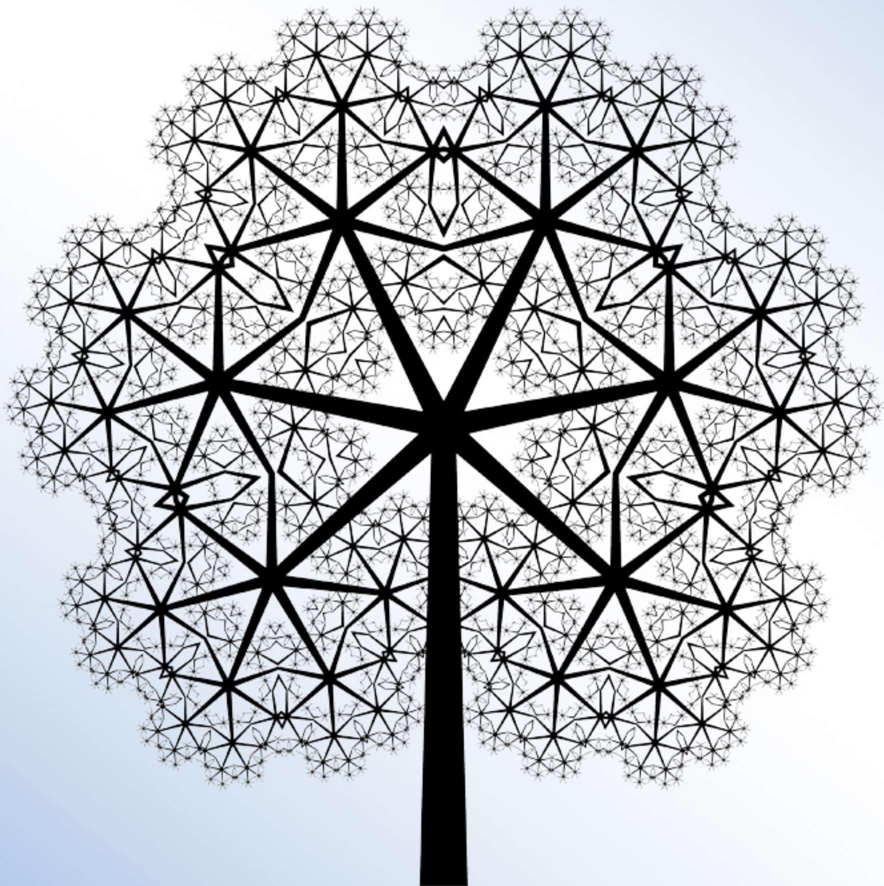
Investigación e Innovación en Matemática Educativa

Vol. 2, Núm. 1, 2017



Red Cimates

Red de Centros de Investigación en Matemática Educativa A. C.

INVESTIGACIÓN E INNOVACIÓN EN MATEMÁTICA EDUCATIVA, Volumen 2, Número 1, 2017, es una publicación periódica editada por la Red de Centros de Investigación en Matemática Educativa, A. C., calle 19 A 350, Col. Fraccionamiento Pedregales de Lindavista, C. P. 97219. http://revistaiime.org / comite.editorial.red.cimates@gmail.com. Editoras responsables de este número: Gabriela Buendía Abalos, Blanca Rosa Ruiz Hernández, Paola Alejandra Balda Alvarez. Apoyo Editorial: Marlene Roberta Acevedo Zapata. Reserva de Derechos al Uso Exclusivo No. 04-2016-072017141600-102, ISSN: 2594-1046, ambos otorgados por el Instituto Nacional del Derecho de Autor. Responsable de la última actualización de este número, Red de Centros de Investigación en Matemática Educativa A. C., Gabriela Buendía Abalos. Fecha de última modificación, 28 de noviembre de 2018.

ISSN: 2594-1046

PRESENTACIÓN

Este segundo volumen de Investigación e Innovación en Matemática Educativa (IIME) incluye la **primera parte** de los trabajos presentados en la XIX Escuela de Invierno en Matemática Educativa. Los trabajos son: Grupos de Discusión, Experiencias Didácticas, Laboratorios y Avances de Investigación. La segunda parte de los trabajos se presentará como un número especial del volumen 3 de IIME.

Las responsables de este volumen agradecen a las siguientes comisiones del Comité Organizador de la XIX EIME su trabajo y el acceso a la información a fin de que dichos trabajos pudieran ser reunidos en este volumen.

Grupos de discusión: José Armando Albert Huerta y Ruth Rodríguez Gallegos

Experiencias Didácticas y Avances de Investigación: Carolina Carrillo García, José Iván López Flores y Blanca R. Ruiz Hernández

Laboratorios: Evelia Reséndiz Balderas.

