



UNIVERSIDAD DE CUENCA
Facultad de Filosofía, Letras y
Ciencias de la Educación

IV

COLOQUIO BINACIONAL SOBRE LA ENSEÑANZA DE LA MATEMÁTICA

Carrera de Pedagogía de las Ciencias Experimentales

TOMO II

Universidad de Cuenca (UC)
Instituto de Investigación para la Enseñanza de las Matemáticas
(IREM-PUCP/ IREM-UNTUMBES)
Comité Interamericano de Educación Matemática (CIAEM)
Comunidad de Educación Matemática de América del Sur (CEMAS)



UNIVERSIDAD DE CUENCA
Facultad de Filosofía, Letras y
Ciencias de la Educación

IV

COLOQUIO BINACIONAL SOBRE LA ENSEÑANZA DE LA MATEMÁTICA

Carrera de Pedagogía de las Ciencias Experimentales

TOMO II



Universidad de Cuenca (UC)
Instituto de Investigación para la Enseñanza de las Matemáticas
(IREM-PUCP/ IREM-UNTUMBES)
Comité Interamericano de Educación Matemática (CIAEM)
Comunidad de Educación Matemática de América del Sur (CEMAS)

UNIVERSIDAD DE CUENCA
Facultad de Filosofía, Letras y Ciencias de la Educación
Carrera de Pedagogía de las Ciencias Experimentales

“IV COLOQUIO BINACIONAL SOBRE LA
ENSEÑANZA DE LA MATEMÁTICA”

INSTITUCIONES ORGANIZADORAS:
Universidad de Cuenca
Universidad Nacional de Tumbes
Comunidad de Educación Matemática de América del Sur

COMISIÓN ORGANIZADORA:
Eulalia Calle P.
Patricio Guachún L.
Carlos Sabino E.

COMITÉ EVALUADOR:
Francisco Ugarte, Pontificia Universidad Católica del Perú (IREM-PUCP)
Ángel Ruiz, Comité Interamericano de Educación Matemática
Marco Jácome, Universidad de Cuenca

Diseño e Impresión:
Imprenta General de la Universidad de Cuenca
Tiraje: 300 ejemplares

Derecho de Autor: CUE-003984
ISBN: 978-9978-14-447-3

INDICE

Propuesta de Trabajo con Bases Numéricas Marco Jácome Guzmán.....	7
El material didáctico en el proceso de enseñanza aprendizaje de conceptos relacionados con los triángulos Franklin Molina, Milton Coronel e Ivonne Casnanzuela	33
Formación continua del profesorado de matemática con el apoyo de Geogebra y el modelo TPACK Abdón Pari Condori, Roxana Auccahuallpa Fernández y Marco Vinicio Vásquez Bernal	55
Investigación acción: innovando las clases de matemáticas a través de materiales concretos Roxana Auccahuallpa Fernández y Marcos Manuel Ibarra Núñez	61
Alineación entre las pruebas Ser Bachiller y el currículo de matemática Fernanda Figueroa.....	81
Una propuesta para analizar los errores, obstáculos y dificultades relativos al límite Juan Mattos Quevedo, Francisco Ugarte Guerra y María Aredo Alvarado.....	99

Recursos y estrategias didácticas: resolución de resta por
descomposición posicional

**Julia Agreda, Paúl Carchipulla, Miriam Cárdenas,
Mayra Ochoa y Verónica del Rocío López105**

Refuerzo académico mediante video tutoriales para la enseñanza
aprendizaje de matemática

Tamara Pucha 117

Creación de situaciones de incertidumbre para el desarrollo del
pensamiento estocástico

Augusta Osorio Gonzales125

Estrategia en la enseñanza del cálculo diferencial a través de la
optimización

Adrián Criollo Ríos, Santiago Riofrío Sarmiento 135

Investigación acción: innovando las clases de matemáticas a través de materiales concretos

Roxana Auccahuallpa Fernández

Marcos Manuel Ibarra Núñez

Universidad Nacional de Educación

Resumen

El trabajo de investigación acción realizado con 54 docentes de matemáticas de la zonal 6 y 25 de la zonal 1 de Ecuador, tuvo como propósito determinar las características y propiedades fundamentales que deben poseer los materiales concretos tangibles para la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas en la Educación Básica. Debido a la naturaleza compleja de las matemáticas y más aún en la didáctica, es de gran importancia la adecuación o adaptación de los saberes que esta área de estudio implica, para que faciliten la comprensión y asimilación de estos. A estas transformaciones por las que un conocimiento/saber tiene que pasar para ser enseñado, se le conoce como transposición didáctica (Chevallard, 1997; Chamorro, 2003).

