Dóblala por la mitad; el doblez es el lado común que tienen las figuras que se forman ¿Coinciden los bordes de las figuras?"* (SEP, 2012, p. 101) 	CON COM RR	PC	I-R TAP	TG
	4	*"En una hoja calca las siguientes figuras. Recórtalas y dóblalas por la mitad ¿Cuáles son simétricas? Doblen nuevamente sus figuras de modo que siempre coincidan los bordes ¿Cuántos ejes de simetría tiene el rectángulo? ¿Cuántos ejes de simetría tiene el octágono? ¿Cuáles son las figuras que tienen exactamente dos ejes de simetría? ¿Cuál figura tiene más ejes de simetría? ¿Cuáles no tienen eje de simetría?"* (SEP, 2012, p. 102)	COM CON RR	PC	I-R TAP	TG

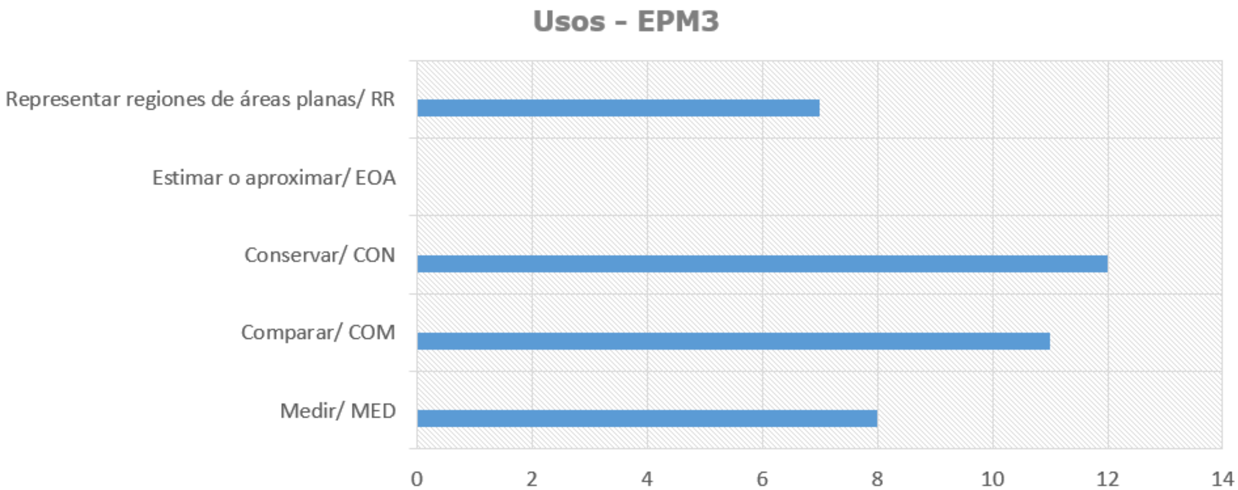
						
	5	"*Observa las siguientes figuras y determina: ¿Cuáles tienen eje de simetría? ¿Cuáles no tienen eje de simetría? ¿Por qué? ¿Cómo puede saber cuándo una figura tiene más de un eje de simetría?*" (SEP, 2012, p. 103) 	COM CON	PC O	CD I-R	TG
	6	"*Observa las figuras de los recuadros de la izquierda y reprodúcelos en los de la derecha*" (SEP, 2012, p. 104) 	MED COM CON RR	PC	I-T	TG
	7	"*Traza en la siguiente red una figura geométrica que tenga al menos dos ejes de simetría*" (SEP, 2012, p. 105)	CON COM RR MED	PC PNC O	CD I	TG

						
	8	"*En parejas, lleve a cabo la actividad siguiente: Cada uno trace un rectángulo de 10 centímetros de largo y 7 de ancho en su cuaderno. Después, elaboren dentro del rectángulo una cuadrícula de un centímetro por lado. Uno de los integrantes trace cualquier figura geométrica dentro de su cuadrícula sin que el otro compañero la vea. Cuando termines, le darás instrucciones a tu compañero para que trace en su cuaderno una figura igual a la que dibujaste. No debes enseñar tu dibujo hasta que tu compañero haya concluido. Ahora intercambien papeles y repitan la actividad. La figura que describió tu compañero, ¿es igual a la que dibujaste? Describe las instrucciones que le diste a tu compañero para que trazara una figura igual a la tuya*" (SEP, 2012, p. 105) 	M COM CON RR	PC	I	TG
	9	"*Si se desea reproducir la figura siguiente en otra cuadrícula, ¿Cuáles son las indicaciones que se deben proporcionar?*" (SEP, 2012, p. 112)	COM CON M RR	PC	I-T O (la que indica el ejercicio D2, C3, D3, E3, D4, E4, E5)	TG

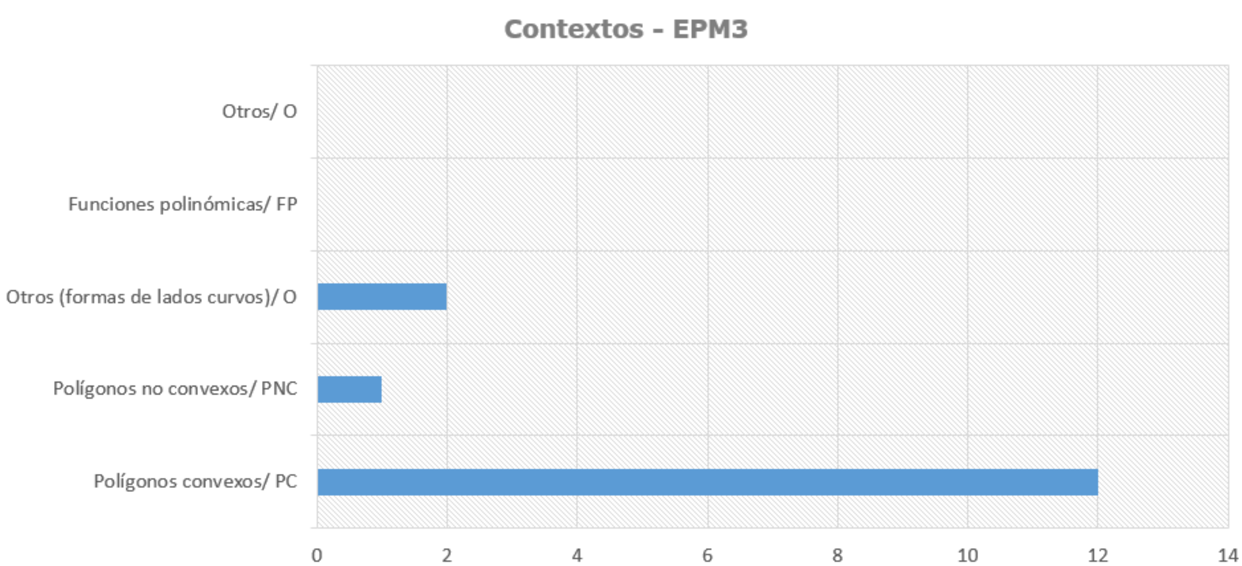
					TAP	
	10	*"Cuál de las siguientes figuras es simétrica respecto de la anterior"* (SEP, 2012, p. 112)  	MED COM CON	PC	I-R	TG
	11	*"Comprueba si en las siguientes figuras las áreas coloreadas son equivalentes"* (SEP, 2012, p. 118)  	M COM CON	PC	TAP- Fórmulas	TG
	12	*"Dolores y Miguel encontraron una forma diferente para calcular la cantidad total de cuadros. Propusieron separar veinte cuadros de las filas y 10 cuadros de las columnas, y colorearon esa parte. Observa como quedó el rectángulo que colorearon Dolores y Miguel. Escribe las multiplicaciones que efectuaron para calcular cuántos cuadros hay en cada sección. Al final sumaron todos los resultados para calcular el número total de cuadros. ¿Cuántos son?"* (SEP, 2012, p. 125)	MED CON COM	PC	CD TAP- Fórmulas	TG

						
	13	“*En la figura se presenta el patio de la casa de Margarita. Observa que está dividido en mosaicos de dos colores, mostaza y rosa. ¿Cuál de las dos áreas es mayor? ¿Cuántos mosaicos de cada color hay?*” (SEP, 2012, p. 126) 	M COM CON	PC	TAP CD	TG
	14					
	15					

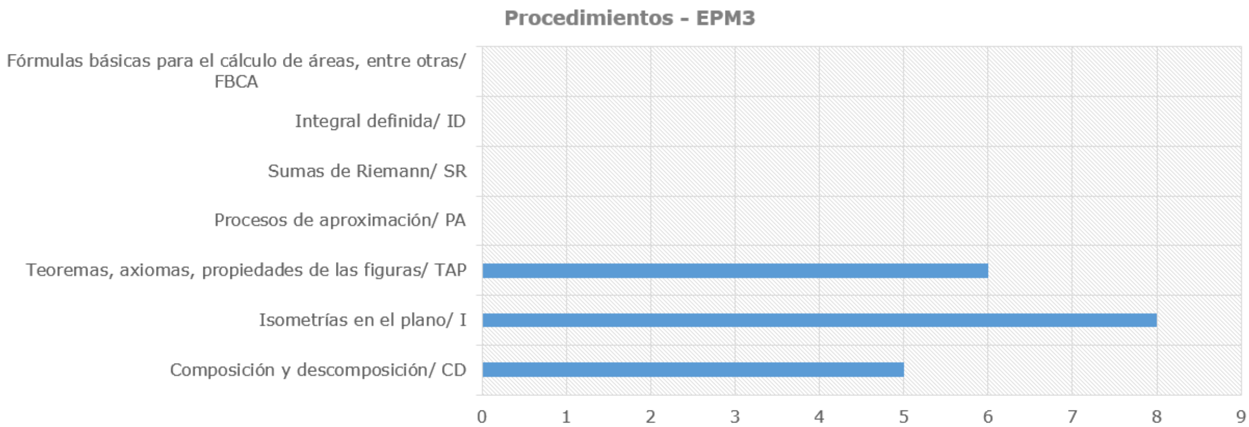
Usos, Contextos y Procedimientos en que se presenta la conservación del área en EPM3																			
	Usos					Contextos					Procedimientos							Transformación asociada	
Número de tarea	Medir/**M**	Comparar/**COM**	Conservar/**CON**	Estimar o aproximar/**EOA**	Representar regiones de áreas planas/**RR**	Polígonos convexos/**PC**	Polígonos no convexos/**PNC**	Otros (formas de lados curvos)/**O**	Funciones polinómicas/**FP**	Otros/**O**	Composición y descomposición/**CD**	Isometrías en el plano/**I**	Teoremas, axiomas, propiedades de las figuras / **TAP**	Procesos de aproximación/**PA**	Sumas de Riemann/**SR**	Integral definida/**ID**	Fórmulas básicas para el cálculo de áreas, entre otras/**FBCA**	Transformaciones geométricas/**TG**	Transformaciones analíticas/**TA**
1	0	0	01	0	01	01	0	0	0	0	01	0	0	0	0	0	0	01	0
2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
3	0	01	01	0	01	01	0	0	0	0	0	01	01	0	0	0	0	01	0
4	0	01	01	0	01	01	0	0	0	0	0	01	01	0	0	0	0	01	0
5	0	01	01	0	0	01	0	01	0	0	01	01	0	0	0	0	0	01	0
6	01	01	01	0	01	01	0	0	0	0	0	01	0	0	0	0	0	01	0
7	01	01	01	0	01	01	01	01	0	0	01	01	0	0	0	0	0	01	0
8	01	01	01	0	01	01	0	0	0	0	0	01	0	0	0	0	0	01	0
9	01	01	01	0	01	01	0	0	0	0	0	01	01	0	0	0	0	01	0
10	01	01	01	0	0	01	0	0	0	0	0	01	0	0	0	0	0	01	0
11	01	01	01	0	0	01	0	0	0	0	0	0	01	0	0	0	0	01	0
12	01	01	01	0	0	01	0	0	0	0	01	0	01	0	0	0	0	01	0
13	01	01	01	0	0	01	0	0	0	0	01	0	01	0	0	0	0	01	0
14	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
15	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Totales/ TG	8	11	12	0	7	12	1	2	0	0	5	8	6	0	0	0	0	12	0
Totales/ TA	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
TOTAL	8	11	12	0	7	12	1	2	0	0	5	8	6	0	0	0	0	12	0



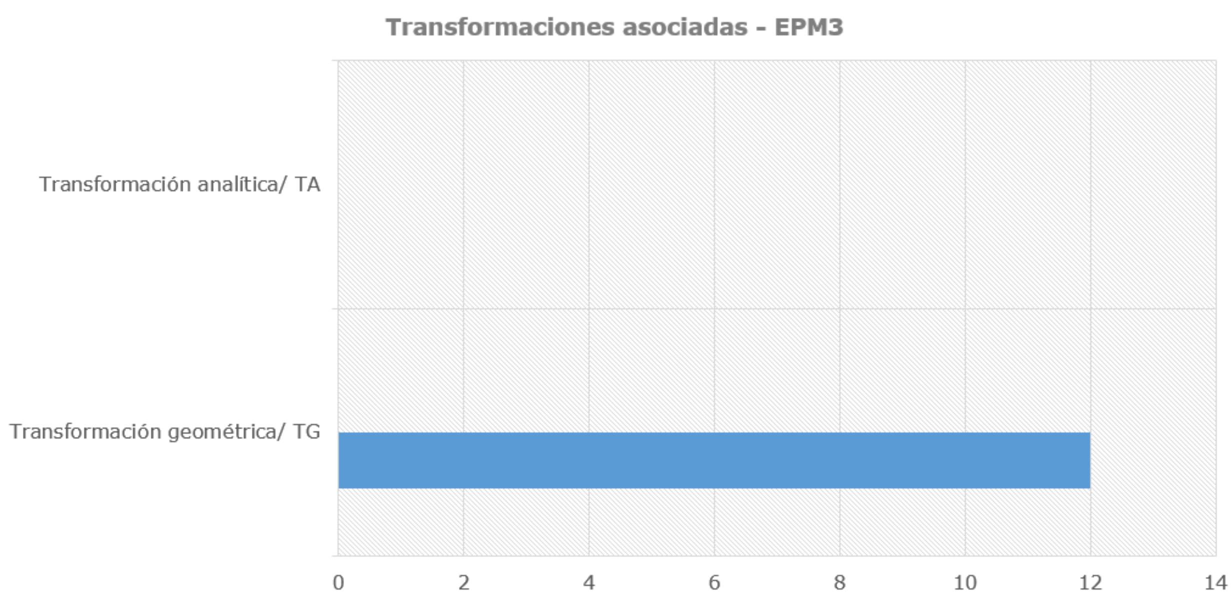
	Medir/ MED	Comparar/ COM	Conservar/ CON	Estimar o aproximar/ EOA	Representar regiones de áreas planas/ RR
Transformación analítica/ TA	0	0	0	0	0
Transformación geométrica/ TG	8	11	12	0	7



	Polígonos convexos/ PC	Polígonos no convexos/ PNC	Otros (formas de lados curvos)/ O	Funciones polinómicas/ FP	Otros/ O
Transformación geométrica/ TG	12	1	2	0	0
Transformación analítica/ TA	0	0	0	0	0



	Composición y descomposición/ CD	Isometrías en el plano/ I	Teoremas, axiomas, propiedades de las figuras/ TAP	Procesos de aproximación/ PA	Sumas de Riemann/ SR	Integral definida/ ID	Fórmulas básicas para el cálculo de áreas, entre otras/ FBCA
Transformación geométrica/ TG	5	8	6	0	0	0	0
Transformación analítica/ TA	0	0	0	0	0	0	0

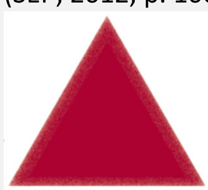
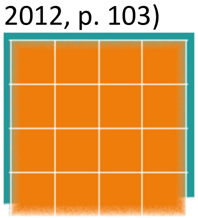
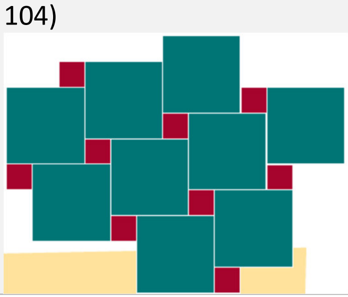


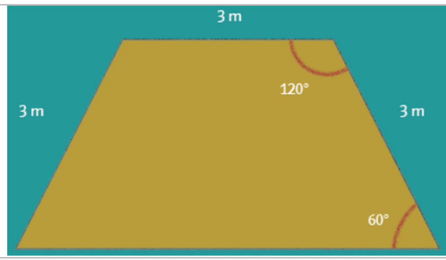
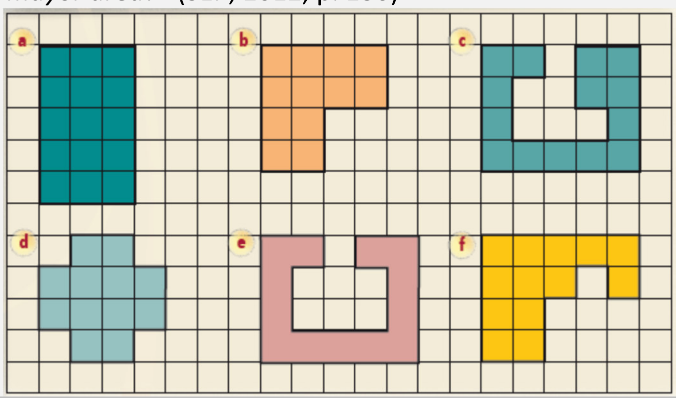
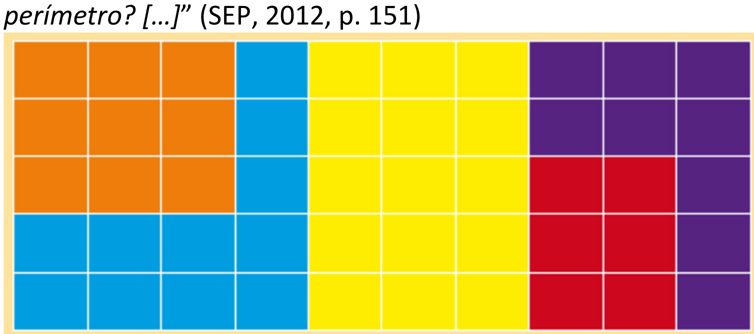
	Transformación geométrica/ TG	Transformación analítica/ TA
Transformación analítica/ TA	0	0
Transformación geométrica/ TG	12	0

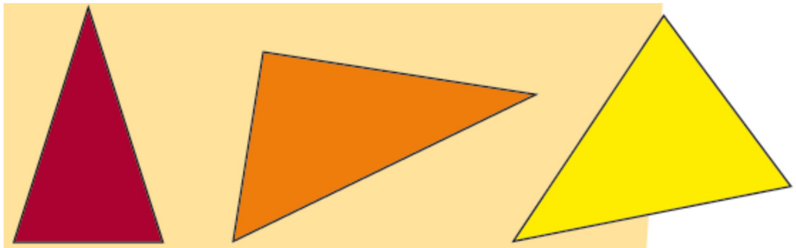
Ficha de registro para EPM4

Tabla: Evidencia de usos, contextos y procedimientos en que se presenta el área en relación con la conservación del área.						
Libro de texto:	EPM4					
Categoría		Evidencia	Usos	Contextos	Procedimientos	Tipo de transformación
Código o Códigos involucrados	1	*“Pedido: queremos un tapete cuadrangular que tenga cuatro colores, con las siguientes características:* *1. Una parte morada cuya área sea el doble que la parte blanca y que cubra la tercera parte del tapete.* *2. Una parte anaranjada que sea igual a la blanca* *3. Una parte verde igual a la morada. Dividan y coloreen el rectángulo para que presente un tapete que cumpla con las condiciones del pedido.”* ¿Qué superficie representa la superficie de color anaranjado? ¿Qué fracción representa la superficie morada? ¿Qué colores juntos cubren la mitad del tapete? (SEP, 2012, p.14).	M COM CON RR	PC	CD I	TG
	2	*“Utiliza los cuerpos geométricos que formaste en la lección anterior y completa la tabla. ¿Qué tienen en común las caras de estos cuerpos geométricos?[…]”* (SEP, 2012, p.30)  	CON MED COM	PC	TAP	TG
	3	*“[…] ¿Cuántas cajas de piso laminado de 6mm cubren un piso de 16, cuadrados? […]”* (SEP, 2012, p.39)	CON COM MED	PC	CD TAP	TG

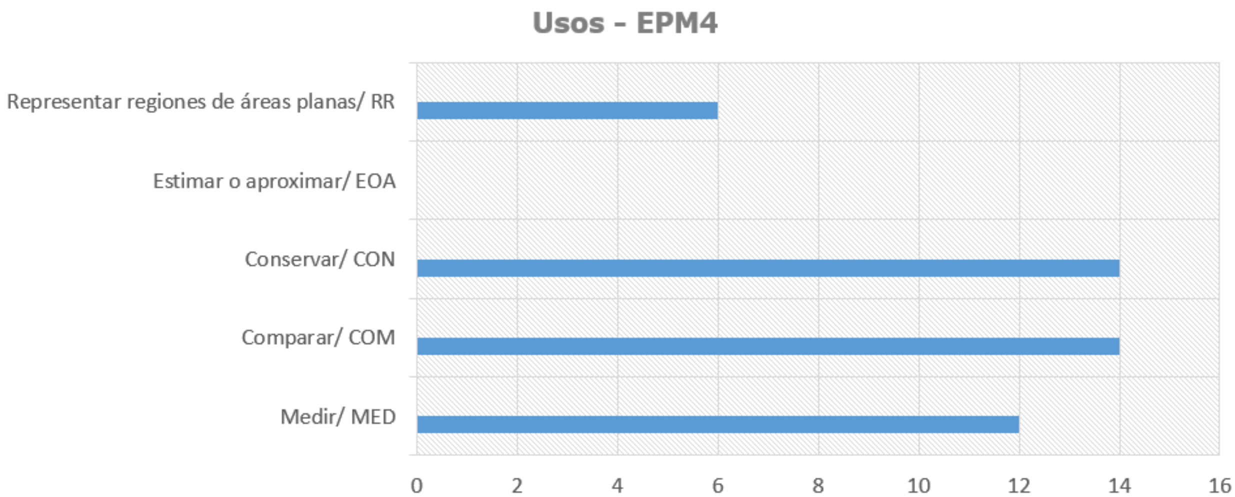
						
	4	*"Imagina que el rectángulo es la cuarta parte de una palanqueta de cacahuate. Dibuja la barra completa"* (SEP, 2012, p.47). 	MED COM CON RR	PC	CD TAP	TG
	5	*"Realiza la siguiente actividad junto con un compañero. El rancho donde vive Mauricio tiene las medidas que se muestran en la imagen. Los fines de semana Mauricio, Luis, Juan y Pedro podan el pasto; a cada uno le corresponde un área verde. ¿Cuánto mide el área total del rancho? ¿Qué fracción del total del terreno le corresponde podar a cada uno? Del total del terreno, ¿Qué fracción representa el pasto? El sembradío es un cuadrado y está en el centro del rancho. ¿Qué fracción del total del terreno representan el pasto y el sembradío juntos? ¿Qué fracción del rancho ocupa el corral? Consideren que las longitudes de las cabañas son de 10m por 30m. ¿Cuál es la superficie de las cabañas? ¿Qué fracción del total del rancho corresponde a las cabañas?"* (SEP, 2012, p .48) 	MED COM CON	PC	TAP	TG

	6	*"A continuación se describen algunas de las ventanas de las cabañas del rancho donde vive Mauricio. Dibuja en los espacios una representación de cada ventana.* *Una ventana rectangular dividida horizontalmente en 3 partes iguales y sólo una tercera parte se puede mover para abrir o cerrar. La ventana mide 4m de largo y 1m de alto ¿Cuánto mide la parte que se puede abrir o cerrar?* *Una ventana que mide 180cm de largo y 50cm de alto y tiene forma rectangular está dividida en 9 partes iguales ¿Cuánto puede medir cada una de las partes, para que todas sean iguales?* *Una ventana de 2.5m de largo y 2.5m de alto ¿Qué forma tiene la ventana? Si la ventana está dividida en partes iguales y una mide 0.5m de alto y 2.5mde largo ¿en cuántas partes está dividida la ventana?* *Una ventana en forma de octágono regular, las secciones que se abaten tienen forma de triángulos y representan 2/8 partes del área total de la ventana*" (SEP, 2012, p. 49)	M COM CON RR	PC	TAP CD	TG
	7	"*Si se colocan seis triángulos equiláteros de manera consecutiva y tienen un vértice en común, ¿Qué figura geométrica se forma?*" (SEP, 2012, p. 100) 	COM CON RR	PC	CD I	TG
	8	"*¿Cuántos cuadrados hay en total en la siguiente figura?*" (SEP, 2012, p. 103) 	M COM CON	PC	TAP CD	TG
	9	"*Reproduce la imagen de la derecha en tu cuaderno*" (SEP, 2012, p. 104) 	M COM CON RR	PC	I TAP	TG
	10	"*Qué polígonos regulares se pueden construir con la siguiente figura*" (SEP, 2012. P. 106)	COM CON RR	PC	CD I	TG

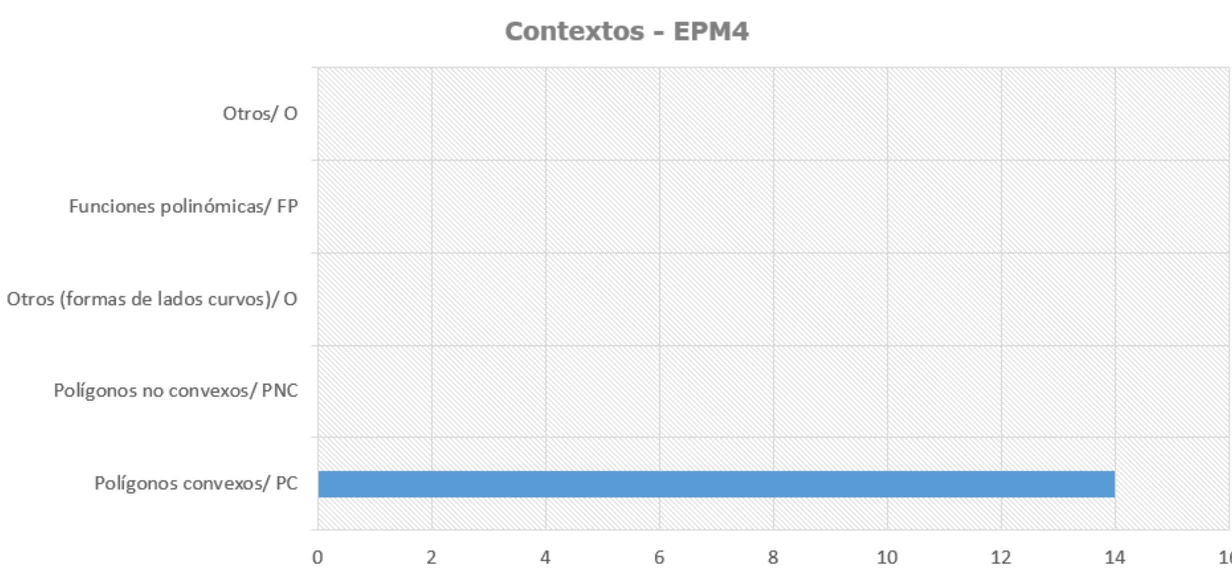
						
	11	*"En parejas, encierren con un mismo color la figuras que tienen áreas iguales pero diferentes perímetros.* *Observen con atención las figuras geométricas de la imagen anterior y contesten las siguientes preguntas […] Las figuras que tienen el mismo perímetro ¿tienen áreas iguales? ¿Por qué? ¿Cuáles son las que tienen la misma área? ¿La figura de mayor perímetro es la de mayor área?*" (SEP, 2012, p. 136) 	M COM CON	PC	TAP CD	TG
	12	*"¿Qué fracción del tablero representan los cuadros rojos? ¿De qué color son los cuadros que representan 3/10 del tablero? […] ¿Cuáles son los polígonos que tienen la misma área pero diferente perímetro? […]*" (SEP, 2012, p. 151) 	M COM CON	PC	TAP CD	TG
	13	*"María tiene 5 trozos de tela y cada uno mide ¾ de metro, pero necesita saber cuántos metros tienen en total, ¿Cuántos metros de tela tiene María? […] si cada rectángulo representara 2/3 m de tela, ¿cuántos rectángulos se necesitaría para tener 12m de tela?*" (SEP, 2012, p. 165) 	M CON COM	PC	TAP CD	TG

	14	"*Utiliza una regla, escuadra o compás para reproducir en tu cuaderno los siguientes triángulos. En grupo, comenta qué tuviste que hacer para poder trazarlos*" (SEP, 2012, p. 173) 	COM CON MED	PC	TAP I	TG

Usos, Contextos y Procedimientos en que se presenta la conservación del área en EPM4																			
	Usos					Contextos					Procedimientos							Transformación asociada	
Número de tarea	Medir/**M**	Comparar/**COM**	Conservar/**CON**	Estimar o aproximar/**EOA**	Representar regiones de áreas planas/**RR**	Polígonos convexos/**PC**	Polígonos no convexos/**PNC**	Otros (formas de lados curvos)/**O**	Funciones polinómicas/**FP**	Otros/**O**	Composición y descomposición/**CD**	Isometrías en el plano/**I**	Teoremas, axiomas, propiedades de las figuras / **TAP**	Procesos de aproximación/**PA**	Sumas de Riemann/**SR**	Integral definida/**ID**	Fórmulas básicas para el cálculo de áreas, entre otras/**FBCA**	Transformaciones geométricas/**TG**	Transformaciones analíticas/**TA**
1	01	01	01	0	01	01	0	0	0	0	01	01	0	0	0	0	0	01	0
2	01	01	01	0	0	01	0	0	0	0	0	0	01	0	0	0	0	01	0
3	01	01	01	0	0	01	0	0	0	0	01	0	01	0	0	0	0	01	0
4	01	01	01	0	01	01	0	0	0	0	01	0	01	0	0	0	0	01	0
5	01	01	01	0	0	01	0	0	0	0	0	0	01	0	0	0	0	01	0
6	01	01	01	0	01	01	0	0	0	0	01	0	01	0	0	0	0	01	0
7	0	01	01	0	01	01	0	0	0	0	01	01	0	0	0	0	0	01	0
8	01	01	01	0	0	01	0	0	0	0	01	0	01	0	0	0	0	01	0
9	01	01	01	0	01	01	0	0	0	0	0	01	01	0	0	0	0	01	0
10	0	01	01	0	01	01	0	0	0	0	01	01	0	0	0	0	0	01	0
11	01	01	01	0	0	01	0	0	0	0	01	0	01	0	0	0	0	01	0
12	01	01	01	0	0	01	0	0	0	0	01	0	01	0	0	0	0	01	0
13	01	01	01	0	0	01	0	0	0	0	01	0	01	0	0	0	0	01	0
14	01	01	01	0	0	01	0	0	0	0	0	01	01	0	0	0	0	01	0
15	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Totales/ TG	12	14	14	0	6	14	0	0	0	0	10	5	11	0	0	0	0	14	0
Totales/ TA	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
TOTAL	12	14	14	0	6	14	0	0	0	0	10	5	11	0	0	0	0	14	0

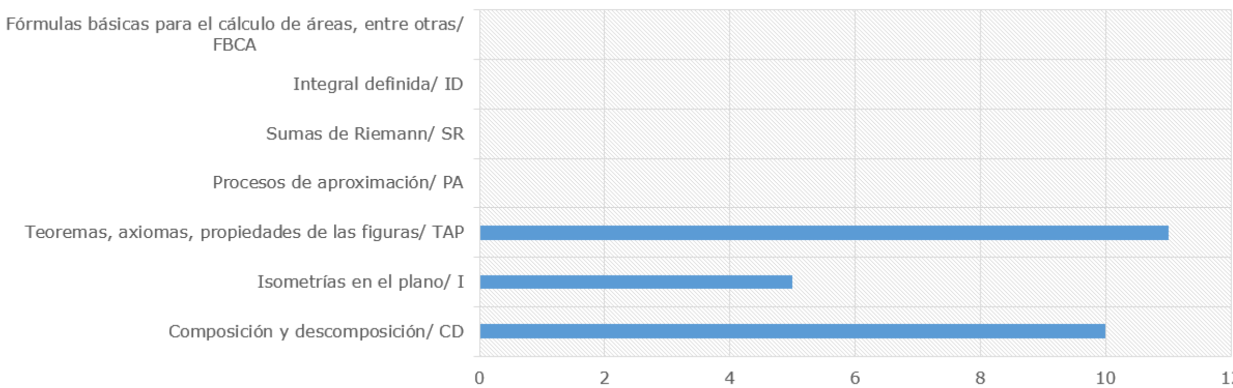


	Medir/ MED	Comparar/ COM	Conservar/ CON	Estimar o aproximar/ EOA	Representar regiones de áreas planas/ RR
Transformación analítica/ TA	0	0	0	0	0
Transformación geométrica/ TG	12	14	14	0	6



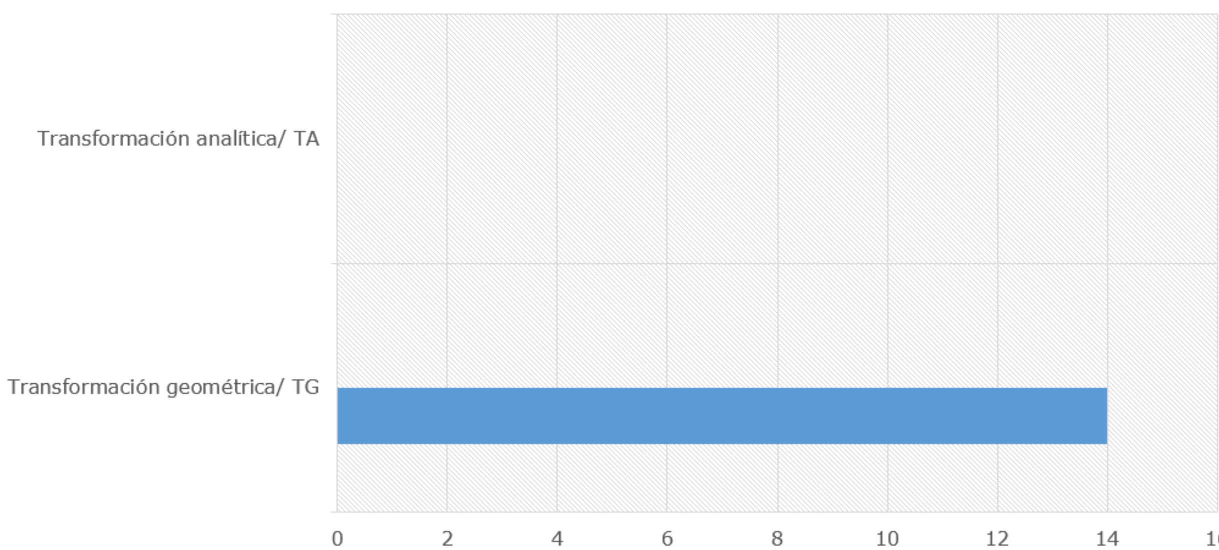
	Polígonos convexos/ PC	Polígonos no convexos/ PNC	Otros (formas de lados curvos)/ O	Funciones polinómicas/ FP	Otros/ O
Transformación geométrica/ TG	14	0	0	0	0
Transformación analítica/ TA	0	0	0	0	0

Procedimientos - EPM4



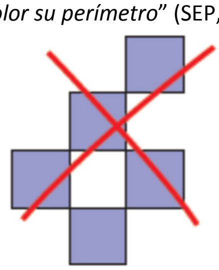
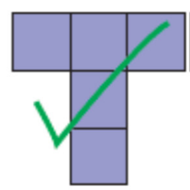
	Composición y descomposición / CD	Isometrías en el plano/ I	Teoremas, axiomas, propiedades de las figuras/ TAP	Procesos de aproximación/ PA	Sumas de Riemann/ SR	Integral definida/ ID	Fórmulas básicas para el cálculo de áreas, entre otras/ FBCA
Transformación geométrica/ TG	10	5	11	0	0	0	0
Transformación analítica/ TA	0	0	0	0	0	0	0

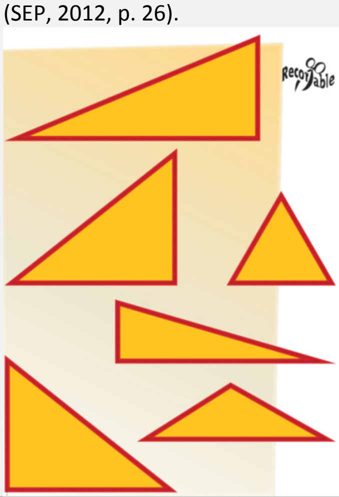
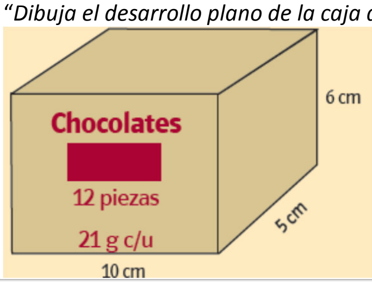
Transformaciones asociadas - EPM4

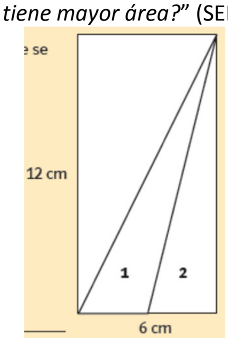
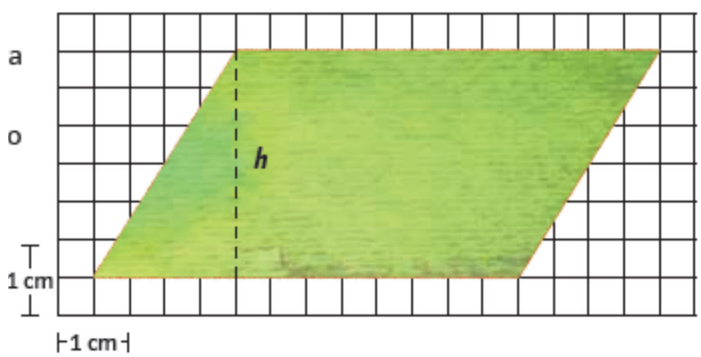


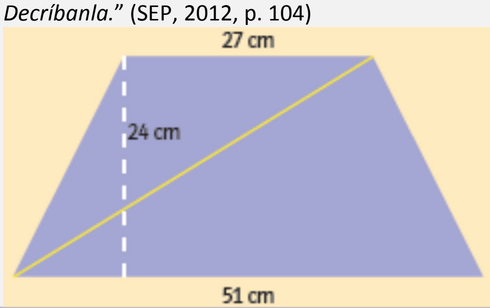
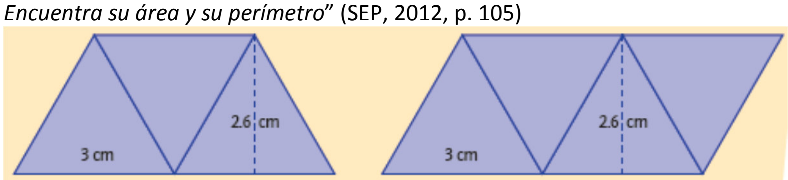
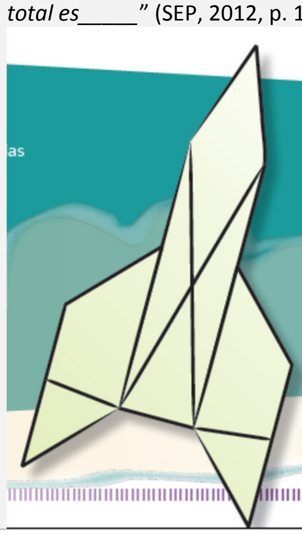
	Transformación geométrica/ TG	Transformación analítica/ TA
Transformación analítica/ TA	0	0
Transformación geométrica/ TG	14	0

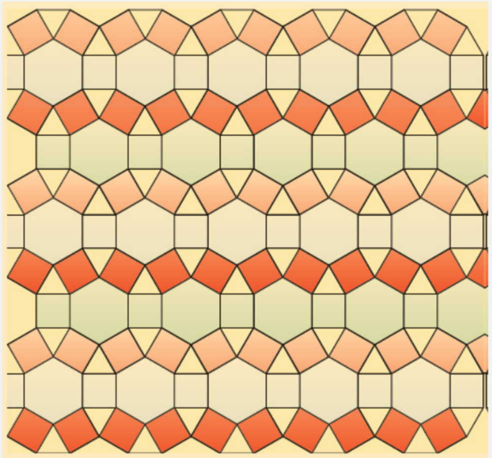
Ficha de registro para EPM5

Tabla: Evidencia de usos, contextos y procedimientos en que se presenta el área en relación con la conservación del área.						
Libro de texto:	EPM5					
Categoría		Evidencia	Usos	Contextos	Procedimientos	Tipo de transformación
Código o Códigos involucrados	1	*"Traza y recorta los triángulos con las características siguientes: un triángulo equilátero de 2cm de lado. Un triángulo escaleno cuya base mida 2cm. Colócalos uno por uno enzima de los modelos siguientes. Los triángulos 1 y 2 ¿Tienen la misma forma y tamaño? ¿Cuál de los dos triángulos que trazaste en tu cuaderno tiene la misma forma y tamaño que los mostrados en la ilustración anterior? ¿Se modifica la forma o el tamaño del triángulo al estar en otra posición?"* (SEP, 2012, p. 24)  	COM RR CON	PC	TAP I	TG
	2	*"En tu cuaderno o en una hoja cuadriculada traza todas las figuras que se pueden formar con 5 cuadrados. Puedes unir los cuadrados por sus lados pero no por sus vértices, como se muestra en la figura. Después colorea cada figura y remarca con otro color su perímetro"* (SEP, 2012, p. 25)  	CON COM RR	PC	CD I	TG
	3	*"En una hoja de papel o cartulina tracen y recorten las siguientes figuras:* *Dos rectángulos de 12cm de base y 8cm de altura.* *Dos cuadrados, cuyos lados midan 8cm.* *Construyan una figura con el cuadrado y el rectángulo, después midan su perímetro.* *¿Es el perímetro de la nueva figura igual a la suma de los perímetros del cuadrado y del rectángulo? ¿Es el área de la nueva figura igual a la suma de las áreas del cuadrado y del rectángulo?* *Dividan y recorten los dos cuadrados por una de sus diagonales. ¿Qué figuras obtuvieron? Combinen cada rectángulo con dos triángulos para obtener dos figuras distintas. Midan el perímetro de cada figura, compárenlos y dibújenlos en su cuaderno"* (SEP, 2012, p. 25)	MED COM CON	PC	CD TAP	TG
	4	*"Reproduzcan el rombo de la ilustración en una cartulina de modo que sus lados midan el triple del original. Calculen el perímetro del rombo dibujado en la cartulina y anótenlo en su cuaderno. Después, tracen sus dos diagonales. Recorten sobre los trazos y respondan las siguientes preguntas:* *Al recortar el rombo sobre una de sus diagonales, ¿Qué figuras obtuviste? Después de recortar el rombo sobre las diagonales, ¿Qué figuras obtuviste?*	MED COM CON	PC	CD TAP	TG

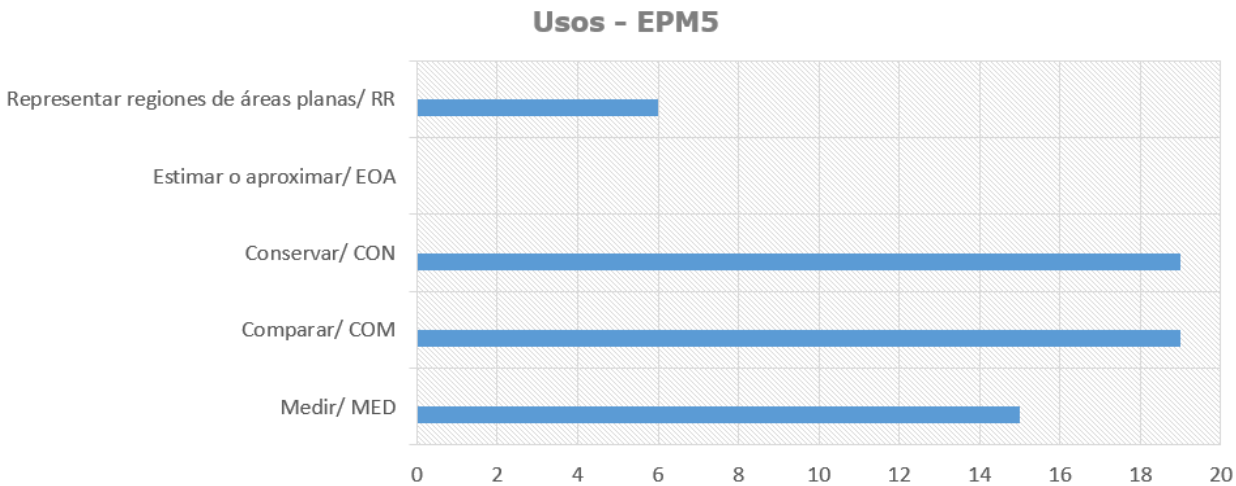
		Cuando las cuatro figuras obtenidas formen un rectángulo y midan su perímetro. Comenten qué relación hay entre los perímetros del rombo y el rectángulo. Compara las áreas del rombo y del rectángulo" (SEP, 2012, p. 26) 				
	5	"*Recorta los triángulos de la sección recortable y forma las figuras que se te piden. Utiliza los triángulos que te permitan formar un rectángulo. Mide su perímetro y calcula su área. Forma una figura que tenga un perímetro mayor que el del rectángulo. ¿Cuánto miden el perímetro y el área? Ahora, forma un triángulo con un perímetro mayor al del rectángulo ¿Cuánto miden el perímetro y el área?*" (SEP, 2012, p. 26). 	MED COM CON	PC	CD TAP	TG
	6	"*Dibuja el desarrollo plano de la caja de chocolates*" (SEP, 2012, p. 75)  	COM CON RR	PC	CD TAP	TG
	7	"*Doblen por la mitad una hoja de papel de reúso y recórtenla. Escriban en una de las partes la fracción que representa de la hoja completa. Corten a la mitad la sección de la hoja donde no escribieron. ¿Qué fracción representa cada uno de los nuevos pedazos con respecto a la hoja original? Escriban la fracción en los pedazos. Doblen a la mitad el medio. Comparen lo que les quedó, en ambos lados del doblez, con una de las fracciones que obtuvieron en el paso anterior. ¿Cómo*	COM CON RR	PC	CD TAP	TG

		son? Si sumas las fracciones de hoja ½ con ¼ ¿Cuál es el resultado?" (SEP, 2012, p. 93)				
	8	"*Calcula el área de los triángulos 1 y 2 que se forman dentro del siguiente rectángulo. ¿Cuál triángulo tiene mayor área?*" (SEP, 2012, p. 100) 	MED COM CON	PC	TAP	TG
	9	"*¿Cuál de los siguientes triángulos tiene mayor área?*" (SEP, 2012, p. 100) 	MED COM CON	PC	TAP	TG
	10	"*Traza en una hoja cuadriculada un romboide como el que se presenta enseguida. Coloréalo y recórtalo. La línea punteada representa la altura de la figura.* *¿Cuánto mide la altura h del romboide? ¿Cuánto mide su base? Con las dos piezas forma un rectángulo ¿Cuánto mide la altura del rectángulo que formaste? ¿Cuánto mide su base? Compara las alturas y las bases del romboide y del rectángulo ¿Cómo son entre sí? Calcula el área del rectángulo. Escribe cómo puedes calcular el área de un romboide si conoces la medida de su base y de su altura*" (SEP, 2012, p. 101) 	MED COM CON	PC	CD TAP	TG
	11	"*En parejas resuelvan lo siguiente. Mariana va a construir un papalote con forma de rombo. Para hacerlo compró dos varitas, una de 24cm y otra de 18cm. Que serán los soportes diagonales del rombo. Además compró un pliego de papel de China y 1.5m de hilo para formar el perímetro del rombo.* *Dibujen en una hoja de reúso el rombo que armó Mariana y tracen sus diagonales ¿En cuántas partes quedó dividido el rombo por sus diagonales? ¿De qué forma son? Recorten las figuras que formaron y con ellas armen un rectángulo y obtengan su área ¿Qué relación hay entre el área del rombo y el área del rectángulo? ¿Qué fórmula permite calcular el área del rombo sI se conoce la medida de sus diagonales?*" (SEP, 2012, p. 101-102)	MED COM CON	PC	CD TAP	TG
	12	"*Tracen en una hoja de reúso un romboide de 10cm de base y 5cm de altura. ¿Cuál es el área del romboide? Escriban la fórmula que utilizaron y el resultado. Tracen una diagonal en dicho romboide ¿Qué figuras obtuvieron? ¿Son iguales las áreas de estas figuras? ¿Qué relación hay entre el área del romboide y la de cada*	MED COM CON	PC	CD I TAP	TG