Investigación e Innovación en Matemática Educativa

ISSN: 2594-1046

PROPUESTA DE ACTIVIDADES PARA UN ACERCAMIENTO A LA DERIVADA DESDE LAS GRÁFICAS PARA ESTUDIANTES DE BACHILLERATO

Eduardo Carlos Briceño Solís
Universidad Autónoma de Zacatecas, ecbs74@gmail.com

María Esther Magali Méndez Guevara
Universidad Autónoma de Guerrero, mguevara83@gmail.com

Julissa Rodríguez García
Universidad Autónoma de Guerrero, julissa.rg17@gmail.com

Resumen

Este trabajo muestra los avances de un estudio sobre el desarrollo del usos de las gráficas para construir nociones de función polinómica y su derivada por estudiantes de bachillerato. La propuestas es desarrollar un taller bajo la categoría graficación-modelación, sustentado en la teoría socioepistemológica, donde el desarrollo de usos de gráficas es parte importante de la misma. Compartimos una exploración con una estudiante de nivel medio superior, misma que nos permitió verificar si las actividades funcionan de acuerdo a nuestros objetivos o si necesitan ser rediseñadas. El objetivo es que el estudiante pueda graficar una función polinómica y su derivada sin tabular al identificar sus características por medio de la gráfica (los parámetros que influyen en su forma y posición en el plano).

Palabras clave: Modelación-Graficación, Variación, función polinómica.

1. INTRODUCCIÓN

Las investigaciones en torno a la derivada reportan que existen dificultades en los estudiantes respecto a este concepto en su trayectoria en la matemática escolar del bachillerato, por ejemplo, en su interpretación gráfica para su comprensión en la construcción de significados (Robles, Del Castillo y Font, 2012; Ortega y Pecharromán, 2010; Sánchez-Matamoros y Salvador-Llinares, 2008). Sin embargo, se ha contribuido a esta problemática desde diferentes miradas, por ejemplo, desde las representaciones ontosémioticas o el desarrollo del pensamiento y lenguaje variacional (Robles, Del Castillo y Font, 2012; Cantoral, Molina y Sánchez, 2005) por mencionar algunas contribuyendo en esta línea de investigación de contribuir a dicha problemática. Por otra parte, se encuentran investigaciones en matemática educativa que estas problemáticas se debe a la ausencia de generar en el estudiante argumentos variacionales para la comprensión del concepto de derivada (Dolores, 2000). Por otra parte, Briceño, Ramos y Zaldívar (2015) desarrollan una investigación donde ponen en juego la importancia de desarrollar estrategias variacionales con el uso de tecnología, donde el argumento de qué y cómo cambia un fenómeno físico, permite el desarrollo del pensamiento variacional. Coincidimos con estas investigaciones principalmente en que la problemática de la ausencia de argumentos variacionales es a cauda de la predominante de tratamiento de la derivada en la matemática escolar, mediante procedimientos algorítmicos para su cálculo o la definición matemática tradicionalmente analítica donde la gráfica no juega un rol importante, obstaculizando otros significados que pueden desarrollarse. Mencionamos a la gráfica ya que estos autores resaltan su importancia, sin embargo, la manera de cómo la desarrollan y analizan es distinta. Dolores (2000), Cen, Cordero y Suárez (2010), y Briceño, Ramos y Zaldívar (2015) consideran importante el uso de la gráfica como una práctica que se desarrolla en el seno de individuos para generar argumentos variacionales en situaciones específicas, pero y entender cómo se comporta la función sin conocerla primero. Ya que, como reportan Cen, Cordero y Suárez (2010), la postura del discurso matemático escolar es que la función es primero y la gráfica es utilizada para representarla sin jugar un papel importante en el aprendizaje. Mencionamos algunos ejemplos de esta importancia y cómo el estudiar a la gráfica mediante sus comportamientos permite entender qué función y cómo se comporta.

2. PRUEBA DIAGNÓSTICA DEL DISEÑO DE ACTIVIDADES

Se reporta una prueba diagnóstica que se realizó con estudiantes de primer semestre de la Universidad de Zacatecas, se presentan algunas ilustraciones de sus respuestas. La actividad consiste es que, dada una gráfica de un polinomio, se encuentre la gráfica de su derivada. El primer recurso consiste en buscar una función algebraica según le sea familiar la gráfica para luego derivarla y graficarla. Sin embargo, al no conocer las características del polinomio, se tienen interpretaciones erróneas, como, por ejemplo, en la Figura 1, un estudiante considera que se trata de una cuadrática cuya derivada es recta y siguen la misma forma que la gráfica polinómica. Otro estudiante considera tangentes en los máximos del polinomio y por lo tanto considera que eso representa la gráfica de la derivada (Figura 2). Otro de los errores es considerar un polinomio como de grado 3 lo que hace que el estudiante bosqueje la gráfica de su derivada como uno de grado 2.