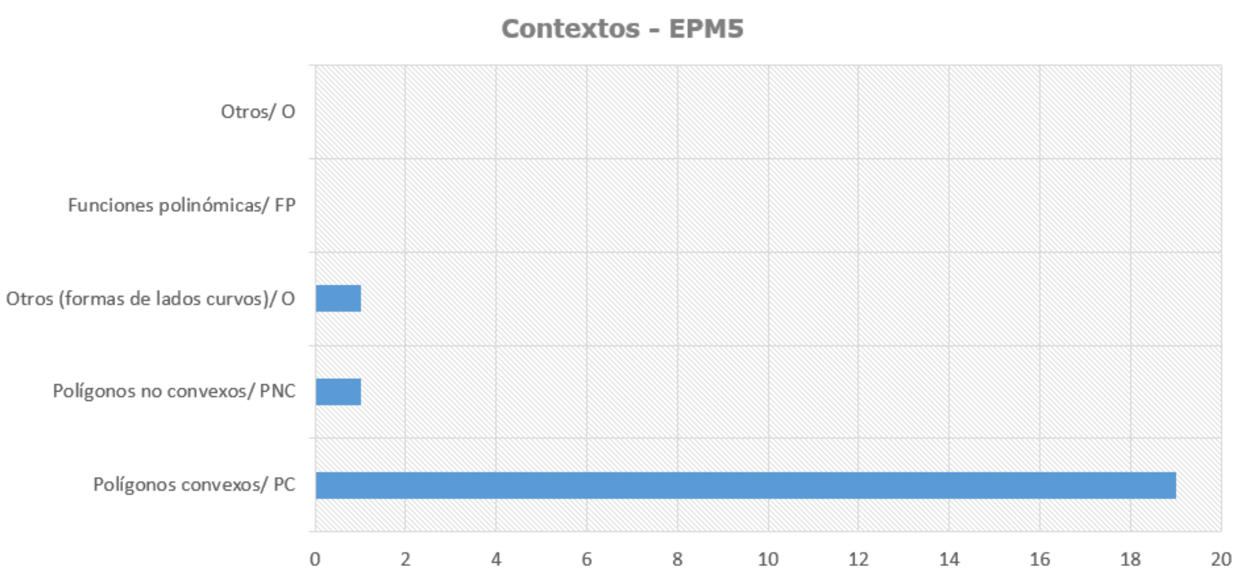
		triángulo? Escriban la fórmula que les permita calcular el área de esos triángulos. Pase un miembro de cada equipo a escribir su respuesta al pizarrón. Tracen un triángulo en una hoja doblada a la mitad. Recorten el triángulo de forma que obtengan dos del mismo tamaño y la misma forma. Únanlos para formar un romboide. Obtengan el área del romboide. ¿Cuál es el área de uno de los triángulos? De manera grupal, elaboren una fórmula para calcular el área de un triángulo. Anótenla en el siguiente recuadro.” (SEP, 2012, p. 103)				
	13	“*Las mesas de la escuela a la que asiste Gabriela tienen forma de trapecio. Ella va a forrar la suya y ha decidido calcular su área. Como todavía no conoce la fórmula para calcular el área de un trapecio, Gabriela trazó dos líneas en su banca de la siguiente manera. De esta forma puede dividir el trapecio en dos figuras cuya área es fácil de obtener. ¿De qué otra manera se puede calcular el área de un trapecio? Decríbanla.*” (SEP, 2012, p. 104) 	MED COM CON	PC	CD TAP	TG
	14	“*Con triángulos equiláteros como los siguientes se formaron otras figuras. Encuentra su área y su perímetro*” (SEP, 2012, p. 105) 	MED COM CON	PC	CD TAP	TG
	15	“*Determina las medidas necesarias para calcular el área de esta figura. El área total es_____*” (SEP, 2012, p. 105) 	MED COM CON	PC	CD TAP	TG
	16	“*¿Cuántos rectángulos diferentes se pueden dibujar de modo que sus lados midan cantidades enteras en centímetros y su área sea igual a 60cm cuadrados? ¿Qué dimensiones tiene cada uno de ellos?*” (SEP, 2012, p. 131)	MED COM CON	PC	CD I TAP	TG
	17	“*Juan quiere construir un corral rectangular de 48 metros cuadrados. ¿Cuánto podrían medir el largo y el ancho?*” (SEP, 2012, p. 131)	MED COM CON	PC	CD I TAP	TG
	18	“*Un grupo de campesinos tiene un terreno de 3278m cuadrados. Si éste se divide en cinco partes iguales para sembrar cinco tipos de granos diferentes, ¿Qué área de terreno corresponde a cada grano?*” (SEP, 2012, p. 167)	MED COM CON	PC PNC O	CD TAP	TG

			RR			
	19	"*Con tu juego de geometría y colores, reproduce en tu cuaderno este teselado*" (SEP, 2012, p. 173). 	CON COM MED RR	PC	TAP	TG

Usos, Contextos y Procedimientos en que se presenta la conservación del área en EPM5																			
	Usos					Contextos					Procedimientos							Transformación asociada	
Número de tarea	Medir/**M**	Comparar/**COM**	Conservar/**CON**	Estimar o aproximar/**EOA**	Representar regiones de áreas planas/**RR**	Polígonos convexos/**PC**	Polígonos no convexos/**PNC**	Otros (formas de lados curvos)/**O**	Funciones polinómicas/**FP**	Otros/**O**	Composición y descomposición/**CD**	Isometrías en el plano/**I**	Teoremas, axiomas, propiedades de las figuras / **TAP**	Procesos de aproximación/**PA**	Sumas de Riemann/**SR**	Integral definida/**ID**	Fórmulas básicas para el cálculo de áreas, entre otras/**FBCA**	Transformaciones geométricas/**TG**	Transformaciones analíticas/**TA**
1	0	01	01	0	01	01	0	0	0	0	0	01	01	0	0	0	0	01	0
2	0	01	01	0	01	01	0	0	0	0	01	01	0	0	0	0	0	01	0
3	01	01	01	0	0	01	0	0	0	0	01	0	01	0	0	0	0	01	0
4	01	01	01	0	0	01	0	0	0	0	01	0	01	0	0	0	0	01	0
5	01	01	01	0	0	01	0	0	0	0	01	0	01	0	0	0	0	01	0
6	0	01	01	0	01	01	0	0	0	0	01	0	01	0	0	0	0	01	0
7	0	01	01	0	01	01	0	0	0	0	01	0	01	0	0	0	0	01	0
8	01	01	01	0	0	01	0	0	0	0	0	0	01	0	0	0	0	01	0
9	01	01	01	0	0	01	0	0	0	0	0	0	01	0	0	0	0	01	0
10	01	01	01	0	0	01	0	0	0	0	01	0	01	0	0	0	0	01	0
11	01	01	01	0	0	01	0	0	0	0	01	0	01	0	0	0	0	01	0
12	01	01	01	0	0	01	0	0	0	0	01	01	01	0	0	0	0	01	0
13	01	01	01	0	0	01	0	0	0	0	01	0	01	0	0	0	0	01	0
14	01	01	01	0	0	01	0	0	0	0	01	0	01	0	0	0	0	01	0
15	01	01	01	0	0	01	0	0	0	0	01	0	01	0	0	0	0	01	0
16	01	01	01	0	0	01	0	0	0	0	01	01	01	0	0	0	0	01	0
17	01	01	01	0	0	01	0	0	0	0	01	01	01	0	0	0	0	01	0
18	01	01	01	0	01	01	01	01	0	0	01	0	01	0	0	0	0	01	0
19	01	01	01	0	01	01	0	0	0	0	0	0	01	0	0	0	0	01	0
20	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
21	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Totales/ TG	15	19	19	0	6	19	1	1	0	0	15	5	18	0	0	0	0	19	0
Totales/ TA	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
TOTAL	15	19	19	0	6	19	1	1	0	0	15	5	18	0	0	0	0	19	0

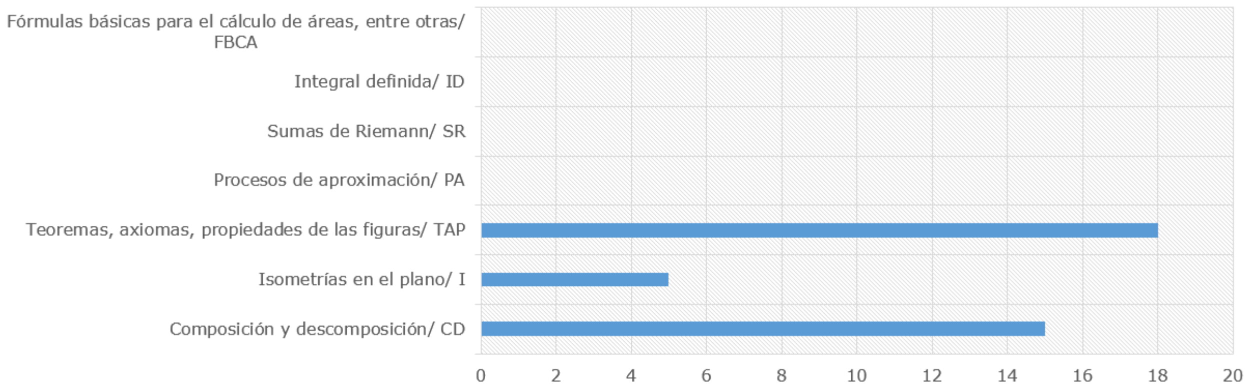


	Medir/ MED	Comparar/ COM	Conservar/ CON	Estimar o aproximar/ EOA	Representar regiones de áreas planas/ RR
Transformación analítica/ TA	0	0	0	0	0
Transformación geométrica/ TG	15	19	19	0	6



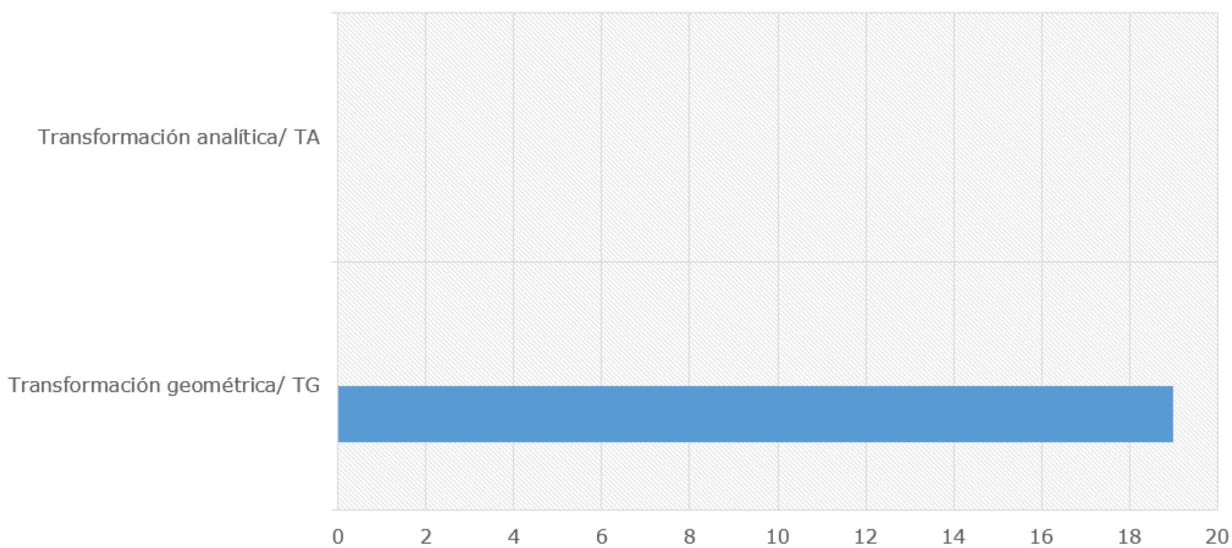
	Polígonos convexos/ PC	Polígonos no convexos/ PNC	Otros (formas de lados curvos)/ O	Funciones polinómicas/ FP	Otros/ O
Transformación geométrica/ TG	19	1	1	0	0
Transformación analítica/ TA	0	0	0	0	0

Procedimientos - EPM5



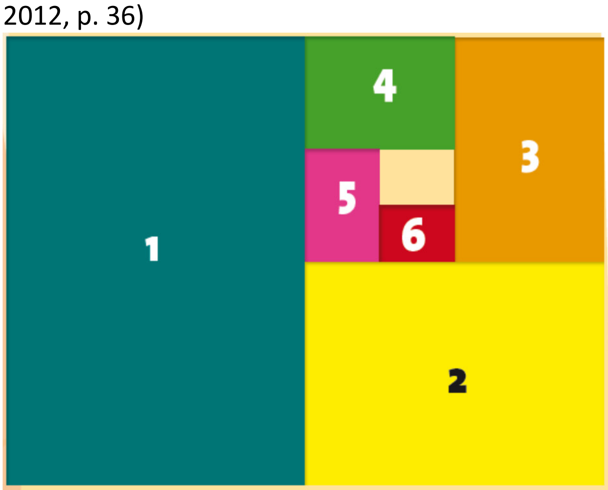
	Composición y descomposición/ CD	Isometrías en el plano/ I	Teoremas, axiomas, propiedades de las figuras/ TAP	Procesos de aproximación/ PA	Sumas de Riemann/ SR	Integral definida/ ID	Fórmulas básicas para el cálculo de áreas, entre otras/ FBCA
Transformación geométrica/ TG	15	5	18	0	0	0	0
Transformación analítica/ TA	0	0	0	0	0	0	0

Transformaciones asociadas - EPM5

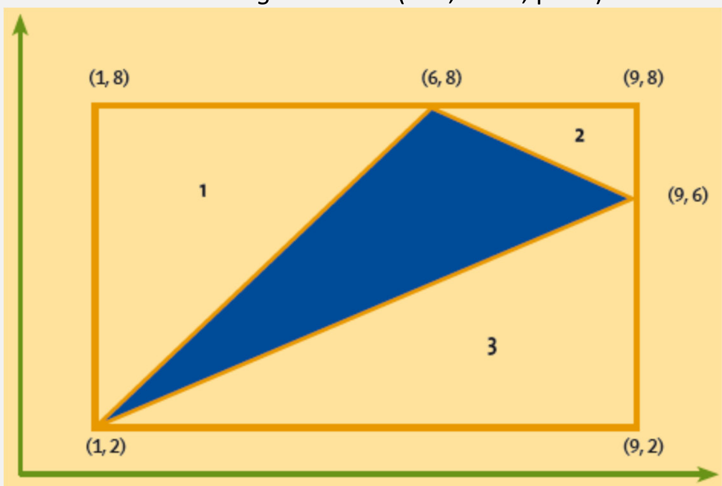
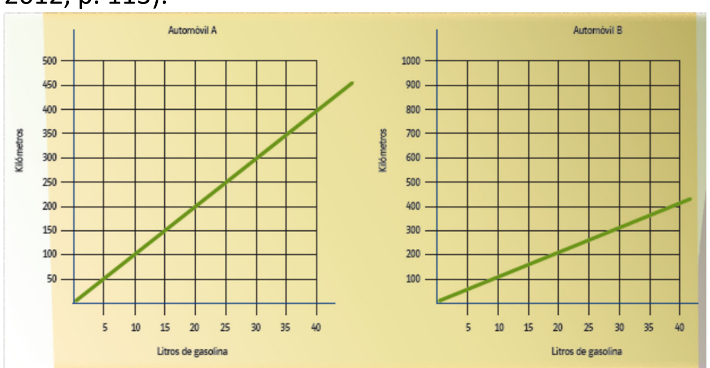
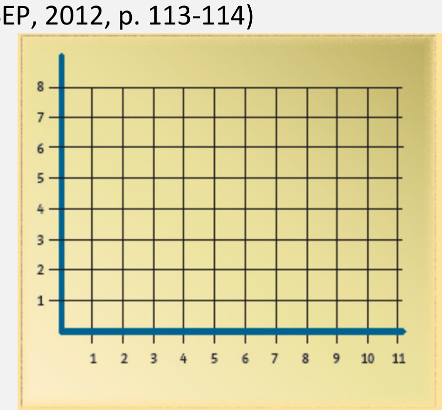


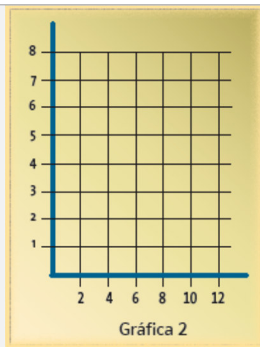
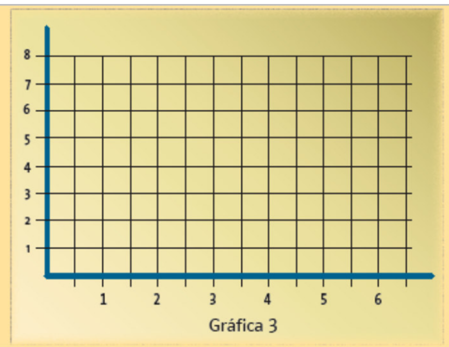
	Transformación geométrica/ TG	Transformación analítica/ TA
Transformación analítica/ TA	0	0
Transformación geométrica/ TG	19	0

Ficha de registro para EPM6

<table>
<tr><td colspan="7">Tabla: Evidencia de usos, contextos y procedimientos en que se presenta el área en relación con la conservación del área.</td></tr>
<tr><td>Libro de texto:</td><td colspan="6">EPM6</td></tr>
<tr><td>Categoría</td><td colspan="2">Evidencia</td><td>Usos</td><td>Contextos</td><td>Procedimientos</td><td>Tipo de transformación</td></tr>
<tr><td rowspan="2">Código o Códigos involucrados</td><td>1</td><td>“En tu cuaderno traza con una escuadra un cuadrado de 10cm por lado, y marca el contorno con color azul.
Si dividimos el cuadrado anterior en rectángulos de 1cm X 10cm, ¿Cuántos rectángulos habrá en el cuadrado? Escribe con número la fracción de la parte que representa uno de los rectángulos respecto al cuadrado: […]. Si dividimos el cuadrado en cuadrados de 1cm x 1cm ¿Cuántos cuadrados habrá? Escribe con una fracción la parte que representa uno de los cuadros de 1cm x 1cm con respecto al cuadro azul, […]. Para que el cuadrado azul quede dividido en 1000 partes iguales, ¿En cuántas partes debe quedar dividido cada cuadro de 1cm x 1cm? Escribe con una fracción la parte que representaría una de las 1000 divisiones con respecto al cuadro azul. […]” (SEP, 2012, p. 15).</td><td>MED
COM
CON</td><td>PC</td><td>CD
TAP</td><td>TG</td></tr>
<tr><td>2</td><td>“¿Qué relación encuentras entre la superficie del rectángulo inicial y la suma de las áreas de los demás rectángulos?” (SEP, 2012, p. 36)


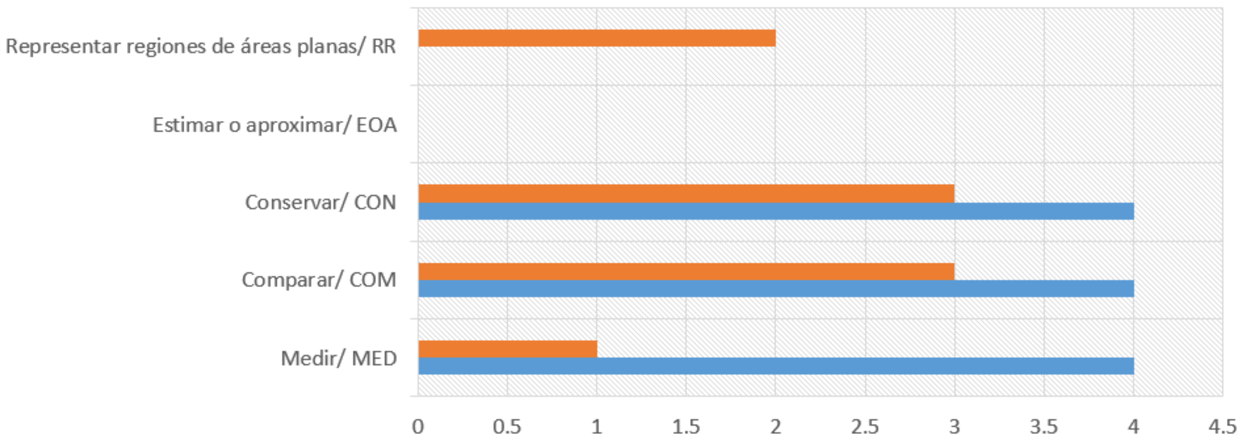
<table>
<tr><td></td><td>Rectángulo Inicial</td><td>Rectángulo 1</td><td>Rectángulo 2</td><td>Rectángulo 3</td><td>Rectángulo 4</td><td>Rectángulo 5</td><td>Rectángulo 6</td></tr>
<tr><td>Base (cm)</td><td>16</td><td>8</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>Altura (cm)</td><td>12</td><td>12</td><td>6</td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>Perímetro</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>Área</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
</table>
</td><td>MED
COM
CON</td><td>PC</td><td>TAP
CD</td><td>TG</td></tr>
</table>

	3	*“¿Cuánto mide el área de los triángulos 1, 2 y 3? ¿Cuánto mide el área del triángulo azul?”* (SEP, 2012, p. 98) 	MED COM CON	PC	TAP CD	TG
	4	*“Las siguientes gráficas representan los litros de gasolina y los kilómetros que recorren dos automóviles ¿Cuál de los dos automóviles consume menos gasolina? ¿Por qué?”* (SEP, 2012, p. 113). 	MED COM CON	FP	FBCA	TA
	5	*“Localiza los puntos con coordenadas: a (5, 2), b (6,3), c (8, 5), d (10, 7) y, e (11, 8) en el plano cartesiano. La escala en este plano es 1:1 (eje x: eje y). Una vez localizados los puntos, únelos con una línea recta. Localiza y une esos mismos puntos en cada uno de los siguientes planos. Posteriormente, con uno de tus compañeros, compara las gráficas de ambos planos.”* (SEP, 2012, p. 113-114)  Gráfica 1	COM CON RR	FP	FBCA	TA

		 				
	6	*"En tu cuaderno reproduce la gráfica que se presenta a continuación. Dibuja tres veces más grande la escala del eje horizontal. Observa qué le sucede a tu gráfica y coméntalo con tus compañeros. Determinen con su maestro la manera como se modifica la gráfica al cambiar la escala, y qué se debe tomar en consideración al analizar la información para que sea interpretada de manera adecuada."* (SEP, 2012, p. 115). 	CON COM RR	FP	FBCA	TA
	7	*"Se quiere dividir una cartulina de 50cm x 90cm en cuadrados, trazando el menor número posible de rectas. ¿Cuántos cuadrados se pueden formar? ¿Cuántas rectas se tendrán que trazar? ¿Cuánto medirá el área de un cuadrado? ¿Cuál es el área total de los cuadrados?"* (SEP, 2012, p. 154).	MED COM CON	PC	CD TAP	TG
	8					
	9					
	10					

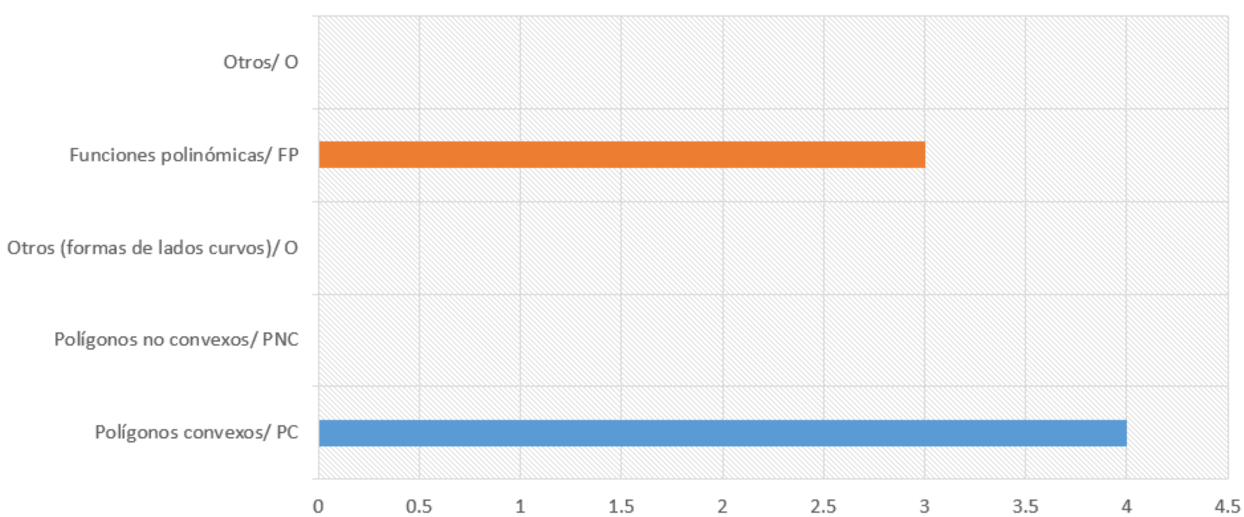
Usos, Contextos y Procedimientos en que se presenta la conservación del área en EPM6																		
	Usos					Contextos					Procedimientos							Transformación asociada	
Número de tarea	Medir/**M**	Comparar/**COM**	Conservar/**CON**	Estimar o aproximar/**EOA**	Representar regiones de áreas planas/**RR**	Polígonos convexos/**PC**	Polígonos no convexos/**PNC**	Otros (formas de lados curvos)/**O**	Funciones polinómicas/**FP**	Otros/**O**	Composición y descomposición/**CD**	Isometrías en el plano/**I**	Teoremas, axiomas, propiedades de las figuras / **TAP**	Procesos de aproximación/**PA**	Sumas de Riemann/**SR**	Integral definida/**ID**	Fórmulas básicas para el cálculo de áreas, entre otras/**FBCA**	Transformaciones geométricas/**TG**	Transformaciones analíticas/**TA**
1	01	01	01	0	0	01	0	0	0	0	01	0	01	0	0	0	0	01	0
2	01	01	01	0	0	01	0	0	0	0	01	0	01	0	0	0	0	01	0
3	01	01	01	0	0	01	0	0	0	0	01	0	01	0	0	0	0	01	0
4	01	01	01	0	0	0	0	0	01	0	0	0	0	0	0	0	01	0	01
5	0	01	01	0	01	0	0	0	01	0	0	0	0	0	0	0	01	0	01
6	0	01	01	0	01	0	0	0	01	0	0	0	0	0	0	0	01	0	01
7	01	01	01	0	0	01	0	0	0	0	01	0	01	0	0	0	0	01	0
Totales/ TG	4	4	4	0	0	4	0	0	0	0	4	0	4	0	0	0	0	4	0
Totales/ TA	1	3	3	0	2	0	0	0	3	0	0	0	0	0	0	0	3	0	3
TOTAL	5	7	7	0	2	4	0	0	3	0	4	0	4	0	0	0	3	4	3

Usos - EPM6

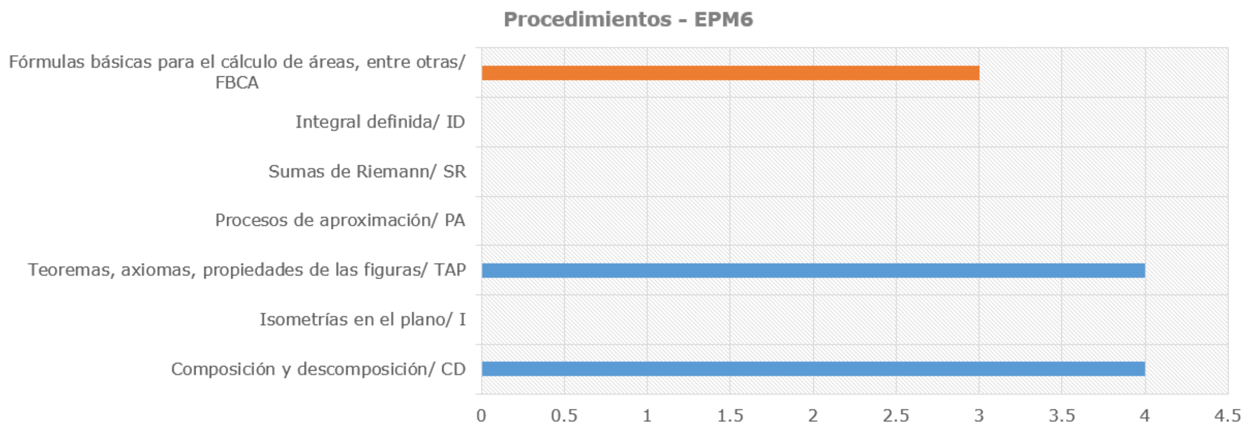


	Medir/ MED	Comparar/ COM	Conservar/ CON	Estimar o aproximar/ EOA	Representar regiones de áreas planas/ RR
Transformación analítica/ TA	1	3	3	0	2
Transformación geométrica/ TG	4	4	4	0	0

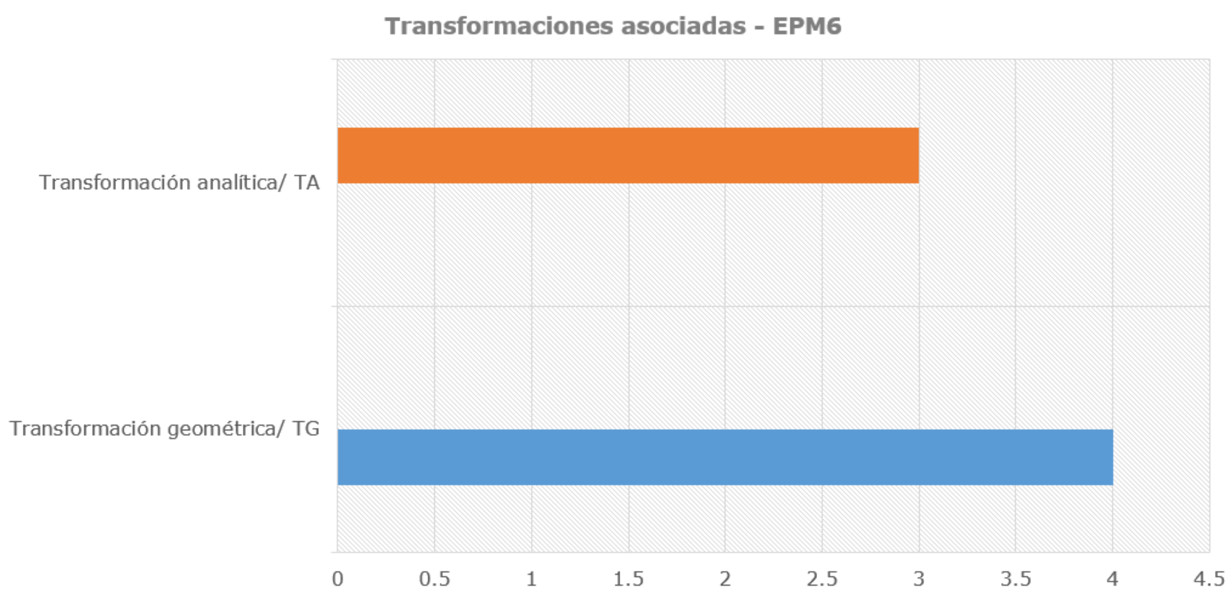
Contextos - EPM6



	Polígonos convexos/ PC	Polígonos no convexos/ PNC	Otros (formas de lados curvos)/ O	Funciones polinómicas/ FP	Otros/ O
Transformación geométrica/ TG	4	0	0	0	0
Transformación analítica/ TA	0	0	0	3	0

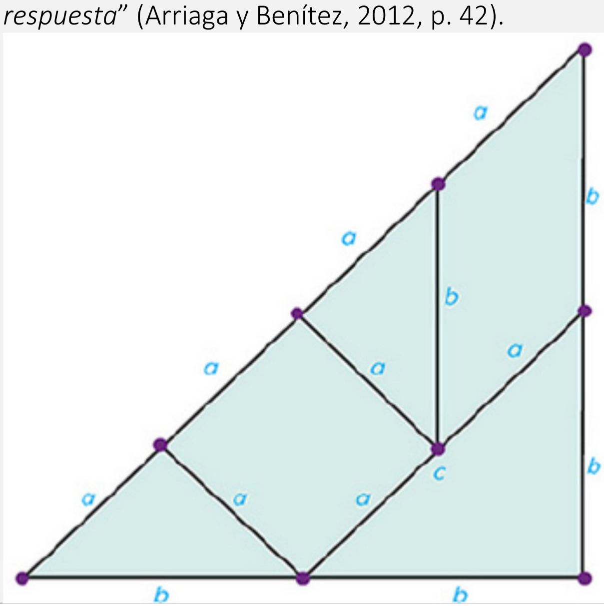


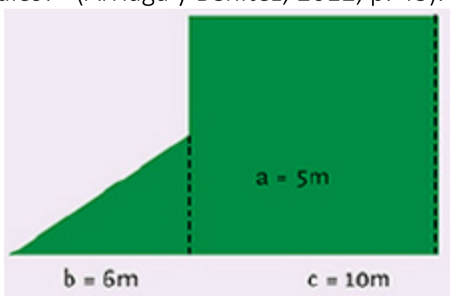
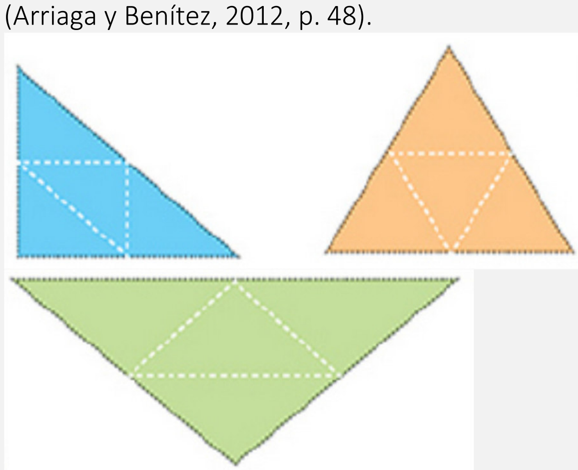
	Composición y descomposición/ CD	Isometrías en el plano/ I	Teoremas, axiomas, propiedades de las figuras/ TAP	Procesos de aproximación/ PA	Sumas de Riemann/ SR	Integral definida/ ID	Fórmulas básicas para el cálculo de áreas, entre otras/ FBCA
Transformación geométrica/ TG	4	0	4	0	0	0	0
Transformación analítica/ TA	0	0	0	0	0	0	3

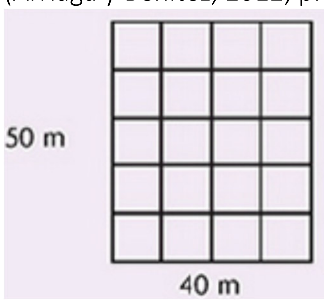


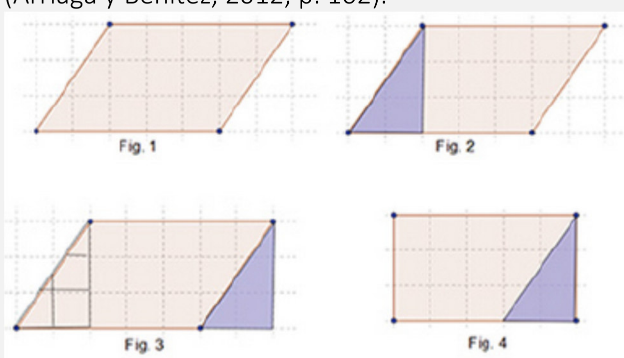
	Transformación geométrica/ TG	Transformación analítica/ TA
Transformación analítica/ TA	0	3
Transformación geométrica/ TG	4	0

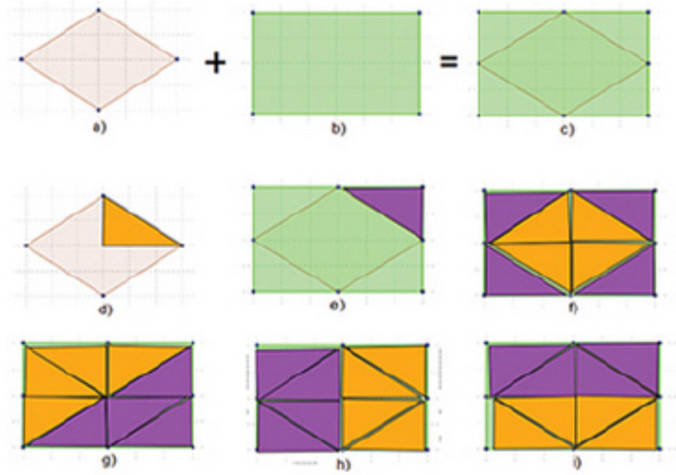
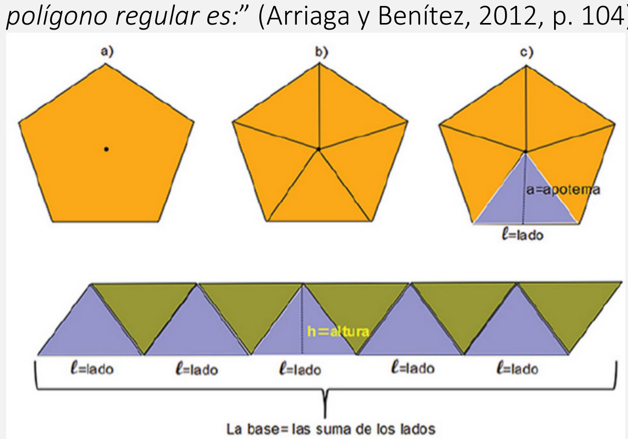
Ficha de registro para ESM1-S1

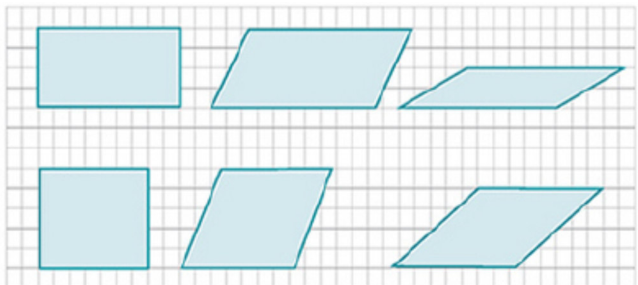
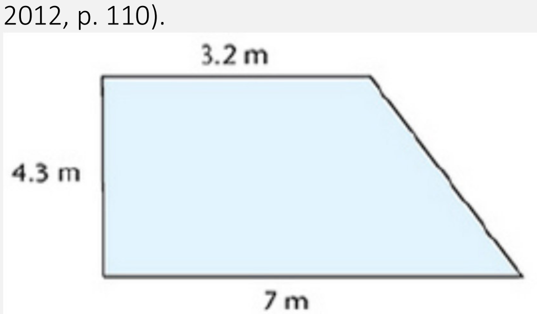
Tabla: Evidencia de usos, contextos y procedimientos en que se presenta el área en relación con la conservación del área.						
Libro de texto:	ESM1-S1					
Categoría	Evidencia		Usos	Contextos	Procedimientos	Tipo de transformación
Código o Códigos involucrados	1	“*Don Ramón tiene un terreno y lo repartió entre sus cuatro hijos. Para ello, don Ramón lo dividió de la siguiente forma. Al primer hijo le dio un terreno en forma cuadrangular, al segundo uno de forma romboide, el tercero recibió el terreno triangular más grande y al último los dos terrenos chicos de forma triangular. ¿Cuál es el perímetro que tiene el terreno que le dio a su primer hijo? ¿Cuál es el perímetro del terreno del segundo hijo? ¿Quién de los cuatro recibe un terreno de mayor perímetro? Expliquen ¿Consideran que don Ramón repartió el terreno de manera equitativa para sus cuatro hijos? ¿Por qué? ¿Cuál fue el procedimiento que siguieron para conocer el perímetro del terreno del primero de sus hijos? ¿Y para el último de sus hijos? ¿Quién de los hijos tendrá la mayor superficie de terreno? Justifiquen su respuesta*” (Arriaga y Benítez, 2012, p. 42). 	M COM CON	PC	CD TAP	TG
	2	“*El papá de Juan compró un terreno de forma irregular. Sin embargo, quiere conocer el área. ¿Cuál es la medida*	M CON	PC	TAP CD	TG

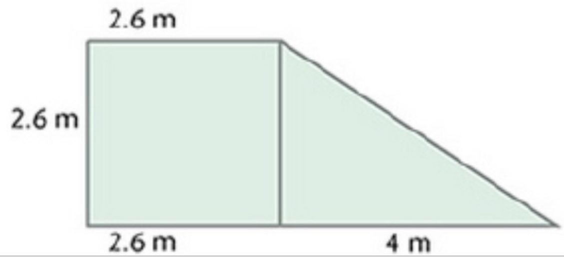
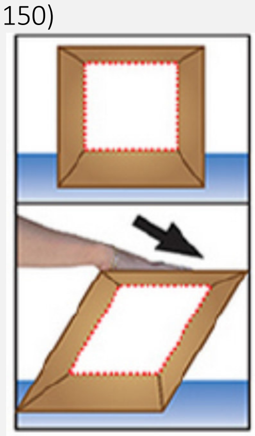
		del área del terreno expresada en metros cuadrados? Explica el procedimiento que utilizaste ¿Cómo puedes representar el área de la figura si nada más consideras las literales como datos? Justifica tu respuesta ¿Cómo puedes comprobar que tu expresión es la correcta? Comprar tus resultados con tus compañeros y con la ayuda de tu profesor concluye sobre: ¿Cuál es la forma más adecuada para calcular el área de una superficie irregular? Y ¿Cuál es la forma correcta de expresar esta cantidad utilizando sólo literales?" (Arriaga y Benítez, 2012, p. 43). 				
	3	"*Elabora cada una de las siguientes construcciones y haz lo que se te pide. Compara tus trazos y tus respuestas con las del grupo.* *a) reproduce los triángulos que forman cada figura. Con los cuatro triángulos de cada una, forma un cuadrilátero.* *b) Observa el trabajo de tus compañeros. ¿Coinciden en cada caso las respuestas?* *c) ¿Cuántos cuadriláteros diferentes se obtuvieron en cada caso?* *d) De ellos, ¿Cuáles son paralelogramos? Comenta* *e) ¿Qué características tienen en común los cuadriláteros formados?* *f) ¿Qué nombre reciben los cuadriláteros que tienen las características que señalaste en la pregunta anterior?*" (Arriaga y Benítez, 2012, p. 48). 	CON COM R	PC	CD TAP	TG
	4	"*Un empresario tiene un terreno de 40m de frente por 50m de fondo, necesita dividirlo en cuatro partes: 1/10*	M COM	PC	CD TAP	TG

		para oficinas, 1/5 para bodega, 3/10 para maquinaria y 2/5 para estacionamiento. ¿Cuántos metros cuadrados mide todo el terreno? ¿Cuántos metros cuadrados se utilizaron para oficinas? ¿Cuántos metros cuadrados para la bodega? ¿Cuántos metros cuadrados para la maquinaria? ¿Y cuantos metros cuadrados para el estacionamiento? Con los datos obtenidos, en el siguiente diagrama divide con diferente color el terreno de la forma que creas más conveniente. Compara tus resultados con el resto de tus compañeros y observa si tienes la misma forma de distribución en el terreno del empresario" (Arriaga y Benítez, 2012, p. 48). 	CON R			
	5	"*Valeria es diseñadora de modas y requiere que los rollos de tela que compra estén cortados en partes de 12, 18, 24 metros de largo, pero los rollos solo se venden con una medida. ¿Cuántos metros de tela debe tener cada rollo para que Valeria los pueda dividir en esas tres cantidades sin que le sobre tela? Describe el planteamiento matemático que realizaste para obtener la solución a este problema. Argumenta tu respuesta*" (Arriaga y Benítez, 2012, p. 80).	M COM CON	PC	CD	TG
	6	"*Javier tiene varios terrenos y quiere fraccionarlos para construir una unidad habitacional y pretende que cada lote tenga la misma superficie. ¿De qué tamaño debe ser cada lote si sus terrenos miden 480, 640 y 800 metros cuadrados? Explica ¿De qué manera Javier puede asegurar que todos sus terrenos tengan la misma superficie?*" (Arriaga y Benítez, 2012, p. 80).	M COM CON R	PC	CD TAP	TG
	7	"*Don pepe tiene un terreno, al frente quiere construir una tienda de abarrotes. Al decidir la cantidad de terreno para la tienda el arquitecto le dijo: Yo le recomiendo que sea la cuarta parte de la mitad de su terreno. ¿Qué fracción representa el terreno que ocupará la tienda con respecto a todo el terreno de don Pepe? Expliquen su planteamiento. Si don Pepe quiere una tienda grande y propone que sean dos cuartas partes de la mitad de su terreno, ¿Qué fracción representará? ¿La estrategia para resolver la situación sería la misma que cuando se*	M COM CON R	PC	CD TAP	TG

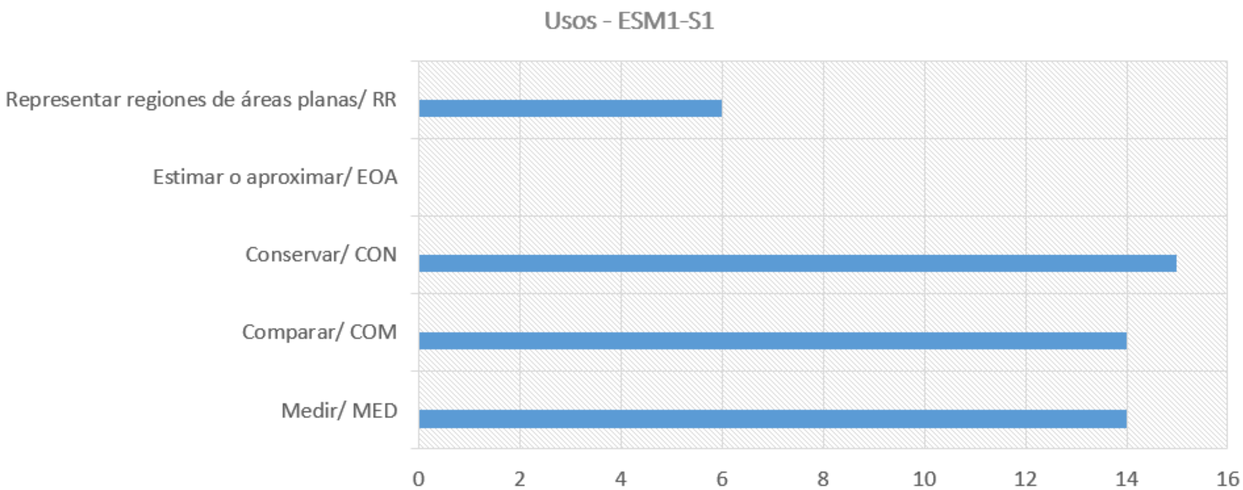
		proponía la cuarta parte de la mitad del terreno? Justifique su respuesta” (Arriaga y Benítez, 2012, p. 87)				
	8	“Don Francisco tiene un terreno y lo dividió en 16 parcelas y quiere sembrar ¾ del total del terreno. ¿Cuántas parcelas ocuparán las ¾ partes del terreno? ¿Qué operaciones realizaron para encontrar el resultado? Justifiquen su estrategia. Realicen un esquema que represente la división de cómo quedaría la zona a sembrar por don Francisco” (Arriaga y Benítez, 2012, p. 92).	M COM CON R	PC PNC O	CD TAP	TG
	9	“*Observa con atención la secuencia de las siguientes figuras. Describe la secuencia de las figuras anteriores. ¿Cómo es la altura con respecto al lado adyacente de la base? Justifica tu respuesta ¿Cómo se calcula el perímetro de este tipo de figuras? Por lo tanto, su fórmula es:___. Y para calcular el área, ¿Qué forma es la más practica? ¿La fórmula que se utiliza para calcular el área de un romboide es la misma que para la del rectángulo?*” (Arriaga y Benítez, 2012, p. 102). 	M COM CON	PC	CD	TG
	10	“*Observa la secuencia de figuras y responde a lo que se te pregunta.* *¿Cómo es la superficie del rombo con respecto al triángulo que se encuentra en el rectángulo? Explica por qué. Qué relación tienen las diagonales del rombo con la base y la altura del rectángulo ¿Cómo es el perímetro del rombo con respecto al del cuadrado? Entonces la fórmula para calcular su perímetro es: ___. ¿De qué manera se puede comprobar que el área de las figuras de los incisos f), g), h) e i) verdaderamente miden lo mismo? Explica ¿Cuál es la forma de calcular el área de un rombo? Por lo tanto la fórmula para calcular el área de un rombo es: ___.*” (Arriaga y Benítez, 2012, p. 102-103)	M COM CON	PC	CD TAP	TG