Lo anterior valida la problemática sobre las gráficas de la derivada, el estudiante no encuentra una amplitud de significados ya que el único que conocen es lo algorítmico. Se puede observar que es

ISSN: 2594-1046

muy importante reconocer qué tipo de polinomio lo cual, el estudiante no domina. Consideramos que la suposición gráfica del estudiante de la Figura 2 por alguna memoria que tiene sobre que la derivada es la tangente en un punto, por lo cual realiza dicha gráfica. De tal forma que existe la problemática de generar argumentos sobre la derivada desde el contexto gráfico, por lo que este trabajo intenta analizar los argumentos que los estudiantes proponen considerando aspectos sobre que se requiere para comprender la derivada y cómo lo implementamos en contextos gráficos. En ese sentido, finalmente se toma una postura de la gráfica que resalta su uso para generar argumentos y que a continuación se describe.

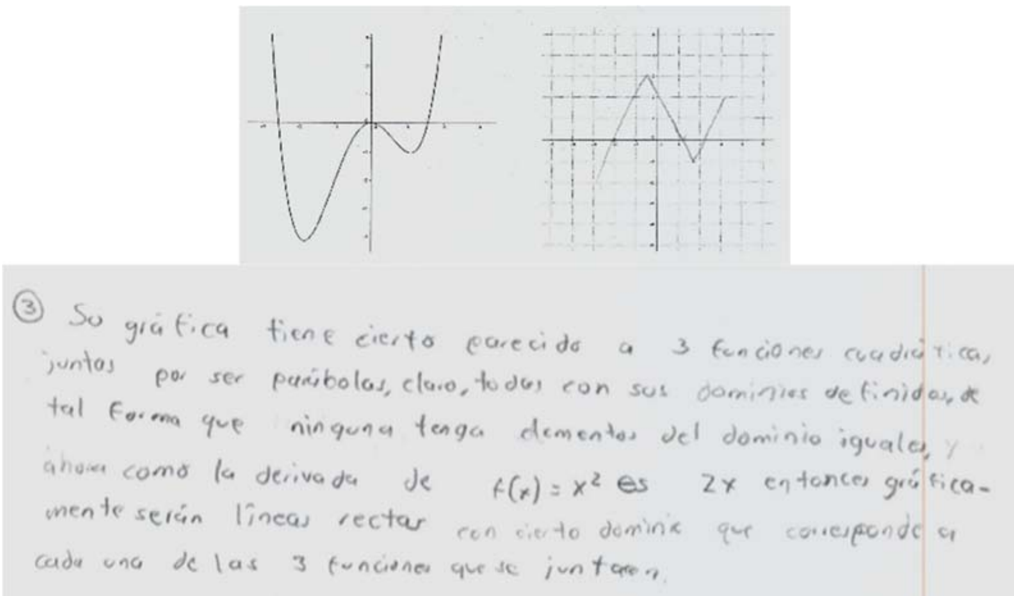


Figura 1. Considera la gráfica como cuadrática cuya deriva son segmentos de rectas

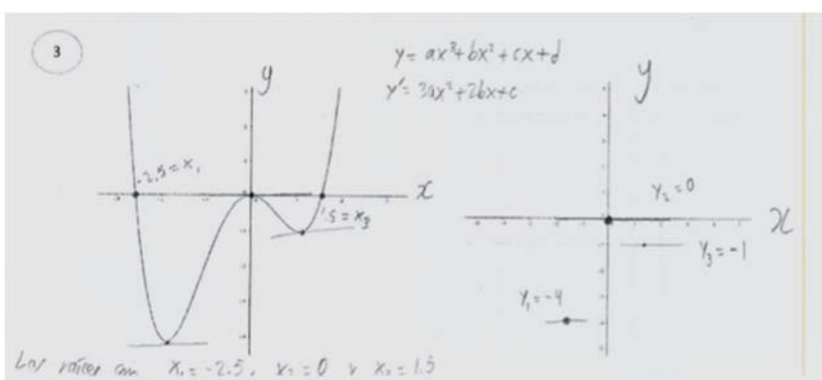


Figura 2. Interpretación errónea de la gráfica de la derivada

ISSN: 2594-1046

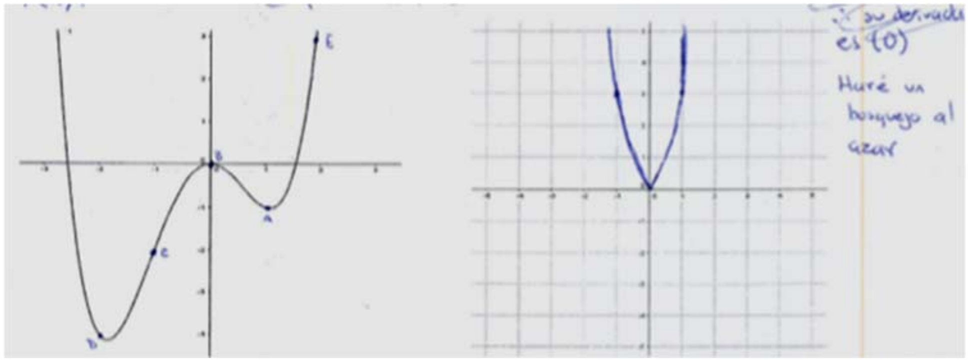


Figura 3. Tercer error reportado en la prueba diagnóstica

Por ejemplo, no se reconoce que la derivada adquiere un nuevo estatus y significados si se ancla a procedimientos donde la situación de predecir la posición de un móvil cuando se conoce su posición inicial y la variación en ese instante. Bajo esta situación, la función f no se conoce, sólo los estados de la cantidad *f(x) y f(x+h)* y las variaciones *f', f''*. Tal ejemplificación llevó a comparar dos estados que lo condujo a la analiticidad de la serie de Taylor $f(x+h) = f(x) + f'(x)h + f''(x)\frac{h^2}{2!} + \cdots$, como un instrumento de predicción para conocer estados futuros. Por ejemplo: en la Figura 4, se tienen ciertos valores iniciales x_0, $f(x_0)$ y necesitamos conocer su estado futuro $f(x_0 + h)$. Según la gráfica siguiente $f(x_0 + h) = f(x_0) + B$, podemos observar que $B = (tanx)(h)$, si $\tan\alpha$ es la pendiente m y $m = f'(x_0)$, tenemos que $B = f'(x_0)h$. Así $f(x_0 + h) = f(x_0) + f'(x_0)h$, que es parte de la secuencia de la serie de Taylor (Cantoral, 2000).

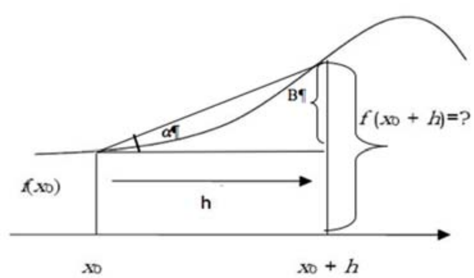


Figura 4. Análisis gráficos para predecir cómo se comporta la gráfica

De esta manera teniendo las condiciones iníciales y como varía, se puede predecir su etapa posterior en el análisis de sus comportamientos gráficos con cierta tendencia.

ISSN: 2594-1046

En Rosado (2004) encontramos cómo se construye el concepto de la linealidad del polinomio mediante el análisis de sumas en el contexto gráfico. Es decir, dada por ejemplo una cúbica y a ésta se le suma una recta, cuál será la gráfica resultante (ver Figura 5).

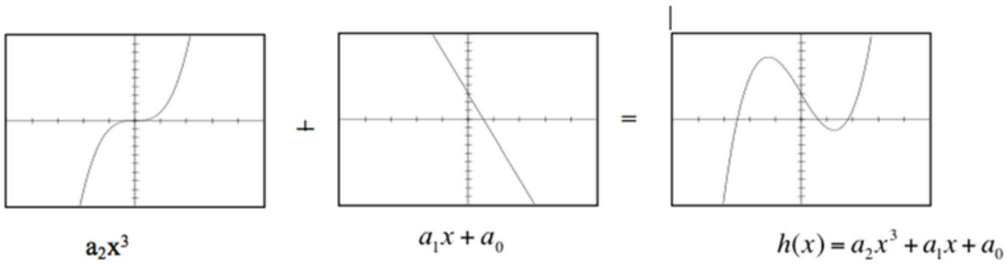


Figura 5. Actividad tomada de Rosado (2004)

Esto llevó a que se defina la linealidad del polinomio que dado cualquiera de grado ***n*** uno se fija en la parte lineal y la gráfica, y por donde corta al eje y por ahí no sólo pasa el polinomio sino también en la vecindad del cero se comporta como una recta. A eso se le debe el nombre de linealidad del polinomio (Figura 6).