						
	11	*"Junto con un compañero, observa la secuencia y contesta las preguntas.* *Explique la forma en que obtendrían el perímetro de la figura.* *¿Qué relación se presenta entre la altura y la apotema de la figura? Justifiquen su respuesta.* *¿se puede decir que la base del romboide y el perímetro del pentágono son iguales?* *¿Cuál sería la fórmula para calcular el perímetro de la figura?* *De los triángulos que forman el romboide, ¿Cuántos representan el área del pentágono? Entonces, ¿Qué parte representa el total de triángulos del romboide? Por lo tanto, la fórmula que se utiliza para calcular el área de un polígono regular es:"* (Arriaga y Benítez, 2012, p. 104) 	M COM CON R	PC	CD	TG
	12	*"Al tomar como referencia el primer cuadrilátero, se hicieron algunos movimientos con la posición de los vértices sin alterar las medidas de los lados. Escriban sus comentarios acerca de lo que sucede con las formas, los perímetros y las áreas de cada serie de figuras.* *¿Las medidas de los lados de la secuencia del rectángulo modifican su perímetro? ¿Qué instrumentos utilizaron para verificar su respuesta? ¿Cuál es el perímetro de las*	M COM CON	PC	CD	TG

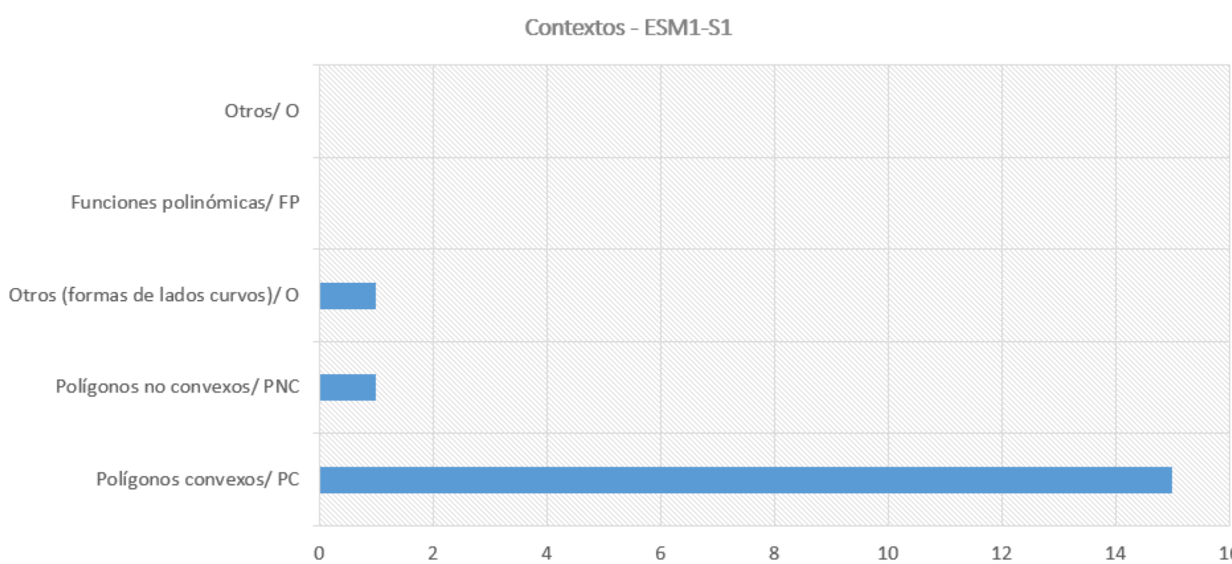
		tres figuras? ¿Cuántas unidades cuadradas tiene el rectángulo? ¿Cuántas unidades cuadradas tienen aproximadamente los dos romboides? ¿Cómo es el perímetro en la secuencia de los cuadrados? ¿Qué instrumentos utilizaron para encontrar su respuesta? ¿Cómo es el área en esta secuencia? Comparen sus respuestas con el resto del grupo y con la asesoría del profesor verifiquen sus resultados” (Arriaga y Benítez, 2012, p. 108). 				
	13	“*Una familia instalará losetas en su sala; así que hizo un diseño del piso y tomó las medidas. Si el instalador cobra $135.00 por metro cuadrado, ¿Cuánto costará la instalación en total? ¿Qué procedimiento llevaste a cabo para obtener la respuesta? Justifica tu respuesta. Escribe las fórmulas que usaste, además de las operaciones que realizaste para resolver este problema*” (Arriaga y Benítez, 2012, p. 110). 	M COM CON	PC	CD TAP	TG
	14	“*Marilú quiere poner alfombra en un cuarto que construyó. Para esto tomó las medidas de los laterales del cuarto y las representa en las figuras de abajo. Aproximadamente, ¿Cuánta alfombra debe comprar? ¿Cuál fue el procedimiento que utilizaste? Justifica tu respuesta. Anota las fórmulas que manejaste y las operaciones que realizaste*” (Arriaga y Benítez, 2012, p. 111).	M COM CON	PC	TAP	TG

						
	15	“*Supongamos que la primera figura es la imagen del perfil de una caja. Al hacer presión sobre ella se obtiene la segunda figura. ¿Cuánto mide cada lado de la primera? ¿Y la de la segunda? ¿Qué nombre recibe la primera figura? ¿Qué nombre recibe la segunda figura? ¿Qué diferencias y qué coincidencias hay entre las dos figuras?*” (Arriaga y Benítez, 2012, p. 150) 	M COM CON	PC	CD TAP	TG
	16					

Usos, Contextos y Procedimientos en que se presenta la conservación del área en EBM1																			
	Usos					Contextos					Procedimientos							Transformación asociada	
Número de tarea	Medir/**M**	Comparar/**COM**	Conservar/**CON**	Estimar o aproximar/**EOA**	Representar regiones de áreas planas/**RR**	Polígonos convexos/**PC**	Polígonos no convexos/**PNC**	Otros (formas de lados curvos)/**O**	Funciones polinómicas/**FP**	Otros/**O**	Composición y descomposición/**CD**	Isometrías en el plano/**I**	Teoremas, axiomas, propiedades de las figuras / **TAP**	Procesos de aproximación/**PA**	Sumas de Riemann/**SR**	Integral definida/**ID**	Fórmulas básicas para el cálculo de áreas, entre otras/**FBCA**	Transformaciones geométricas/**TG**	Transformaciones analíticas/**TA**
1	01	01	01	0	0	01	0	0	0	0	01	0	01	0	0	0	0	01	0
2	01	0	01	0	0	01	0	0	0	0	01	0	01	0	0	0	0	01	0
3	0	01	01	0	01	01	0	0	0	0	01	0	01	0	0	0	0	01	0
4	01	01	01	0	01	01	0	0	0	0	01	0	01	0	0	0	0	01	0
5	01	01	01	0	0	01	0	0	0	0	01	0	0	0	0	0	0	01	0
6	01	01	01	0	01	01	0	0	0	0	01	0	01	0	0	0	0	01	0
7	01	01	01	0	01	01	0	0	0	0	01	0	01	0	0	0	0	01	0
8	01	01	01	0	01	01	01	01	0	0	01	0	01	0	0	0	0	01	0
9	01	01	01	0	0	01	0	0	0	0	01	0	0	0	0	0	0	01	0
10	01	01	01	0	0	01	0	0	0	0	01	0	01	0	0	0	0	01	0
11	01	01	01	0	01	01	0	0	0	0	01	0	0	0	0	0	0	01	0
12	01	01	01	0	0	01	0	0	0	0	01	0	0	0	0	0	0	01	0
13	01	01	01	0	0	01	0	0	0	0	01	0	01	0	0	0	0	01	0
14	01	01	01	0	0	01	0	0	0	0	0	0	01	0	0	0	0	01	0
15	01	01	01	0	0	01	0	0	0	0	01	0	01	0	0	0	0	01	0
16	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Totales/ TG	14	14	15	0	6	15	1	1	0	0	14	0	11	0	0	0	0	15	0
Totales/ TA	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
TOTAL	14	14	15	0	6	15	1	1	0	0	14	0	11	0	0	0	0	15	0

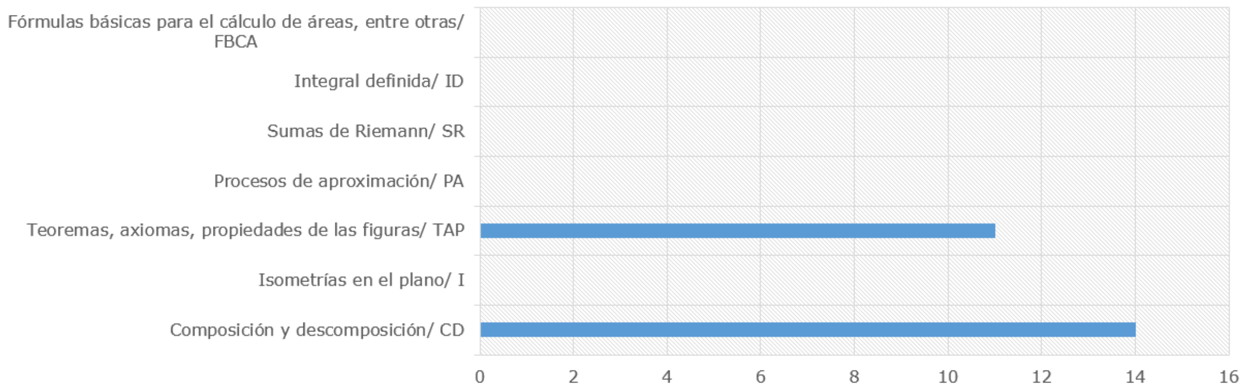


	Medir/ MED	Comparar/ COM	Conservar/ CON	Estimar o aproximar/ EOA	Representar regiones de áreas planas/ RR
Transformación analítica/ TA	0	0	0	0	0
Transformación geométrica/ TG	14	14	15	0	6



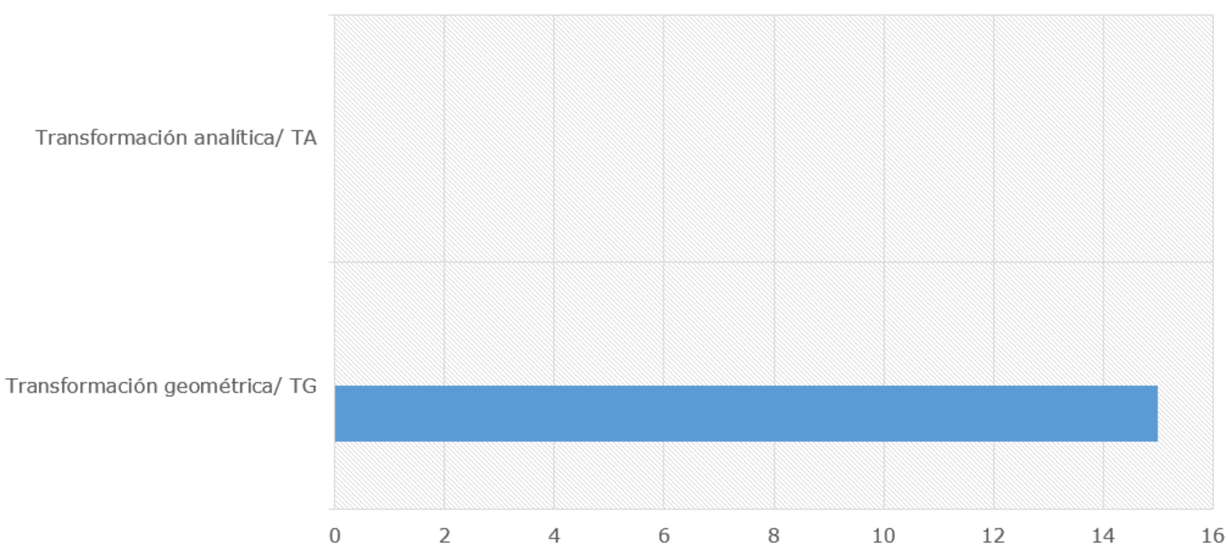
	Polígonos convexos/ PC	Polígonos no convexos/ PNC	Otros (formas de lados curvos)/ O	Funciones polinómicas/ FP	Otros/ O
Transformación geométrica/ TG	15	1	1	0	0
Transformación analítica/ TA	0	0	0	0	0

Procedimientos - ESM1-S1



	Composición y descomposición / CD	Isometrías en el plano/ I	Teoremas, axiomas, propiedades de las figuras/ TAP	Procesos de aproximación/ PA	Sumas de Riemann/ SR	Integral definida/ ID	Fórmulas básicas para el cálculo de áreas, entre otras/ FBCA
Transformación geométrica/ TG	14	0	11	0	0	0	0
Transformación analítica/ TA	0	0	0	0	0	0	0

Transformaciones asociadas - ESM1-S1

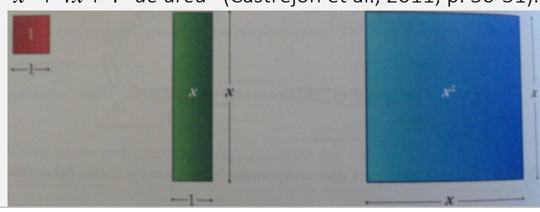
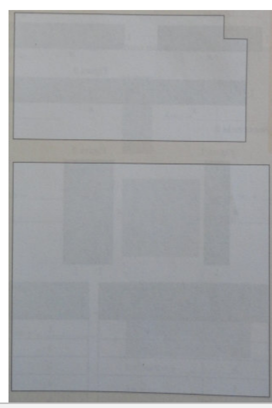


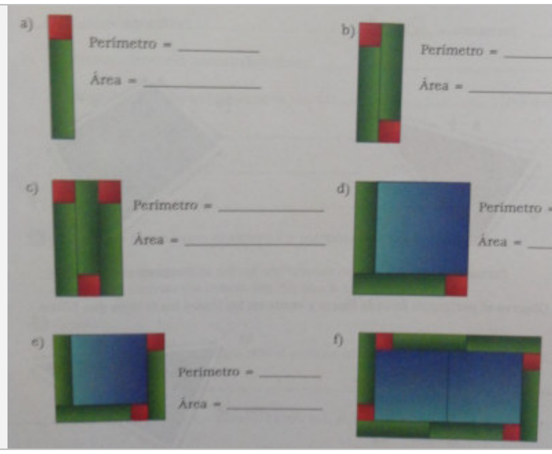
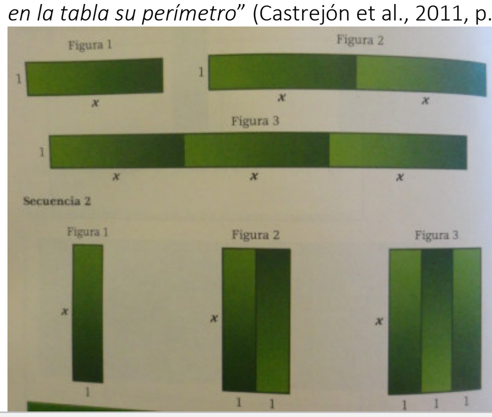
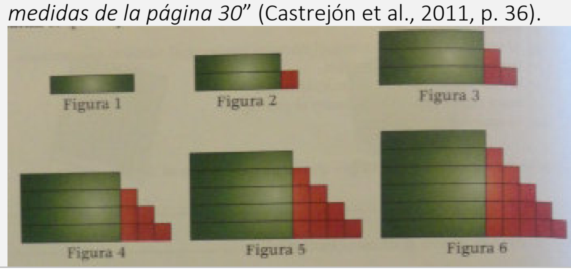
	Transformación geométrica/ TG	Transformación analítica/ TA
Transformación analítica/ TA	0	0
Transformación geométrica/ TG	15	0

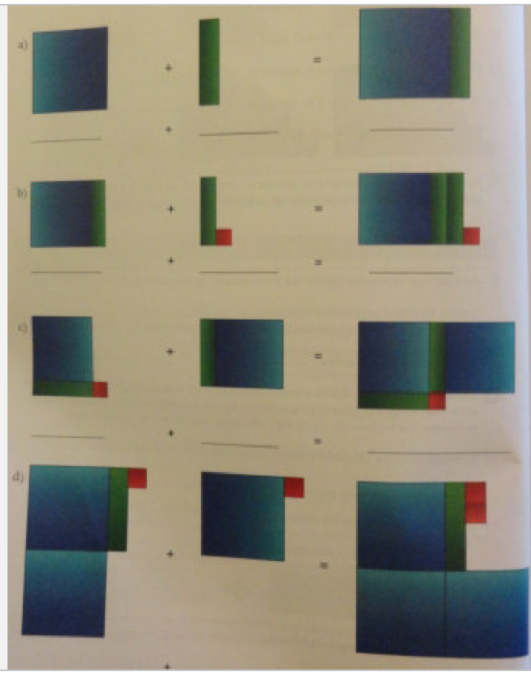
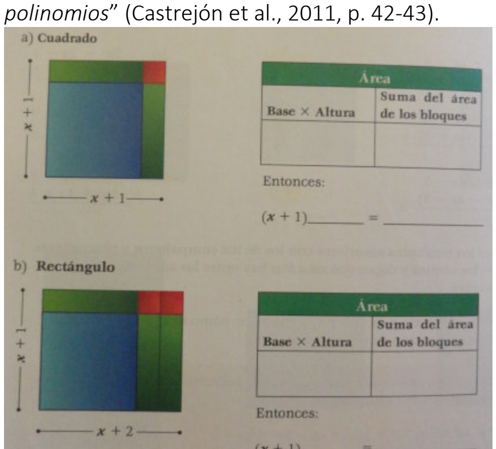
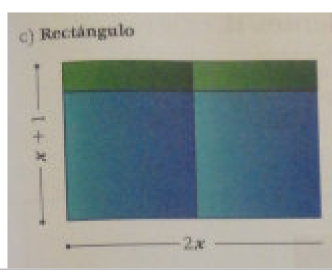
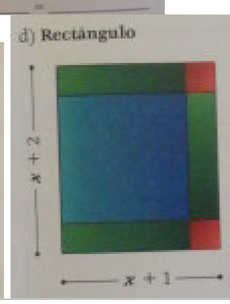
Ficha de registro para ESM2-S1

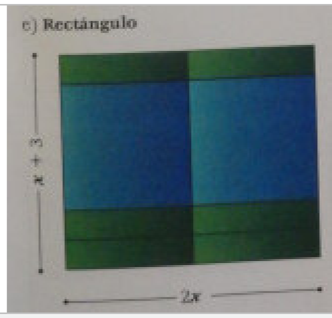
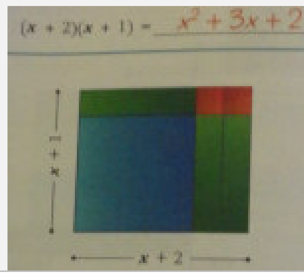
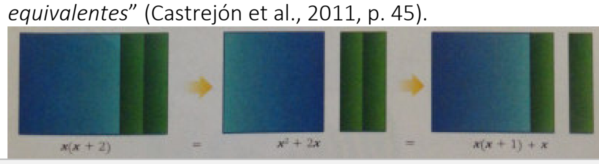
Tabla: Evidencia de usos, contextos y procedimientos en que se presenta el área en relación con la conservación del área.

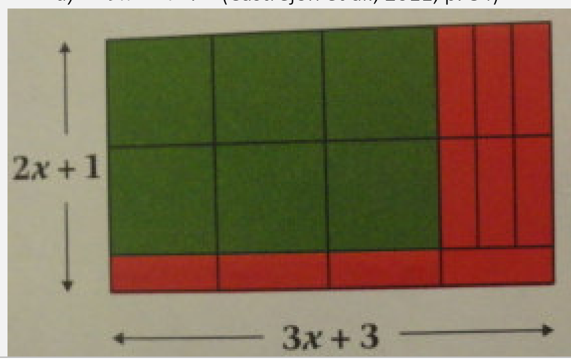
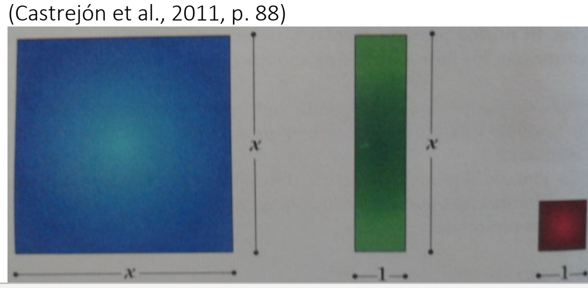
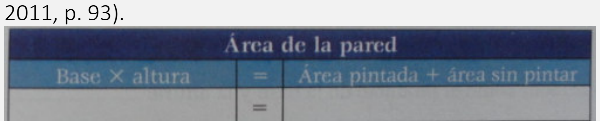
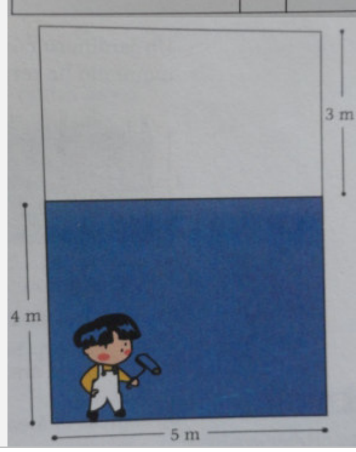
Libro de texto: ESM2-S1

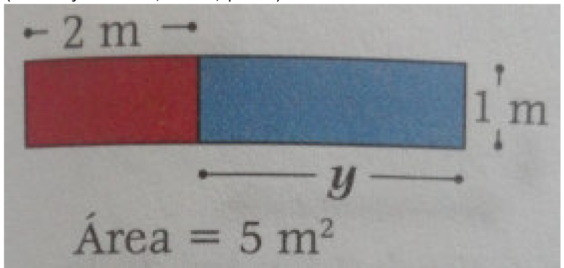
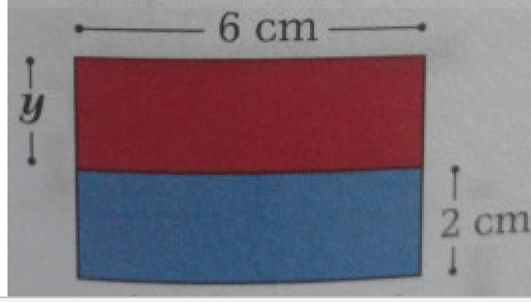
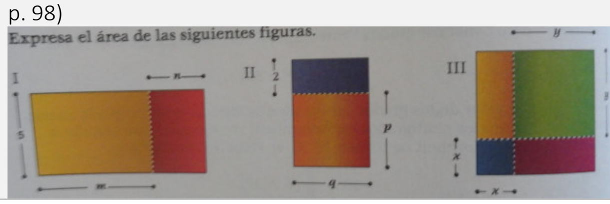
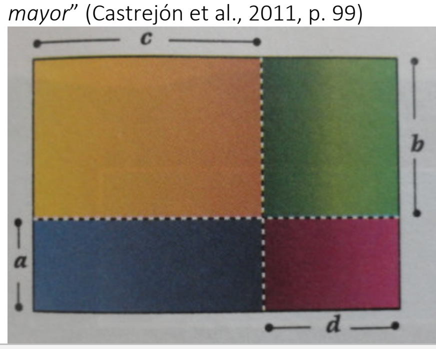
Categoría		Evidencia	Usos	Contextos	Procedimientos	Tipo de transformación
Código o Códigos involucrados	1	“*Reproduce 5 veces en cartulina cada uno de los bloques de la página anterior; conserva su tamaño. Resuelve los siguientes retos: Arma con los bloque un cuadrado de 4x+8 de perímetro y* x^2+4x+4 *de área*” (Castrejón et al., 2011, p. 30-31). 	MED COM CON	PC	CD TAP	TG
	2	“*Determina con los bloques del problema anterior el perímetro y área de estas figuras*” (Castrejón et al., 2011, p. 31).  	MED COM CON	PC	CD TAP	TG
	3	“*Escribe el área y el perímetro de las figuras. Toma en cuenta las medidas de los bloques de la página 30*” (Castrejón et al., 2011, p. 33).	MED COM CON	PC	CD TAP	TG

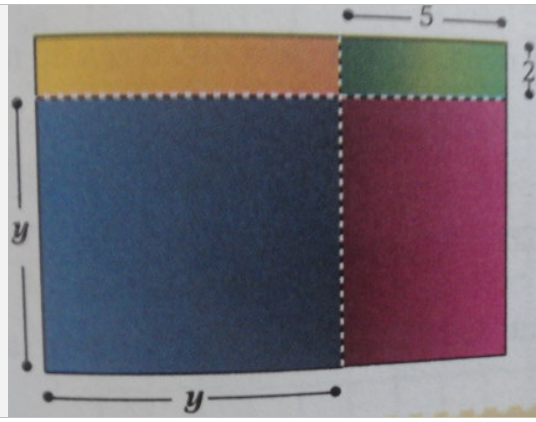
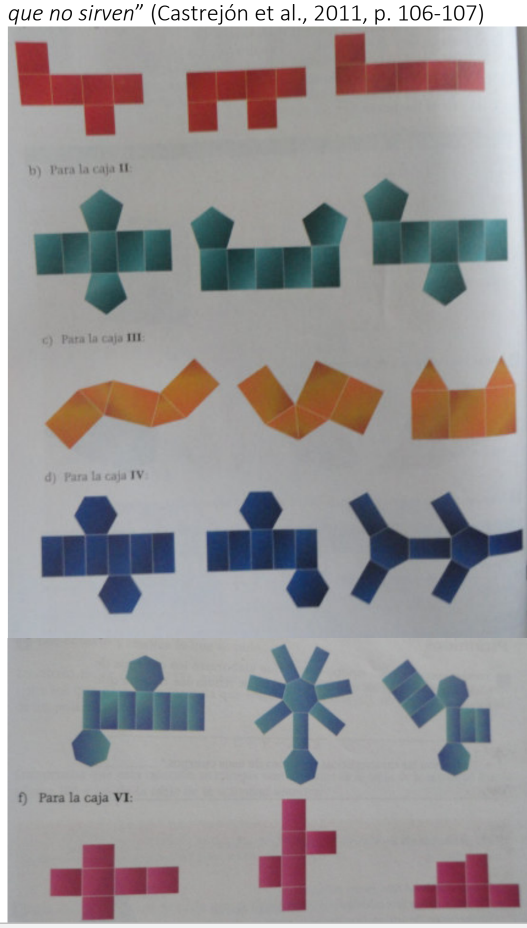
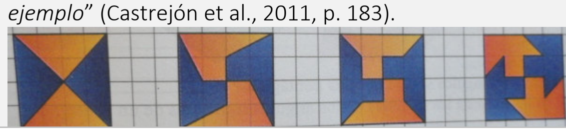
						
	4	“*Descubre cómo se forman las secuencias de las figuras y anota en la tabla su perímetro*” (Castrejón et al., 2011, p. 32). 	MED COM CON	PC	CD TAP	TG
	5	“*Observa la sucesión de figuras que se formó con los bloques de la página 30 y realiza lo que se te pide. Anota el área de las figuras anteriores y de las cuatro que seguirían. Toma en cuenta las medidas de la página 30*” (Castrejón et al., 2011, p. 36). 	MED COM CON RR	PC	CD TAP	TG
	6	“*Observa como la figura 3 se puede transformar en un rectángulo de la misma altura; ¿La figura de área* $20x+190$ *puede transformase en un rectángulo? ¿Por qué?*” (Castrejón et al., 2011, p. 36). 	MED COM CON RR	PC	CD TAP	TG
	7	“*Resuelve las adiciones anotando el área de las figuras. Toma en cuenta las áreas señaladas en la página 30*” (Castrejón et al., 2011, p. 38).	MED CON RR	PC	CD TAP	TG

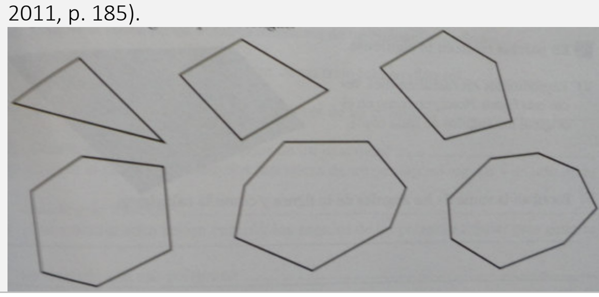
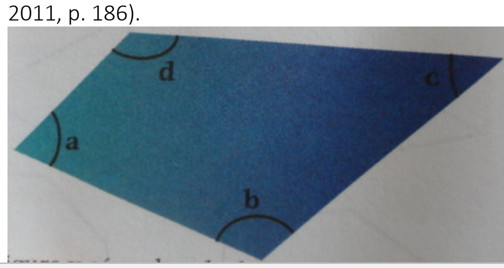
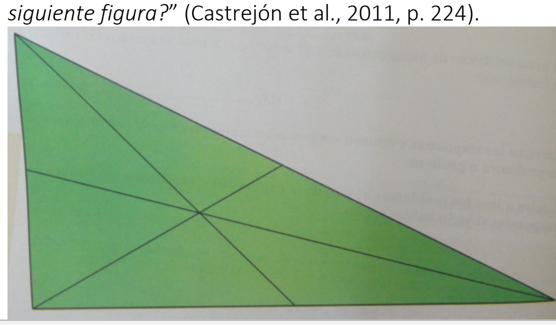
<table>
<tr><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td></td><td>8</td><td>“Escribe las expresiones y reduce los términos semejantes en los polinomios” (Castrejón et al., 2011, p. 42-43).


</td><td>MED
CON</td><td>PC</td><td>CD
TAP</td><td>TG</td></tr>
</table>

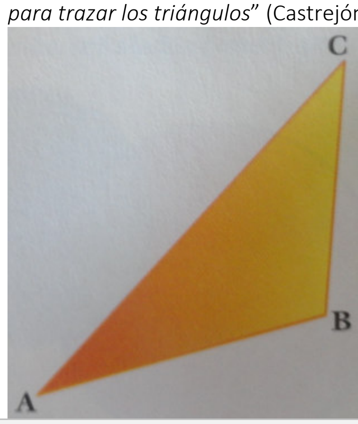
						
	9	“*Dibuja o pega bloques que representen cada expresión algebraica y denota los productos con un polinomio. Realiza la suma de términos semejantes. Observa el ejemplo.* *a)* $(3x)(x+3)$ *b)* $(2x+1)(x)$ *c)* $(3x+2)(x+2)$ *d)* $(3x+2)(2x+2)$ ” (Castrejón et al., 2011, p. 44-45). 	MED CON	PC	CD TAP	TG
	10	“*Observa las figuras y explica por qué las expresiones son equivalentes*” (Castrejón et al., 2011, p. 45). 	MED CON RR	PC	CD TAP	TG
	11	“*Antonio debe hacer un escudo como el que aparece a la derecha y para ello tiene calcomanías de la pelota, la manopla y el bate, pero debe conservar las medidas del circulo y de los ángulos. También sabe que la región verde es una cuarta parte de la azul. ¿Cuánto mide cada ángulo central?*” (Castrejón et al., 2011, p. 48) 	MED COM CON RR	O	CD TAP	TG
	12	“*En parejas realiza lo siguiente: Cada uno dibuje en una hoja un círculo dividido en cuatro ángulos centrales de distintas medidas. Intercambien sus círculos. Reproduzcan en sus cuadernos el circulo*	MED COM CON	O	CD TAP	TG

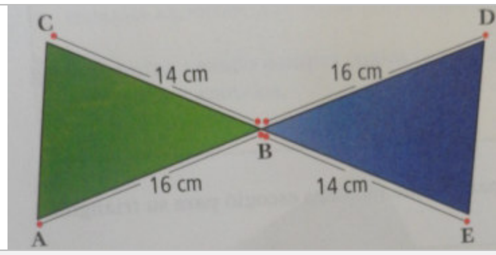
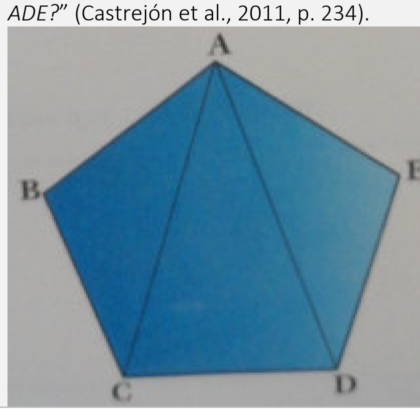
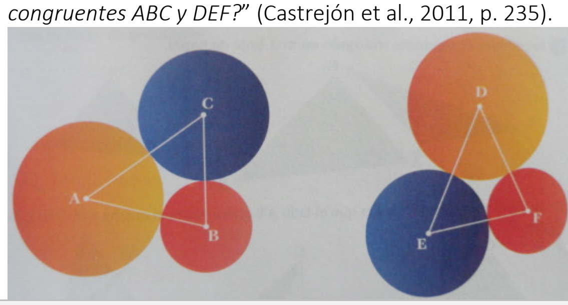
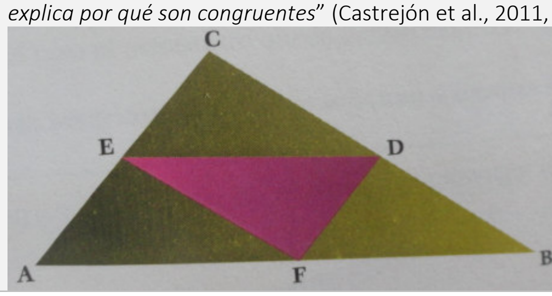
		de su pareja usando sólo regla y compas." (Castrejón et al., 2011, p. 50)	RR			
	13	"*¿Qué expresión indica el área de la figura* *a)* $9x^2+3$ *b)* $6x+4$ *c)* $6x^2+9x+3$ *d)* $9x^2+7$ *?"* (Castrejón et al., 2011, p. 84) 	MED COM CON	PC	CD TAP	TG
	14	"*¿Recuerdas los bloques de la página 30? Debes usar cuatro de ellos para representar la siguiente igualdad:* $x(x-2)=x^2-2x$" (Castrejón et al., 2011, p. 88) 	COM CON RR	PC	CD TAP	TG
	15	"*Un trabajador pinta de azul una pared rectangular de las medidas que se muestran. Anota la altura de la pared:__, el área de la pared:__, el área pintada:__, y el área que falta por pintar:__. Subraya las expresiones que permiten obtener el área de la pared: 5*+(3+4), 5*3+4, 5*3+5*4, 3*4+5, 5*4*3. Escribe donde corresponda las expresiones que subrayaste:"* (Castrejón et al., 2011, p. 93).  	MED COM CON	PC	CD TAP	TG
	16	"*Observa las figuras, escribe lo que se te pide. Expresa el área total como el producto de la base y la altura: 5=__. Expresa el área total*	MED COM	PC	CD TAP	TG

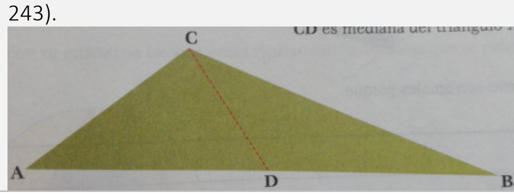
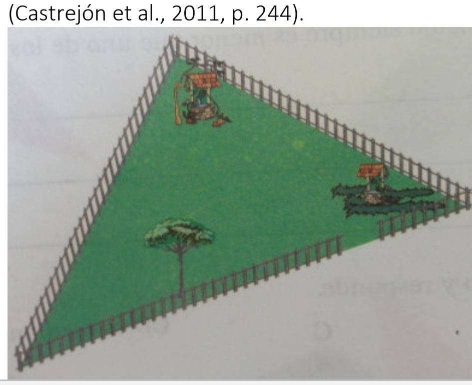
		como la suma de las áreas de los rectángulos rojo y azul: 5=__. ¿Las ecuaciones que escribiste son equivalentes? ¿Por qué?" (Castrejón et al., 2011, p. 95)  	CON			
	17	"*Expresa el área de las siguientes figuras*" (Castrejón et al., 2011, p. 98) 	MED COM CON	PC	CD TAP	TG
	18	"*Observa el rectángulo y anota lo que se te pide. Escribe el área total como el producto de la base por la altura. Escribe el área como la suma de los cuatro rectángulos que forman el rectángulo mayor*" (Castrejón et al., 2011, p. 99) 	MED COM CON	PC	CD TAP	TG
	19	"*Escribe por qué es cierta la siguiente igualdad apoyándote en la figura.* $(y+2)(y+5)=y^2+7y+10$" (Castrejón et al., 2011, p. 99)	MED COM CON	PC	CD TAP	TG

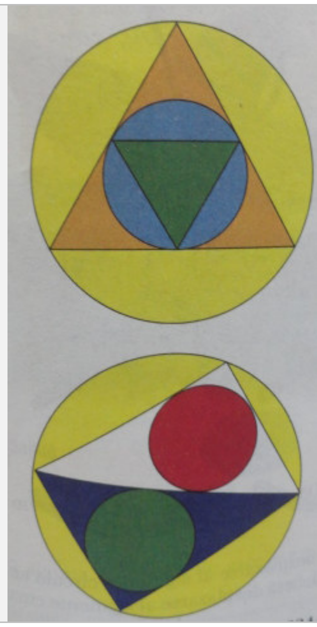
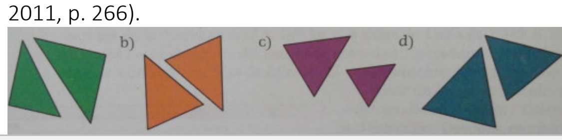
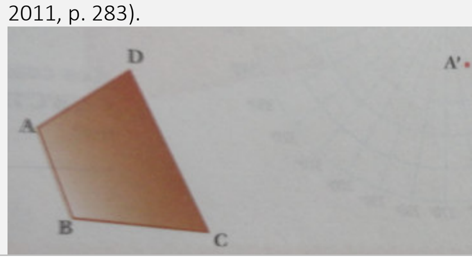
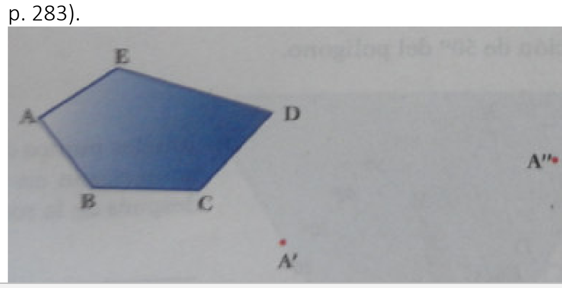
						
	20	“*Para decorar las cajas el hijo de María elaboró los siguientes forros con papel de colores, pero algunos quedaron mal. Tacha los que no sirven*” (Castrejón et al., 2011, p. 106-107) 	COM CON	PC	CD TAP	TG
	21	“*Dibuja cuadrados sobre cuadrícula y divídelos en figuras iguales. Después usa las figuras para formar teselados. Si obtienes figuras simples, puedes complicarlas poco a poco como en el siguiente ejemplo*” (Castrejón et al., 2011, p. 183). 	MED COM CON RR	PC PNC O	CD TAP	TG
	22	“*Escoge un vértice de cada pentágono y traza todas las diagonales desde él. ¿En cuántos triángulos se dividió cada pentágono? ¿Cuál*	CON RR	PC PNC	CD	TG

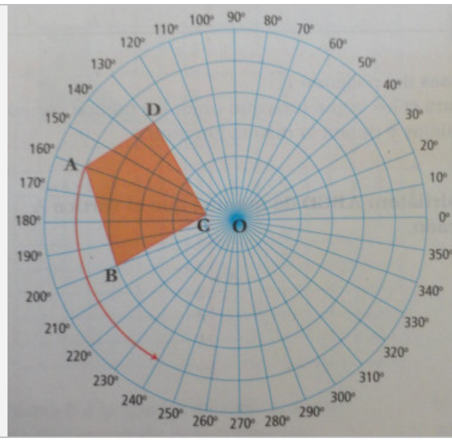
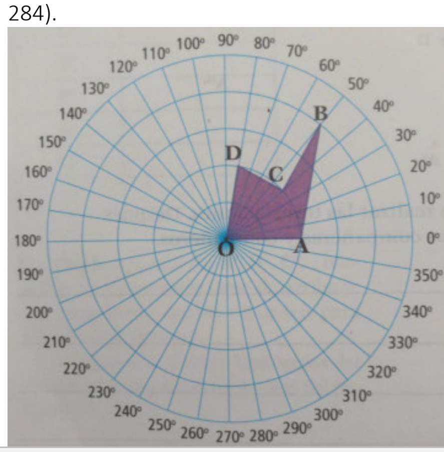
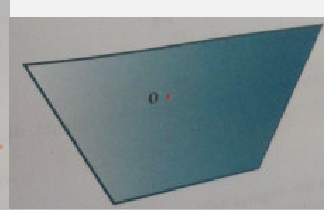
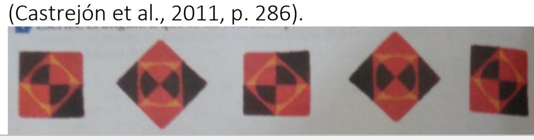
		es la suma de las medidas de los ángulos interiores de un pentágono?" (Castrejón et al., 2011, p. 184). 				
	23	"*Escoge un vértice de cada polígono y traza todas las diagonales desde él. Colorea los triángulos que obtengas*" (Castrejón et al., 2011, p. 185). 	CON RR	PC PNC	CD	TG
	24	"*Reproduzcan en cartulina diez veces esta figura. Nombren como en el original los ángulos de cada copia. Escriban la suma de los ángulos de la figura y cómo la calcularon. Construyan un teselado con las copias que elaboraron. Anoten los ángulos cuyos vértices quedaron juntos en su teselado y cuanto suman*" (Castrejón et al., 2011, p. 186). 	MED COM CON RR	PC	CD TAP	TG
	25	"*Integren equipos de cinco o seis personas y realicen las siguientes actividades. Elaboren en cartulina seis triángulos equiláteros y con ellos generen un teselado regular. Recuerden que en un teselado las figuras no deben superponerse ni dejar huecos y que cualquier vértice sólo debe estar en contacto con otros vértices*" (Castrejón et al., 2011, p. 186).	MED COM CON RR	PC	CD TAP	TG
	26	"*¿Cuántos triángulos con la misma área puedes encontrar en la siguiente figura?*" (Castrejón et al., 2011, p. 224). 	MED COM CON	PC	TAP	TG
	27	"*Traza un triángulo cuyas medidas de los lados sean las que tú propongas. Pregunta a un compañero o compañera qué medidas escogió para su triángulo y construye enseguida un triángulo con esas medidas. También diles cuales son las medidas de tu triángulo para que haga lo mismo. ¿Pudiste construir un triángulo congruente con el de tu compañero o compañera? ¿Consideras que los datos que te proporcionó son suficientes? ¿Por qué?*" (Castrejón et al., 2011, p. 229).	MED COM CON RR	PC	I TAP	TG

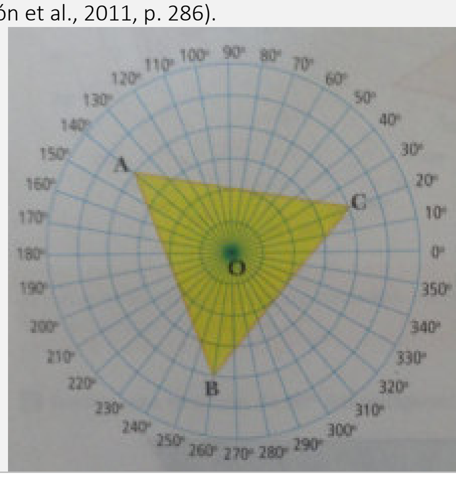
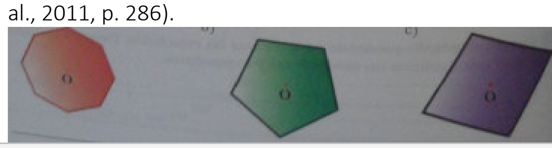
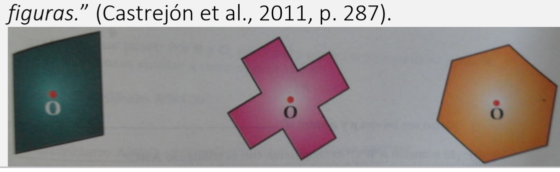
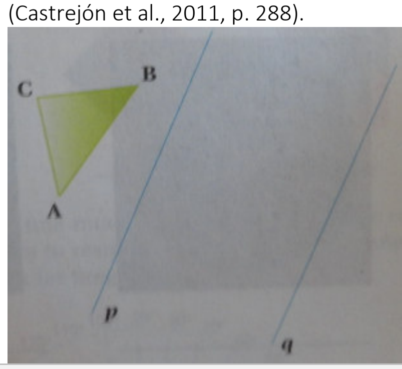
	28	“*Observa la siguiente figura. Traza dos triángulos congruentes al triángulo ABC. No puedes hacer ninguna medición, solamente copiar dos segmentos y un ángulo usando regla y compás. Verifica que los triángulos que trazaste don congruentes. Ahora si puedes hacer las mediciones que quieras. ¿Qué ángulo y qué lados escogiste para copiar? Reúnete con cuatro o cinco de tus compañeros y compañeras y comenten qué estrategias siguieron para trazar los triángulos*” (Castrejón et al., 2011, p. 230).  	MED COM CON RR	PC	TAP	TG
	29	“*Escoge las medidas que prefieras para dos lados de un triángulo y el ángulo comprendido entre ellos. Pregunta a un compañero o compañera qué medias escogió para su triángulo y trázalo en el siguiente espacio ¿pudiste construir un triángulo congruente con el de tu compañero o compañera?*” (Castrejón et al., 2011, p. 231).	MED COM CON RR	PC	TAP	TG
	30	“*Observa el siguiente triángulo. Traza dos triángulos congruentes al triángulo ABC. No puedes hacer ninguna medición, solamente copiar dos segmentos y un ángulo usando regla y compás. Verifica que los triángulos que trazaste don congruentes. Ahora si puedes hacer las mediciones que quieras. ¿Qué ángulo y qué lados escogiste para copiar? Reúnete con cuatro o cinco de tus compañeros y compañeras y comenten qué estrategias siguieron para trazar los triángulos*” (Castrejón et al., 2011, p. 232).  	MED COM CON RR	PC	TAP	TG
	31	“*Escoge las medidas que prefieras para dos lados de un triángulo y el ángulo comprendido entre ellos. Pregunta a un compañero o compañera qué medias escogió para su triángulo y trázalo en el siguiente espacio ¿pudiste construir un triángulo congruente con el de tu compañero o compañera?*” (Castrejón et al., 2011, p. 233).	MED COM CON RR	PC	TAP	TG
	32	“*¿Son congruentes los triángulos ABC y BED?*” (Castrejón et al., 2011, p. 234).	MED COM CON	PC	I TAP	TG

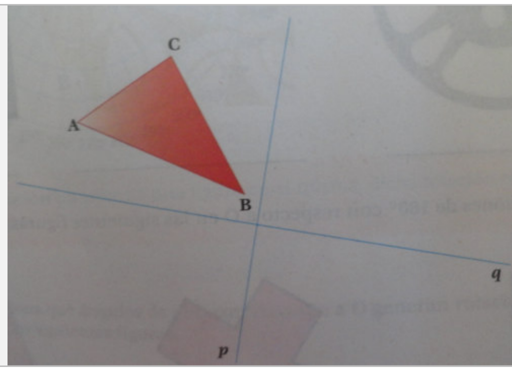
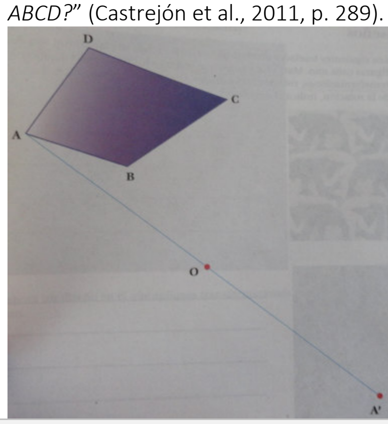
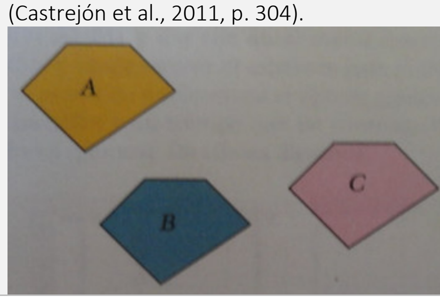
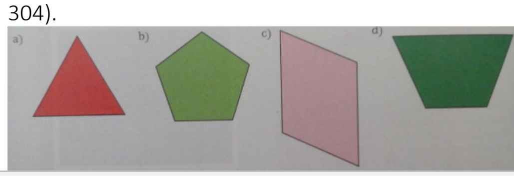
						