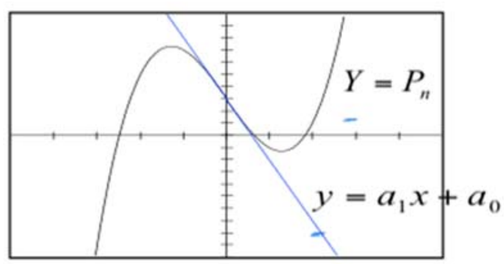


Figura 6. Gráfica de $P_n = a_2x^3 + a_1x + a_0$

Estos trabajos motivan los propósitos de esta investigación, al considerar a la gráfica como un constructo que permite el razonamiento y la argumentación en actividades donde se ponga en juego su uso. A continuación, describimos algunas investigaciones bajo este constructo mencionado.

3. REFERENTE TEÓRICO: EL USO DE LAS GRÁFICAS

El estudio del uso de la gráfica ha llevado a consolidar marcos de referencia donde la gráfica es un medio de análisis para dar evidencia de la funcionalidad del conocimiento matemático (Cordero, 2008). Esta visión no concibe a la gráfica transparente y sin efecto sobre el conocimiento matemático, por el contrario, la concibe como un medio para generar dicho conocimiento.

ISSN: 2594-1046

El uso de las gráficas sucede y se resignifica en situaciones específicas. La resignificación misma es la expresión del conocimiento funcional (Buendía, 2010). En otras palabras, la situación específica expresa de alguna manera un uso del conocimiento matemático, el cual genera argumentaciones referente objeto matemático que se esté trabajando. En este sentido, el uso de la gráfica es una herramienta que se desarrolla y norma ciertas construcciones de conocimiento, donde la argumentación es producto de una resignificación del uso.

La formulación anterior ha alcanzado una dimensión amplia en investigaciones bajo la Teoría Socioepistemológica por ejemplo, se ha caracterizado el uso de las gráficas en el discurso matemático escolar, en los libros de texto (Cen, Cordero y Suárez, 2010; Cordero y Flores, 2007); pero también se han diseñado situaciones específicas para resignificar el uso de las gráfica en ámbitos escolares (Zaldívar, Cen, Briceño, Méndez y Cordero, 2014; Briceño y Cordero, 2012). En síntesis, estas investigaciones han construido ciertas categorías del conocimiento matemático que permiten explicar otra naturaleza de ver la construcción del conocimiento matemático, en este taller nos referimos a la categoría del comportamiento tendencial de las funciones.

Nos interesa potencializar los argumentos gráficos, ya que este ámbito es poco explotado en la matemática escolar, aunque las gráficas se utilizan desde el nivel básico hasta el superior, aportando información sobre el tipo de gráficas que se encuentra actualmente en la educación básica y en el bachillerato. Esto ha proporcionado evidencias de que el uso de las gráficas tiene un desarrollo que sustenta una construcción de conocimiento matemático. Estos trabajos tienen una orientación hacia la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas en un ambiente tecnológico. En estos estudios de uso de las gráficas existe una intención de caracterizar a la graficación como un conocimiento con estructura propia y susceptible de desarrollo, por lo que nuestro acercamiento pone en juego estos elementos en actividades de desarrollo del uso de las gráficas que permitiría significar los comportamientos de la función polinómica y su derivada.

Con este aspecto teórico opta esta investigación, en el diseño de una actividad sustentada por una parte lo encontrado en la prueba diagnóstica, y por otra complementada con el uso de las gráficas y ciertas consideraciones teóricas que a continuación describimos.

ISSN: 2594-1046

4. CONSIDERACIONES TEÓRICAS PARA LA INVESTIGACIÓN

Primero se considera lo reportado por Sánchez – Matamoros y Salvador- Llinares (2008) retomamos elementos importantes sobre la comprensión de la idea de la derivada:

I. Los estudiantes pueden considerar a los contextos gráficos y algebraicos como modos separados donde se aplican algoritmos sin relación para resolver problemas (pp. 277). Esto nos lleva a buscar la manera de relacionar lo gráfico y lo algebraico, aunque no necesariamente desde la postura de representaciones.

II. Otra observación es "los estudiantes de cálculo construyen sus conexiones, influidos por su experiencia previa" (pp.277), por lo que planteamos como hipótesis que es posible significar a la derivada mediante actividades que vinculen las actividades tradicionales con aquellas que involucren aspectos de variación mediante el análisis de la gráfica, es decir, incluir en sus experiencias escolares otras formas de acercarse a la derivada.

III. "Acercarse a la derivada con base en la práctica social de predicción desde la línea del pensamiento y lenguaje variacional, lo cual conlleva al estudio de fenómenos de cambio" (pp. 271). Consideramos que reconocer las prácticas y prácticas sociales podrían generar un escenario propicio para construir la noción de derivada con los estudiantes de bachillerato.

Con bases teóricas y ciertos resultados encontrados en la prueba diagnóstica se elaboró la siguiente pregunta de investigación.

> Cómo construye significados el estudiante de bachillerato sobre la derivada de la función polinómica mediante argumentos de variación global y local desde la gráfica de f(x) y f ´(x).

De tal manera que nos planteamos como objetivo general, diseñar una serie de actividades como parte de un taller, donde el estudiante argumente las características que presenta una función a través de las variaciones globales y locales por medio de la gráfica, y llegue a desarrollar argumentos en torno a la función y su derivada mediante el uso de las gráficas.

Como objetivos específicos nos planteamos:

- Desarrollar e implementar actividades donde el alumno describa las características de la gráfica de una función
- Desarrollar e implementar actividades donde el estudiante establezca la relación entre la gráfica de una función y su derivada.

- Desarrollar e implementar actividades donde el alumno bosqueje grafico de una expresión algebraica y su derivada

A continuación, se describe algunas actividades de la propuesta, su características e intencionalidad de tal forma que nos pueda brindar elementos para responder a nuestra pregunta de investigación.

5. UNA PROPUESTA PARA EL TRATAMIENTO DE LA DERIVADA DESDE LA GRÁFICA

Son ocho las actividades propuestas y de las cuales se reportan algunas de ellas en este documento, se puede decir que existen dos momentos en estas actividades, las primeras se refieren a que el estudiante se familiarice con el tipo de polinomio que está trabajando, ya que lo encontrado en nuestra prueba diagnostico tiene dificultades para reconocerlo. Las demás tiene que ver con el desarrollo de argumento gráficos para relacionar la gráfica de f(x) y f ´(x).

5.1. Actividad 1

Nota: Argumenta cada una de tus respuestas.

Explora con ayuda del programa Geogebra las formas gráficas de x^a con la condición de que a pertenece al conjunto de los números naturales.

a) ¿Qué observan en las formas de las gráficas? ¿Cuántas formas diferentes observan?

b) ¿De qué dependen las formas de las gráficas?

c) Qué cambia en la forma de las gráficas de x^a y $(x-b)^a$, con la condición de que a pertenece al conjunto de los números naturales y b pertenece a los números reales.

d) En qué se parecen las gráficas de x^a y $(x-b)^a$

e) En qué se difieren las gráficas de x^a y $(x-b)^a$

El objetivo es que el alumno con ayuda del software Geogebra explore los parámetros a y b e identifique la forma de la gráfica. Se espera con esto identifique que la forma de la gráfica depende de

ISSN: 2594-1046

que el número es 0, par o impar. Consideramos que las posibles dificultades es que se den cuenta de que hay formas parecidas pero que quizá no las asocien con los números pares e impares.

En esta misma dinámica se plantea la Actividad 2, en este caso se trata de que puedan agrupar conscientemente en pares e impares, de tal forma que puedan agrupar según el parecido de las gráficas. Consideramos que las posibles dificultades pueden darse a que no sepan en que grupo poner a la gráfica de grado par que tiene pendiente negativa.

5.2. Actividad 2.

En equipo argumenten qué observan en las siguientes gráficas de las funciones:

$x + \mathrm{a}$

$ax^2 + b\mathrm{x}$

$a(x + b)^2$

$ax^3 + bx^2 + cx + \mathrm{d}$

$b(x - a)^3$

Agrupen tipos de funciones

a) ¿Qué característica comparten?

b) ¿Qué las distingue?

Las demás actividades consisten en dada dos conjuntos, una de expresiones algebraicas y otra de gráficas, que el estudiante lo relacione. Consideramos que las primeras actividades deben permitir al estudiante describir sus características del polinomio para así, elegir su correspondiente gráfica. Es hasta esta etapa que consideramos que estas actividades permiten al estudiante analizar comportamientos gráficos y así mismo, conocer características de ellas para definir qué tipo de polinomio se está trabajando. A continuación, mostramos algunas actividades que corresponde con determinar la relación entre el polinomio y su derivada.

5.3. Actividad 6

a) Realiza un bosquejo de su derivada y argumenta como lo hiciste:

ISSN: 2594-1046

b) De acuerdo con la actividad anterior, contesta las siguientes preguntas:

1.- ¿Para qué valores del eje x, la gráfica de la función derivada es positiva?

2.- ¿Para qué valores del eje x, la gráfica de la función derivada es negativa?