	33	“*El pentágono es regular ¿Son congruentes los triángulos ABC y ADE?*” (Castrejón et al., 2011, p. 234). 	MED COM CON	PC	I TAP	TG
	34	“*Los círculos del mismo color tienen radios iguales ¿Son congruentes ABC y DEF?*” (Castrejón et al., 2011, p. 235). 	MED COM CON	PC O	I TAP	TG
	35	“*Son congruentes los triángulos CED y FDE donde CB es paralelo a EF, ED es paralelo a AB y FD es paralelo a AC. ¿Qué otros triángulos congruentes encuentras en la figura anterior? Anota cuáles y explica por qué son congruentes*” (Castrejón et al., 2011, p. 235). 	MED COM CON	PC	I TAP	TG
	36	“*Las naves espaciales, como el transbordador de la derecha, se diseñan con medidas muy precisas. ¿Qué datos necesitarías para poder reproducir al mismo tamaño el triángulo marcado en la fotografía?*” (Castrejón et al., 2011, p. 209).	MED COM CON RR	PC	TAP I	TG

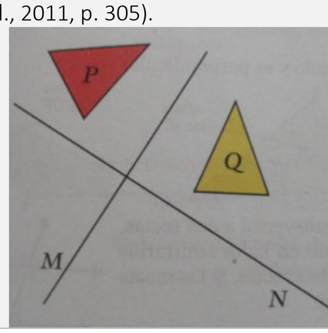
						
	37	“*Observa el triángulo y responde. CD es mediana del triángulo ABC. ¿Cómo son entre sí AD y DB? ¿Cómo son entre sí las áreas de los triángulos ADC y DBC? ¿Por qué?*” (Castrejón et al., 2011, p. 243). 	MED COM CON	PC	CD TAP	TG
	38	“*Evaristo quiere repartir el terreno que se ilustra entre sus dos hijos de manera que las partes tengan la misma área y que a cada uno le corresponda un pozo. Propón una manera de hacerlo dividiendo la figura y argumenta por qué las áreas son iguales*” (Castrejón et al., 2011, p. 244). 	MED COM CON RR	PC	CD TAP	TG
	39	“*Reproduce en tu cuaderno las siguientes figuras con las medidas que se piden. El triángulo verde es equilátero y mide 2cm de lado. El rectángulo inscrito mide 6cm de largo y 8cm de altura*” (Castrejón et al., 2011, p. 245).	MED COM CON RR	PC O	TAP	TG

						
	40	“*Cual es una pareja de triángulos congruentes*” (Castrejón et al., 2011, p. 266). 	MED COM CON	PC	TAP	TG
	41	“*Realiza una traslación del cuadrilátero ABCD de manera que el vértice A corresponda al vértice A’ marcado*” (Castrejón et al., 2011, p. 283). 	MED COM CON RR	PC	I	TG
	42	“*Efectúa dos traslaciones del pentágono ABCDE de manera que los vértices correspondientes a A sean A’ y A’’*” (Castrejón et al., 2011, p. 283). 	MED COM CON RR	PC	I	TG
	43	“*En la siguiente figura, se ha obtenido una rotación de 80° del vértice A con respecto al punto O. encuentra las rotaciones de los vértices B, C y D y dibuja el cuadrilátero A’B’C’D’E’. ¿Los cuadriláteros A, B, C y D y A’B’C’D’E’ son congruentes?*” (Castrejón et al., 2011, p. 284).	MED COM CON RR	PC	I	TG

							
	44		*"Realiza una rotación de 50° del polígono. ¿Cuáles puntos del polígono permanecieron en el mismo lugar después de la rotación? ¿Por qué crees que fue así?"* (Castrejón et al., 2011, p. 284). 	MED COM CON RR	PC	I	TG
	45		*"Efectúa las rotaciones que se piden con respecto al punto O. utiliza transportador y compás. Para la primera figura, una rotación de 60° y para la segunda 50°"* (Castrejón et al., 2011, p. 285). 	MED COM CON RR	PC	I	TG
	46		*"Escribe el ángulo al que se ha rotado la primera figura"* (Castrejón et al., 2011, p. 286). 	COM CON	PC O	I	TG
	47		*"Efectúa una rotación de 120° del siguiente triángulo con respecto a O. Compara tu resultado con el de tus compañeros y compañeras y después contesta las peguntas. De acuerdo con sus lados, ¿de*	COM CON RR	PC	I	TG

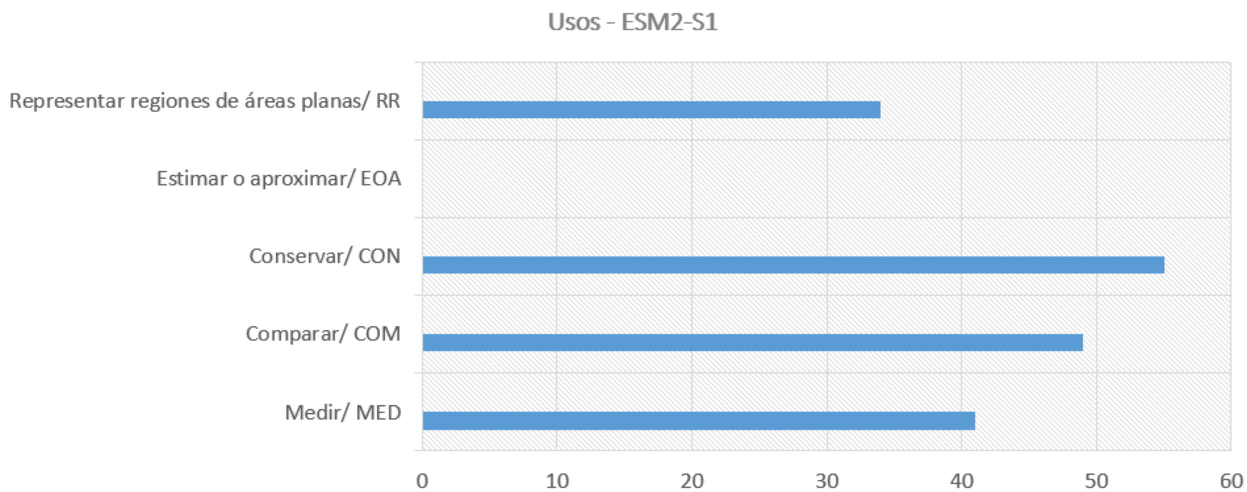
		qué tipo de triángulo se trata? Menciona otros dos ángulos de giro con los que podrás haber obtenido un resultado similar" (Castrejón et al., 2011, p. 286). 				
	48	"*Menciona qué ángulos de giro con respecto a O generan rotaciones invariantes para las siguientes figuras*" (Castrejón et al., 2011, p. 286). 	COM CON RR	PC	I	TG
	49	"*Aplica rotaciones de 180° con respecto a O en las siguientes figuras.*" (Castrejón et al., 2011, p. 287). 	COM CON RR	PC	I	TG
	50	"*Encuentra las reflexiones con respecto a los ejes de simetría p y q. marca los vértices de los reflejos con A', B' y C' y A'', B'' y C''. Contesta: ¿Cómo son los ejes p y q entre sí? ¿El triángulo A''B''C'' es congruente con el triángulo ABC? ¿De qué otra manera podrías haber obtenido el triángulo A'B'C' a partir del triángulo ABC?*" (Castrejón et al., 2011, p. 288). 	COM CON RR	PC	I	TG
	51	"*¿Cómo son los ejes p y q entre sí? ¿El triángulo A''B''C'' es congruente con el triángulo ABC? ¿De qué otra manera podrías haber obtenido el triángulo A'B'C' a partir del triángulo ABC?*" (Castrejón et al., 2011, p. 288).	COM CON RR	PC	I	TG

						
	52	“*Efectúa los trazos que se indican. Mide con tu compás la longitud de AO y comprueba que es igual que la longitud de OA’. Traza líneas que pasen por B y O, por C y O y por D y O y encuentra los puntos B’, C’ y D’ de manera similar a como se encontró A’. Traza el cuadrilátero A’B’C’D’. Contesta. ¿El cuadrilátero ABCD es congruente con el cuadrilátero A’B’C’D’? ¿De qué otra manera se puede obtener el cuadrilátero A’B’C’D’ a partir del cuadrilátero ABCD?*” (Castrejón et al., 2011, p. 289). 	COM CON RR	PC	I	TG
	53	“*Observa las figuras y elige la opción correcta.* *a) C es una traslación de A* *b) B es una reflexión axial de A* *c) C es una reflexión central de A* *d) B es una rotación de A*” (Castrejón et al., 2011, p. 304). 	COM CON RR	PC	I	TG
	54	“*¿Cuál figura tiene simetría central?*” (Castrejón et al., 2011, p. 304). 	COM CON RR	PC	I	TG
	55	“*Si el triángulo Q se refleja con respecto a la recta N, se obtiene:* *a) Una reflexión central de P* *b) Una rotación de 90° de P*	COM CON RR	PC	I	TG

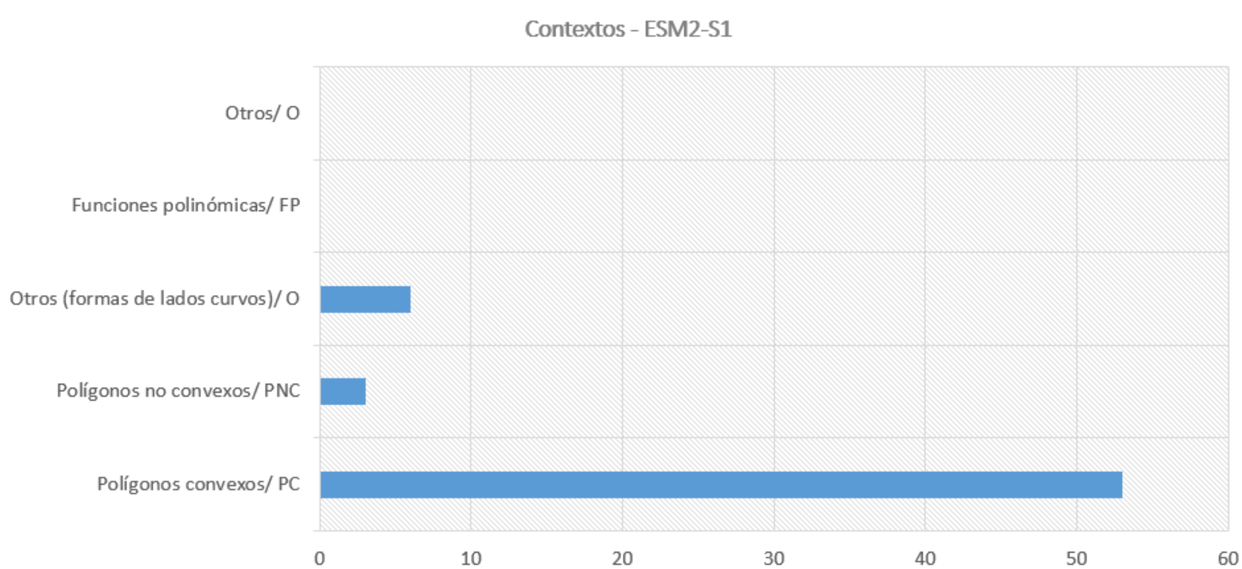
		c) *Una simetría axial de P* *d)* *Una rotación de 360° de P"* (Castrejón et al., 2011, p. 305).  				

Usos, Contextos y Procedimientos en que se presenta la conservación del área en ESM2-S1																			
	Usos					Contextos					Procedimientos							Transformación asociada	
Número de tarea	Medir/**M**	Comparar/**COM**	Conservar/**CON**	Estimar o aproximar/**EOA**	Representar regiones de áreas planas/**RR**	Polígonos convexos/**PC**	Polígonos no convexos/**PNC**	Otros (formas de lados curvos)/**O**	Funciones polinómicas/**FP**	Otros/**O**	Composición y descomposición/**CD**	Isometrías en el plano/**I**	Teoremas, axiomas, propiedades de las figuras / **TAP**	Procesos de aproximación/**PA**	Sumas de Riemann/**SR**	Integral definida/**ID**	Fórmulas básicas para el cálculo de áreas, entre otras/**FBCA**	Transformaciones geométricas/**TG**	Transformaciones analíticas/**TA**
1	01	01	01	0	0	01	0	0	0	0	01	0	01	0	0	0	0	01	0
2	01	01	01	0	0	01	0	0	0	0	01	0	01	0	0	0	0	01	0
3	01	01	01	0	0	01	0	0	0	0	01	0	01	0	0	0	0	01	0
4	01	01	01	0	0	01	0	0	0	0	01	0	01	0	0	0	0	01	0
5	01	01	01	0	01	01	0	0	0	0	01	0	01	0	0	0	0	01	0
6	01	01	01	0	01	01	0	0	0	0	01	0	01	0	0	0	0	01	0
7	01	0	01	0	01	01	0	0	0	0	01	0	01	0	0	0	0	01	0
8	01	0	01	0	0	01	0	0	0	0	01	0	01	0	0	0	0	01	0
9	01	0	01	0	0	01	0	0	0	0	01	0	01	0	0	0	0	01	0
10	01	0	01	0	01	01	0	0	0	0	01	0	01	0	0	0	0	01	0
11	01	01	01	0	01	0	0	01	0	0	01	0	01	0	0	0	0	01	0
12	01	01	01	0	01	0	0	01	0	0	01	0	01	0	0	0	0	01	0
13	01	01	01	0	0	01	0	0	0	0	01	0	01	0	0	0	0	01	0
14	0	01	01	0	01	01	0	0	0	0	01	0	01	0	0	0	0	01	0
15	01	01	01	0	0	01	0	0	0	0	01	0	01	0	0	0	0	01	0
16	01	01	01	0	0	01	0	0	0	0	01	0	01	0	0	0	0	01	0
17	01	01	01	0	0	01	0	0	0	0	01	0	01	0	0	0	0	01	0
18	01	01	01	0	0	01	0	0	0	0	01	0	01	0	0	0	0	01	0
19	01	01	01	0	0	01	0	0	0	0	01	0	01	0	0	0	0	01	0
20	0	01	01	0	0	01	0	0	0	0	01	0	01	0	0	0	0	01	0
21	01	01	01	0	01	01	01	01	0	0	01	0	01	0	0	0	0	01	0
22	0	0	01	0	01	01	01	0	0	0	01	0	0	0	0	0	0	01	0
23	0	0	01	0	01	01	01	0	0	0	01	0	0	0	0	0	0	01	0
24	01	01	01	0	01	01	0	0	0	0	01	0	01	0	0	0	0	01	0
25	01	01	01	0	01	01	0	0	0	0	01	0	01	0	0	0	0	01	0
26	01	01	01	0	0	01	0	0	0	0	0	0	01	0	0	0	0	01	0
27	01	01	01	0	01	01	0	0	0	0	0	01	01	0	0	0	0	01	0
28	01	01	01	0	01	01	0	0	0	0	0	0	01	0	0	0	0	01	0
29	01	01	01	0	01	01	0	0	0	0	0	0	01	0	0	0	0	01	0
30	01	01	01	0	01	01	0	0	0	0	0	0	01	0	0	0	0	01	0
31	01	01	01	0	01	01	0	0	0	0	0	0	01	0	0	0	0	01	0
32	01	01	01	0	0	01	0	0	0	0	0	01	01	0	0	0	0	01	0

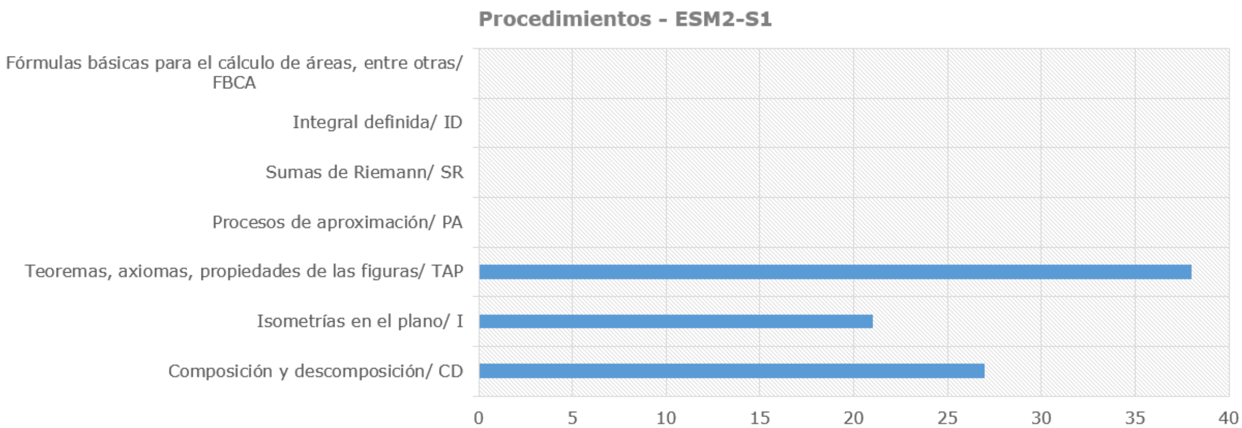
33	01	01	01	0	0	01	0	0	0	0	0	01	01	0	0	0	0	01	0
34	01	01	01	0	0	01	0	01	0	0	0	01	01	0	0	0	0	01	0
35	01	01	01	0	0	01	0	0	0	0	0	01	01	0	0	0	0	01	0
36	01	01	01	0	01	01	0	0	0	0	0	01	01	0	0	0	0	01	0
37	01	01	01	0	0	01	0	0	0	0	01	0	01	0	0	0	0	01	0
38	01	01	01	0	01	01	0	0	0	0	01	0	01	0	0	0	0	01	0
39	01	01	01	0	01	01	0	01	0	0	0	0	01	0	0	0	0	01	0
40	01	01	01	0	0	01	0	0	0	0	0	0	01	0	0	0	0	01	0
41	01	01	01	0	01	01	0	0	0	0	0	01	0	0	0	0	0	01	0
42	01	01	01	0	01	01	0	0	0	0	0	01	0	0	0	0	0	01	0
43	01	01	01	0	01	01	0	0	0	0	0	01	0	0	0	0	0	01	0
44	01	01	01	0	01	01	0	0	0	0	0	01	0	0	0	0	0	01	0
45	01	01	01	0	01	01	0	0	0	0	0	01	0	0	0	0	0	01	0
46	0	01	01	0	0	01	0	01	0	0	0	01	0	0	0	0	0	01	0
47	0	01	01	0	01	01	0	0	0	0	0	01	0	0	0	0	0	01	0
48	0	01	01	0	01	01	0	0	0	0	0	01	0	0	0	0	0	01	0
49	0	01	01	0	01	01	0	0	0	0	0	01	0	0	0	0	0	01	0
50	0	01	01	0	01	01	0	0	0	0	0	01	0	0	0	0	0	01	0
51	0	01	01	0	01	01	0	0	0	0	0	01	0	0	0	0	0	01	0
52	0	01	01	0	01	01	0	0	0	0	0	01	0	0	0	0	0	01	0
53	0	01	01	0	01	01	0	0	0	0	0	01	0	0	0	0	0	01	0
54	0	01	01	0	01	01	0	0	0	0	0	01	0	0	0	0	0	01	0
55	0	01	01	0	01	01	0	0	0	0	0	01	0	0	0	0	0	01	0
Totales/ TG	41	49	55	0	34	53	3	6	0	0	27	21	38	0	0	0	0	55	0
Totales/ TA	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
TOTAL	41	49	55	0	34	53	3	6	0	0	27	21	38	0	0	0	0	55	0



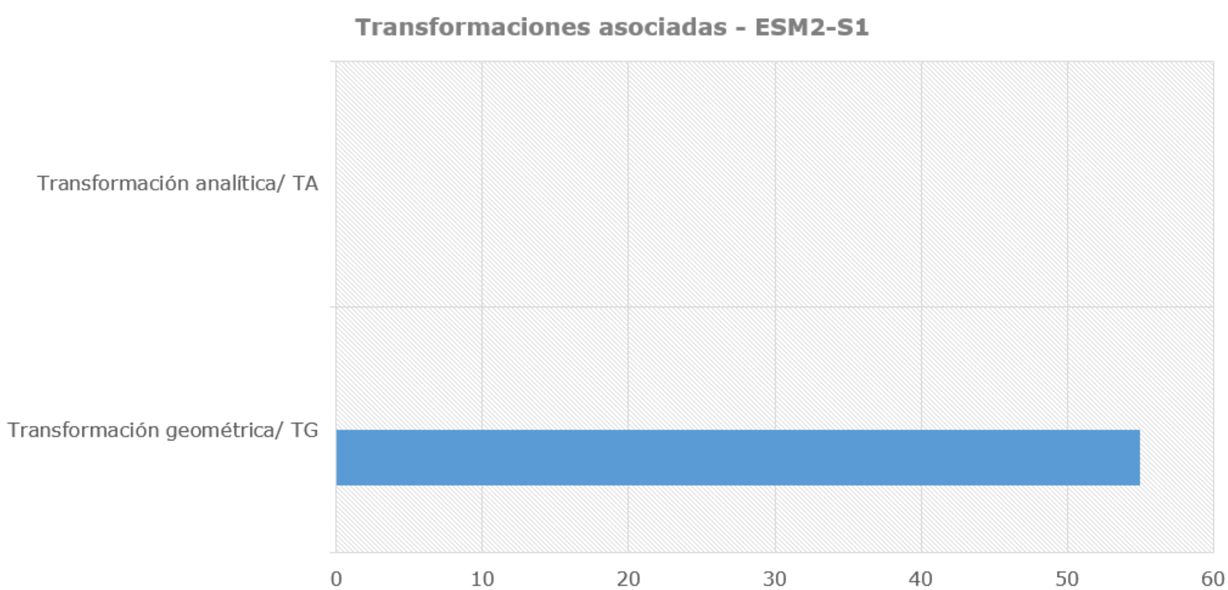
	Medir/ MED	Comparar/ COM	Conservar/ CON	Estimar o aproximar/ EOA	Representar regiones de áreas planas/ RR
Transformación analítica/ TA	0	0	0	0	0
Transformación geométrica/ TG	41	49	55	0	34



	Polígonos convexos/ PC	Polígonos no convexos/ PNC	Otros (formas de lados curvos)/ O	Funciones polinómicas/ FP	Otros/ O
Transformación geométrica/ TG	53	3	6	0	0
Transformación analítica/ TA	0	0	0	0	0

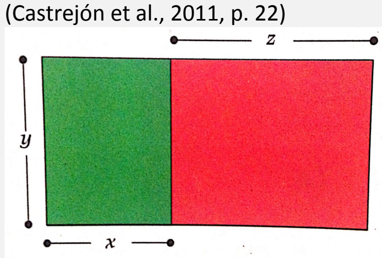
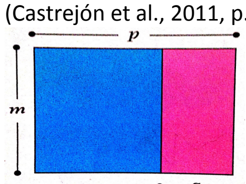


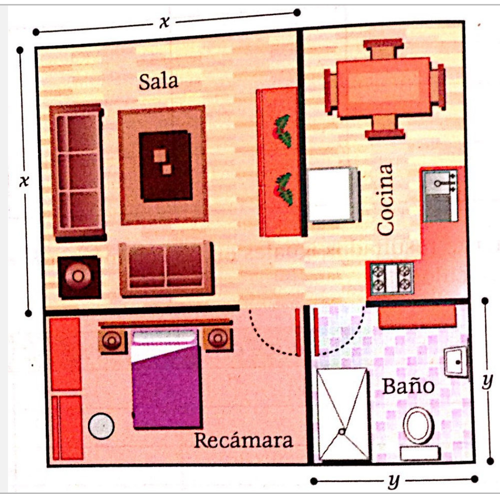
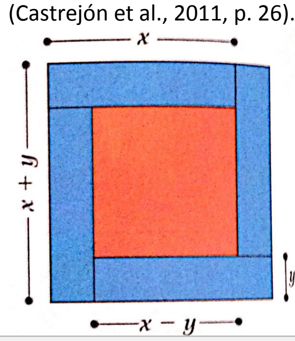
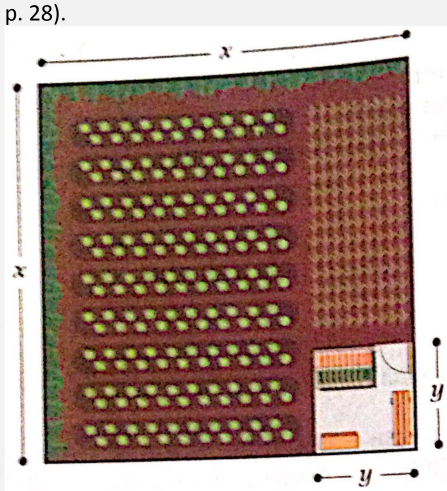
	Composición y descomposición/ CD	Isometrías en el plano/ I	Teoremas, axiomas, propiedades de las figuras/ TAP	Procesos de aproximación/ PA	Sumas de Riemann/ SR	Integral definida/ ID	Fórmulas básicas para el cálculo de áreas, entre otras/ FBCA
Transformación geométrica/ TG	27	21	38	0	0	0	0
Transformación analítica/ TA	0	0	0	0	0	0	0

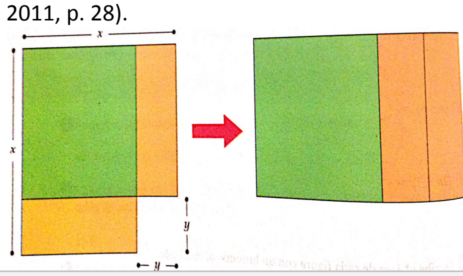
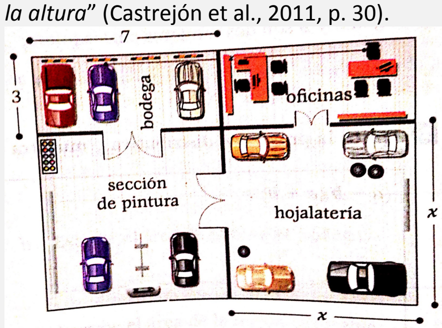
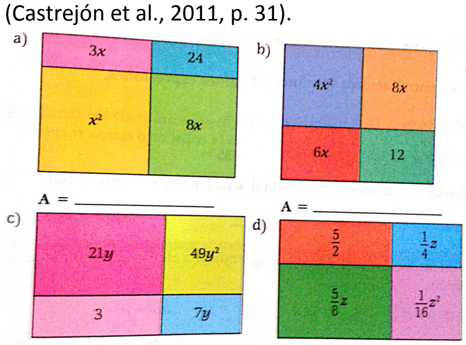


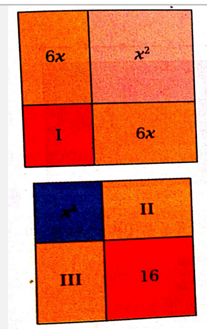
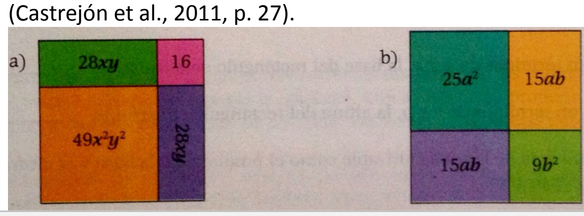
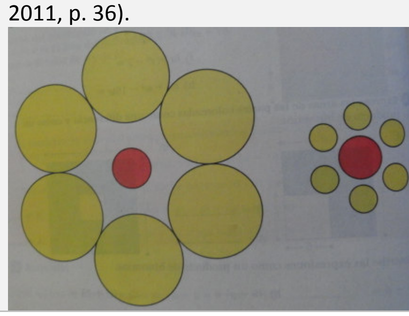
	Transformación geométrica/ TG	Transformación analítica/ TA
Transformación analítica/ TA	0	0
Transformación geométrica/ TG	55	0

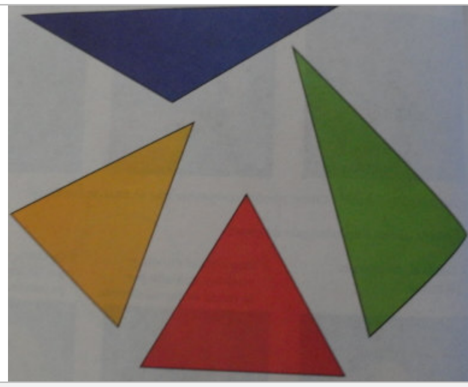
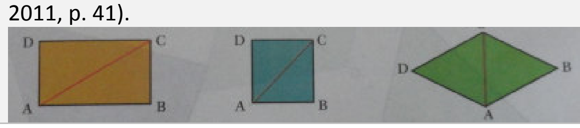
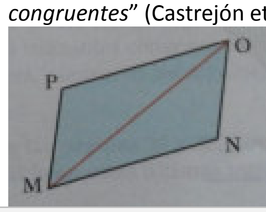
Ficha de registro para ESM3-S1

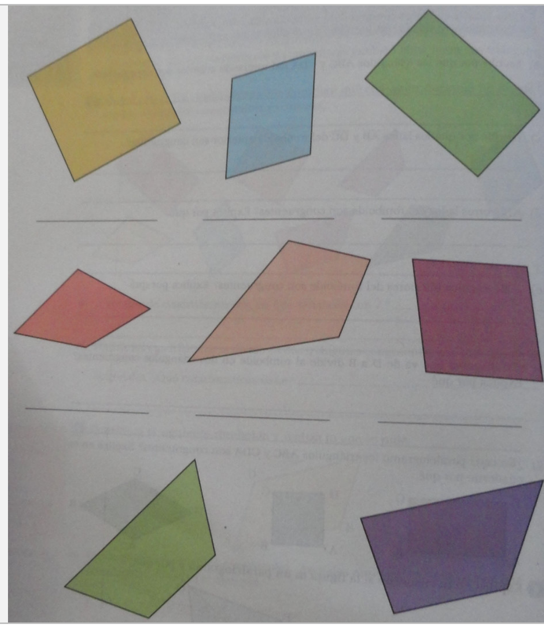
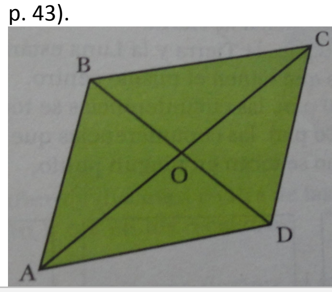
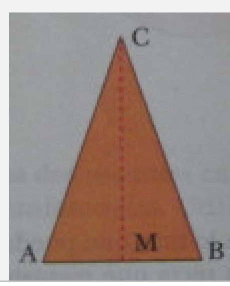
<table>
<tr><th colspan="7">Tabla : Evidencia de usos, contextos y procedimientos en que se presenta el área en relación con la conservación del área.</th></tr>
<tr><td>Libro de texto:</td><td colspan="6">ESM3-S1</td></tr>
<tr><td>Categoría</td><td colspan="2">Evidencia</td><td>Usos</td><td>Contextos</td><td>Procedimientos</td><td>Tipo de transformación</td></tr>
<tr><td rowspan="3">Código o Códigos involucrados</td><td>1</td><td>“Observa las figuras y anota lo que se pide.
a) área del rectángulo verde
b) área del rectángulo rojo
c) Anota el área de toda la figura de dos maneras distintas” (Castrejón et al., 2011, p. 22)

</td><td>MED
COM
CON</td><td>PC</td><td>TAP</td><td>TG</td></tr>
<tr><td>2</td><td>“Observa las figuras y anota lo que se pide.
[…]
e) base del rectángulo azul
f) Anota el área el rectángulo azul como el producto de su base y altura
g) área del rectángulo rosa
h) Anota el área de toda la figura de dos maneras distintas. […]” (Castrejón et al., 2011, p. 22)

</td><td>MED
COM
CON</td><td>PC</td><td>TAP</td><td>TG</td></tr>
<tr><td>3</td><td>“Observa la ilustración y anota lo que se pide.
En la ilustración se muestra la maqueta de un departamento. Observa que tiene forma de cuadrado.
A) escribe la medida de un lado del departamento
B) Expresa el área del departamento como una suma y como un producto. Siempre que sea posible, reduce términos semejantes.” (Castrejón et al., 2011, p. 24).</td><td>MED
COM
CON</td><td>PC</td><td>TAP</td><td>TG</td></tr>
</table>

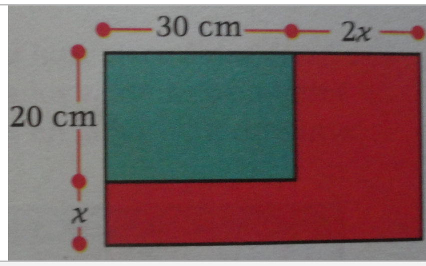
						
	4	*"Reúnete con un compañero y compañera y realicen lo que se pide. Los rectángulos azules miden "x" de largo y "y" de ancho. Utilicen la figura para explicar, en las siguientes líneas, porqué esta igualdad es correcta* $(x-y)^2=(x+y)^2-4xy$ *"* (Castrejón et al., 2011, p. 26). 	M COM CON	PC	TAP	TG
	5	*"Un terreno tiene una parte cultivable y otra destinada a bodega. La zona destinada a bodega es el cuadrado de lado "y".* *a) anota el área de todo el terreno:* *b) escribe el área de la zona de la bodega:* *c) Escribe el área de la región cultivable"* (Castrejón et al., 2011, p. 28). 	M COM CON	PC	TAP	TG
	6		MED COM CON	PC	CD TAP	TG

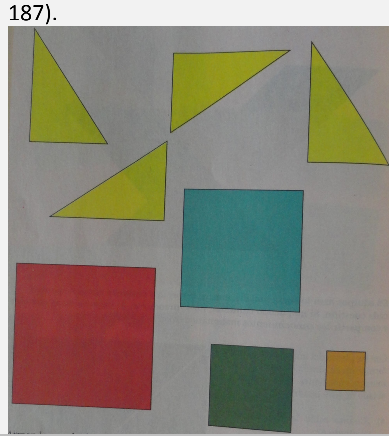
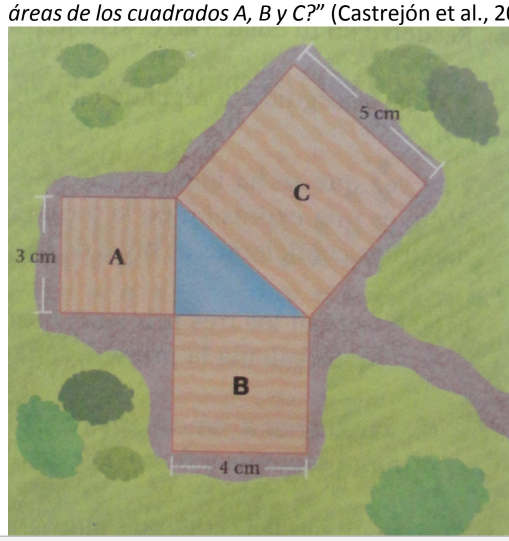
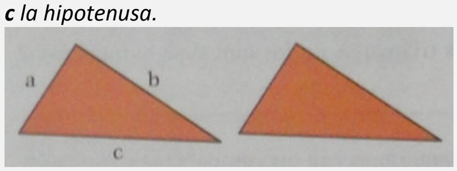
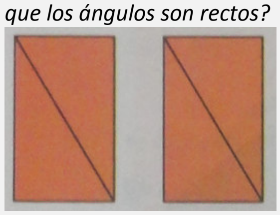
		"Observa que quitando la zona de la bodega, la región cultivable puede transformarse en un rectángulo. *d) anota, en términos de* ***x*** *y* ***y,*** *la base del rectángulo construido:* *e) Escribe, en términos de* ***x*** *y* ***y****, la altura del rectángulo construido:* *f) Expresa el área de la zona cultivable como el producto de la base y la altura del rectángulo construido"* (Castrejón et al., 2011, p. 28). 				
	7	*"Observa la figura y contesta. Un taller de hojalatería y pintura se divide en cuatro secciones.* *a) ¿Cuál es el área de la bodega?* *b) ¿Cuál es el parea de las oficinas?* *c) ¿Cuál es el área de la sección de hojalatería?* *d) ¿Cuál es el área de la sección de pintura?* *e) El taller tiene forma de rectángulo ¿Cuánto mide su base?* *f) ¿Cuánto mide la altura del rectángulo de todo el taller?* *g) Expresa el área de todo el taller como la suma de las áreas de cada sección. Reduce a términos semejantes.* *h) Escribe el área de todo el taller como el producto de la base y la altura"* (Castrejón et al., 2011, p. 30). 	MED COM CON	PC	TAP	TG
	8	*"Anota el área de las figuras como un producto de dos binomios"* (Castrejón et al., 2011, p. 31). 	MED COM CON	PC	TAP	TG
	9	*"Escribe las áreas que faltan en cada cuadrado y contesta. Área del cuadrado I=? ¿Cómo encontraste el área del cuadrado I? Área II=? Área III=? ¿Cómo calculaste el área de cada rectángulo?"* (Castrejón et al., 2011, p. 33).	MED COM CON	PC	TAP	TG

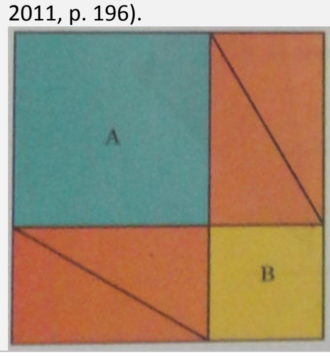
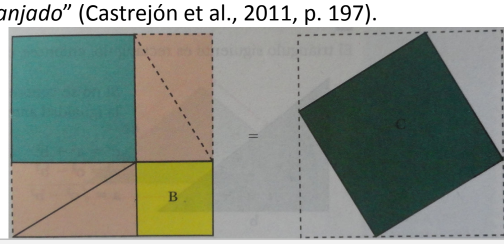
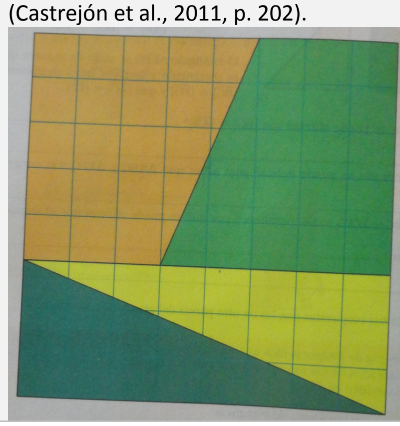
						
	10	“*Escribe el área de cada figura con un binomio al cuadrado*” (Castrejón et al., 2011, p. 27). 	COM CON	PC	CD TAP	TG
	11	“*¿Cuál de los dos círculos rojos es más grande?*” (Castrejón et al., 2011, p. 36). 	MED COM CON	O	TAP	TG
	12	“*Reúnete con un compañero o compañera y, en cartulina, construyan dos triángulos congruentes con cada uno de los siguientes. Recórtenlos. Usen cada par de triángulos iguales para formar cuadriláteros. Usen sus parejas de triángulos iguales como plantillas para dibujar enseguida un rectángulo, un rombo y un romboide. Busquen tú y tu compañero o compañera otra pareja de triángulos iguales con los que puedan formar un rectángulo. Hagan lo mismo con una pareja de triángulos para un rombo y un romboide. Contesten: Si se forma un rectángulo con dos triángulos iguales, ¿Qué características cumplen los triángulos? Si se forma un rombo con dos triángulos iguales, ¿Qué características cumplen los triángulos? Si se forma un romboide con dos triángulos iguales, ¿Qué características cumplen los triángulos? ¿Qué características debe cumplir un triángulo para que se pueda formar una cuadrado con dos triángulos iguales a este?*” (Castrejón et al., 2011, p. 38).	MED COM CON	PC	CD TAP	TG

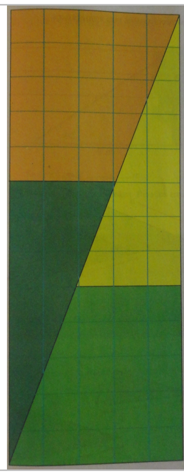
						
	13	"*Elabora un romboide de papel, del tamaño que quieras y efectúa lo siguiente: recorta el romboide por una de sus diagonales de manera que obtengas dos triángulos. Verifica que los triángulos sean congruentes*" (Castrejón et al., 2011, p. 40).	COM CON RR	PC	CD TAP	TG
	14	"*Marca los cuadriláteros que cumplen que cualquier diagonal los divide en dos triángulos congruentes ¿Qué tipo de cuadriláteros son los que señalaste? Uno de los cuadriláteros se divide en dos triángulos congruentes por sólo una de sus diagonales ¿Qué características tiene?*" (Castrejón et al., 2011, p. 40). 	COM CON	PC	CD TAP	TG
	15	"*¿En cada paralelogramo los triángulos ABC y CDA son congruentes? Explica en tu cuaderno por qué*" (Castrejón et al., 2011, p. 41). 	COM CON	PC	CD TAP	TG
	16	"*Explica en tu cuaderno si la figura es un paralelogramo y por qué. Considera que el triángulo MNO y el triángulo OPM son congruentes*" (Castrejón et al., 2011, p. 41). 	COM CON	PC	CD TAP	TG
	17	"*Escribe el nombre de cada cuadrilátero y traza sus diagonales*" (Castrejón et al., 2011, p. 42).	COM CON	PC	CD	TG

						
	18	“*Observen el siguiente paralelogramo. Busquen triángulos congruentes y, en sus cuadernos, justifiquen por qué lo son. Determinen si el punto O es el punto medio de las diagonales del cuadrilátero. Para comprobarlo, señalen algunos de los triángulos congruentes que encontraron*” (Castrejón et al., 2011, p. 43).  	COM CON	PC	CD TAP	TG
	19	“*Observa la figura, consulta los criterios de congruencia enunciados en la página 41 y contesta. El triángulo ABC es isósceles, ya que el segmento AC es congruente con el segmento CB. El segmento CM está sobre la bisectriz del ángulo C. ¿Por qué son congruentes los triángulos ACM y CMB? ¿Los ángulos A y B son congruentes entre sí? ¿Por qué? ¿Por qué se puede asegurar que el ángulo A mide menos de 90°?* ” (Castrejón et al., 2011, p. 47).  	COM CON	PC	CD TAP	TG
	20	“*Si el área de la figura es 1728 centímetros cuadrados, ¿Cuál es el valor de x?*” (Castrejón et al., 2011, p. 126).	M COM CON	PC	CD TAP	TG

						
	21	“*Un parque cuadrado mide 96 m de cada lado, y se desea construir un andador como el que se ven en la figura. ¿Cuánto debe medir el ancho del andador para que su área sea igual que la de la superficie con pasto?*” (Castrejón et al., 2011, p. 141). 	MED COM CON	PC PNC	CD TAP	TG
	22	“*Con las piezas del tangram se puede formar un cuadrado como el que se muestra en la figura. Si llamamos 2x al lado de este cuadrado: ¿Cuánto mide la diagonal del cuadrado 4? ¿Cuánto mide el lado mayor del triángulo 1? ¿Cuánto miden los ángulos del romboide 2?*” (Castrejón et al., 2011, p. 185). 	MED CON RR	PC	CD TAP	TG
	23	“*Reúnanse en equipo y reproduzcan las siguientes figuras en cartulina. Es importante que conserven las mismas dimensiones y formas. Armen los cuadrados utilizando las figuras que se indican en cada caso. No deben superponer piezas y no deben quedar huecos. Utilicen las figuras como plantilla y dibujen los cuadrados en la siguiente página. Cuadrado 1: Los cuatro triángulos amarillos y los cuadrados verde y azul. Cuadrado 2: Los cuatro triángulos amarillos y el cuadrado rojo. Cuadrado 3: Los cuatro triángulos y el cuadrado rojo. ¿Cuál es la relación entre el cuadrado 1 y el 1? ¿Cuál es la relación entre el cuadrado 3 y el cuadrado rojo? ¿Cuál es la relación entre los lados de los*	MED COM CON	PC	CD TAP	TG

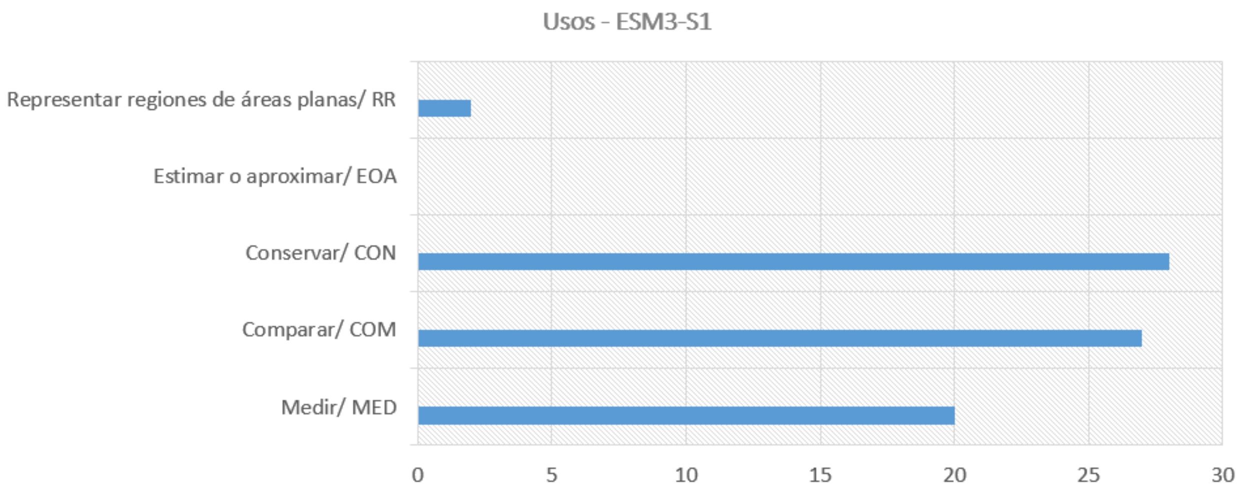
		cuadrados azul, verde y rojo?" (Castrejón et al., 2011, p. 186-187). 				
	24	"*Dibuja un triángulo cuyos lados midan 3cm, 4cm y 5cm. Comprueba que uno de los ángulos internos del triángulo que construiste es recto. Construye los cuadrados de cada lado, como se ve en la figura de la derecha. ¿Cómo se relacionan las áreas de los cuadrados A, B y C?*" (Castrejón et al., 2011, p. 194). 	MED COM CON	PC	TAP	TG
	25	*"Observa lo que hizo Yarima y contesta. Hizo un triángulo rectángulo y lo reprodujo 4 veces. Ella llamó **a** y **b** a los catetos y **c** la hipotenusa.*  *Con estos triángulos formó dos rectángulos: ¿Cómo puede Yarima estar segura de que en realidad son rectángulo, es decir, que los ángulos son rectos?*  *Después hizo dos cuadrados y, con los triángulos, formó un cuadrado como se ven en la siguiente figura. Contesta en términos de los lados a, b y c de los triángulos: ¿Cuál es la medida*	MED COM CON	PC	CD TAP	TG

		del lado del cuadrado A? ¿Cuál es su área? ¿Cuál es la medida del lado del cuadrado B? ¿Cuál es su área? ¿Cuánto mide el lado del cuadrado formado por las seis figuras?" (Castrejón et al., 2011, p. 196). 				
	26	"*Observa que Yarima hizo dos cuadrados con la misma área, pero si quitamos en ambos los cuatro triángulos, las áreas siguen siendo iguales. Entonces la suma de las áreas de los cuadrados A y B es igual al área de C. Expresa lo anterior en términos de los lados a, b y c del triángulo rectángulo anaranjado*" (Castrejón et al., 2011, p. 197). 	MED COM CON	PC	CD TAP	TG
	27	"*Yarima sigue jugando con figuras geométricas. Observa el cuadrado que formó con dos trapecios y dos triángulos. Nota que el cuadrado mide 8 unidades por lado, ¿Cuál es su área?*" (Castrejón et al., 2011, p. 202). 	MED COM CON	PC	CD TAP	TG
	28	"*Después, Yarima hizo este rectángulo con las mismas figuras. ¿Cuántas unidades miden la base y la altura del rectángulo? Escribe el área del rectángulo*" (Castrejón et al., 2011, p. 203).	MED COM CON	PC	CD TAP	TG