3.- De acuerdo con tus respuestas anteriores ¿Qué pasa con la gráfica de la derivada cuando la función es creciente?

4.- ¿Qué pasa con la gráfica de la derivada cuando la función es decreciente?

5.- ¿Qué pasa con las derivadas cuando la función tiene un máximo o un mínimo?

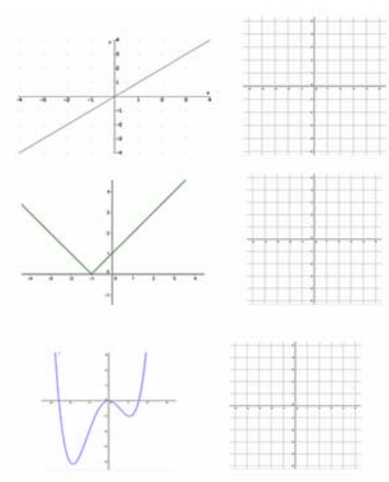


Figura 7. Actividad de establecer la gráfica de la derivada

Esta actividad trata de obtener explicaciones de los estudiantes al hacer uso de la gráfica para establecer su derivada, en qué se fijan y que herramienta utilizan para hacerlo. Como resultado esperado se espera que el alumno tome en cuenta la orientación de las gráficas sus máximos, mínimos, desplazamientos, sus curvas y cuando se presenta un pico en la gráfica. Quedando como correctas las siguientes gráficas:

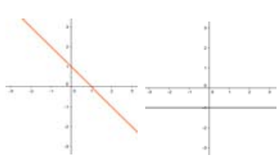
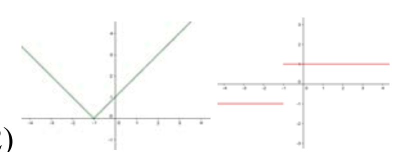
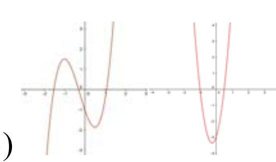
1)  , 2)  y 3) 

Figura 8. Gráficas esperadas por los alumnos

La posible dificultad la consideramos cuando se les presenta una gráfica con picos.

5.4. Actividades 7 y 8

La actividad 7 consiste en relacionar la gráfica de f(x) con la gráfica de su derivada, es decir obtener explicaciones en los alumnos de cómo identifican los parámetros y características de las gráficas para así poder relacionarlas (función↔derivada). Se espera que en sus argumentaciones identifiquen cuándo la función es creciente, decreciente, máximos, mínimos, positiva, negativa, pero con posibles dificultades cuando la gráfica tiene picos y cuando dos graficas tienen algunas características en común (Ver figura 8 imagen izquierda).

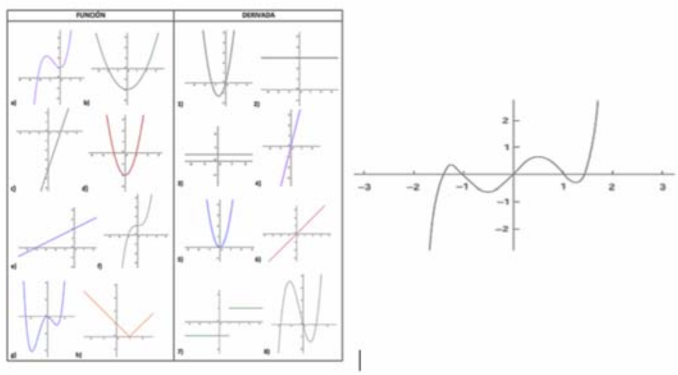


Figura 9. Gráficas para relacionar con su derivada y dado una gráfica, establecer donde f(´x)>0,f´(´x)>0.

Esta actividad que proponen Cantoral y Montiel (2001), (Figura 9 imagen izquierda) pretende utilizar para concluir las actividades y tiene como objetivo que el estudiante ponga en juego todo lo que realizó y explicó en las siete actividades anteriores. Los autores reportan que esta actividad ha tenido dificultad debido a que el estudiante no tiene argumentos variacionales debido a que solo realiza procedimientos algorítmicos. Por lo que recomienda que el estudiante pase por un universo de gráficas. Será interesante validar nuestras actividades debido a que se toman estas recomendaciones para desarrollar argumentos por medio de las gráficas en los estudiantes y sirvan como base para resolver esta última actividad.

6. REFLEXIÓN DE LA EXPERIENCIA DE INVESTIGACIÓN

El trabajo intenta validad un diseño donde el estudiante pueda desarrollar argumentos sobre la derivada en el uso de gráficas. La prueba diagnóstica anterior (figura 1, 2 y 3) provee de elementos respecto la problemática reportada. Las actividades que se muestra en este documento es un intento

ISSN: 2594-1046

para lograr el desarrollo de argumentos en los estudiantes producto del análisis encontrado en la prueba diagnóstica, sin embargo, estas actividades se ubican en su mayoría en el contexto gráfico tratando de que lo use para desarrollar otras explicaciones desde la gráfica misma para la comprensión de la derivada. Siendo un ejercicio de tipo exploratorio la propuesta se valida en la última actividad, ya que requiere de argumentos variacionales y características de comportamiento de un polinomio que se obtiene en el desarrollo del uso de las gráficas. De esta forma su intencionalidad no es recurrir a los procedimientos algorítmicos y desarrollas un tipo de pensamiento matemático respecto a la derivada desde el uso gráfico. Esto permitirá el rediseño de las actividades para un mejor desarrollo de la comprensión de la derivada desde la gráfica, generando argumentos en el estudiante, pero también, sobre cómo mejorar este tipo de actividades.

7. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Briceño, E., Ramos, J., y Zaldívar, D. (2015). Estrategias variacionales en estudiantes de bachillerato de la UAP-UAZ en situación experimental. *El cálculo y su enseñanza*, *6*(6), 145-166.

Briceño, E. y Cordero, F. (2012). Un estudio del uso de la tecnología en situaciones de modelación del movimiento. En O. Covian, Y. Chávez, J. López, M. Méndez y A. Oktaç. *Memorias del Primer Coloquio de Doctorado*, (Pp. 203 –212). ISBN: 978-607-9023-08-9, Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del IPN, México.

Buendía, G. (2010). Articulando el saber matemático a través de prácticas sociales. El caso de lo periódico. *Revista Latinoamericana de Matemática educativa, 13*(4), 129-158.

Cantoral, R. (2000). Situaciones de cambio, pensamiento y lenguaje variacional. En R. Cantoral (Ed.) *Desarrollo del Pensamiento Matemático.* México: Trillas. ITESM, Universidad Virtual. pp. 185-203.

Cantoral, R., Molina, J., y Sánchez, M. (2005). Socioepistemología de la Predicción. *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa, 18.* 463-468

Cantoral, R. y Montiel, G. (2001) *Funciones: Visualización y pensamiento matemático*. México: Prentice Hall.

Cen, C., Cordero, F. y Suárez, L. (2010). Los funcionamientos y formas de las gráficas en los libros de texto: una práctica institucional en el bachillerato. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa, 13*(2):187-214.

Cordero, F. y Flores, R. (2007). El uso de las gráficas en el discurso matemático escolar. un estudio socioepistemológico en el nivel básico a través de los libros de texto. *Revista Latunoamericana de Investigación en Matemática Educativa, 10*(1), 7-38.

Cordero, F. (2008). El uso de las gráficas en el discurso del cálculo escolar. Una visión socioepistemológica. En R. Cantoral, O. Covián, R. M. Farfán, J. Lezama y A. Romo (Eds.), *Investigaciones sobre enseñanza y aprendizaje de las matemáticas: Un reporte Iberoamericano* (pp. 285-309). México, D. F.: Díaz de Santos-Comité Latinoamericano de Matemática Educativa. A. C.

Dolores, C. (2000). Una propuesta didáctica para la enseñanza de la derivada. En R. Cantoral (Coord.). *El futuro del cálculo infinitesimal.* (Capítulo V, pp. 155-181). México: Grupo Editorial Iberoamérica.

Ortega, T. y Pecharromán, C. (2010). Diseño de enseñanza de las propiedades globales de las funciones a través de sus gráficas. *Enseñanza de las ciencias: revista de investigación y experiencias didácticas, 28 (2),* 215-225. ISSN 0212-4521, ISSN-e 2174-6486.

Robles, M., Del Castillo, A. y Font, V. (2012). Análisis y valoración de un proceso de instrucción sobre la derivada. *Educación Matemática, 24* (1), 35-71.

Rosado, P. (2004). Una resignificación de la derivada. El caso de la linealidad del polinomio en la aproximación socioepistemológica. (Tesis de maestría no publicada). Cinvestav-IPN, México.

Sánchez-Matamoros, G., García, M. y Llinares, S. (2008). La comprensión de la derivada como objeto de investigación en didáctica de la matemática. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa, 11*(2), 267-296.

Zaldívar, D., Cen, C., Briceño, E., Méndez, G. y Cordero, F. (2014). El uso de las gráficas en socioepistemología y su relación con el espacio de trabajo matemático. *Revista Latinoamericana en matemática educativa*, *17* (4-I), 191-210.