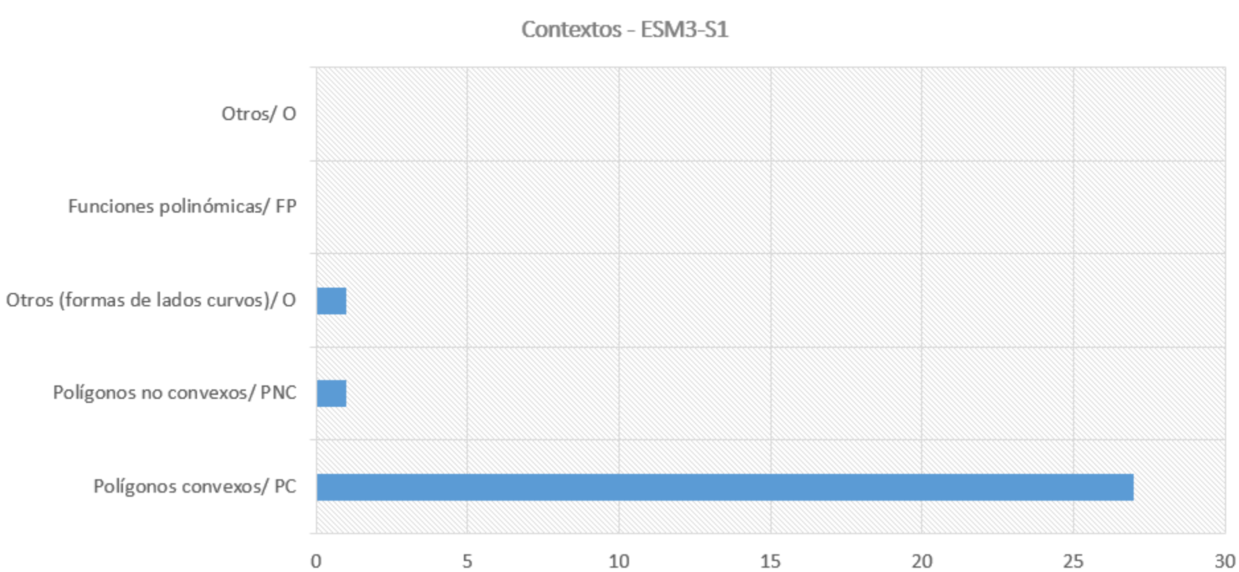
								

Usos, Contextos y Procedimientos en que se presenta la conservación del área en ESM3-S1																			
	Usos					Contextos					Procedimientos							Transformación asociada	
Número de tarea	Medir/**M**	Comparar/**COM**	Conservar/**CON**	Estimar o aproximar/**EOA**	Representar regiones de áreas planas/**RR**	Polígonos convexos/**PC**	Polígonos no convexos/**PNC**	Otros (formas de lados curvos)/**O**	Funciones polinómicas/**FP**	Otros/**O**	Composición y descomposición/**CD**	Isometrías en el plano/**I**	Teoremas, axiomas, propiedades de las figuras / **TAP**	Procesos de aproximación/**PA**	Sumas de Riemann/**SR**	Integral definida/**ID**	Fórmulas básicas para el cálculo de áreas, entre otras/**FBCA**	Transformaciones geométricas/**TG**	Transformaciones analíticas/**TA**
1	01	01	01	0	0	01	0	0	0	0	0	0	01	0	0	0	0	01	0
2	01	01	01	0	0	01	0	0	0	0	0	0	01	0	0	0	0	01	0
3	01	01	01	0	0	01	0	0	0	0	0	0	01	0	0	0	0	01	0
4	01	01	01	0	0	01	0	0	0	0	0	0	01	0	0	0	0	01	0
5	01	01	01	0	0	01	0	0	0	0	0	0	01	0	0	0	0	01	0
6	01	01	01	0	0	01	0	0	0	0	01	0	01	0	0	0	0	01	0
7	01	01	01	0	0	01	0	0	0	0	0	0	01	0	0	0	0	01	0
8	01	01	01	0	0	01	0	0	0	0	0	0	01	0	0	0	0	01	0
9	01	01	01	0	0	01	0	0	0	0	0	0	01	0	0	0	0	01	0
10	0	01	01	0	0	01	0	0	0	0	01	0	01	0	0	0	0	01	0
11	01	01	01	0	0	0	0	01	0	0	0	0	01	0	0	0	0	01	0
12	01	01	01	0	0	01	0	0	0	0	01	0	01	0	0	0	0	01	0
13	0	01	01	0	01	01	0	0	0	0	01	0	01	0	0	0	0	01	0
14	0	01	01	0	0	01	0	0	0	0	01	0	01	0	0	0	0	01	0
15	0	01	01	0	0	01	0	0	0	0	01	0	01	0	0	0	0	01	0
16	0	01	01	0	0	01	0	0	0	0	01	0	01	0	0	0	0	01	0
17	0	01	01	0	0	01	0	0	0	0	01	0	0	0	0	0	0	01	0
18	0	01	01	0	0	01	0	0	0	0	01	0	01	0	0	0	0	01	0
19	0	01	01	0	0	01	0	0	0	0	01	0	01	0	0	0	0	01	0
20	01	01	01	0	0	01	0	0	0	0	01	0	01	0	0	0	0	01	0
21	01	01	01	0	0	01	01	0	0	0	01	0	01	0	0	0	0	01	0
22	01	0	01	0	01	01	0	0	0	0	01	0	01	0	0	0	0	01	0
23	01	01	01	0	0	01	0	0	0	0	01	0	01	0	0	0	0	01	0
24	01	01	01	0	0	01	0	0	0	0	0	0	01	0	0	0	0	01	0
25	01	01	01	0	0	01	0	0	0	0	01	0	01	0	0	0	0	01	0
26	01	01	01	0	0	01	0	0	0	0	01	0	01	0	0	0	0	01	0
27	01	01	01	0	0	01	0	0	0	0	01	0	01	0	0	0	0	01	0
28	01	01	01	0	0	01	0	0	0	0	01	0	01	0	0	0	0	01	0
Totales/ TG	20	27	28	0	2	27	1	1	0	0	18	0	27	0	0	0	0	28	0
Totales/ TA	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

TOTAL	20	27	28	0	2	27	1	1	0	0	18	0	27	0	0	0	0	28	0

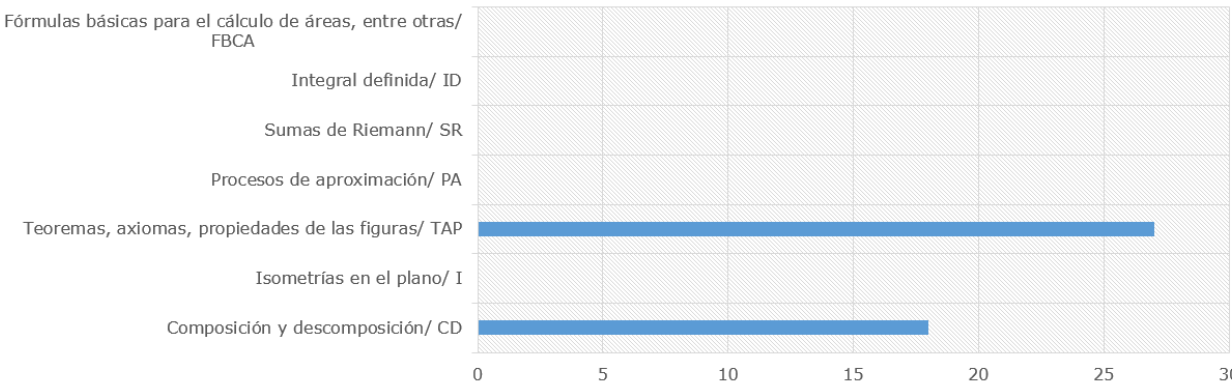


	Medir/ MED	Comparar/ COM	Conservar/ CON	Estimar o aproximar/ EOA	Representar regiones de áreas planas/ RR
Transformación analítica/ TA	0	0	0	0	0
Transformación geométrica/ TG	20	27	28	0	2



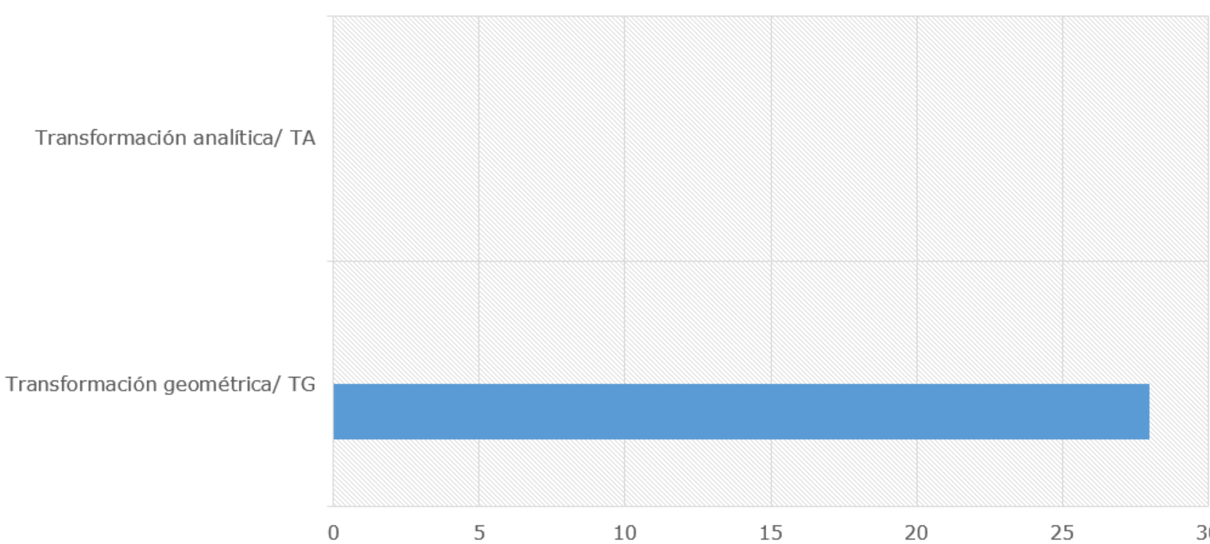
	Polígonos convexos/ PC	Polígonos no convexos/ PNC	Otros (formas de lados curvos)/ O	Funciones polinómicas/ FP	Otros/ O
Transformación geométrica/ TG	27	1	1	0	0
Transformación analítica/ TA	0	0	0	0	0

Procedimientos - ESM3-S1



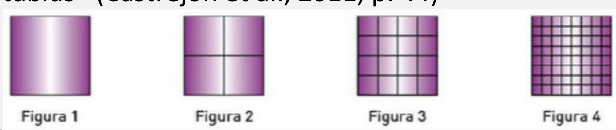
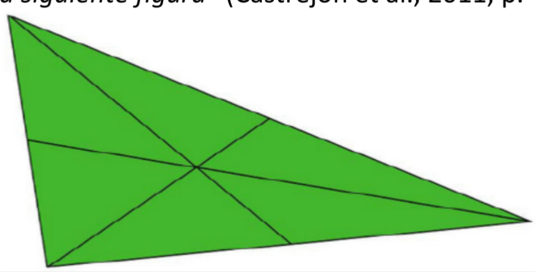
	Composición y descomposición/ CD	Isometrías en el plano/ I	Teoremas, axiomas, propiedades de las figuras/ TAP	Procesos de aproximación/ PA	Sumas de Riemann/ SR	Integral definida/ ID	Fórmulas básicas para el cálculo de áreas, entre otras/ FBCA
Transformación geométrica/ TG	18	0	27	0	0	0	0
Transformación analítica/ TA	0	0	0	0	0	0	0

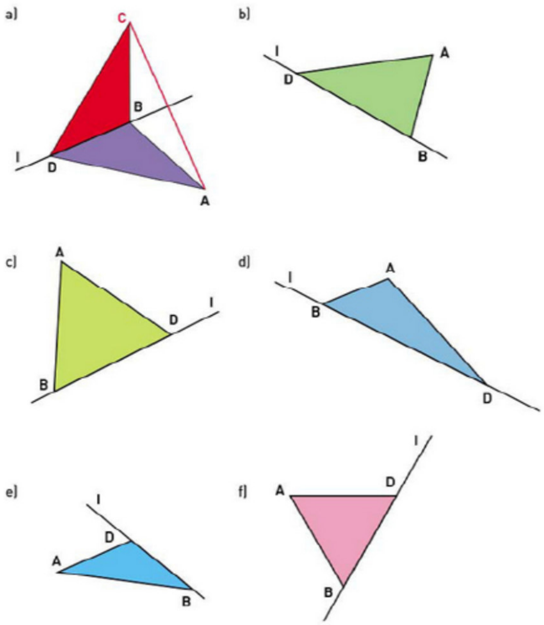
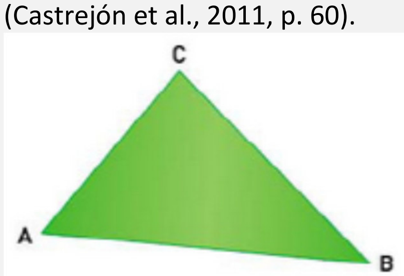
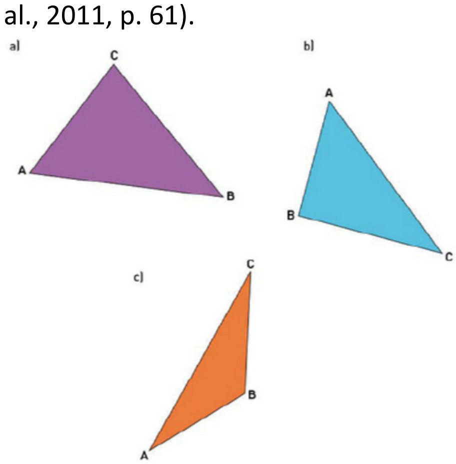
Transformaciones asociadas - ESM3-S1



	Transformación geométrica/ TG	Transformación analítica/ TA
Transformación analítica/ TA	0	0
Transformación geométrica/ TG	28	0

Ficha de registro para ESM1-S2

Tabla: Evidencia de usos, contextos y procedimientos en que se presenta el área en relación con la conservación del área.						
Libro de texto:	ESM1-S2					
Categoría	**Evidencia**		**Usos**	**Contextos**	**Procedimientos**	**Tipo de transformación**
Código o Códigos involucrados	1	“*Observa las sucesiones de figuras y completa las tablas*” (Castrejón et al., 2011, p. 44)  	M COM CON	PC	CD	TG
	2	“*Cuántos triángulos con la misma área se encuentran en la siguiente figura*” (Castrejón et al., 2011, p. 46). 	M COM CON	PC	CD TAP	TG
	3	“*Traza un cuadrado cuyas diagonales mida 3cm. Utiliza tu juego de geometría. Compara tu cuaderno con el de tus compañeros ¿todos son iguales?*” (Castrejón et al., 2011, p. 56).	M COM CON	PC	TAP I	TG
	4	“*Traza un cuadrilátero cuyas diagonales midan 5cm y 6cm. Compara tu cuadrilátero con el de tus compañeros ¿todos son iguales?*” (Castrejón et al., 2011, p. 56).	M COM CON	PC	TAP I	TG
	5	“*Traza dos cuadriláteros distintos, pero cuyas diagonales sean perpendiculares y mida 5cm y 6cm*” (Castrejón et al., 2011, p. 56).	M COM CON	PC	I TAP	TG
	6	“*Traza un rombo cuyas diagonales midan 4cm y 3cm. Compara el rombo con el de tus compañeros ¿todos son iguales?*” (Castrejón et al., 2011, p. 57).	M COM CON	PC	I TAP	TG
	7	“*Traza un romboide cuyos lados midan 3cm y 4cm. Compara tu romboide con el de tus compañeros ¿todos son iguales?*” (Castrejón et al., 2011, p. 57).	M COM CON	PC	I TAP	TG
	8	“*En cada caso, reproduce el triángulo como se indica en el ejemplo. Después, traza con rojo las diagonales*	COM CON	PC	I	TG

		del cuadrilátero ABCD. Utiliza solo regla y compás, pero no hagas ninguna medición” (Castrejón et al., 2011, p. 58).  				
	9	“*Reproduce el triángulo en una hoja de papel*” (Castrejón et al., 2011, p. 60).  	M COM CON	PC	TAP	TG
	10	“*Traza las tres alturas de los triángulos*” (Castrejón et al., 2011, p. 61).  	M COM CON	PC	TAP	TG
	11	“*Reproduce el triángulo en una hoja de papel*” (Castrejón et al., 2011, p. 62).	M COM CON	PC	TAP	TG

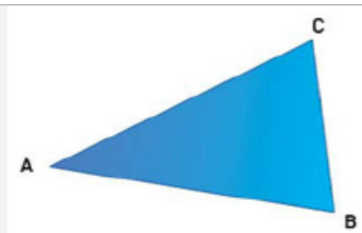
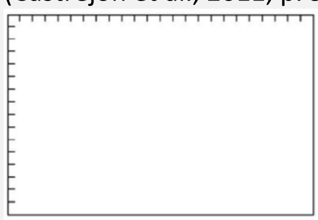
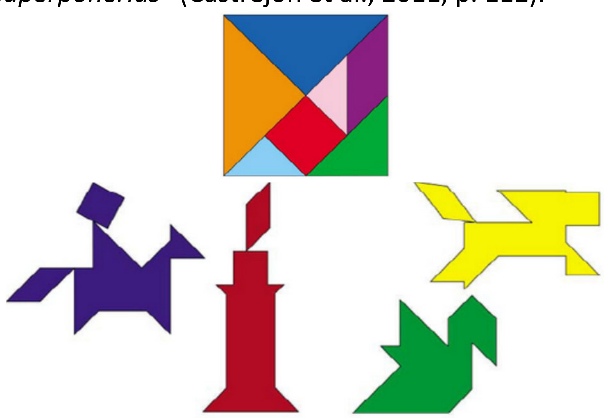
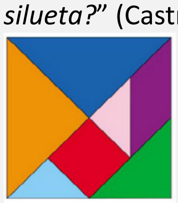
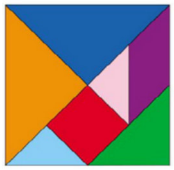
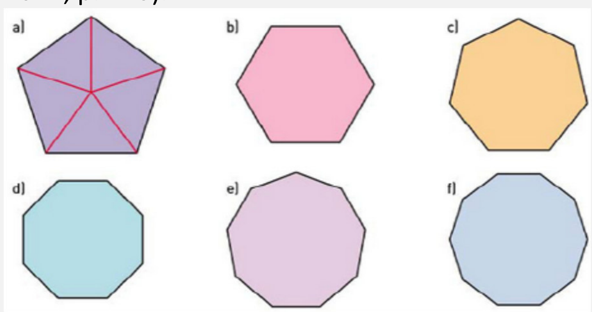
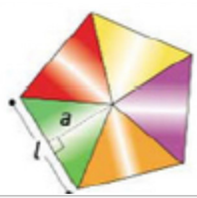
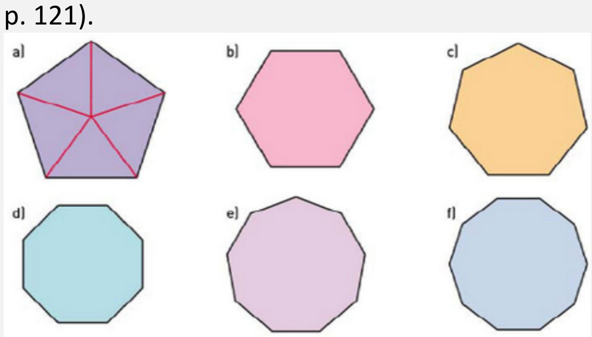
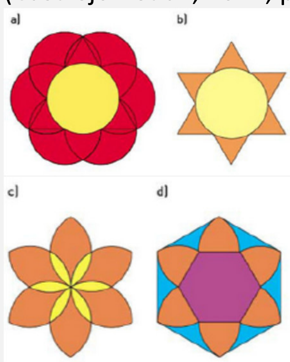
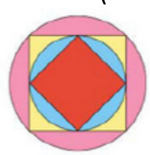
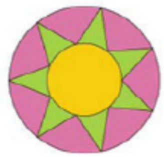
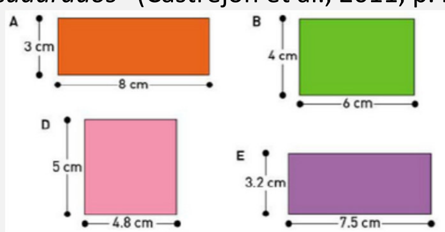
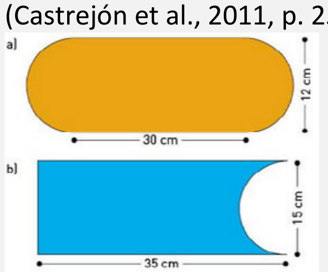
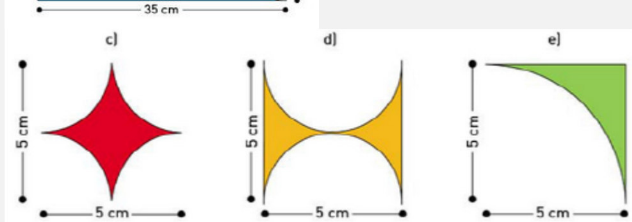
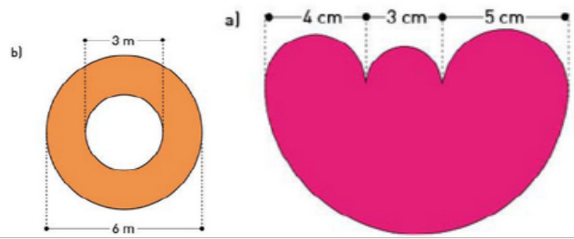
						
	12	“*Anota el largo y ancho de los rectángulos que se piden y contesta. A) rectángulos de 24cm cuadrados cuyas medidas sean números enteros*” (Castrejón et al., 2011, p. 90).	M COM CON	PC	TAP I	TG
	13	“*Juan tiene una lámina rectangular de aluminio de 24cm x 16 cm y desea cortarla en cuadrados del mismo tamaño lo más grandes posible y sin desperdiciar material. ¿Cuánto deben medir?*” (Castrejón et al., 2011, p. 94). 	M CON COM	PC	CD	TG
	14	“*Elabora un tangram (en la siguiente página se indica cómo hacerlo) y forma las siluetas que se muestran. En cada una debes usar las siete figuras sin superponerlas*” (Castrejón et al., 2011, p. 112). 	CON	PC	CD	TG
	15	“*Forma un cuadrado con el tangram y mide uno de sus lados. ¿Cuál es su área? Y ¿Cuál es la de cada silueta?*” (Castrejón et al., 2011, p. 112). 	M CON	PC	TAP	TG
	16	“*Forma un rectángulo con las siete piezas del tangram. ¿Qué área tiene? ¿Cuál es el área de cada*	M CON	PC	CD TAP	TG

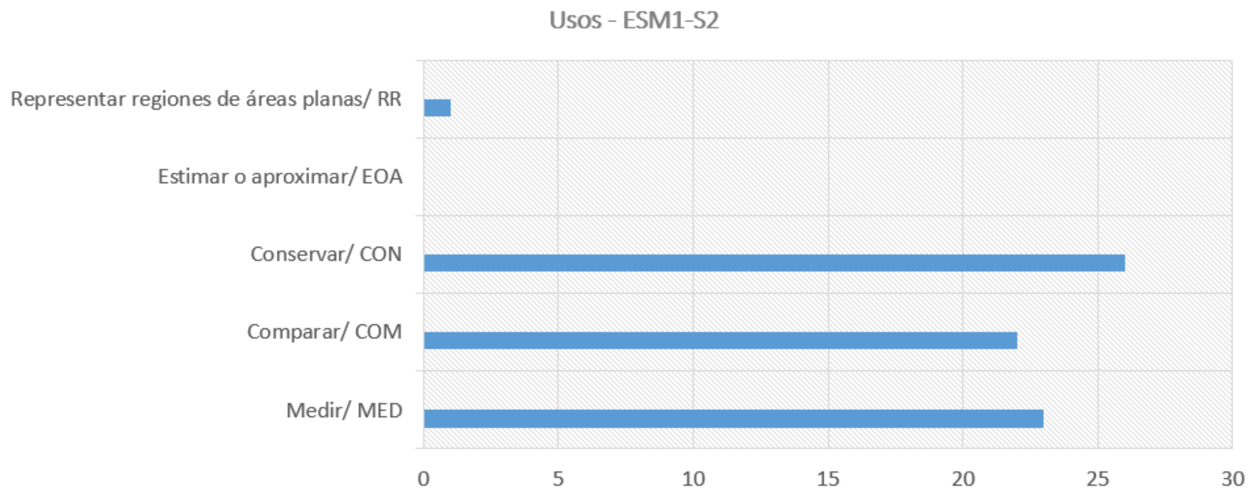
		figura de tu tangram? Calcúlala sin medirla” (Castrejón et al., 2011, p. 112). 				
	17	“*Divide los polígonos en tantos triángulos iguales como sus lados. Observa el ejemplo*” (Castrejón et al., 2011, p. 120). 	M COM CON	PC	CD	TG
	18	“*Observa la figura y contesta. A) si t y a denotan las longitudes del lado y la apotema del pentágono, respectivamente, ¿Cuál es el área de un triángulo del polígono? ¿Cuál es el área de los cinco triángulos?*” (Castrejón et al., 2011, p. 121). 	M COM CON	PC	TAP CD	TG
	19	“*Copien, dos veces en cartulina, los polígonos siguientes. Corten los triángulos de los pentágonos y formen con ellos un romboide. Anoten en sus cuadernos el área del romboide en términos del perímetro del pentágono y de su apotema. A partir de la fórmula anterior, anoten en sus cuadernos otra fórmula para obtener el área del pentágono. Realicen esto con todos los polígonos*” (Castrejón et al., 2011, p. 121). 	CON M COM	PC	CD TAP	TG

	20	“*Efectúa los trazos usando regla y compás. No hagas ninguna medición. Traza un triángulo isósceles ABC de manera que el segmento AB=AC. Copia a la derecha el triángulo ABC. Nombra sus vértices A’, B’ y C’.*” (Castrejón et al., 2011, p. 162).  	COM CON RR	PC	TAP	TG
	21	“*Reproduce las figuras en tu cuaderno usando regla y compás. Para hacer cada figura, se trazaron siete circunferencias iguales y se borraron algunas líneas*” (Castrejón et al., 2011, p. 164).  	M CON COM	PNC	TAP	TG
	22	“*Reproduce los siguientes diseños en tu cuaderno con las medidas que se indican. Utiliza escuadra, regla y transportador*” (Castrejón et al., 2011, p. 166). a)  El radio del círculo mayor mide 6 cm. c)  El radio del círculo mayor mide 6 cm.	M CON COM	PNC	TAP	TG

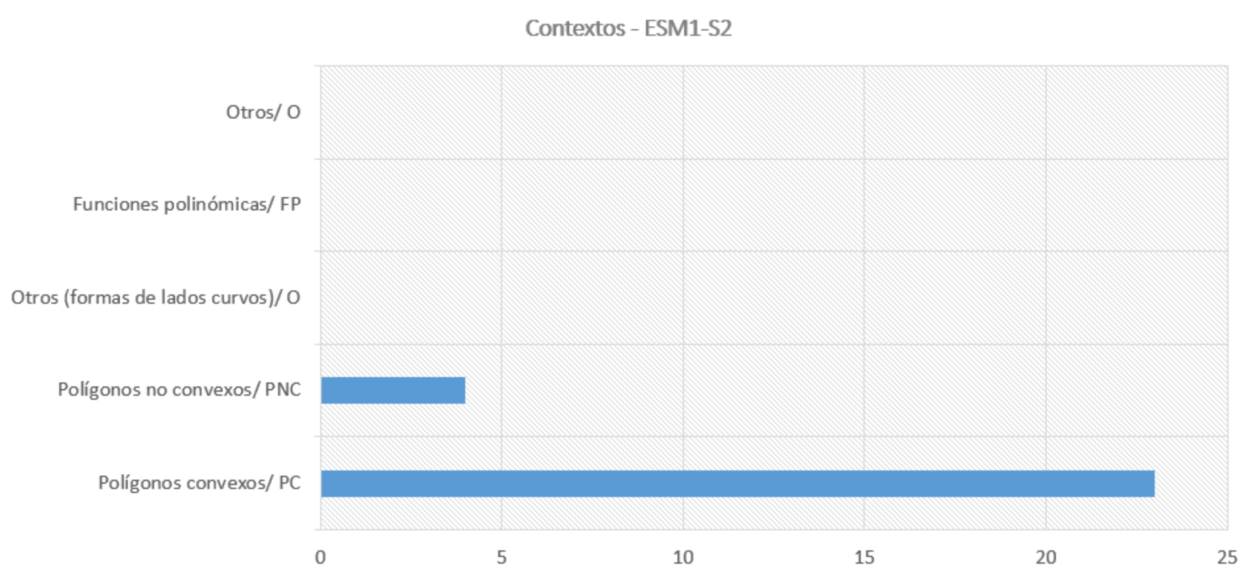
		b)  El radio del círculo mayor mide 6 cm y el del menor, 1.5 cm. d)  El radio del círculo mayor mide 6 cm y el del menor, 2 cm.				
	23	“*Comprueba que el área de todos los rectángulos es 24 cm cuadrados*” (Castrejón et al., 2011, p. 244).  	M COM CON	PC	TAP	TG
	24	“*Anota las medidas que se piden y contesta. Un rectángulo de 120cm cuadrados. Largo:__ Ancho:__*” (Castrejón et al., 2011, p. 245).	M COM CON	PC	TAP	TG
	25	“*Calcula el área y el perímetro de las figuras*” (Castrejón et al., 2011, p. 258).  	M COM CON	PC PNC	CD TAP	TG

	26	"*Calcula el área de las regiones coloreadas*" (Castrejón et al., 2011, p. 259).  	M CON	PNC	CD TAP	TG
	27					

Usos, Contextos y Procedimientos en que se presenta la conservación del área en ESM1-S2																			
	Usos					Contextos					Procedimientos							Transformación asociada	
Número de tarea	Medir/**M**	Comparar/**COM**	Conservar/**CON**	Estimar o aproximar/**EOA**	Representar regiones de áreas planas/**RR**	Polígonos convexos/**PC**	Polígonos no convexos/**PNC**	Otros (formas de lados curvos)/**O**	Funciones polinómicas/**FP**	Otros/**O**	Composición y descomposición/**CD**	Isometrías en el plano/**I**	Teoremas, axiomas, propiedades de las figuras / **TAP**	Procesos de aproximación/**PA**	Sumas de Riemann/**SR**	Integral definida/**ID**	Fórmulas básicas para el cálculo de áreas, entre otras/**FBCA**	Transformaciones geométricas/**TG**	Transformaciones analíticas/**TA**
1	01	01	01	0	0	01	0	0	0	0	01	0	0	0	0	0	0	01	0
2	01	01	01	0	0	01	0	0	0	0	01	0	01	0	0	0	0	01	0
3	01	01	01	0	0	01	0	0	0	0	0	01	01	0	0	0	0	01	0
4	01	01	01	0	0	01	0	0	0	0	0	01	01	0	0	0	0	01	0
5	01	01	01	0	0	01	0	0	0	0	0	01	01	0	0	0	0	01	0
6	01	01	01	0	0	01	0	0	0	0	0	01	01	0	0	0	0	01	0
7	01	01	01	0	0	01	0	0	0	0	0	01	01	0	0	0	0	01	0
8	0	01	01	0	0	01	0	0	0	0	0	01	0	0	0	0	0	01	0
9	01	01	01	0	0	01	0	0	0	0	0	0	01	0	0	0	0	01	0
10	01	01	01	0	0	01	0	0	0	0	0	0	01	0	0	0	0	01	0
11	01	01	01	0	0	01	0	0	0	0	0	0	01	0	0	0	0	01	0
12	01	01	01	0	0	01	0	0	0	0	0	01	01	0	0	0	0	01	0
13	01	01	01	0	0	01	0	0	0	0	01	0	0	0	0	0	0	01	0
14	0	0	01	0	0	01	0	0	0	0	01	0	0	0	0	0	0	01	0
15	01	0	01	0	0	01	0	0	0	0	0	0	01	0	0	0	0	01	0
16	01	0	01	0	0	01	0	0	0	0	01	0	01	0	0	0	0	01	0
17	01	01	01	0	0	01	0	0	0	0	01	0	0	0	0	0	0	01	0
18	01	01	01	0	0	01	0	0	0	0	01	0	01	0	0	0	0	01	0
19	01	01	01	0	0	01	0	0	0	0	01	0	01	0	0	0	0	01	0
20	0	01	01	0	01	01	0	0	0	0	0	0	01	0	0	0	0	01	0
21	01	01	01	0	0	0	01	0	0	0	0	0	01	0	0	0	0	01	0
22	01	01	01	0	0	0	01	0	0	0	0	0	01	0	0	0	0	01	0
23	01	01	01	0	0	01	0	0	0	0	0	0	01	0	0	0	0	01	0
24	01	01	01	0	0	01	0	0	0	0	0	0	01	0	0	0	0	01	0
25	01	01	01	0	0	01	01	0	0	0	01	0	01	0	0	0	0	01	0
26	01	0	01	0	0	0	01	0	0	0	01	0	01	0	0	0	0	01	0
Totales/ TG	23	22	26	0	1	23	4	0	0	0	10	7	21	0	0	0	0	26	0
Totales/ TA	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
TOTAL	23	22	26	0	1	23	4	0	0	0	10	7	21	0	0	0	0	26	0

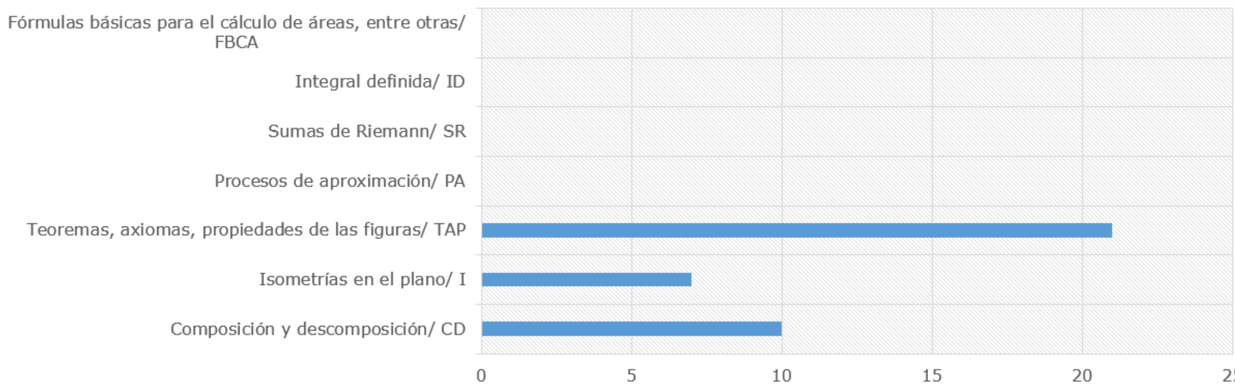


	Medir/ MED	Comparar/ COM	Conservar/ CON	Estimar o aproximar/ EOA	Representar regiones de áreas planas/ RR
Transformación analítica/ TA	0	0	0	0	0
Transformación geométrica/ TG	23	22	26	0	1



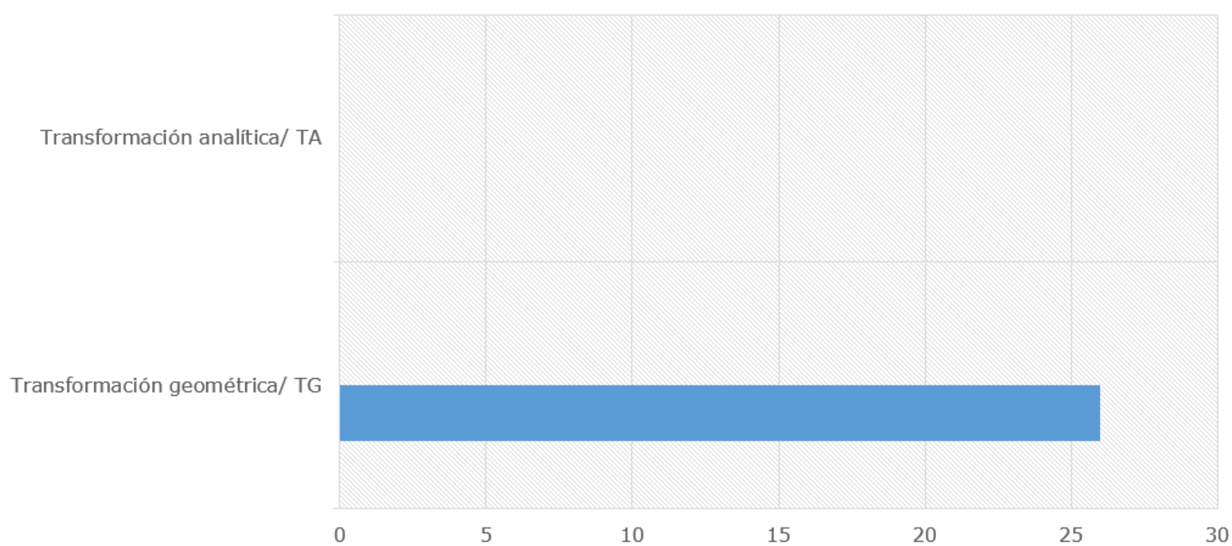
	Polígonos convexos/ PC	Polígonos no convexos/ PNC	Otros (formas de lados curvos)/ O	Funciones polinómicas/ FP	Otros/ O
Transformación geométrica/ TG	23	4	0	0	0
Transformación analítica/ TA	0	0	0	0	0

Procedimientos - ESM1-S2



	Composición y descomposición/ CD	Isometrías en el plano/ I	Teoremas, axiomas, propiedades de las figuras/ TAP	Procesos de aproximación/ PA	Sumas de Riemann/ SR	Integral definida/ ID	Fórmulas básicas para el cálculo de áreas, entre otras/ FBCA
Transformación geométrica/ TG	10	7	21	0	0	0	0
Transformación analítica/ TA	0	0	0	0	0	0	0

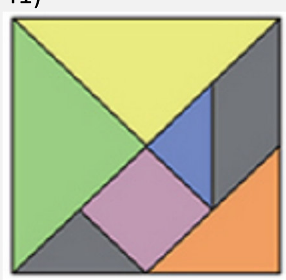
Transformaciones asociadas - ESM1-S2

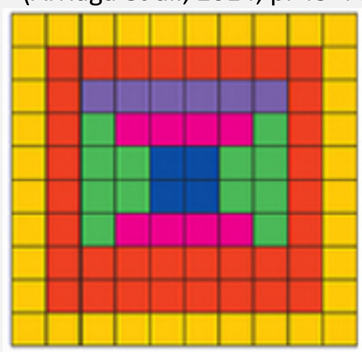
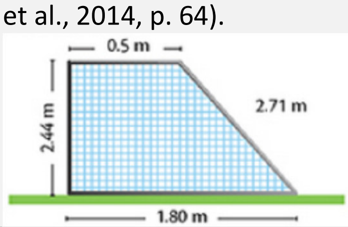
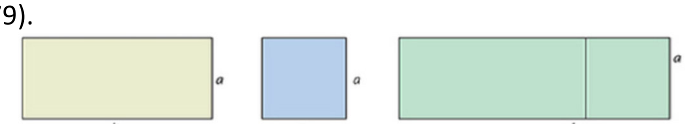


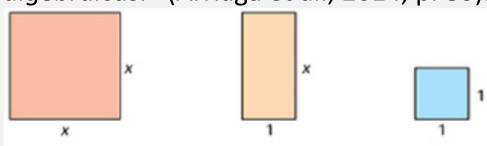
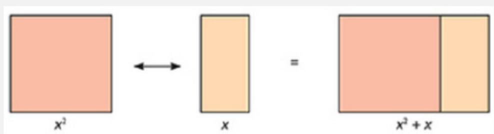
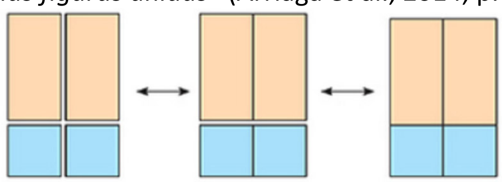
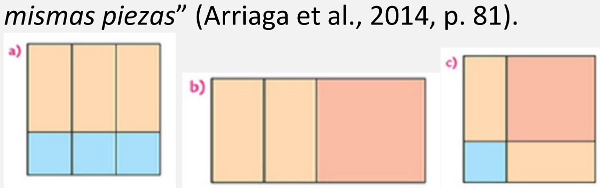
	Transformación geométrica/ TG	Transformación analítica/ TA
Transformación analítica/ TA	0	0
Transformación geométrica/ TG	26	0

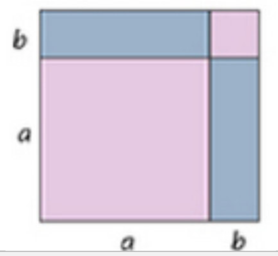
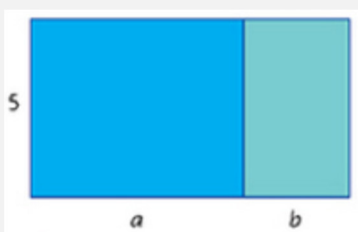
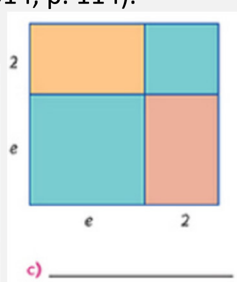
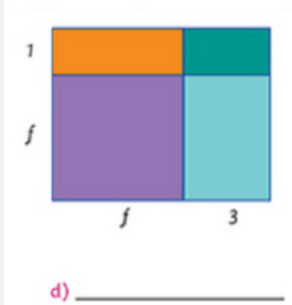
Ficha de registro para ESM2-S2

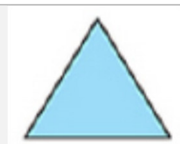
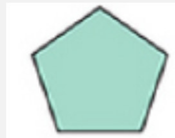
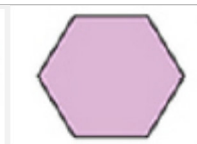
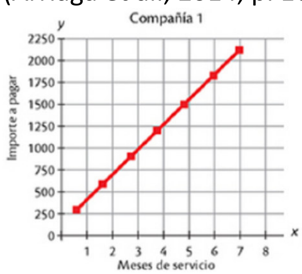
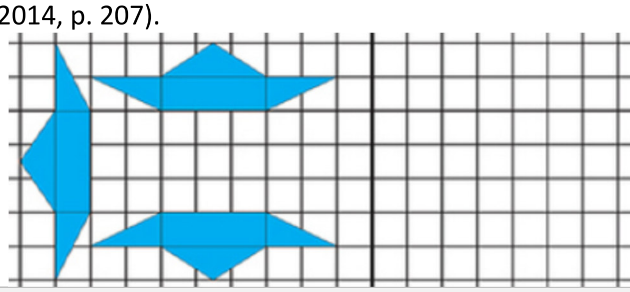
Tabla: Evidencia de usos, contextos y procedimientos en que se presenta el área en relación con la conservación del área.

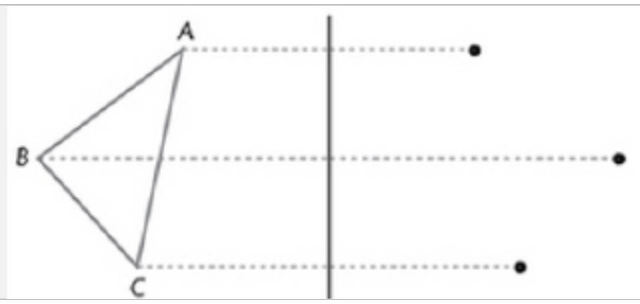
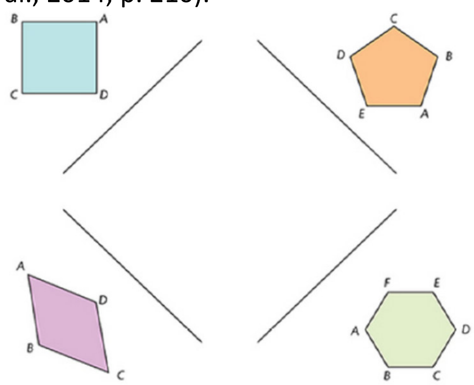
Libro de texto:	ESM2-S2					
Categoría		**Evidencia**	**Usos**	**Contextos**	**Procedimientos**	**Tipo de transformación**
Código o Códigos involucrados	1	“*Observen el tangram y las figuras que contiene. Después respondan las preguntas. Se sabe que un lado del cuadrado grande mide 14cm. ¿Cuánto mide su área? ¿Cuánto mide el área del triángulo verde? A partir de las dos áreas anteriores, ¿podrán inferir otra de las áreas de la imagen sin hacer cálculos? Argumenten su respuesta*” (Arriaga et al., 2014, p. 41) 	COM CON	PC	CD TAP	TG
	2	“*El año pasado le regalaron una computadora a Ariel por su cumpleaños. El teclado tiene teclas alfanuméricas, numéricas, de funciones, de acceso rápido y cursores, como pueden observar en la imagen. ¿Cuánto mide el área que cubre sólo la parte del teclado alfanumérico? Calculen el área que cubre sólo la parte del teclado numérico. Si el espacio que ocupan las teclas de funciones es de 1.5cm por 7.5cm, ¿Qué área ocupan en total? Tomen en cuenta que con estas medidas se consideran los espacios entre ellas. Calculen el área total del espacio que ocupan todas las teclas. Recuerden que las medidas ya consideran los espacios entre cada tecla*” (Arriaga et al., 2014, p. 42)	MED CON	PC	CD TAP	TG

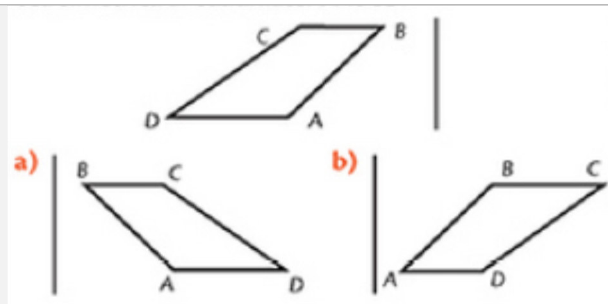
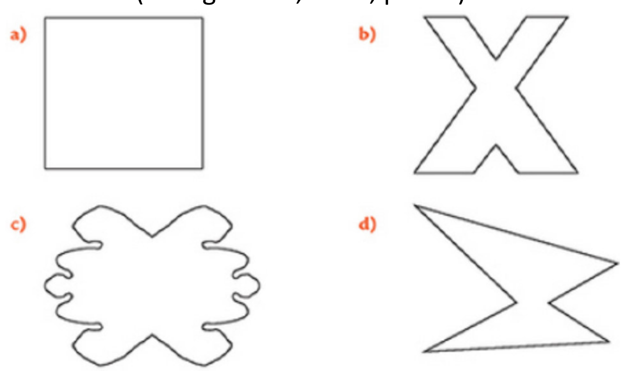
						
	3	*"Para su clase de dibujo, Ana hizo una cuadrícula de colores y cada cuadrito representa una unidad. Observen el diseño de Ana y contesten lo que se pide. ¿Cuántos cuadritos utilizo Ana para su diseño? A continuación escriban el porcentaje que ocupa cada color. La suma de los porcentajes de los colores amarillo, verde, rojo, morado, rosa y azul es:. Puede considerarse que el tapete completo es el 100% ¿Por qué? […] "* (Arriaga et al., 2014, p. 43-44) 	MED COM CON	PC	CD TAP	TG
	4	*"Un campesino tiene un sembradío de 110 hectáreas y ocupa 20% para plantar jitomate, 15% para cebolla; 30% para caña de azúcar y 10% para caminos de acceso. El resto lo utiliza para sembrar arroz. Expresen en hectáreas qué extensión del terreno ocupa el campesino para la siembra de jitomate, caña de azúcar, cebollar y arroz. ¿Cuántas hectáreas utiliza para caminos de acceso? "* (Arriaga et al., 2014, p. 48)	MED CON	PC PNC	CD TAP	TG
	5	*"¿Qué cantidad de malla cubre la parte lateral izquierda de una portería cuyas medidas se muestran en la figura?"* (Arriaga et al., 2014, p. 64). 	MED CON	PC	CD TAP	TG
	6	*"Comenten qué expresión algebraica representa la fórmula para calcular el área de los siguientes cuadriláteros y escríbanla en la línea correspondiente"* (Arriaga et al., 2014, p. 79). 	COM CON	PC	CD	TG

	7	“*Juan observó que con las piezas de plástico de un juguete se formaban figuras geométricas. Como está estudiando álgebra en su clase de matemáticas, eligió unas piezas y les asignó valores a sus lados para calcular su área. Escriban la medida de los lados del último rectángulo. Ahora escriban la expresión algebraica de la multiplicación con la que puede calcularse el área del rectángulo. Por lo tanto el área del rectángulo puede representarse de dos maneras. Escriban ambas expresiones algebraicas.*” (Arriaga et al., 2014, p. 80).   	COM CON	PC	CD TAP	TG
	8	“*consideren las piezas del juguete de Juan para sumar las áreas de los siguientes arreglos de figuras geométricas (p.81). Escriban los términos algebraicos que representen el área de las figuras unidas*” (Arriaga et al., 2014, p. 81). 	COM CON	PC	CD TAP	TG
	9	“*Teniendo en cuanta lo anterior, escriban al menos dos expresiones algebraicas distintas que representen el área de cada uno de los siguientes arreglos, considerando que son las mismas piezas*” (Arriaga et al., 2014, p. 81).  	COM CON	PC	CD TAP	TG
	10	“*Escriban las siguientes expresiones algebraicas como la suma de monomios y dibuje las figuras de su representación correspondiente*” (Arriaga et al., 2014, p. 82). a) $x(x+1) =$ b) $x(2x+3) =$ c) $x^2(-x+1) =$ d) $2x(3x^2+3x+1) =$	COM CON RR	PC	CD TAP	TG
	11	“*Explique el procedimiento para calcular el área de un cuadrilátero formado por otros de cuyos lados sí conocen el valor*” (Arriaga et al., 2014, p. 83).	MED COM CON	PC	CD TAP	TG
	12	“*Si suman el área de un cuadrado, cuyos lados miden 3 unidades, a un cuadrado cuyos lados miden 5 unidades, ¿obtendrán un cuadrado cuyos lados midan 8 unidades? Dibujen la suma de los cuadrados que se mencionan. ¿Se forma un cuadrado? Si no es así, tracen las figuras que hagan falta para formar el cuadrado. Escriban la expresión algebraica que*	MED COM CON RR	PC	CD TAP	TG

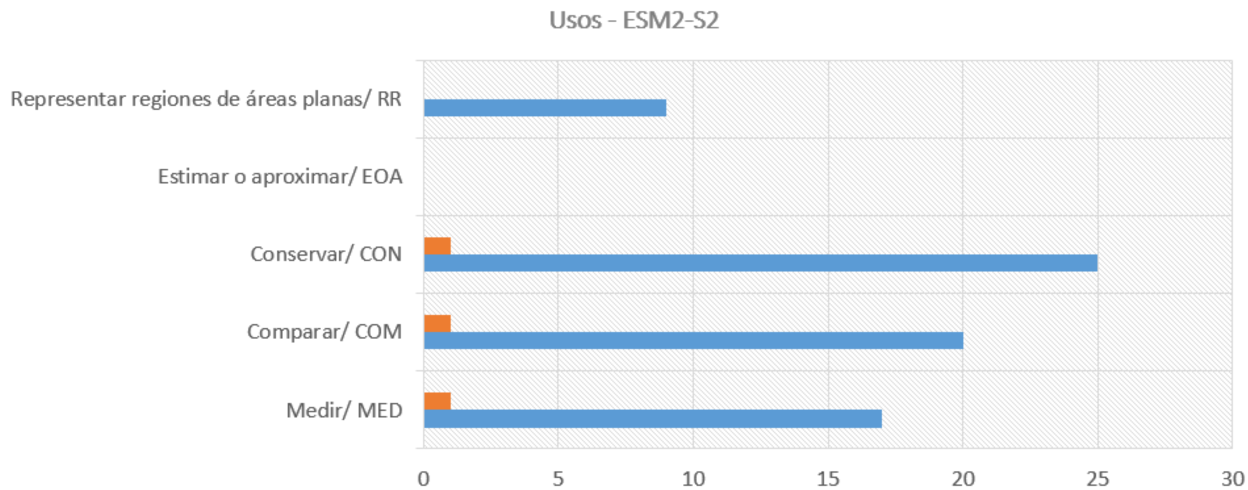
		corresponda a la suma de las áreas de las figuras que forman el cuadrado que trazaron" (Arriaga et al., 2014, p. 83).				
	13	"*¿Cómo se expresa, geométricamente, la equivalencia de* $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ *?*" (Arriaga et al., 2014, p. 83).	MED COM CON RR	PC	CD TAP	TG
	14	"*¿Qué expresión algebraica corresponde al área total de la figura?*" (Arriaga et al., 2014, p. 103). 	MED COM CON	PC	CD TAP	TG
	15	"*Recuerden como se calcula el área de un cuadrado y de un rectángulo. A continuación, escriban la expresión algebraica que represente el área de cada figura. Simplifiquen las expresiones*" (Arriaga et al., 2014, p. 114).  	MED CON	PC	CD TAP	TG
	16	"*Mi tío compró un terreno junto al que ya tenía. Originalmente su terreno tenía forma cuadrada, pero con el que compró, ahora tiene forma rectangular. De un lado aumento 15metros y del otro lado, 10 metros. ¿Cuál es la expresión algebraica que sirve para calcular el área total de su propiedad?*" (Arriaga et al., 2014, p. 116).	MED RR CON	PC	CD TAP	TG
	17	"*En una hoja de papel, reproduce cuatro piezas de cada figura de la actividad, asegúrate de que cada copia sea de la misma medida, y recórtalas. Sin dejar huecos, intenta cubrir el espacio en blanco con la figura correspondiente. Las figuras deben ser regulares y de la misma medida*" (Arriaga et al., 2014, p. 123).	MED COM CON RR	PC	TAP	TG

		  				
	18	“*Las gráficas siguientes muestran la relación entre los meses de servicio y los precios de los paquetes de televisión de paga que ofrecen cuatro compañías en la Ciudad de México. ¿Cuánto se paga por 5 meses de servicio en cada compañía?*” (Arriaga et al., 2014, p. 168).  	M COM CON	FP	FBC A	TA
	19	“*Identifiquen cuáles de estas figuras tienen, por lo menos, un eje de simetría, y trácenlos*” (Arriaga et al., 2014, p. 206). 	COM CON	PC PNC O	I	TG
	20	“*Los siguientes barquitos están colocados en diferentes posiciones. Reprodúzcanlos en la cuadrícula de la derecha, para que la imagen completa muestre una simetría de reflexión. ¿Cuántos ejes de simetría identifican?*” (Arriaga et al., 2014, p. 207). 	MED COM CON RR	PC	I	TG
	21	“*Unan entre sí los puntos al final de las líneas puntedas. ¿Qué figura se formó? ¿Consideran que son simétricas? ¿Por qué? ¿Cuántos suman los ángulos interiores de un triángulo? ¿Cuánto mide la suma de los ángulos del triángulo que se formó? Explique cómo son las líneas punteadas con respecto al eje que separa a los dos triángulos*” (Arriaga et al., 2014, p. 209).	MED COM CON RR	PC	I	TG

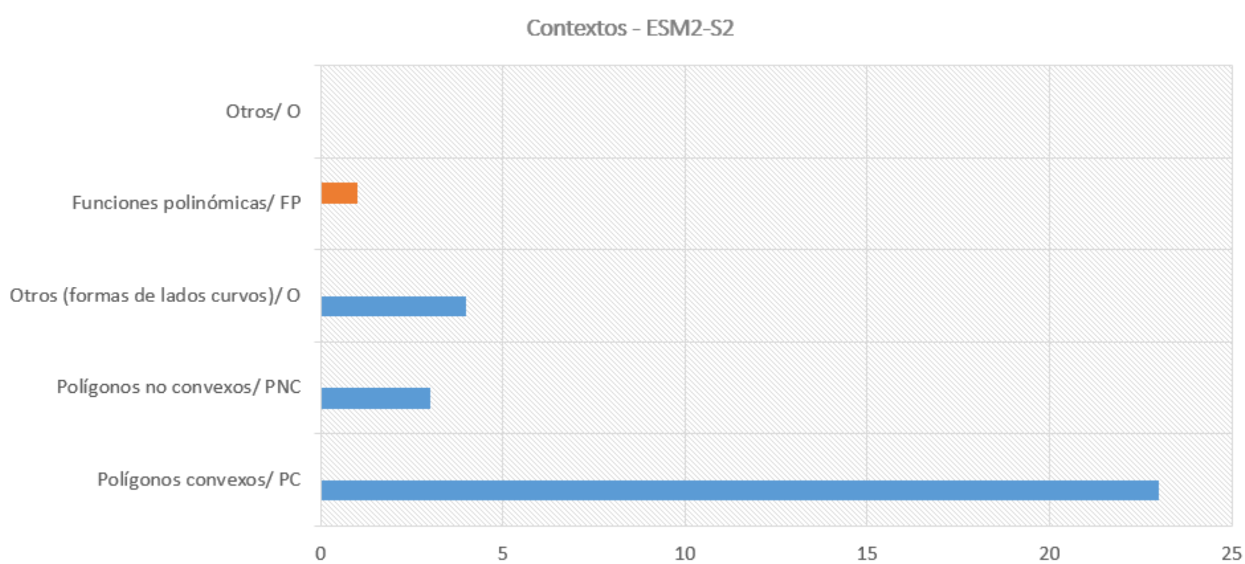
						
	22	“*Traza las figuras simétricas correspondientes a cada una de las figuras. ¿Qué tipo de simetría se observa en estas figuras?*” (Arriaga et al., 2014, p. 210). 	MED COM CON RR	PC	I	TG
	23	“*Josué y sus amigas van a hacer una fiesta, y decidieron comprar pizza. Encontraron que en la pizzería ofrecen tres tamaños distintos (la medida de referencia es el diámetro). ¿En cuál tamaño, las porciones serían más grandes? ¿Por qué? Durante la fiesta, al recibir su porción de pizza, Josué se preguntó: si cada porción es del mismo tamaño, ¿Cómo puede saberse el radio de la charola en la que se horneó? Expliquen*” (Arriaga et al., 2014, p. 212-213). 	MED COM CON	O	CD TAP	TG
	24	“*Se quiere repartir un pastel de 30cm de diámetro en rebanadas iguales. El ángulo de cada rebanada es de 30 grados. Calculen el área de cada rebanada de pastel. ¿En cuántas rebanadas quedará repartido el pastel?*” (Arriaga et al., 2014, p. 215).	MED COM CON RR	O	CD TAP	TG
	25	“*De las siguientes figuras, encierra el inciso de la que sea simétrica al cuadrilátero ABCD*” (Arriaga et al., 2014, p. 231).	MED COM CON	PC	I	TG

						
	26	"*De las siguientes figuras, ¿Cuáles tienen al menos un eje de simetría?*" (Arriaga et al., 2014, p. 249). 	COM CON	PC PNC O	I TAP	TG

Usos, Contextos y Procedimientos en que se presenta la conservación del área en ESM2-S2																			
	Usos					Contextos					Procedimientos							Transformación asociada	
Número de tarea	Medir/**M**	Comparar/**COM**	Conservar/**CON**	Estimar o aproximar/**EOA**	Representar regiones de áreas planas/**RR**	Polígonos convexos/**PC**	Polígonos no convexos/**PNC**	Otros (formas de lados curvos)/**O**	Funciones polinómicas/**FP**	Otros/**O**	Composición y descomposición/**CD**	Isometrías en el plano/**I**	Teoremas, axiomas, propiedades de las figuras / **TAP**	Procesos de aproximación/**PA**	Sumas de Riemann/**SR**	Integral definida/**ID**	Fórmulas básicas para el cálculo de áreas, entre otras/**FBCA**	Transformaciones geométricas/**TG**	Transformaciones analíticas/**TA**
1	0	01	01	0	0	01	0	0	0	0	01	0	01	0	0	0	0	01	0
2	01	0	01	0	0	01	0	0	0	0	01	0	01	0	0	0	0	01	0
3	01	01	01	0	0	01	0	0	0	0	01	0	01	0	0	0	0	01	0
4	01	0	01	0	0	01	01	0	0	0	01	0	01	0	0	0	0	01	0
5	01	0	01	0	0	01	0	0	0	0	01	0	01	0	0	0	0	01	0
6	0	01	01	0	0	01	0	0	0	0	01	0	0	0	0	0	0	01	0
7	0	01	01	0	0	01	0	0	0	0	01	0	01	0	0	0	0	01	0
8	0	01	01	0	0	01	0	0	0	0	01	0	01	0	0	0	0	01	0
9	0	01	01	0	0	01	0	0	0	0	01	0	01	0	0	0	0	01	0
10	0	01	01	0	01	01	0	0	0	0	01	0	01	0	0	0	0	01	0
11	01	01	01	0	0	01	0	0	0	0	01	0	01	0	0	0	0	01	0
12	01	01	01	0	01	01	0	0	0	0	01	0	01	0	0	0	0	01	0
13	01	01	01	0	01	01	0	0	0	0	01	0	01	0	0	0	0	01	0
14	01	01	01	0	0	01	0	0	0	0	01	0	01	0	0	0	0	01	0
15	01	0	01	0	0	01	0	0	0	0	01	0	01	0	0	0	0	01	0
16	01	0	01	0	01	01	0	0	0	0	01	0	01	0	0	0	0	01	0
17	01	01	01	0	01	01	0	0	0	0	0	0	01	0	0	0	0	01	0
18	01	01	01	0	0	0	0	00	01	0	0	0	0	0	0	0	01	0	01
19	0	01	01	0	0	01	01	01	0	0	0	01	0	0	0	0	0	01	0
20	01	01	01	0	01	01	0	0	0	0	0	01	0	0	0	0	0	01	0
21	01	01	01	0	01	01	0	0	0	0	0	01	0	0	0	0	0	01	0
22	01	01	01	0	01	01	0	0	0	0	0	01	0	0	0	0	0	01	0
23	01	01	01	0	0	0	0	01	0	0	01	0	01	0	0	0	0	01	0
24	01	01	01	0	01	0	0	01	0	0	01	0	01	0	0	0	0	01	0
25	01	01	01	0	0	01	0	0	0	0	0	01	0	0	0	0	0	01	0
26	0	01	01	0	0	01	01	01	0	0	0	01	01	0	0	0	0	01	0
Totales/ TG	17	20	25	0	9	23	3	4	0	0	18	6	19	0	0	0	0	25	0
Totales/ TA	1	1	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1
TOTAL	18	21	26	0	9	23	3	4	1	0	18	6	19	0	0	0	1	25	1

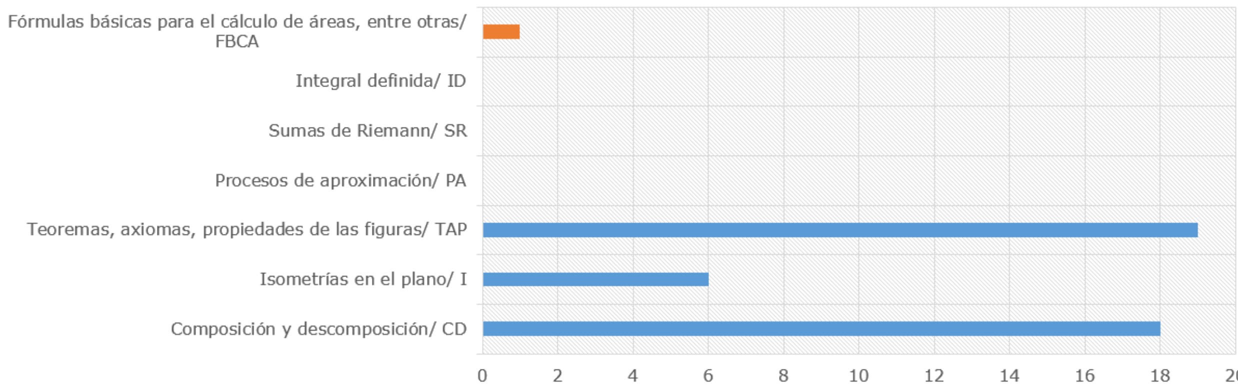


	Medir/ MED	Comparar/ COM	Conservar/ CON	Estimar o aproximar/ EOA	Representar regiones de áreas planas/ RR
Transformación analítica/ TA	1	1	1	0	0
Transformación geométrica/ TG	17	20	25	0	9



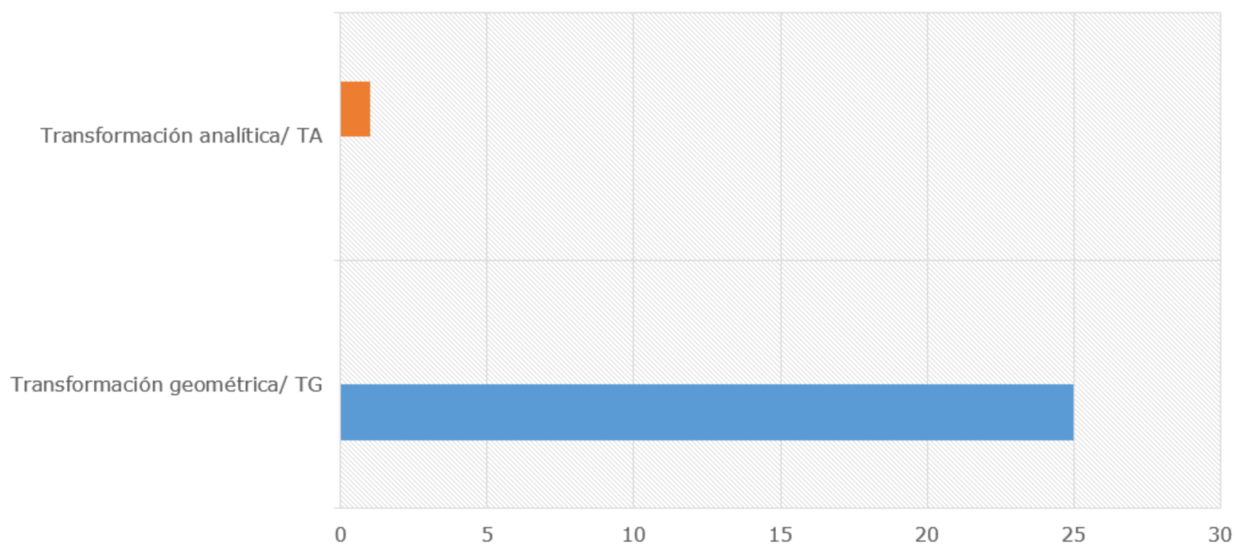
	Polígonos convexos/ PC	Polígonos no convexos/ PNC	Otros (formas de lados curvos)/ O	Funciones polinómicas/ FP	Otros/ O
Transformación analítica/ TA	0	0	0	1	0
Transformación geométrica/ TG	23	3	4	0	0

Procedimientos - ESM2-S2



	Composición y descomposición/ CD	Isometrías en el plano/ I	Teoremas, axiomas, propiedades de las figuras/ TAP	Procesos de aproximación/ PA	Sumas de Riemann/ SR	Integral definida/ ID	Fórmulas básicas para el cálculo de áreas, entre otras/ FBCA
Transformación geométrica/ TG	18	6	19	0	0	0	0
Transformación analítica/ TA	0	0	0	0	0	0	1

Transformaciones asociadas - ESM2-S2

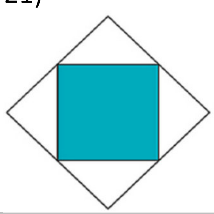
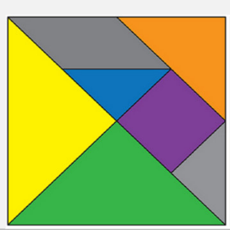


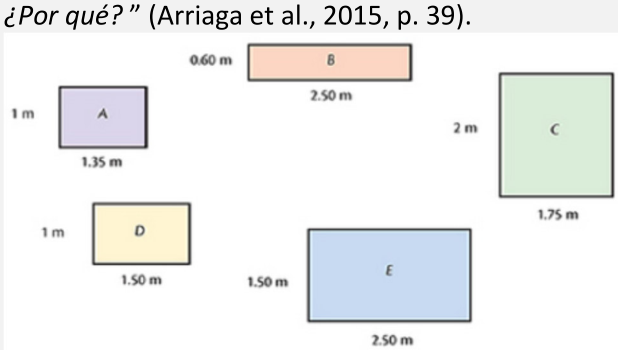
	Transformación geométrica/ TG	Transformación analítica/ TA
Transformación analítica/ TA	0	1
Transformación geométrica/ TG	25	0

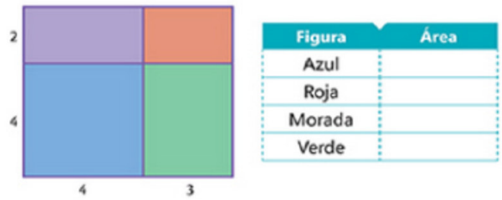
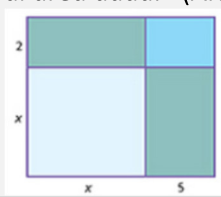
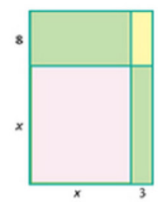
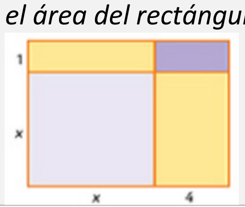
Ficha de registro para ESM3-S2

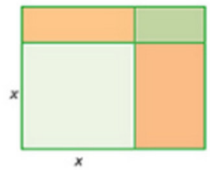
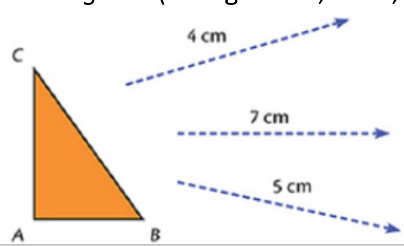
Tabla: Evidencia de usos, contextos y procedimientos en que se presenta el área en relación con la conservación del área.

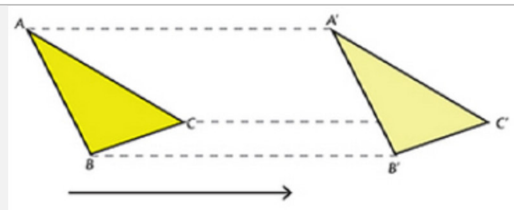
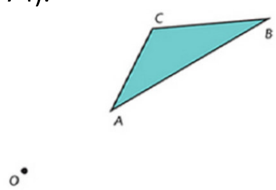
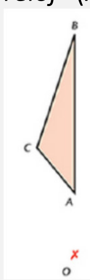
Libro de texto:	ESM3-S2

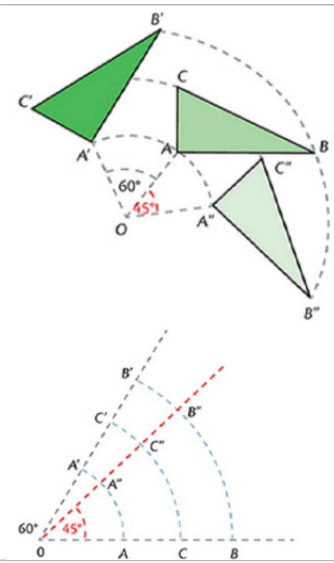
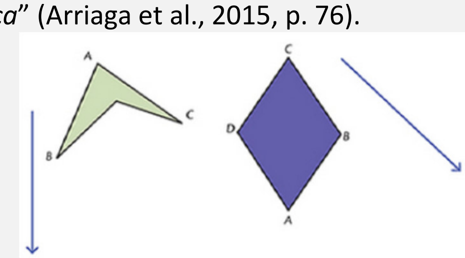
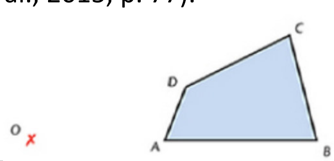
Categoría		**Evidencia**	**Usos**	**Contextos**	**Procedimientos**	**Tipo de transformación**
Código o Códigos involucrados	1	*"Construye en el siguiente espacio un triángulo isósceles cuya área mida 18cm cuadrados. ¿Cuánto mide cada uno de sus lados iguales?"* (Arriaga et al., 2015, p. 21)	MED CON RR	PC	TAP	TG
	2	*"En la siguiente figura se observa que un cuadrado está inscrito en otro de mayor tamaño. Los vértices del cuadrado menor tocan el punto medio de los lados del mayor. El cuadrado mayor ocupa un área de 128 unidades cuadradas. Calcula la medida de los lados del cuadrado menor"* (Arriaga et al., 2015, p. 21) 	MED COM CON	PC	CD TAP	TG
	3	*"El tangram es un rompecabezas formado por siete piezas geométricas: 1 cuadrado, 1 paralelogramo y 5 triángulos de tres tamaños diferentes. Con estas piezas podemos formar figuras como el cuadrado de la izquierda. Copien la figura en una cartulina blanca, iluminen las piezas y recórtenlas. Determinen el área y el perímetro de cada pieza"* (Arriaga et al., 2015, p. 22). 	COM CON	PC	TAP	TG
	4	*"Al trazar la diagonales del cuadrilátero ABCD se dividió en cuatro partes, en tres de ellas se registró*	COM CON	PC	CD TAP	TG

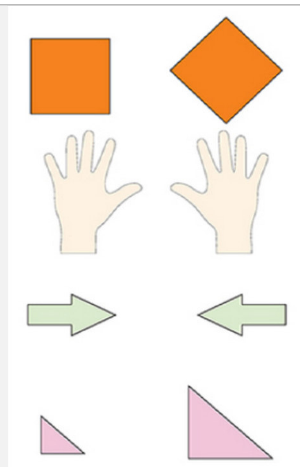
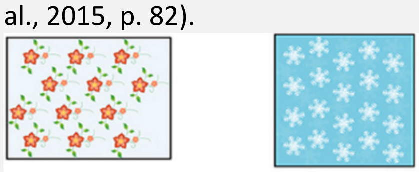
		el área que ocupan. Calcula el área total del cuadrilátero" (Arriaga et al., 2015, p. 27).				
	5	"*En tu cuaderno, traza los triángulos cuyos datos se dan en cada inciso y compara tus resultados con los de alguno de tus compañeros para probar si dada la congruencia de un lado y los ángulos adyacentes que forman un triángulo, es posible afirmar que dos triángulos son congruentes.* *a)* Un segmento de 5cm y dos ángulos de 30° y 60°. *b)* Un segmento de 6cm y dos ángulos de 45° y 30°. *c)* Un segmento de 5cm y dos ángulos de 60° y 45°. *d)* Un segmento de 5cm y dos ángulos de 30° y 30°" (Arriaga et al., 2015, p. 31).	MED COM CON	PC	TAP	TG
	6	"*Completa la información. Dos triángulos son congruentes si tienen congruentes dos de sus ángulos y___? Se puede afirmar que dos triángulos equiláteros son congruentes cuando___? Se puede afirmar que dos pentágonos regulares son congruentes cuando___?*" (Arriaga et al., 2015, p. 32).	MED COM CON	PC	TAP I	TG
	7	"*En el taller la Estrella la impresión de lona vinílica se ofrece a $92 el metro cuadrado. La escuela secundaria Nezahualcóyotl necesita 5 lonas de diferentes tamaños para conmemorar el día de la raza. Estas son las medidas ¿Cuál de ellas costará más? ¿Por qué? ¿Cuál será la que menos cueste? ¿Cuál es la diferencia en el costo de las lonas B y D? ¿Por qué?*" (Arriaga et al., 2015, p. 39).  	MED COM CON	PC	TAP CD	TG
	8	"*Reúnanse en equipo. Observen la siguiente figura y completen la tabla correspondiente. ¿Cuál es el área total de la figura? ¿Hay más de una forma de obtenerlo? Comenta con tus compañeros tu procedimiento y anótalo*" (Arriaga et al., 2015, p. 60).	MED COM CON	PC	TAP CD	TG

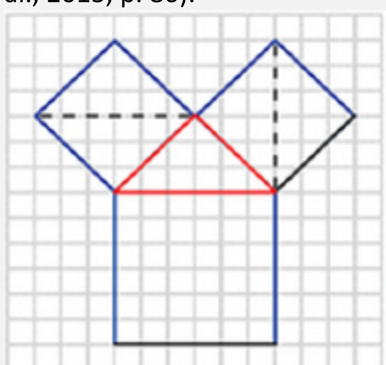
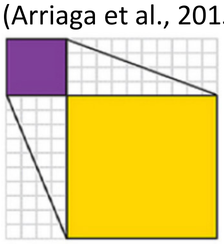
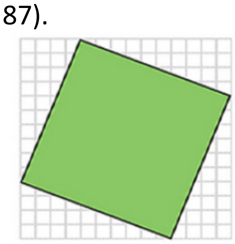
						
	9	*"Dado un cuadrado de lado x, al aumentar 5cm en la base y 2cm a la altura se formó un rectángulo cuya área es* $x^2+7x+10$*. Escriban el área de cada parte de la figura y comprueben que la suma corresponde al área dada."* (Arriaga et al., 2015, p. 62). 	CON MED COM	PC	CD TAP	TG
	10	*"Se tiene un cuadrado que tiene un lado x. al aumentar 3cm a la base y 8cm a la altura se formó un rectángulo. Escriban la expresión algebraica que represente el área del rectángulo"* (Arriaga et al., 2015, p. 62). 	CON MED COM	PC	CD TAP	TG
	11	*"Se tiene un cuadrado de lado x; se aumentaron 4cm a la base y 1cm a la altura y se formó un rectángulo. Determinen la expresión algebraica que represente el área del rectángulo"* (Arriaga et al., 2015, p. 62). 	CON MED COM	PC	CD TAP	TG
	12	*"Dado que la expresión algebraica representa el área del rectángulo, escribe las medidas que falta añadir en la base y la altura del rectángulo correspondiente. Usa el cuadro para comprobar que las expresiones corresponden. Al terminar, comparte tus resultados con tu profesor y escucha sus comentarios.* *a)* $x^2+7x+10$	COM CON	PC	CD TAP	TG

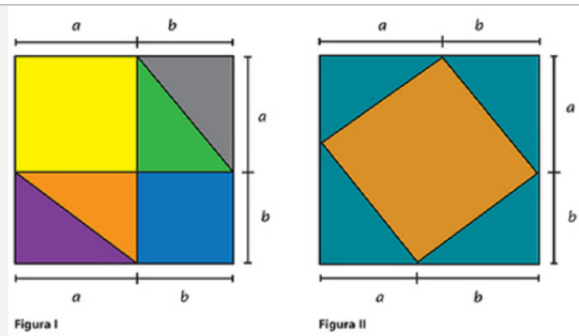
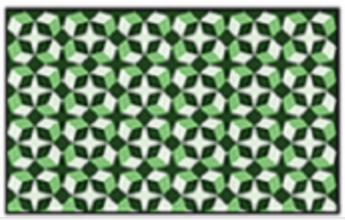
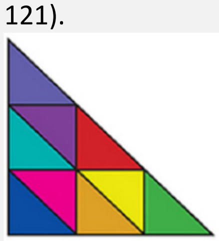
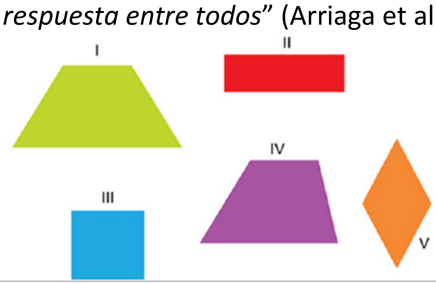
		 *b)* $x^2+17x+72$  *c)* $x^2+10x+21$  *d)* ” (Arriaga et al., 2015, p. 63).				
	13	“*En equipos observen las siguientes figuras y escriban en los paréntesis que hay entre cada pareja una S si coinciden mediante simetría, o una T si es por traslación, es decir, si coinciden al desplazarlas en el plano. Comparen sus resultados con los del equipo más cercano y, si encuentran diferencias, argumenten sus respuestas*” (Arriaga et al., 2015, p. 71).	COM CON	PC	I	TG
	14	“*Trasladen el triángulo ABC en la dirección y medida que indica cada directriz. ¿Cambió la forma de la figura? ¿Se mantienen paralelos los lados homólogos?*” (Arriaga et al., 2015, p. 73). 	MED COM CON RR	PC	I	TG
	15	“*Observen las siguientes figuras y respondan. ¿Resultan paralelos los lados homólogos de los dos triángulos? ¿Por qué? ¿Qué distancia se trasladó la figura? ¿Se conservan las medidas del triángulo ABC en el triángulo A’B’C’? Explica*” (Arriaga et al., 2015, p. 73).	MED COM CON RR	PC	I	TG

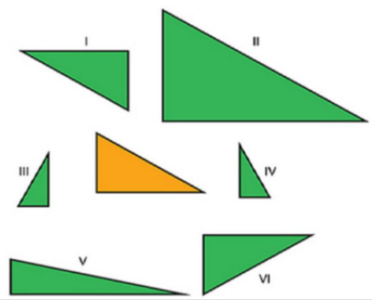
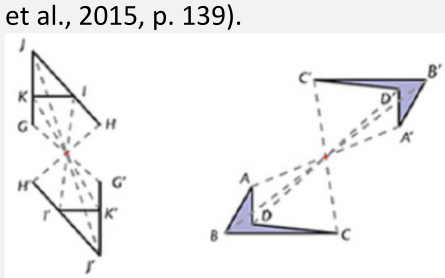
						
	16	“*Ahora, apliquen una rotación de 60° al triángulo ABC. Respecto al punto O*” (Arriaga et al., 2015, p. 74). 	MED COM CON RR	PC	I	TG
	17	“*Considera como centro de rotación el punto O y aplícale al triángulo ABC una rotación de 45° en sentido contrario al movimiento de las manecillas del reloj*” (Arriaga et al., 2015, p. 74). 	MED COM CON RR	PC	I	TG
	18	“*Observen en el plano los movimientos que se aplicaron al triángulo ABC, consideren el punto O como centro de rotación. Contesten en equipo de cuales movimientos se trata. Nótese que al triángulo ABC se le aplicó una rotación de 45° en el sentido del movimiento de las manecillas del reloj y una rotación de 60° en sentido contrario. Contesten: ¿Cuánto mide el ángulo AOA’? ¿Cuánto mide el ángulo AOA’’? ¿La medida del arco AA’ es distinta o es igual en el ángulo auxiliar que entre los triángulos ABC y A’B’C’? ¿La medida del arco BB’ es distinta o es igual en el ángulo auxiliar que entre los triángulos ABC y A’B’C’? ¿La medida del arco CC’ es distinta o es igual en el ángulo auxiliar que entre los triángulos ABC y A’B’C’? comprueba que suceda lo mismo con los arcos del ángulo de 45° y los triángulos ABC y A’’B’’C’’ ¿se conserva la figura al aplicarle la rotación? ¿Cuáles de las medidas de los ángulos se conservan al aplicarle la rotación a la figura? En los triángulos A’B’C’ y A’’B’’C’’, ¿Cuáles medidas de los lados homólogos del triángulo ABC se conservan?* ” (Arriaga et al., 2015, p. 75).	MED COM CON RR	PC	I	TG

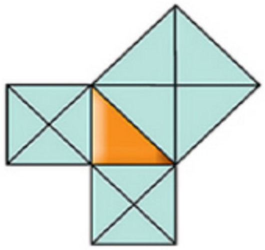
						
	19	“*Traslada las siguientes figuras, considerando la dirección y medida de la directriz en cada caso. Al trasladar la figura ¿Cómo resultan sus lados homólogos? ¿Qué medidas de la figura original se conservan? ¿La medida de los ángulos correspondientes se conserva? Explica ¿La distancia entre los vértices correspondientes se modifica? explica*” (Arriaga et al., 2015, p. 76). 	MED COM CON RR	PC	I	TG
	20	“*Considera como centro de rotación el punto marcado con O y aplica a cuadrilátero ABCD una rotación de 90° en sentido del movimiento de las manecillas del reloj ¿Se conserva la forma del cuadrilátero? ¿Los lados homólogos mantienen la misma medida? Explica ¿Los ángulos homólogos mantienen la misma medida? Explica.*” (Arriaga et al., 2015, p. 77). 	MED COM CON RR	PC	I	TG
	21	“*Observa las figuras y determina si la figura de la derecha se puede obtener a partir de la figura de la izquierda por medio de una rotación, si es su reflejo o ninguna de las anteriores*” (Arriaga et al., 2015, p. 78).	MED COM CON	PC PNC	I	TG

						
	22	“*¿Qué tipo de transformación (reflexión, rotación o traslación) se aplicó a esta figura? ¿Qué propiedades de la figura se conservan?*” (Arriaga et al., 2015, p. 81). 	COM CON RR	PC	I	TG
	23	“*¿Qué tipo de transformación (reflexión, rotación o traslación) se aplicó a esta figura? ¿Qué propiedades de la figura se conservan?*” (Arriaga et al., 2015, p. 81). 	COM CON RR	PC	I	TG
	24	“*¿Qué tipo de transformación (reflexión, rotación o traslación) se aplicó a esta figura? ¿Qué propiedades de la figura se conservan?*” (Arriaga et al., 2015, p. 81). 	COM CON RR	PC	I	TG
	25	“*Analicen los siguientes mosaicos y logotipos e identifiquen el patrón con el que, a partir de diferentes transformaciones, rotaciones, traslaciones o reflexiones, se diseñaron*” (Arriaga et al., 2015, p. 82).  	COM CON	PC PNC O	I	TG
	26	“Tracen en el siguiente espacio una figura geométrica y formen un mosaico aplicando las	MED COM	PC PNC	I	TG

		diferentes maneras de composición. Reflexión, rotación y traslación” (Arriaga et al., 2015, p. 82).	CON RR	O		
	27	“*Observen los cuadrados que se construyeron sobre los lados del siguiente triángulo rectángulo isósceles y contesten las preguntas. Comenten las respuestas en grupo. ¿Qué diferencia hay entre las áreas de los cuadrados pequeños? ¿Cómo son entre sí las áreas de los triángulos que se forman en los cuadrados pequeños? ¿Cuánto mide el área del cuadrado mayor? ¿Se pueden acomodar los cuatro triángulos que se obtienen de los cuadrados, de tal manera que ocupen el área del cuadrado mayor? ¿Existe alguna relación entre las áreas de los dos cuadrados pequeños y el área del cuadrado mayor?*” (Arriaga et al., 2015, p. 86). 	MED COM CON	PC	CD TAP I	TG
	28	“comparen las áreas de las siguientes figuras y respondan en su cuaderno. ¿Cuál es el área total de cada figura? ¿Cuántos triángulos rectángulos aparecen en cada una? ¿Cómo son entre ellos? Tomando en cuenta lo anterior, ¿Qué relación existe entre las áreas de los cuadrados de las figuras 1 y 2?” (Arriaga et al., 2015, p. 87).  Figura 1  Figura 2	MED COM CON	PC	CD TAP	TG
	29	“*En las siguientes figuras, ¿Cuál es la relación entre las áreas de los cuadrados de las figuras I y II? Comenten sus respuestas y lleguen a una conclusión*” (Arriaga et al., 2015, p. 87).	MED COM CON	PC	CD TAP	TG

						
	30	“*Observa la primera línea de cubos del siguiente mosaico oaxaqueño. ¿Qué movimiento se aplicó al cubo original para ubicarse en la segunda posición? Traslación, rotación, simetría axial, simetría central*” (Arriaga et al., 2015, p. 104). 	COM CON	PC PNC O	I	TG
	31	“*Observa la figura y contesta: ¿Cuál es la mayor cantidad de triángulos semejantes que contiene? ¿Cuál es la mayor cantidad de triángulos congruentes que contiene?*” (Arriaga et al., 2015, p. 121). 	COM CON	PC	CD TAP	TG
	32	“*Tracen las diagonales de los siguientes cuadriláteros. ¿En cuáles de los cuadriláteros las diagonales forman triángulos congruentes? ¿Con cuál criterio de congruencia se puede probar que los triángulos que se forman al intersecarse las diagonales son congruentes? Comenten con su profesor sus argumentos. Si existieran diferencias en sus respuestas, coméntenlas y lleguen a una respuesta entre todos*” (Arriaga et al., 2015, p. 121). 	COM CON	PC	CD TAP	TG

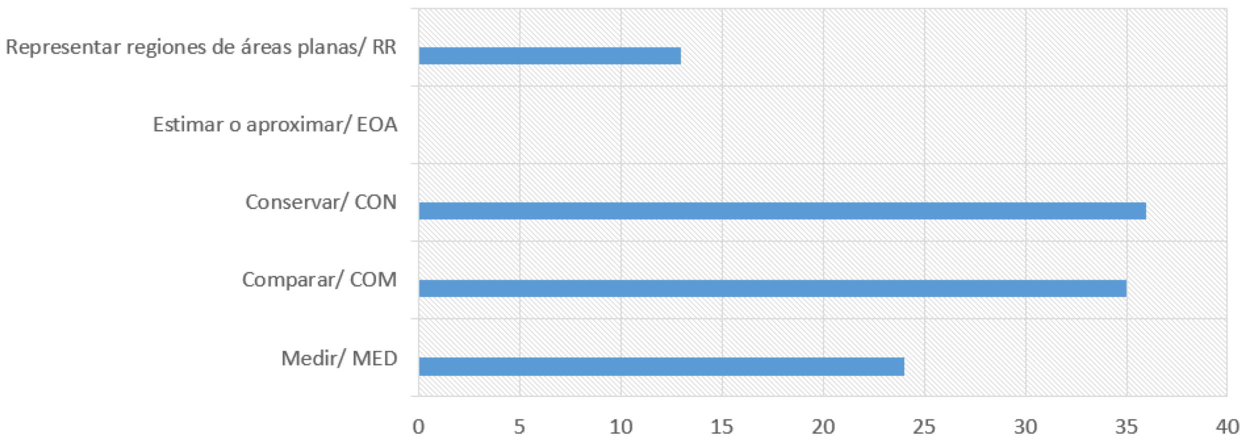
	33	“*Se sabe que tres triángulos tienen el mismo perímetro. Los lados del primero miden 4x+2, 3x+3 y 5x+1; los del segundo miden 2x+7, 7x-10 y 5x+1; y los del tercero miden 4x-2, 7x-8 y 3x+8. Calcula el perímetro para cada triángulo y anótalo en el espacio. Utiliza esta información para obtener el valor de x y anótalo en la línea. Ya que conoces el valor de x, determina cuánto miden los lados de cada triángulo. Determina cuántos y cuáles triángulos son congruentes.*” (Arriaga et al., 2015, p. 121-122).	COM CON RR	PC	TAP I	TG
	34	“*Observa la siguiente figura. En el centro hay un triángulo y alrededor hay otros señalados con números romanos. Determina si dichos triángulos son congruentes, semejantes, o ninguna de las opciones anteriores*” (Arriaga et al., 2015, p. 128). 	MED COM CON	PC	I	TG
	35	“*En equipo, observen las figuras y comenten en qué consiste la homotecia inversa con razón -1*” (Arriaga et al., 2015, p. 139). 	MED COM CON	PC O	I	TG
	36	“*Mi papá cuenta que mientras él esperaba que salieran las galletas del horno, observaba la loseta de la cocina y le gustaba localizar un triángulo rectángulo y en cada uno de los lados de éste un cuadrado. A continuación se presenta la figura ampliada de la descripción hecha por mi papá. Como se puede apreciar, el cuadrado mayor está formado por tantas piezas triangulares como las que hay en los otros dos. ¿Cuál es la expresión del área del cuadrado más grande, con respecto a los otros dos cuadrados?*” (Arriaga et al., 2015, p. 262).	MED COM CON	PC	TAP	TG

Usos, Contextos y Procedimientos en que se presenta la conservación del área en ESM3-S2																			
	Usos					Contextos					Procedimientos							Transformación asociada	
Número de tarea	Medir/**M**	Comparar/**COM**	Conservar/**CON**	Estimar o aproximar/**EOA**	Representar regiones de áreas planas/**RR**	Polígonos convexos/**PC**	Polígonos no convexos/**PNC**	Otros (formas de lados curvos)/**O**	Funciones polinómicas/**FP**	Otros/**O**	Composición y descomposición/**CD**	Isometrías en el plano/**I**	Teoremas, axiomas, propiedades de las figuras / **TAP**	Procesos de aproximación/**PA**	Sumas de Riemann/**SR**	Integral definida/**ID**	Fórmulas básicas para el cálculo de áreas, entre otras/**FBCA**	Transformaciones geométricas/**TG**	Transformaciones analíticas/**TA**
1	01	0	01	0	01	01	0	0	0	0	0	0	01	0	0	0	0	01	0
2	01	01	01	0	0	01	0	0	0	0	01	0	01	0	0	0	0	01	0
3	0	01	01	0	0	01	0	0	0	0	0	0	01	0	0	0	0	01	0
4	0	01	01	0	0	01	0	0	0	0	01	0	01	0	0	0	0	01	0
5	01	01	01	0	0	01	0	0	0	0	0	0	01	0	0	0	0	01	0
6	01	01	01	0	0	01	0	0	0	0	0	01	01	0	0	0	0	01	0
7	01	01	01	0	0	01	0	0	0	0	01	0	01	0	0	0	0	01	0
8	01	01	01	0	0	01	0	0	0	0	01	0	01	0	0	0	0	01	0
9	01	01	01	0	0	01	0	0	0	0	01	0	01	0	0	0	0	01	0
10	01	01	01	0	0	01	0	0	0	0	01	0	01	0	0	0	0	01	0
11	01	01	01	0	0	01	0	0	0	0	01	0	01	0	0	0	0	01	0
12	0	01	01	0	0	01	0	0	0	0	01	0	01	0	0	0	0	01	0
13	0	01	01	0	0	01	0	0	0	0	0	01	0	0	0	0	0	01	0
14	01	01	01	0	01	01	0	0	0	0	0	01	0	0	0	0	0	01	0
15	01	01	01	0	01	01	0	0	0	0	0	01	0	0	0	0	0	01	0
16	01	01	01	0	01	01	0	0	0	0	0	01	0	0	0	0	0	01	0
17	01	01	01	0	01	01	0	0	0	0	0	01	0	0	0	0	0	01	0
18	01	01	01	0	01	01	0	0	0	0	0	01	0	0	0	0	0	01	0
19	01	01	01	0	01	01	0	0	0	0	0	01	0	0	0	0	0	01	0
20	01	01	01	0	01	01	0	0	0	0	0	01	0	0	0	0	0	01	0
21	01	01	01	0	0	01	01	0	0	0	0	01	0	0	0	0	0	01	0
22	0	01	01	0	01	01	0	0	0	0	0	01	0	0	0	0	0	01	0
23	0	01	01	0	01	01	0	0	0	0	0	01	0	0	0	0	0	01	0
24	0	01	01	0	01	01	0	0	0	0	0	01	0	0	0	0	0	01	0
25	0	01	01	0	0	01	01	01	0	0	0	01	0	0	0	0	0	01	0
26	01	01	01	0	01	01	01	01	0	0	0	01	0	0	0	0	0	01	0
27	01	01	01	0	0	01	0	0	0	0	01	01	01	0	0	0	0	01	0
28	01	01	01	0	0	01	0	0	0	0	01	0	01	0	0	0	0	01	0
29	01	01	01	0	0	01	0	0	0	0	01	0	01	0	0	0	0	01	0
30	0	01	01	0	0	01	01	01	0	0	0	01	0	0	0	0	0	01	0
31	0	01	01	0	0	01	0	0	0	0	01	0	01	0	0	0	0	01	0
32	0	01	01	0	0	01	0	0	0	0	01	0	01	0	0	0	0	01	0

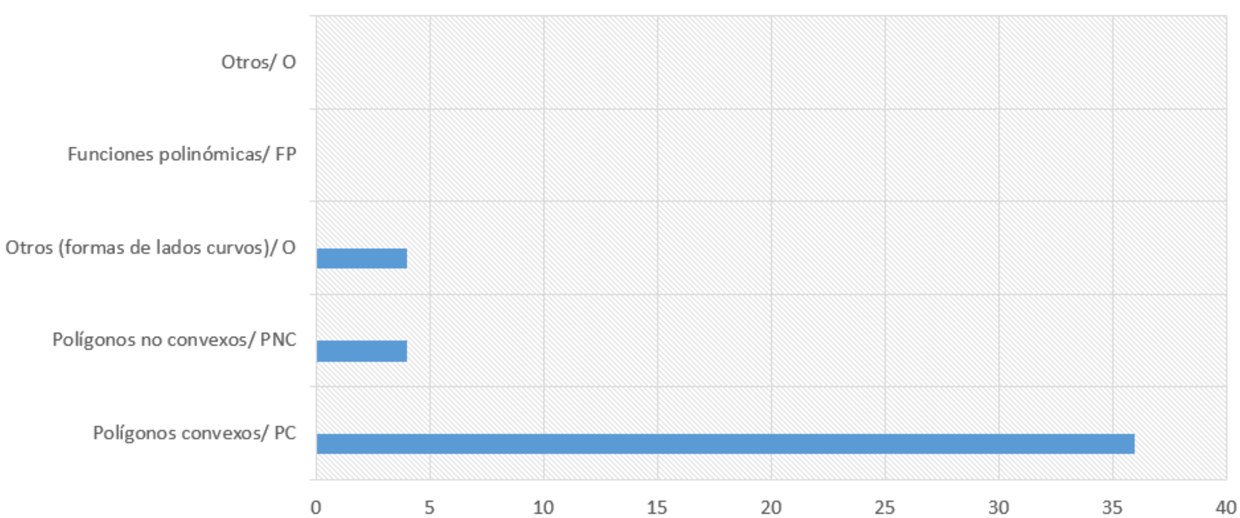
33	0	01	01	0	01	01	0	0	0	0	0	01	01	0	0	0	0	01	0
34	01	01	01	0	0	01	0	0	0	0	0	01	0	0	0	0	0	01	0
35	01	01	01	0	0	01	0	01	0	0	0	01	0	0	0	0	0	01	0
36	01	01	01	0	0	01	0	0	0	0	0	0	01	0	0	0	0	01	0
Totales/ TG	24	35	36	0	13	36	4	4	0	0	13	20	19	0	0	0	0	36	0
Totales/ TA	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
TOTAL	24	35	36	0	13	36	4	4	0	0	13	20	19	0	0	0	0	36	0

Usos - ESM3-S2

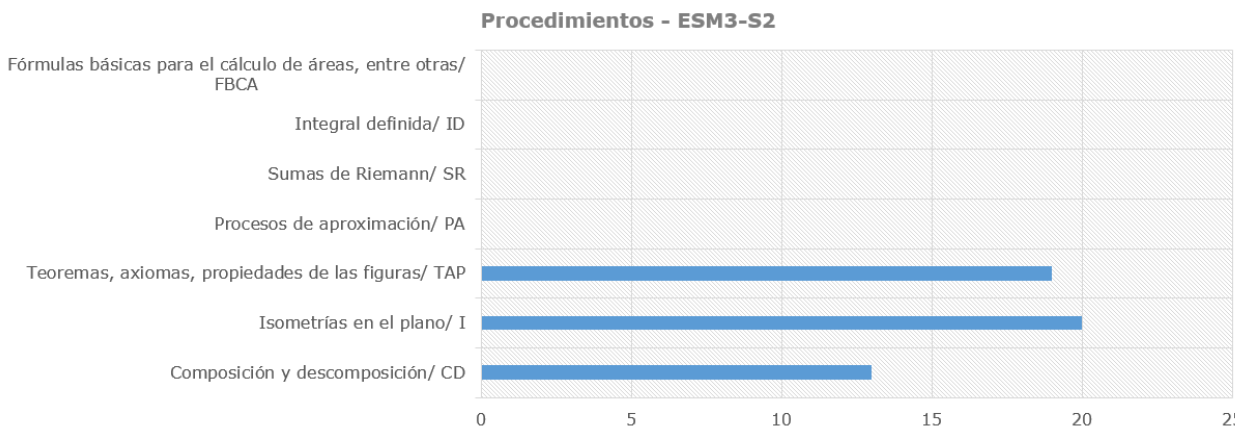


	Medir/ MED	Comparar/ COM	Conservar/ CON	Estimar o aproximar/ EOA	Representar regiones de áreas planas/ RR
Transformación analítica/ TA	0	0	0	0	0
Transformación geométrica/ TG	24	35	36	0	13

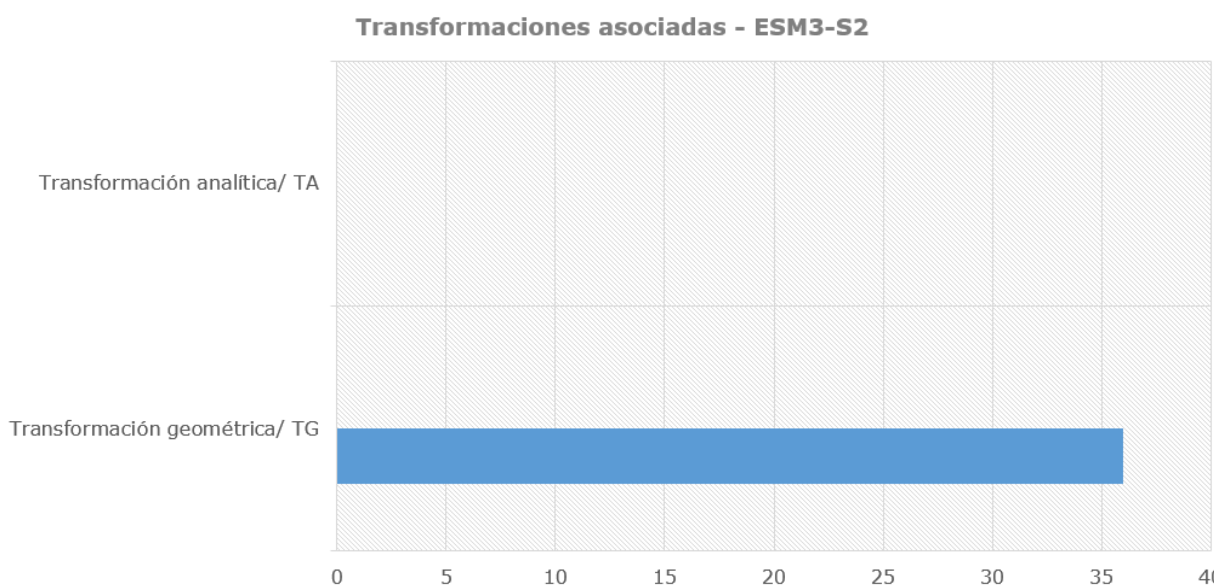
Contextos - ESM3-S2



	Polígonos convexos/ PC	Polígonos no convexos/ PNC	Otros (formas de lados curvos)/ O	Funciones polinómicas/ FP	Otros/ O
Transformación analítica/ TA	0	0	0	0	0
Transformación geométrica/ TG	36	4	4	0	0

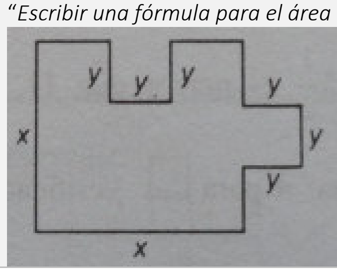
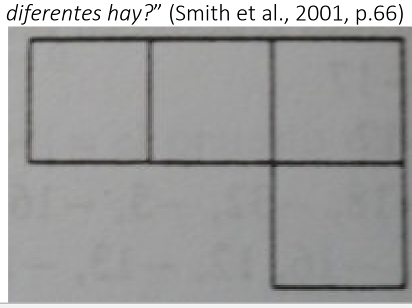
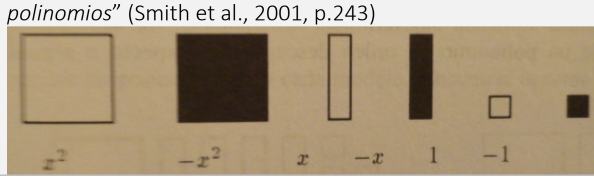


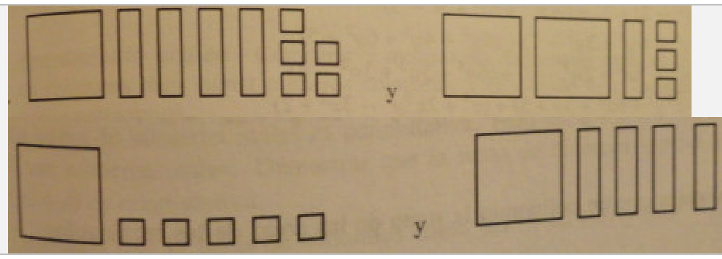
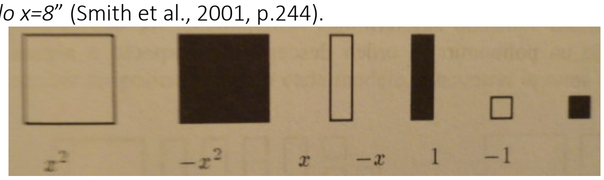
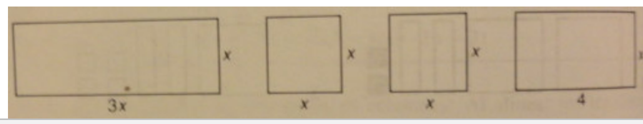
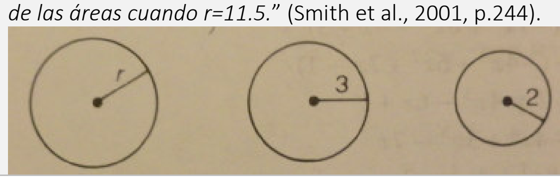
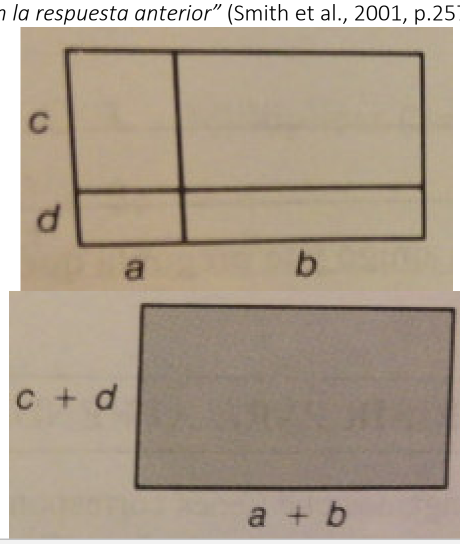
	Composición y descomposición/ CD	Isometrías en el plano/ I	Teoremas, axiomas, propiedades de las figuras/ TAP	Procesos de aproximación/ PA	Sumas de Riemann/ SR	Integral definida/ ID	Fórmulas básicas para el cálculo de áreas, entre otras/ FBCA
Transformación geométrica/ TG	13	20	19	0	0	0	0
Transformación analítica/ TA	0	0	0	0	0	0	0

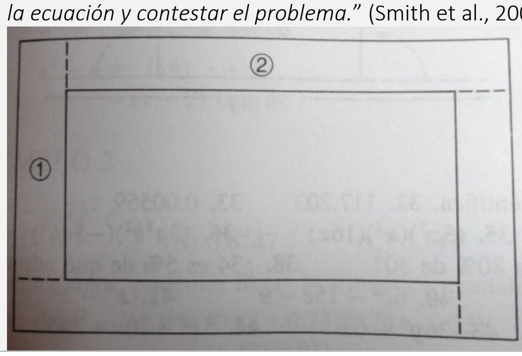
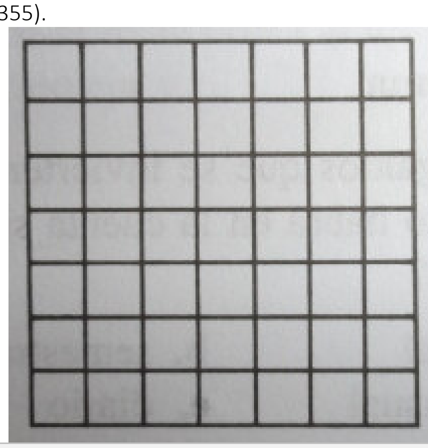
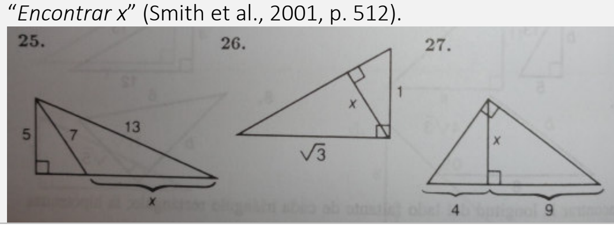
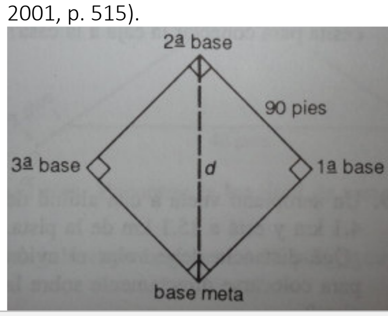
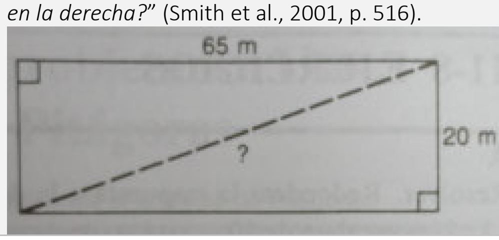


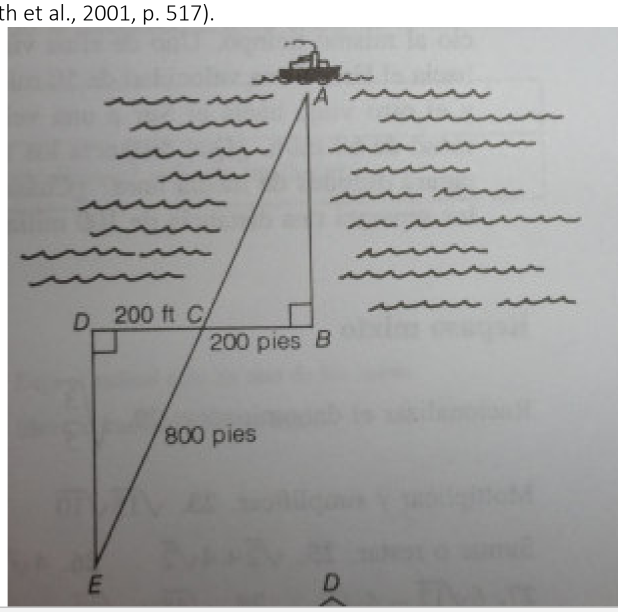
	Transformación geométrica/ TG	Transformación analítica/ TA
Transformación analítica/ TA	0	0
Transformación geométrica/ TG	36	0

Ficha de registro para EBM1

<table>
<tr><td colspan="7">Tabla: Evidencia de usos, contextos y procedimientos en que se presenta el área en relación con la conservación del área.</td></tr>
<tr><td>Libro de texto:</td><td colspan="6">EBM1</td></tr>
<tr><td>Categoría</td><td colspan="2">Evidencia</td><td>Usos</td><td>Contextos</td><td>Procedimientos</td><td>Tipo de transformación</td></tr>
<tr><td rowspan="5">Código o Códigos involucrados</td><td>1</td><td>“Escribir una fórmula para el área de la figura” (Smith et al., 2001, p.49)

</td><td>MED
CON</td><td>PC</td><td>TAP</td><td>TG</td></tr>
<tr><td>2</td><td>“Un tetrominó está formado por cuatro cuadrados congruentes que comparten lados. ¿Cuántos tetrominós diferentes hay? ¿Cuál tetrominó tiene el menor perímetro? Si los cuadrados de un tetrominó se sustituyen por cuatro triángulos equiláteros, tenemos un tetradiamante ¿Cuántos tetradiamantes diferentes hay?” (Smith et al., 2001, p.66)
</td><td>COM
CON
RR</td><td>PC</td><td>CD
I</td><td>TG</td></tr>
<tr><td>3</td><td>“La señora López está renovando los azulejos de su ducha. Los azulejos son cuadrados y todos son color canela, excepto 5 que son naranja. Le pidió al albañil que ordenara los naranja en un diseño decorativo en el que al menos uno de los lados de cada azulejo toque por completo uno de otro, y que los cinco sean adyacentes ¿Cuántos diseños diferentes puede mostrarle el albañil?” (Smith et al., 2001, p.174)</td><td>CON
RR</td><td>PC</td><td>CD
I</td><td>TG</td></tr>
<tr><td>4</td><td>“Cinco azulejos, cada uno de un pie cuadrado, se usaron para cubrir una mancha en el piso. Las piezas se deben colocar de tal manera que los lados de dos piezas se toquen por completo. Si el perímetro de la mancha era de 10 pies, ¿Cuáles eran sus posibles formas” (Smith et al., 2001, p.205)</td><td>MED
COM
CON
RR</td><td>PC</td><td>CD
I</td><td>TG</td></tr>
<tr><td>5</td><td>“Escribir un polinomio para cada modelo. Encontrar la suma de los dos polinomios” (Smith et al., 2001, p.243)

</td><td>MED
COM
CON
RR</td><td>PC</td><td>TAP</td><td>TG</td></tr>
</table>

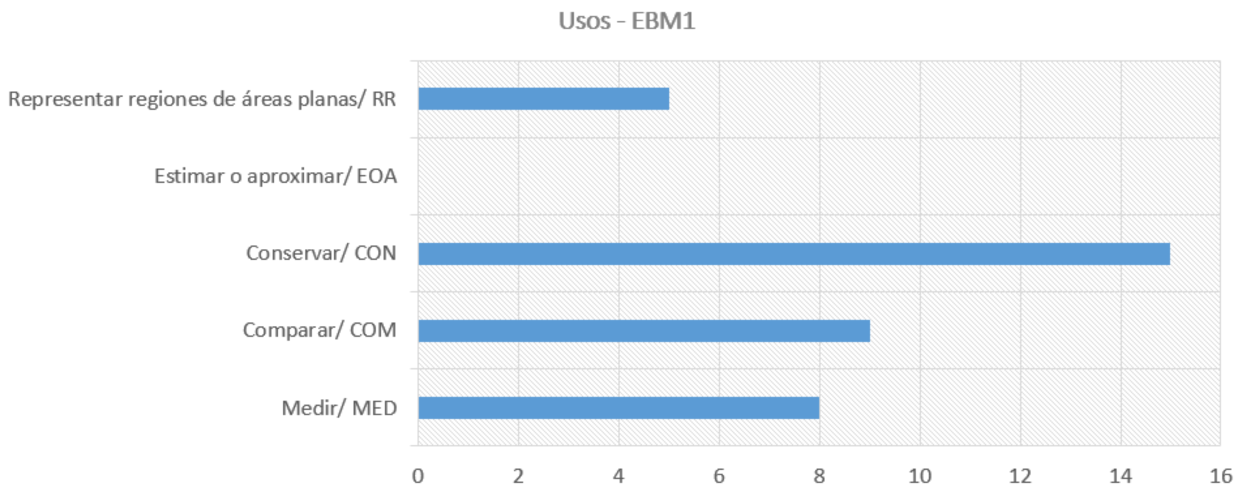
<table>
<tr><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td></td><td>6</td><td>“Expresar con un polinomio la suma de las áreas de los rectángulos. Encontrar la suma de las áreas cuando x=3. Encontrar la suma de las áreas cuando x=8” (Smith et al., 2001, p.244).

</td><td>MED
COM
CON</td><td>PC</td><td>TAP</td><td>TG</td></tr>
<tr><td></td><td>7</td><td>“Expresar como un polinomio la suma de las áreas de los círculos ($área = \pi r^2$). Encontrar la suma de las áreas cuando r=5. Encontrar la suma de las áreas cuando r=11.5.” (Smith et al., 2001, p.244).
</td><td>MED
COM
CON</td><td>PC</td><td>TAP</td><td>TG</td></tr>
<tr><td></td><td>8</td><td>“Encontrar el área de los cuatro rectángulos pequeños. ¿Cuál es la suma de las áreas? Encontrar el área del rectángulo sombreado y compara el resultado con la respuesta anterior” (Smith et al., 2001, p.257).
</td><td>MED
COM
CON</td><td>PC</td><td>TAP</td><td>TG</td></tr>
<tr><td></td><td>9</td><td>“Un camino de cemento, de anchura constante, se construye alrededor de una alberca rectangular de 20 x 40 pies. El área total de la alberca y el camino es de 1500 pies cuadrados. Encontrar la achura del camino. Sea w la anchura del camino. A) copiar y completar el siguiente diagrama de manera que muestre todos los datos dados y las dimensiones desconocidas. B) ¿Cuál es el área total del camino? C) Plantear una expresión para el área de la sección 1. D) Plantear una expresión para el área de la sección 2. E)</td><td>MED
COM
CON</td><td>PC</td><td>CD
TAP</td><td>TG</td></tr>
</table>

		Plantear una expresión que represente el área total del camino. F) Resolver la ecuación y contestar el problema.” (Smith et al., 2001, p. 305).  				
	10	“*¿Cuántos cuadrados diferentes hay en una cuadrícula de 7 por 7?*” (Smith et al., 2001, p.355). 	MED COM CON RR	PC	CD TAP	TG
	11	“*Encontrar x*” (Smith et al., 2001, p. 512).  	CON	PC	CD TAP	TG
	12	“*La distancia entre las bases de un diamante de béisbol de liga mayor es de 90 pies. Encontrar la distancia entre home y la segunda base*” (Smith et al., 2001, p. 515).  	CON	PC	CD TAP	TG
	13	“*¿Cuál es la longitud de la diagonal que atraviesa el jardín que se muestra en la derecha?*” (Smith et al., 2001, p. 516).  	CON	PC	CD	TG

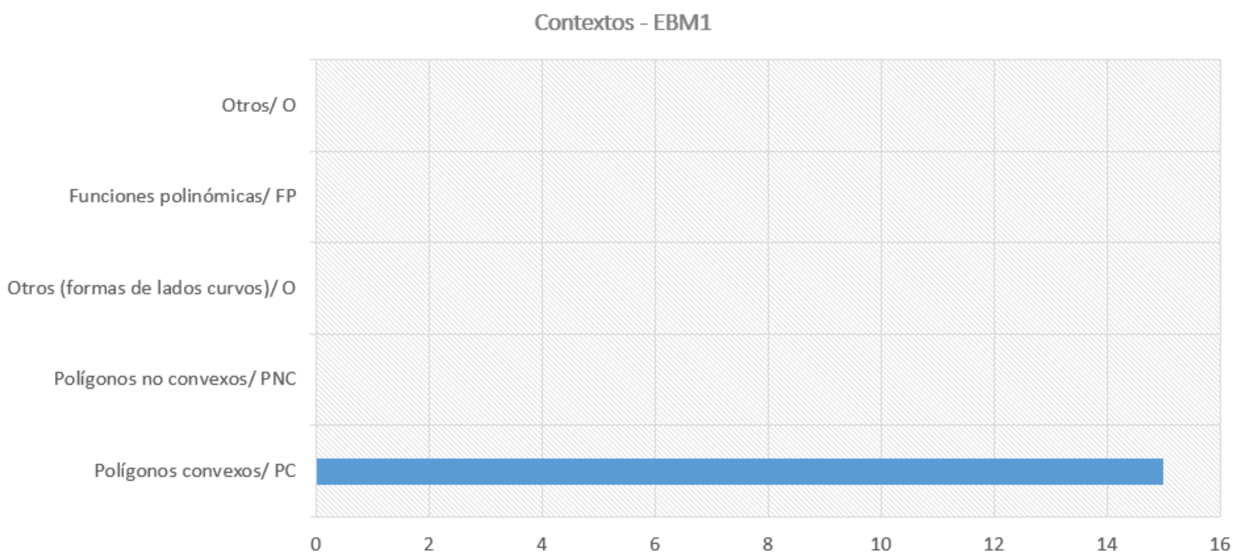
	14	"*¿A qué distancia está el barco? Utilizando la geometría, Neto encontró que el triángulo CDE es congruente (forma y tamaño iguales) al triángulo ABC*" (Smith et al., 2001, p. 517). 	COM CON	PC	TAP	TG
	15	"*La diagonal de un cuadrado mide* $8\sqrt{2}$ *pies. Encontrar la longitud de uno de los lados del cuadrado* (Smith et al., 2001, p. 517)."	CON	PC	TAP	TG

Usos, Contextos y Procedimientos en que se presenta la conservación del área en EBM1																			
	Usos					Contextos					Procedimientos							Transformación asociada	
Número de tarea	Medir/**M**	Comparar/**COM**	Conservar/**CON**	Estimar o aproximar/**EOA**	Representar regiones de áreas planas/**RR**	Polígonos convexos/**PC**	Polígonos no convexos/**PNC**	Otros (formas de lados curvos)/**O**	Funciones polinómicas/**FP**	Otros/**O**	Composición y descomposición/**CD**	Isometrías en el plano/**I**	Teoremas, axiomas, propiedades de las figuras / **TAP**	Procesos de aproximación/**PA**	Sumas de Riemann/**SR**	Integral definida/**ID**	Fórmulas básicas para el cálculo de áreas, entre otras/**FBCA**	Transformaciones geométricas/**TG**	Transformaciones analíticas/**TA**
1	01	0	01	0	0	01	0	0	0	0	0	0	01	0	0	0	0	01	0
2	0	01	01	0	01	01	0	0	0	0	01	01	0	0	0	0	0	01	0
3	0	0	01	0	01	01	0	0	0	0	01	01	0	0	0	0	0	01	0
4	01	01	01	0	01	01	0	0	0	0	0	0	01	0	0	0	0	01	0
5	01	01	01	0	01	01	0	0	0	0	0	0	01	0	0	0	0	01	0
6	01	01	01	0	0	01	0	0	0	0	0	0	01	0	0	0	0	01	0
7	01	01	01	0	0	01	0	0	0	0	0	0	01	0	0	0	0	01	0
8	01	01	01	0	0	01	0	0	0	0	0	0	01	0	0	0	0	01	0
9	01	01	01	0	0	01	0	0	0	0	01	0	01	0	0	0	0	01	0
10	01	01	01	0	01	01	0	0	0	0	01	0	01	0	0	0	0	01	0
11	0	0	01	0	0	01	0	0	0	0	01	0	01	0	0	0	0	01	0
12	0	0	01	0	0	01	0	0	0	0	01	0	01	0	0	0	0	01	0
13	0	0	01	0	0	01	0	0	0	0	01	0	0	0	0	0	0	01	0
14	0	01	01	0	0	01	0	0	0	0	0	0	01	0	0	0	0	01	0
15	0	0	01	0	0	01	0	0	0	0	0	0	01	0	0	0	0	01	0
16	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
17	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
18	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
19	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
20	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
21	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Totales/ TG	8	9	15	0	5	15	0	0	0	0	7	2	12	0	0	0	0	15	0
Totales/ TA	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
TOTAL	8	9	15	0	5	15	0	0	0	0	7	2	12	0	0	0	0	15	0

	Evidencia	Observación
1	*"Un alambre de 48 pies se corta en tres piezas. La segunda pieza tiene tres veces la longitud de la primera. La tercera pieza tiene cuatro veces la longitud de la segunda. ¿Cuánto mide cada pieza?"* (Smith et al., 2001, p. 171).	Conservación de distancia
2		

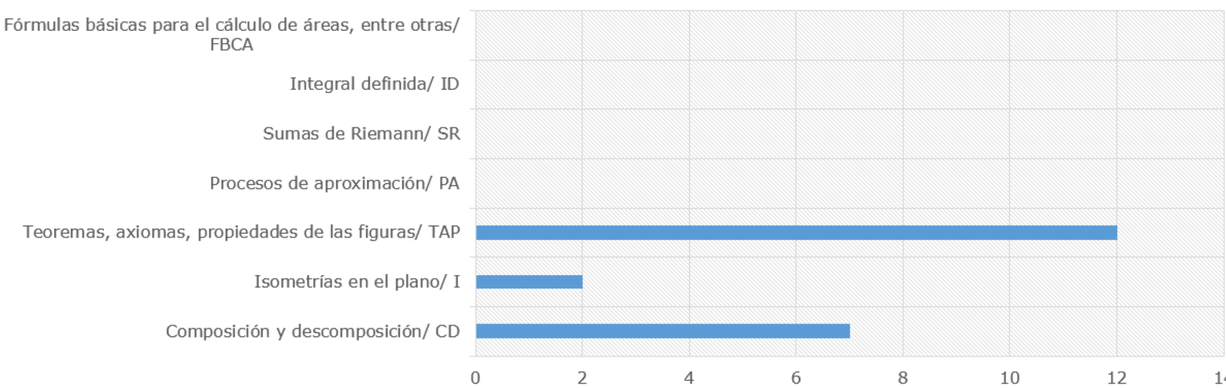


	Medir/ MED	Comparar/ COM	Conservar/ CON	Estimar o aproximar/ EOA	Representar regiones de áreas planas/ RR
Transformación geométrica/ TG	8	9	15	0	5
Transformación analítica/ TA	0	0	0	0	0



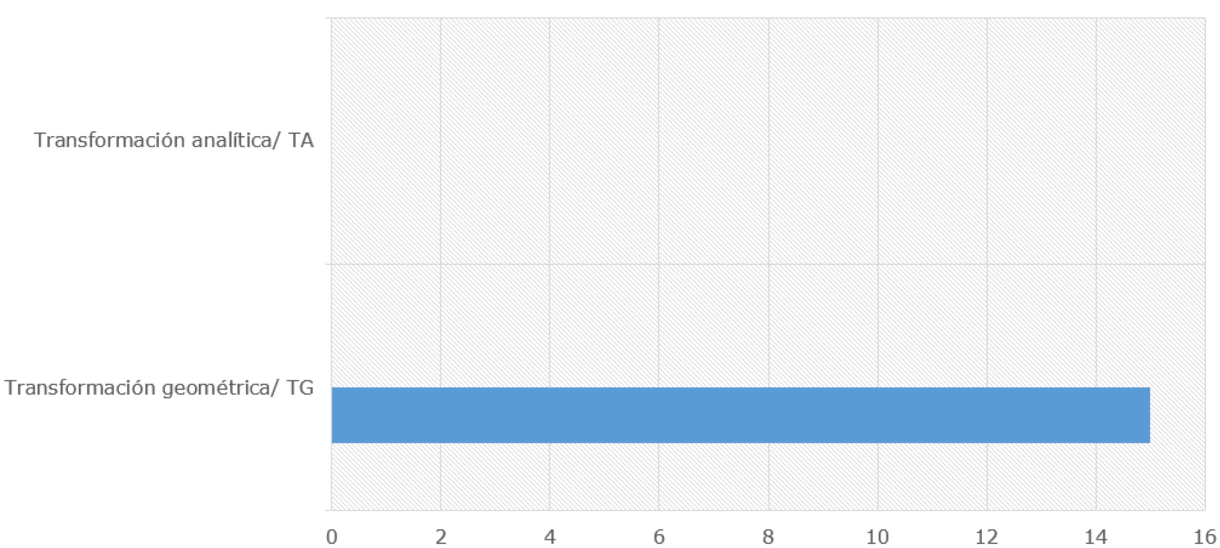
	Polígonos convexos/ PC	Polígonos no convexos/ PNC	Otros (formas de lados curvos)/ O	Funciones polinómicas/ FP	Otros/ O
Transformación geométrica/ TG	15	0	0	0	0
Transformación analítica/ TA	0	0	0	0	0

Procedimientos - EBM1



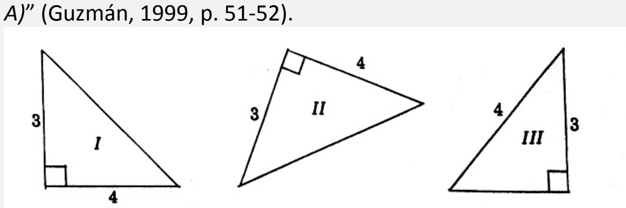
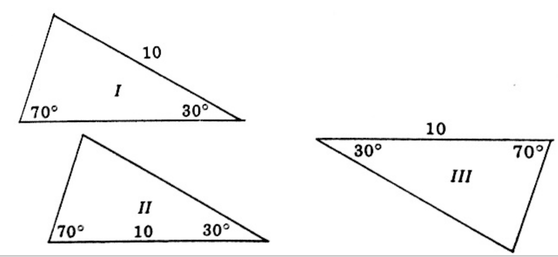
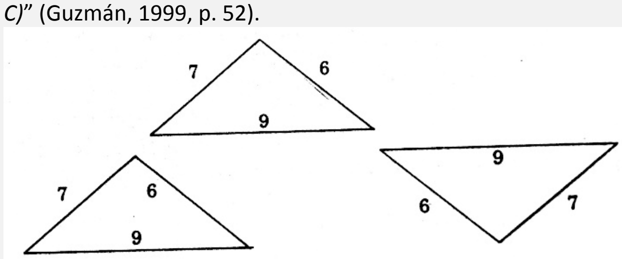
	Composición y descomposición/ CD	Isometrías en el plano/ I	Teoremas, axiomas, propiedades de las figuras/ TAP	Procesos de aproximación/ PA	Sumas de Riemann/ SR	Integral definida/ ID	Fórmulas básicas para el cálculo de áreas, entre otras/ FBCA
Transformación geométrica/ TG	7	2	12	0	0	0	0
Transformación analítica/ TA	0	0	0	0	0	0	0

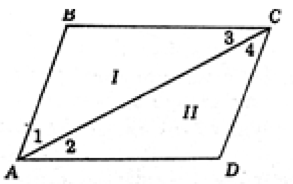
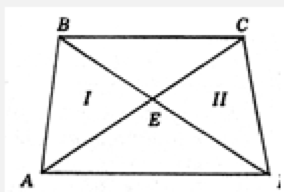
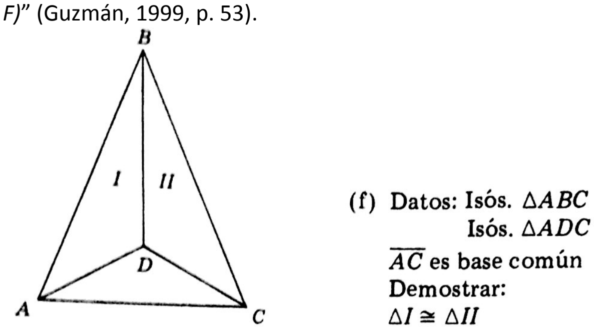
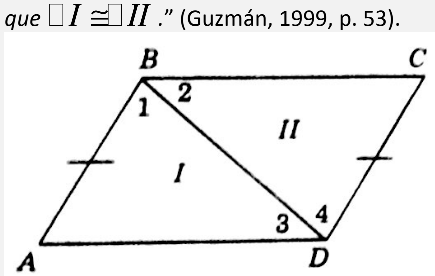
Transformaciones asociadas - EBM1

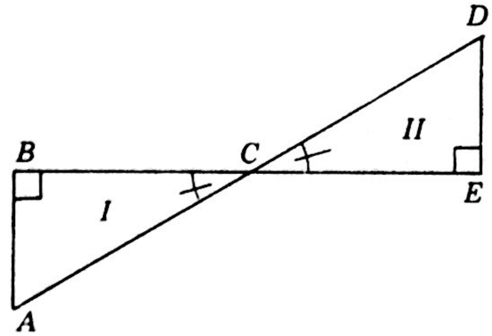
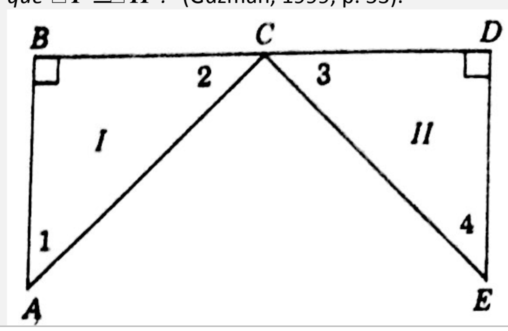
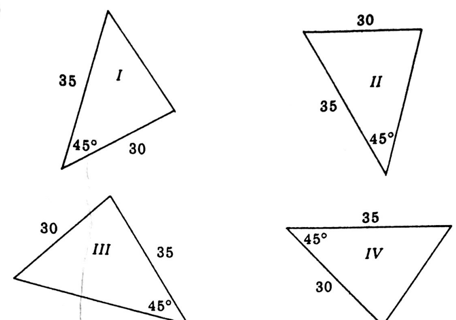
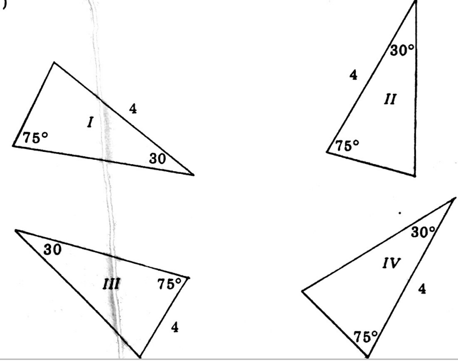


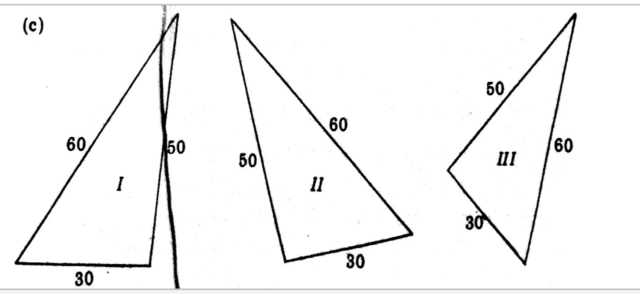
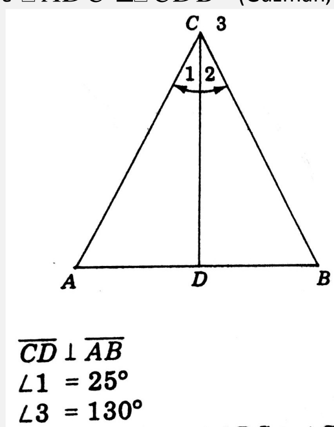
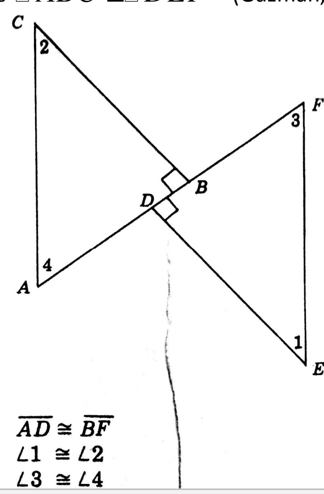
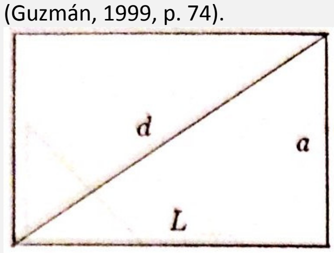
	Transformación geométrica/ TG	Transformación analítica/ TA
Transformación analítica/ TA	0	0
Transformación geométrica/ TG	15	0

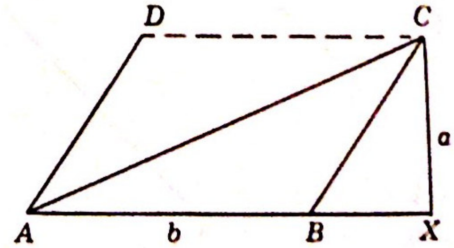
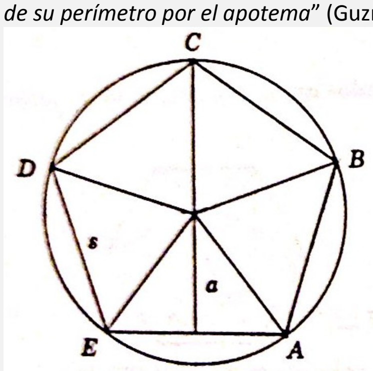
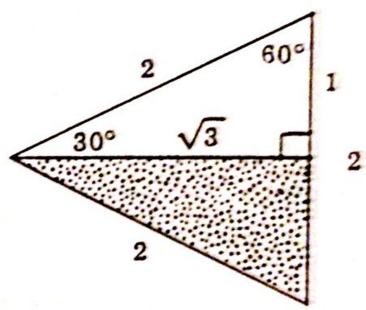
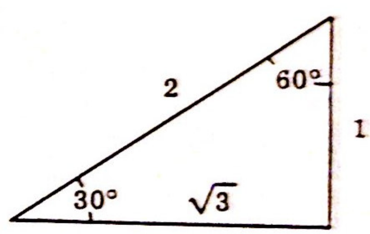
Ficha de registro para EBM2

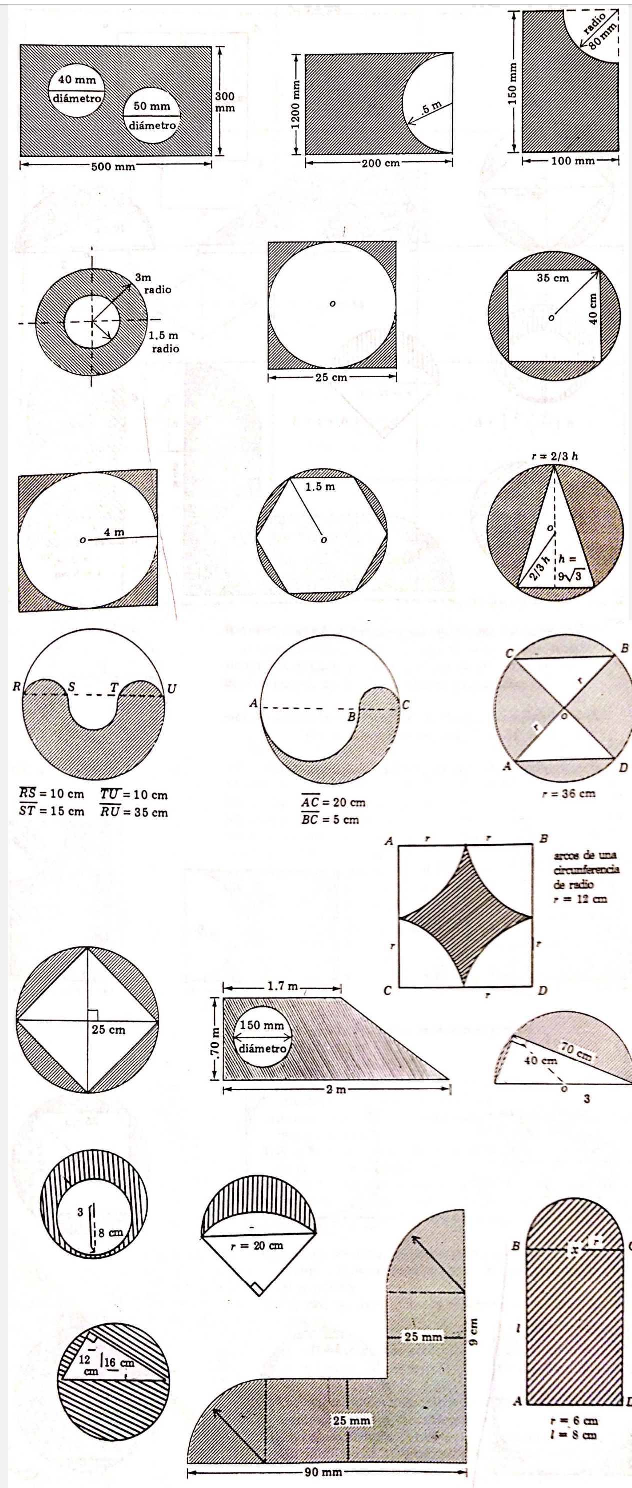
<table>
<tr><td colspan="7">Tabla: Evidencia de usos, contextos y procedimientos en que se presenta el área en relación con la conservación del área.</td></tr>
<tr><td>Libro de texto:</td><td colspan="6">EBDM2</td></tr>
<tr><td>Categoría</td><td colspan="2">Evidencia</td><td>Usos</td><td>Contextos</td><td>Procedimientos</td><td>Tipo de transformación</td></tr>
<tr><td rowspan="4">Código o Códigos involucrados</td><td>1</td><td>“Determinar la congruencia de triángulos usando los tres postulados correspondientes enunciados. Entre los siguientes triángulos, escoger los que sean congruentes y señalar el respectivo criterio de congruencia.
A)” (Guzmán, 1999, p. 51-52).

</td><td>CON
COM</td><td>PC</td><td>TAP
I</td><td>TG</td></tr>
<tr><td>2</td><td>“Determinar la congruencia de triángulos usando los tres postulados correspondientes enunciados. Entre los siguientes triángulos, escoger los que sean congruentes y señalar el respectivo criterio de congruencia.
B)” (Guzmán, 1999, p.52).

</td><td>COM
CON</td><td>PC</td><td>TAP
I</td><td>TG</td></tr>
<tr><td>3</td><td>“Determinar la congruencia de triángulos usando los tres postulados correspondientes enunciados. Entre los siguientes triángulos, escoger los que sean congruentes y señalar el respectivo criterio de congruencia.
C)” (Guzmán, 1999, p. 52).

</td><td>COM
CON</td><td>PC</td><td>TAP
I</td><td>TG</td></tr>
<tr><td>4</td><td>“Determinar la congruencia de triángulos usando los tres postulados correspondientes enunciados. Entre los siguientes triángulos, escoger los que sean congruentes y señalar el respectivo criterio de congruencia.
C)</td><td>COM
CON</td><td>PC</td><td>TAP
I</td><td>TG</td></tr>
</table>

		$\angle 1 \cong \angle 4$ *Datos:* $\angle 2 \cong \angle 3$ ” (Guzmán, 1999, p. 52). $Demostrar: \square I \cong \square II$  				
	5	*“Determinar la congruencia de triángulos usando los tres postulados correspondientes enunciados. Entre los siguientes triángulos, escoger los que sean congruentes y señalar el respectivo criterio de congruencia.* *C)* $\overline{BE} \cong \overline{EC}$ *Datos:* $\overline{AE} \cong \overline{ED}$ ” (Guzmán, 1999, p. 52). $Demostrar: \square I \cong \square II$  	COM CON	PC	TAP I	TG
	6	*“Determinar la congruencia de triángulos usando los tres postulados correspondientes enunciados. Entre los siguientes triángulos, escoger los que sean congruentes y señalar el respectivo criterio de congruencia.* *F)*” (Guzmán, 1999, p. 53).  	COM CON	PC	TAP I	TG
	7	*“En cada uno de los casos siguientes se pide señalar qué otros elementos, además de los marcados, se necesitan para poder aplicar los casos de congruencia de triángulos, para demostrar que* $\square I \cong \square II$.” (Guzmán, 1999, p. 53).  	COM CON	PC	TAP I	TG

	8	*"En cada uno de los casos siguientes se pide señalar qué otros elementos, además de los marcados, se necesitan para poder aplicar los casos de congruencia de triángulos, para demostrar que* $\triangle I \cong \triangle II$ *.*" (Guzmán, 1999, p. 53). 	COM CON	PC	TAP I	TG
	9	*"En cada uno de los casos siguientes se pide señalar qué otros elementos, además de los marcados, se necesitan para poder aplicar los casos de congruencia de triángulos, para demostrar que* $\triangle I \cong \triangle II$ *.*" (Guzmán, 1999, p. 53). 	COM CON	PC	TAP I	TG
	10	"*En los casos siguientes decir cuáles son los triángulos congruentes y establecer el criterio de congruencia respectivo (fig. a, b y c)*" (Guzmán, 1999, p. 55). (a)  (b) 	COM CON	PC	TAP I	TG

<table>
<tr><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td></td><td>11</td><td>“Demostrar que $\triangle ADC \cong \triangle CDB$ ” (Guzmán, 1999, p. 56).
</td><td>COM
CON</td><td>PC</td><td>TAP
I</td><td>TG</td></tr>
<tr><td></td><td>12</td><td>“Demostrar que $\triangle ABC \cong \triangle DEF$ ” (Guzmán, 1999, p. 56).
</td><td>COM
CON</td><td>PC</td><td>TAP
I</td><td>TG</td></tr>
<tr><td></td><td>13</td><td>“La diagonal de un terreno rectangular tiene 5m más que el lado y 10m más que el ancho. ¿Cuál es el área del terreno (sabiendo que el área de un rectángulo es igual a largo por ancho)?” (Guzmán, 1999, p. 74).
</td><td>COM
CON</td><td>PC</td><td>TAP</td><td>TG</td></tr>
<tr><td></td><td>14</td><td>“El área de un triángulo rectángulo es igual a la mitad del producto de la base por la altura” (Guzmán, 1999, p. 75).</td><td>COM
CON</td><td>PC</td><td>CD
TAP</td><td>TG</td></tr>
</table>

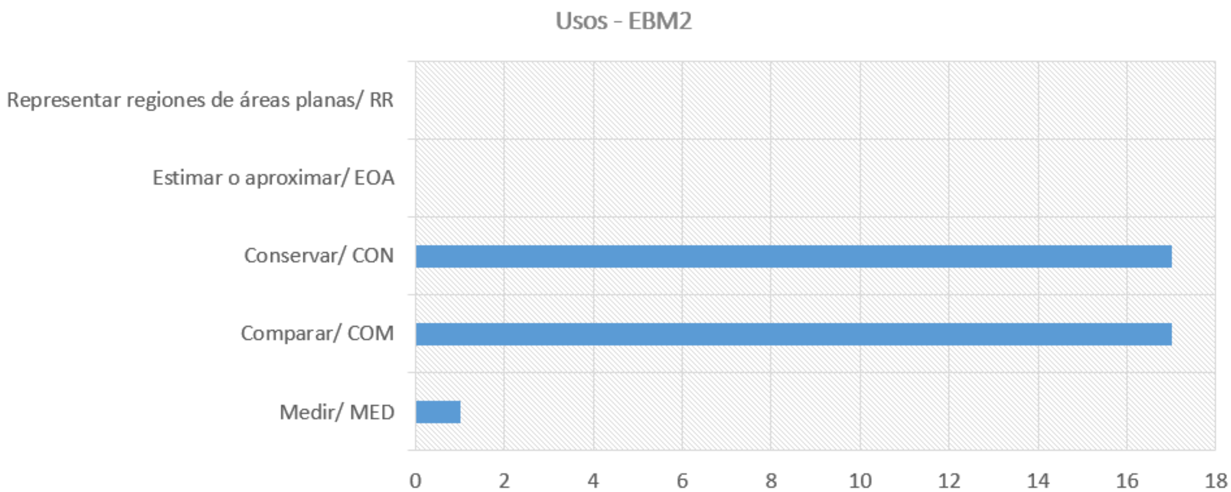
						
	15	"*El área de un polígono regular es igual a la mitad del producto de su perímetro por el apotema*" (Guzmán, 1999, p. 82). 	COM CON	PC	CD TAP	TG
	16	"*Si trazamos un triángulo equilátero como en la figura 8.1 y damos a cada lado el valor de 2, como cada ángulo de este triángulo mide 60°, un ángulo agudo sacándole la altura será de 30°, la mitad del lado será 1, y por el teorema de Pitágoras le calculamos dicha altura que será* $\sqrt{3}$ *tendremos así el triángulo rectángulo de la figura 8-2 donde con los valores que se observan podemos dar las funciones de 30° y 60°.*" (Guzmán, 1999, p. 113).  **FIG. 8-1**  **FIG. 8-2**	COM CON	PC	CD TAP	TG
	17	"*En las figuras siguientes calcular las áreas sombreadas*" (Guzmán, 1999, p. 97-98).	MED COM CON	PC PNC O	TAP	TG



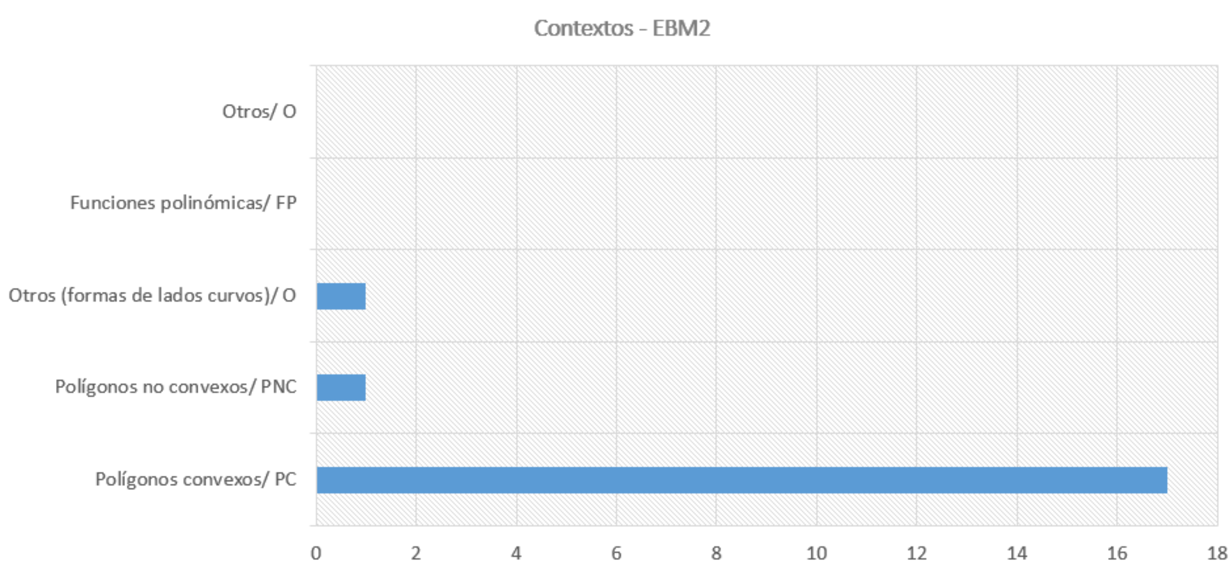
40 mm
diámetro
50 mm
diámetro
300 mm
500 mm
1200 mm
5 m
200 cm
radio
80 mm
150 mm
100 mm
3m
radio
1.5 m
radio
o
25 cm
35 cm
40 cm
4 m
1.5 m
r = 2/3 h
2/3 h
h =
9√3
R
S
T
U
$\overline{RS}$ = 10 cm
$\overline{TU}$ = 10 cm
$\overline{ST}$ = 15 cm
$\overline{RU}$ = 35 cm
A
B
C
$\overline{AC}$ = 20 cm
$\overline{BC}$ = 5 cm
D
r = 36 cm
arcos de una
circunferencia
de radio
r = 12 cm
r
25 cm
1.7 m
150 mm
diámetro
.70 m
2 m
70 cm
40 cm
3
8 cm
r = 20 cm
12
cm
16 cm
25 mm
9 cm
90 mm
l
r = 6 cm
l = 8 cm

Usos, Contextos y Procedimientos en que se presenta la conservación del área en EBM1

	Usos					Contextos					Procedimientos							Transformación asociada	
Número de tarea	Medir/**M**	Comparar/**COM**	Conservar/**CON**	Estimar o aproximar/**EOA**	Representar regiones de áreas planas/**RR**	Polígonos convexos/**PC**	Polígonos no convexos/**PNC**	Otros (formas de lados curvos)/**O**	Funciones polinómicas/**FP**	Otros/**O**	Composición y descomposición/**CD**	Isometrías en el plano/**I**	Teoremas, axiomas, propiedades de las figuras / **TAP**	Procesos de aproximación/**PA**	Sumas de Riemann/**SR**	Integral definida/**ID**	Fórmulas básicas para el cálculo de áreas, entre otras/**FBCA**	Transformaciones geométricas/**TG**	Transformaciones analíticas/**TA**
1	0	01	01	0	0	01	0	0	0	0	0	01	01	0	0	0	0	01	0
2	0	01	01	0	0	01	0	0	0	0	0	01	01	0	0	0	0	01	0
3	0	01	01	0	0	01	0	0	0	0	0	01	01	0	0	0	0	01	0
4	0	01	01	0	0	01	0	0	0	0	0	01	01	0	0	0	0	01	0
5	0	01	01	0	0	01	0	0	0	0	0	01	01	0	0	0	0	01	0
6	0	01	01	0	0	01	0	0	0	0	0	01	01	0	0	0	0	01	0
7	0	01	01	0	0	01	0	0	0	0	0	01	01	0	0	0	0	01	0
8	0	01	01	0	0	01	0	0	0	0	0	01	01	0	0	0	0	01	0
9	0	01	01	0	0	01	0	0	0	0	0	01	01	0	0	0	0	01	0
10	0	01	01	0	0	01	0	0	0	0	0	01	01	0	0	0	0	01	0
11	0	01	01	0	0	01	0	0	0	0	0	01	01	0	0	0	0	01	0
12	0	01	01	0	0	01	0	0	0	0	0	01	01	0	0	0	0	01	0
13	0	01	01	0	0	01	0	0	0	0	0	0	01	0	0	0	0	01	0
14	0	01	01	0	0	01	0	0	0	0	01	0	01	0	0	0	0	01	0
15	0	01	01	0	0	01	0	0	0	0	01	0	01	0	0	0	0	01	0
16	0	01	01	0	0	01	0	0	0	0	01	0	01	0	0	0	0	01	0
17	01	01	01	0	0	01	01	01	0	0	0	0	01	0	0	0	0	01	0
18	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
19	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
20	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
21	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Totales/ TG	1	17	17	0	0	17	1	1	0	0	3	12	17	0	0	0	0	17	0
Totales/ TA	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
TOTAL	1	17	17	0	0	17	1	1	0	0	3	12	17	0	0	0	0	17	0

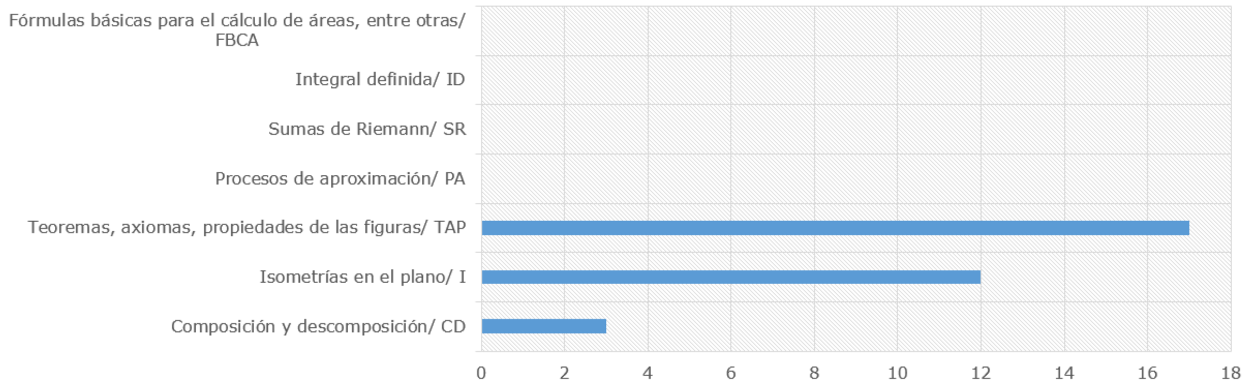


	Medir/ MED	Comparar/ COM	Conservar/ CON	Estimar o aproximar/ EOA	Representar regiones de áreas planas/ RR
Transformación geométrica/ TG	1	17	17	0	0
Transformación analítica/ TA	0	0	0	0	0



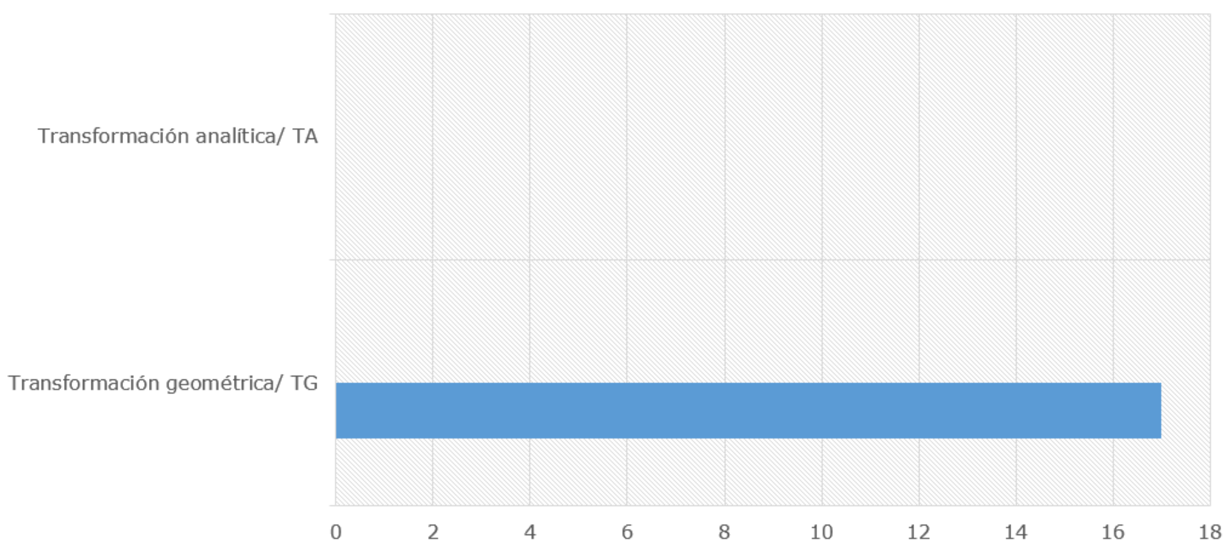
	Polígonos convexos/ PC	Polígonos no convexos/ PNC	Otros (formas de lados curvos)/ O	Funciones polinómicas/ FP	Otros/ O
Transformación geométrica/ TG	17	1	1	0	0
Transformación analítica/ TA	0	0	0	0	0

Procedimientos - EBM2



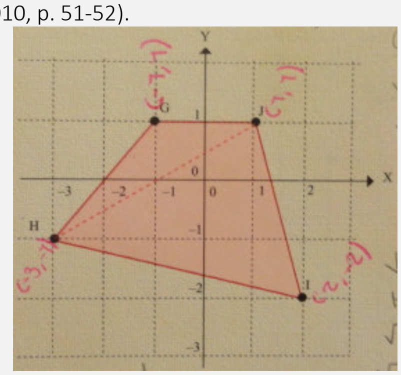
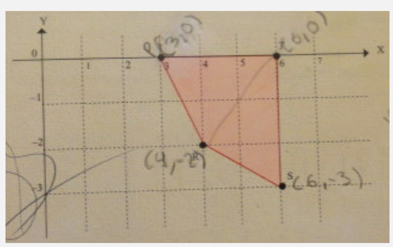
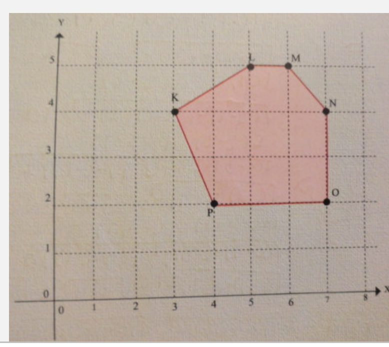
	Composición y descomposición/ CD	Isometrías en el plano/ I	Teoremas, axiomas, propiedades de las figuras/ TAP	Procesos de aproximación/ PA	Sumas de Riemann/ SR	Integral definida/ ID	Fórmulas básicas para el cálculo de áreas, entre otras/ FBCA
Transformación geométrica/ TG	3	12	17	0	0	0	0
Transformación analítica/ TA	0	0	0	0	0	0	0

Transformaciones asociadas - EBM2

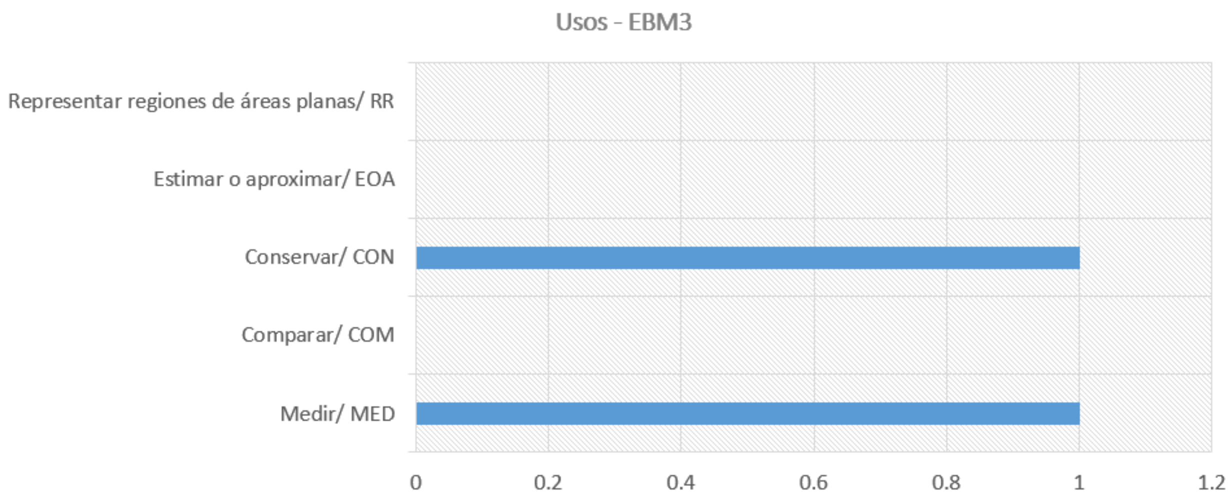


	Transformación geométrica/ TG	Transformación analítica/ TA
Transformación analítica/ TA	0	0
Transformación geométrica/ TG	17	0

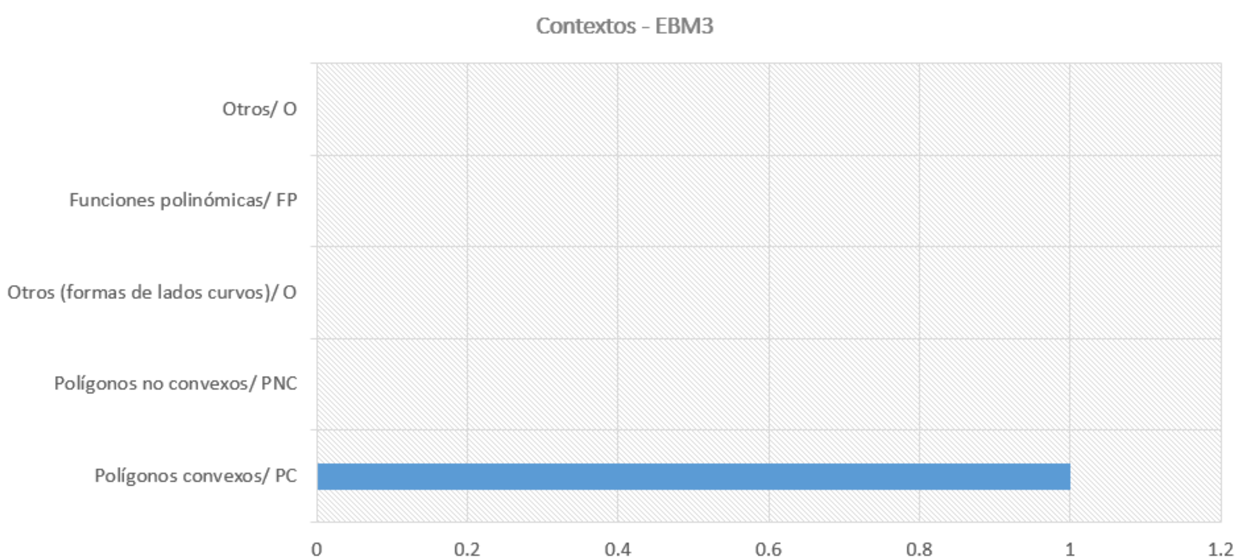
Ficha de registro para EBM3

Tabla: Evidencia de usos, contextos y procedimientos en que se presenta el área en relación con la conservación del área.						
Libro de texto:	EBM3					
Categoría	Evidencia		Usos	Contextos	Procedimientos	Tipo de transformación
Código o Códigos involucrados	1	*"Determina el perímetro y el área de cada uno de los siguientes polígonos; para el cálculo del área de polígonos de más de tres lados puedes triangular, como se muestra en el ejercicio 19, y proceder para cada triángulo de la misma forma que en este caso"* (Salazar, 2010, p. 51-52).    	MED CON	PC	CD TAP	TG

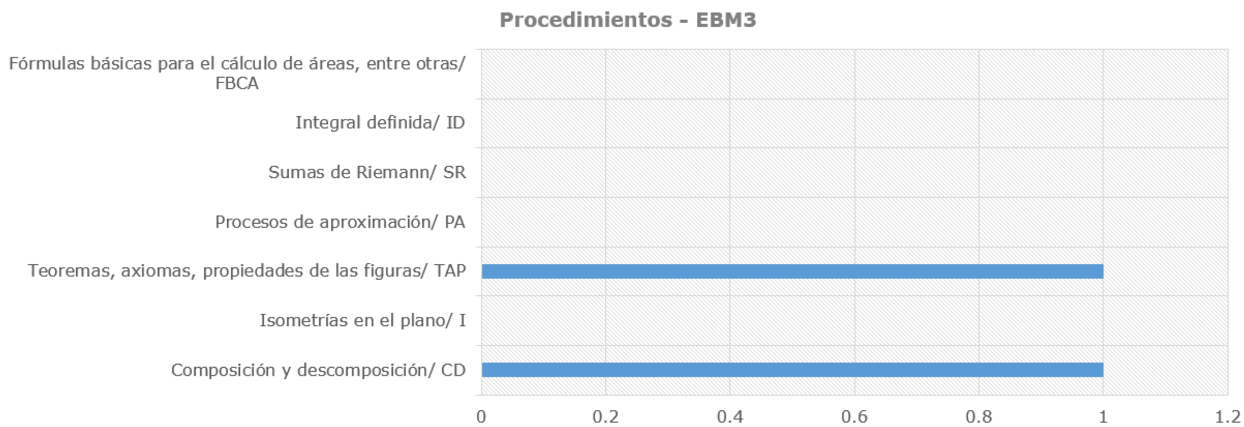
Usos, Contextos y Procedimientos en que se presenta la conservación del área en EBM3																			
	Usos					Contextos					Procedimientos							Transformación asociada	
Número de tarea	Medir/**M**	Comparar/**COM**	Conservar/**CON**	Estimar o aproximar/**EOA**	Representar regiones de áreas planas/**RR**	Polígonos convexos/**PC**	Polígonos no convexos/**PNC**	Otros (formas de lados curvos)/**O**	Funciones polinómicas/**FP**	Otros/**O**	Composición y descomposición/**CD**	Isometrías en el plano/**I**	Teoremas, axiomas, propiedades de las figuras / **TAP**	Procesos de aproximación/**PA**	Sumas de Riemann/**SR**	Integral definida/**ID**	Fórmulas básicas para el cálculo de áreas, entre otras/**FBCA**	Transformaciones geométricas/**TG**	Transformaciones analíticas/**TA**
1	01	0	01	0	0	01	0	0	0	0	01	0	01	0	0	0	0	01	0
2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Totales/ TG	1	0	1	0	0	1	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	1	0
Totales/ TA	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
TOTAL	1	0	1	0	0	1	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	1	0



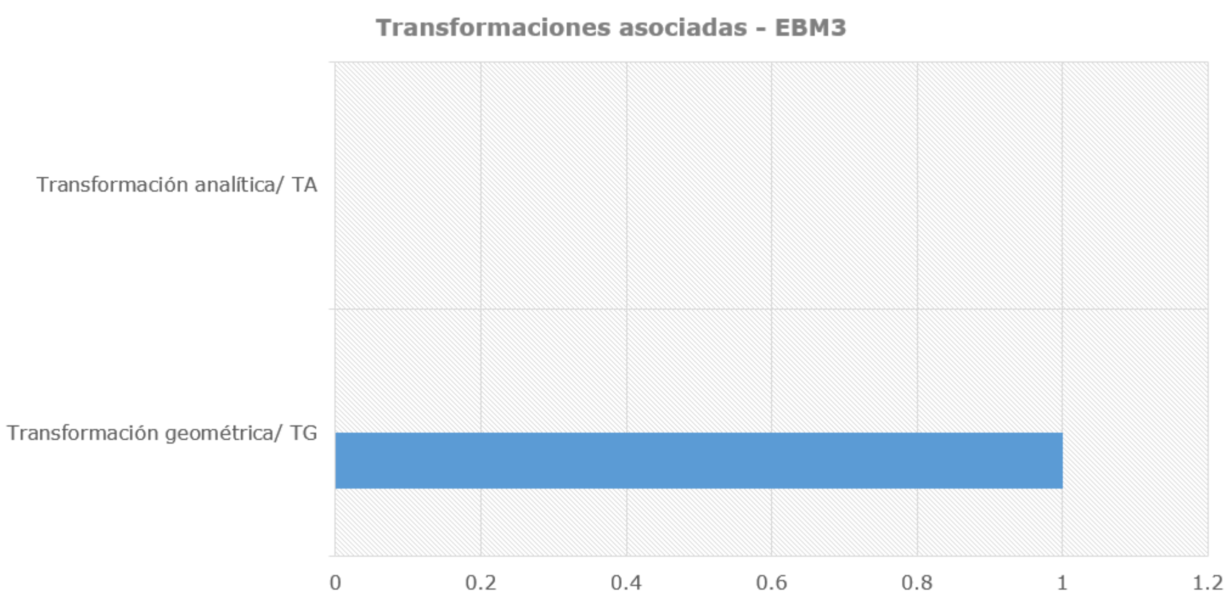
	Medir/ MED	Comparar/ COM	Conservar/ CON	Estimar o aproximar/ EOA	Representar regiones de áreas planas/ RR
Transformación geométrica/ TG	1	0	1	0	0
Transformación analítica/ TA	0	0	0	0	0



	Polígonos convexos/ PC	Polígonos no convexos/ PNC	Otros (formas de lados curvos)/ O	Funciones polinómicas/ FP	Otros/ O
Transformación geométrica/ TG	1	0	0	0	0
Transformación analítica/ TA	0	0	0	0	0



	Composición y descomposición/ CD	Isometrías en el plano/ I	Teoremas, axiomas, propiedades de las figuras/ TAP	Procesos de aproximación/ PA	Sumas de Riemann/ SR	Integral definida/ ID	Fórmulas básicas para el cálculo de áreas, entre otras/ FBCA
Transformación geométrica/ TG	1	0	1	0	0	0	0
Transformación analítica/ TA	0	0	0	0	0	0	0

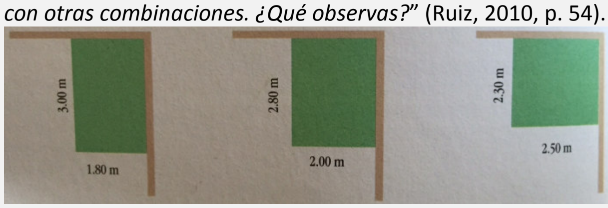


	Transformación geométrica/ TG	Transformación analítica/ TA
Transformación analítica/ TA	0	0
Transformación geométrica/ TG	1	0

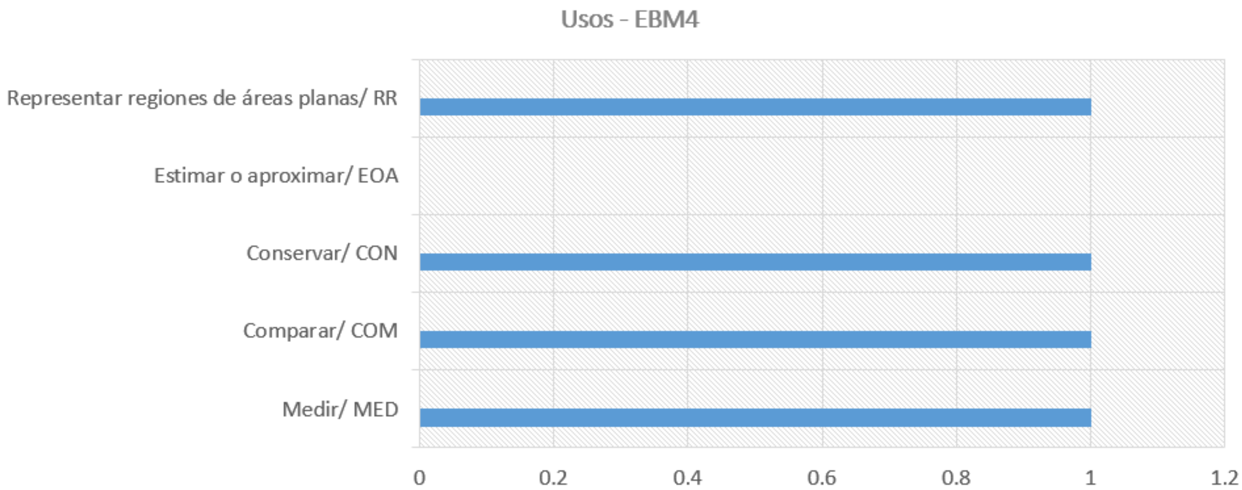
Ficha de registro para EBM4

Tabla: Evidencia de usos, contextos y procedimientos en que se presenta el área en relación con la conservación del área.

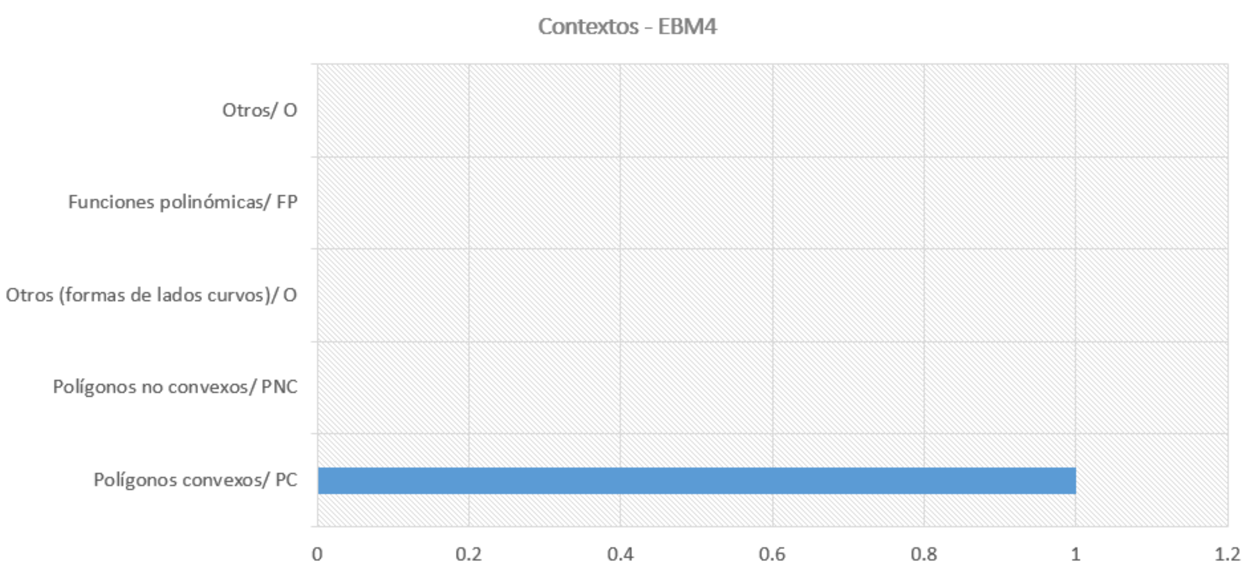
Libro de texto: EBM4

Categoría		Evidencia	Usos	Contextos	Procedimientos	Tipo de transformación
Código o Códigos involucrados	1	“*Quieres construir una perrera con la mayor área posible para tu mascota. Para ello cortarás una hoja de madera de 4.8m de largo en dos partes y las usarás como cubiertas verticales con la equina del patio para aprovechar ambos muros de la barda. ¿Cuál es el mayor largo y ancho que puedes dar a la perrera con ese diseño? 1. Los diagramas siguientes muestran algunas dimensiones posibles para la perrera. Agrega otras tres combinaciones. 2. Calcula el área del espacio para la perrera, con las dimensiones anteriores. Compáralas. ¿Se obtiene el mismo resultado? Prueba con otras combinaciones. ¿Qué observas?*” (Ruiz, 2010, p. 54). 	MED COM CON RR	PC	I TAP	TG
	2					
	3					
	4					

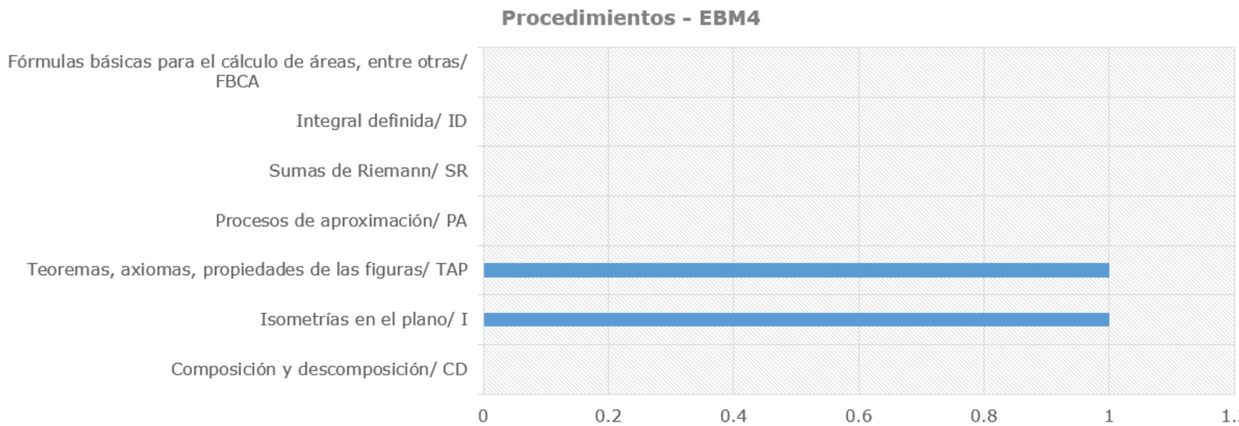
Usos, Contextos y Procedimientos en que se presenta la conservación del área en EBM4																			
	Usos					Contextos					Procedimientos							Transformación asociada	
Número de tarea	Medir/**M**	Comparar/**COM**	Conservar/**CON**	Estimar o aproximar/**EOA**	Representar regiones de áreas planas/**RR**	Polígonos convexos/**PC**	Polígonos no convexos/**PNC**	Otros (formas de lados curvos)/**O**	Funciones polinómicas/**FP**	Otros/**O**	Composición y descomposición/**CD**	Isometrías en el plano/**I**	Teoremas, axiomas, propiedades de las figuras / **TAP**	Procesos de aproximación/**PA**	Sumas de Riemann/**SR**	Integral definida/**ID**	Fórmulas básicas para el cálculo de áreas, entre otras/**FBCA**	Transformaciones geométricas/**TG**	Transformaciones analíticas/**TA**
1	01	01	01	0	01	01	0	0	0	0	0	01	01	0	0	0	0	01	0
2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Totales/ TG	01	01	01	0	01	01	0	0	0	0	0	01	01	0	0	0	0	01	0
Totales/ TA	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
TOTAL	01	01	01	0	01	01	0	0	0	0	0	01	01	0	0	0	0	01	0



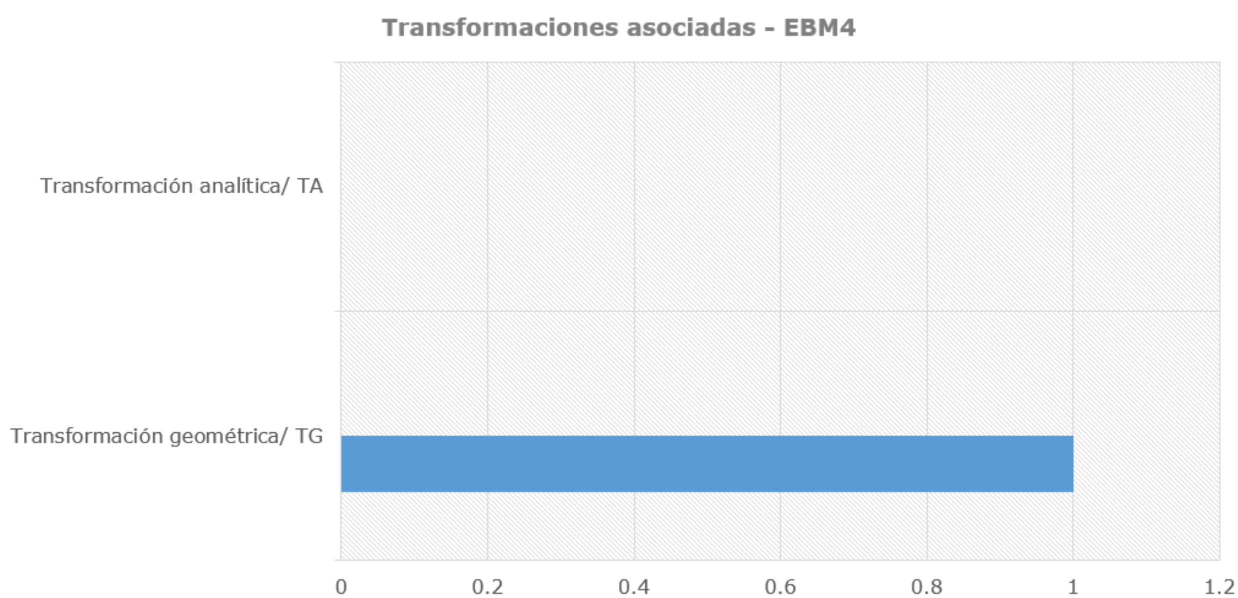
	Medir/ MED	Comparar/ COM	Conservar/ CON	Estimar o aproximar/ EOA	Representar regiones de áreas planas/ RR
Transformación analítica/ TA	0	0	0	0	0
Transformación geométrica/ TG	1	1	1	0	1



	Polígonos convexos/ PC	Polígonos no convexos/ PNC	Otros (formas de lados curvos)/ O	Funciones polinómicas/ FP	Otros/ O
Transformación geométrica/ TG	1	0	0	0	0
Transformación analítica/ TA	0	0	0	0	0



	Composición y descomposición/ CD	Isometrías en el plano/ I	Teoremas, axiomas, propiedades de las figuras/ TAP	Procesos de aproximación/ PA	Sumas de Riemann/ SR	Integral definida/ ID	Fórmulas básicas para el cálculo de áreas, entre otras/ FBCA
Transformación geométrica/ TG	0	1	1	0	0	0	0
Transformación analítica/ TA	0	0	0	0	0	0	0

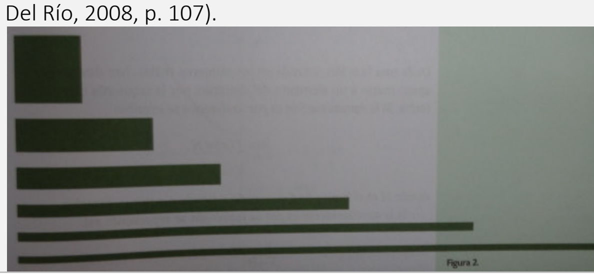


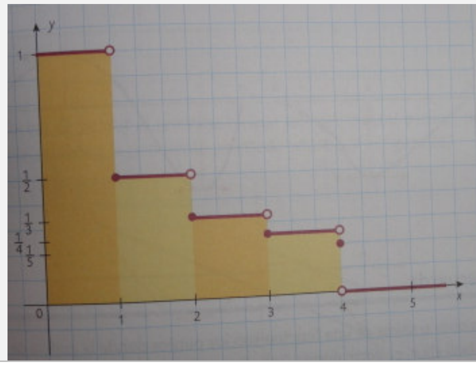
	Transformación geométrica/ TG	Transformación analítica/ TA
Transformación analítica/ TA	0	0
Transformación geométrica/ TG	1	0

Ficha de registro para EBM5-6

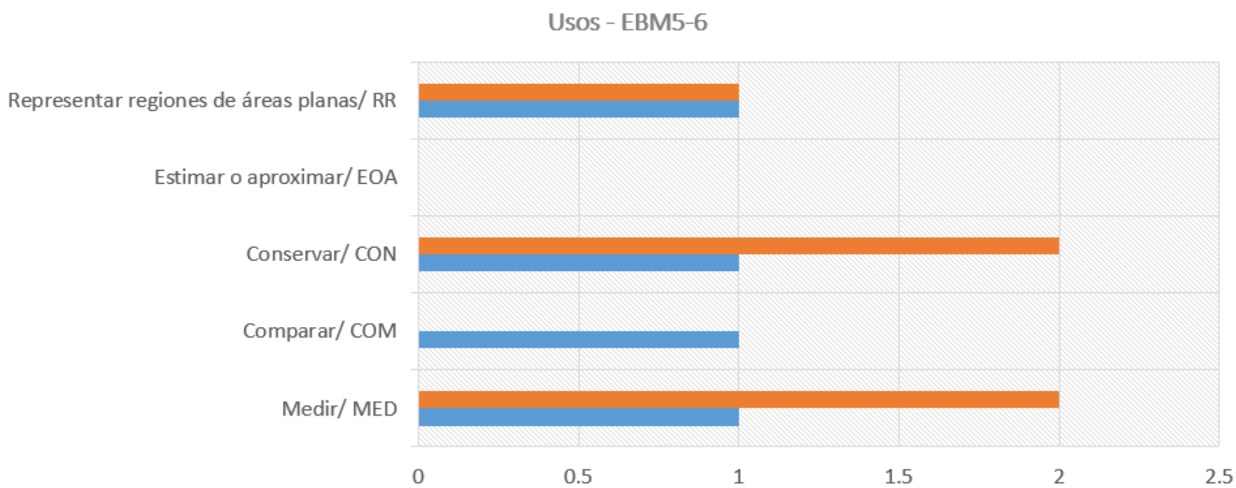
Tabla: Evidencia de usos, contextos y procedimientos en que se presenta el área en relación con la conservación del área.

Libro de texto: EBM5-6

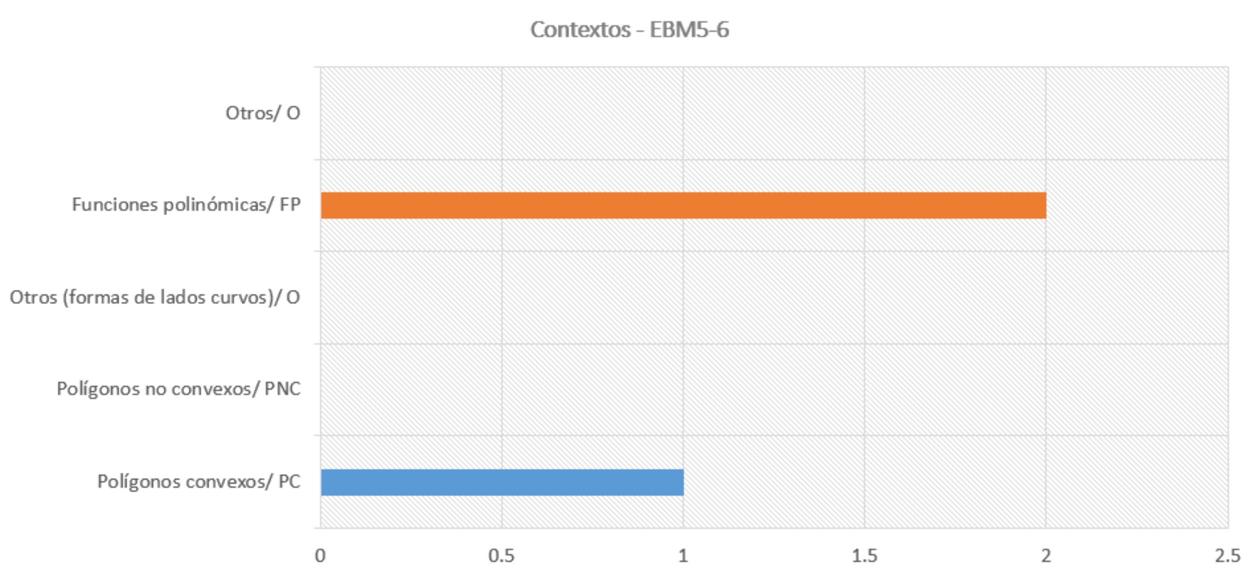
Categoría		Evidencia	Usos	Contextos	Procedimientos	Tipo de transformación
Código o Códigos involucrados	1	*"Si se continúa la tendencia de alargar la base y acortar la altura como en las imágenes de la figura, ¿A dónde crees que se llegue? Observa que el área de los rectángulos es siempre igual a 1; sin embargo, si continuamos el proceso hasta el límite, a la postre obtenemos una línea, la cual, por definición, no tiene área"* (Mora y Del Río, 2008, p. 107). 	MED COM CON RR	PC	CD TAP	TG
	2	*"Obtén la función de arriba a partir de su gráfica; aplica el procedimiento y calcula su área bajo la curva"* (Mora y Del Río, 2008, p. 225). 	MED CON	FP	ID FBCA	TA
	3	*"Considera la función siguiente, cuya gráfica aparece en la figura 18:* $f(x)=\begin{cases}\dfrac{1}{[x]+1} & 0\le x\le 4\\ 0 & x>4\end{cases}$ *. Con las propiedades de la integral estudiadas en este apartado define una aproximación de su integral en el intervalo* $[0,5]$ *. (Recuerda: la función* $f(x)=[x]$	MED CON RR	FP	ID FBCA	TA

		representa la parte entera de x, es decir si $x=\frac{1}{3}$*, entonces* $f(x)=0$ *.)*” (Mora y Del Río, 2008, p. 247). 				
	4					
	5					

Usos, Contextos y Procedimientos en que se presenta la conservación del área en EBM5-6																			
	Usos					Contextos					Procedimientos							Transformación asociada	
Número de tarea	Medir/**M**	Comparar/**COM**	Conservar/**CON**	Estimar o aproximar/**EOA**	Representar regiones de áreas planas/**RR**	Polígonos convexos/**PC**	Polígonos no convexos/**PNC**	Otros (formas de lados curvos)/**O**	Funciones polinómicas/**FP**	Otros/**O**	Composición y descomposición/**CD**	Isometrías en el plano/**I**	Teoremas, axiomas, propiedades de las figuras / **TAP**	Procesos de aproximación/**PA**	Sumas de Riemann/**SR**	Integral definida/**ID**	Fórmulas básicas para el cálculo de áreas, entre otras/**FBCA**	Transformaciones geométricas/**TG**	Transformaciones analíticas/**TA**
1	01	01	01	0	01	01	0	0	0	0	01	0	01	0	0	0	0	01	0
2	01	0	01	0	0	0	0	0	01	0	0	0	0	0	0	01	01	0	01
3	01	0	01	0	01	0	0	0	01	0	0	0	0	0	0	01	01	0	01
4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Totales/ TG	1	1	1	0	1	1	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	1	0
Totales/ TA	2	0	2	0	1	0	0	0	2	0	0	0	0	0	0	2	2	0	2
TOTAL	3	1	3	0	2	1	0	0	2	0	1	0	1	0	0	2	2	1	2

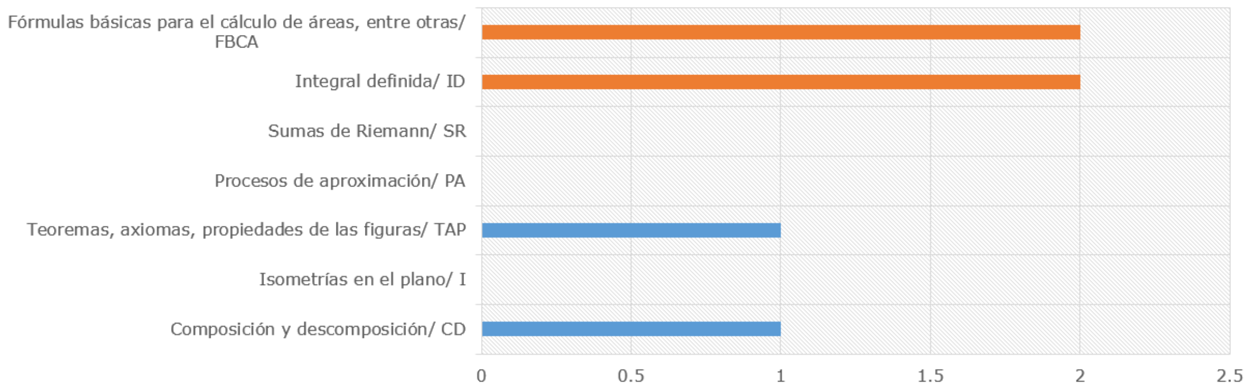


	Medir/ MED	Comparar/ COM	Conservar/ CON	Estimar o aproximar/ EOA	Representar regiones de áreas planas/ RR
Transformación analítica/ TA	2	0	2	0	1
Transformación geométrica/ TG	1	1	1	0	1



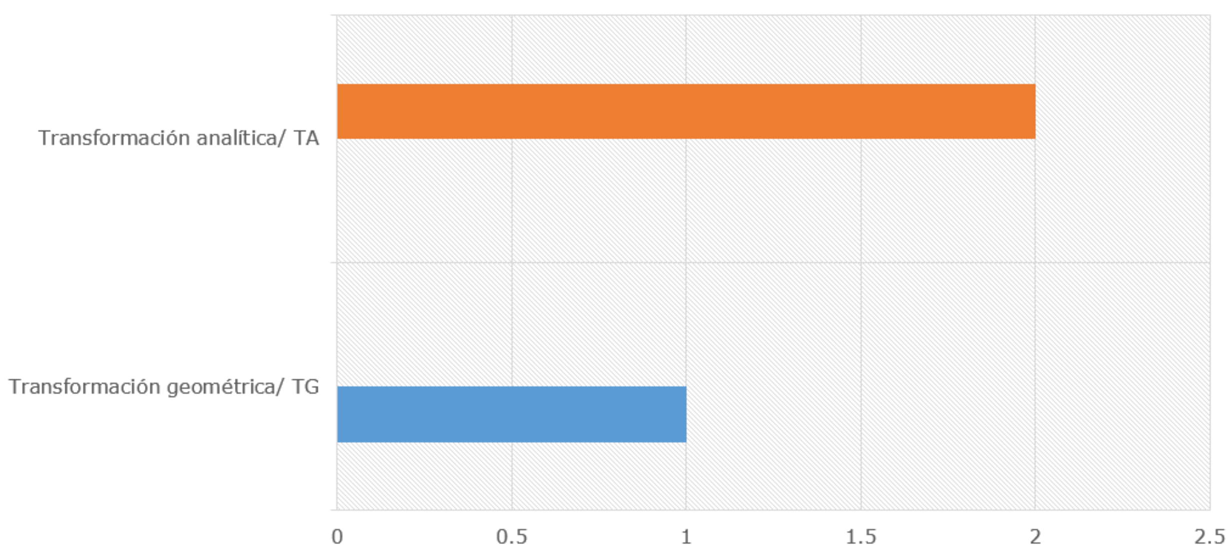
	Polígonos convexos/ PC	Polígonos no convexos/ PNC	Otros (formas de lados curvos)/ O	Funciones polinómicas/ FP	Otros/ O
Transformación geométrica/ TG	1	0	0	0	0
Transformación analítica/ TA	0	0	0	2	0

Procedimientos - EBM5-6



	Composición y descomposición/ CD	Isometrías en el plano/ I	Teoremas, axiomas, propiedades de las figuras/ TAP	Procesos de aproximación/ PA	Sumas de Riemann/ SR	Integral definida/ ID	Fórmulas básicas para el cálculo de áreas, entre otras/ FBCA
Transformación geométrica/ TG	1	0	1	0	0	0	0
Transformación analítica/ TA	0	0	0	0	0	2	2

Transformaciones asociadas - EBM5-6



	Transformación geométrica/ TG	Transformación analítica/ TA
Transformación analítica/ TA	0	2
Transformación geométrica/ TG	1	0