La creación y el uso de los materiales concretos tangibles para la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas se plantea desde la metodología constructivista del ‘Aprender haciendo’ y la innovación educativa para lograr dichas transformaciones, que permitan la construcción de aprendizajes significativos de forma sencilla y lúdica. Para ello, se hace fundamental establecer y determinar en los materiales los criterios de innovación, pertinencia, usabilidad, manipulabilidad, objetividad y la efectividad de acuerdo con los instrumentos elaborados para tal efecto. Los resultados del trabajo de investigación acción permitieron establecer y verificar los criterios de validación para los materiales concretos que se han construido.

Palabras clave: Matemáticas, enseñanza aprendizaje, materiales concretos, innovación educativa.

Introducción

El siglo XXI conlleva grandes retos y cambios en la didáctica de las matemáticas. Más, aún las reformas educativas del país han desarrollado cambios que atienden la innovación, el desarrollo del pensamiento lógico matemático, las nuevas estrategias y metodologías para la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. Por lo que, se requiere que los docentes contemporáneos sean formadores comprometidos en este desafío de realizar procesos de innovación en el aula.

En la actualidad, la enseñanza de la matemática tiene el propósito fundamental de desarrollar en los estudiantes capacidades para razonar, crear, pensar y aplicar las relaciones entre los fenómenos de la realidad y sus conocimientos. Así, en la década de los 70 fueron varios educadores, matemáticos e investigadores como Polya, Chevallard, Brousseau, Freudenthal, Artigue, Ubiratan D'Ambrosio, entre otros interesados en la construcción del conocimiento matemático a partir de la resolución de problemas, de establecer relaciones entre el docente, estudiante y el saber matemático, así como de integrar el medio o contexto dentro de la tríada (estudiante, docente, saber), la construcción social del conocimiento a partir de las *ticas*, *mathemas* y *ethnos* no olvidando el principio fundamental de la realidad establecida dada por la educación de la ma-

temática realista para crear metodologías, estrategias y teorías que hoy en día son parte de los currículos de matemáticas que de alguna manera proveen las herramientas necesarias para construir ese conocimiento matemático poco construido durante el siglo XX.

El propósito de la investigación acción parte del desarrollo y la creación de materiales concretos para la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas con un enfoque innovador y estos materiales tangibles requieren de una validación de la pertinencia, la usabilidad, la objetividad y la efectividad de tales recursos en la construcción del conocimiento matemático en los estudiantes.

Como educadores y docentes de matemáticas sabemos que existe una infinidad de materiales y recursos didácticos para la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. Sin embargo, muchos de estos solo proveen en los estudiantes el desarrollar la manipulación y la parte lúdica, olvidando lo fundamental de una ciencia abstracta poco comprendida como las matemáticas, el conocimiento matemático (desarrollo del pensamiento lógico matemático) a partir de la explicación de lo concreto a lo abstracto. Por lo que, la investigación sugiere construir el conocimiento matemático en los estudiantes a partir del uso de materiales concretos que cumplan los criterios o caracterización de tales recursos didácticos para este propósito.

Marco teórico

Para Bruno D' Amore (2006), la didáctica de la matemática debe entenderse como el arte de concebir y de crear condiciones que pueden determinar el aprendizaje de un conocimiento matemático por parte del estudiante. Así, desde la teoría de situaciones didácticas de Guy Brousseau, el docente debe causar en el estudiante un comportamiento que el mismo puede manifestar para su conocimiento y de alguna manera debe asumir de forma autónoma (Brousseau, 2007). Es fundamental en este proceso de enseñanza aprendizaje incluir un elemento fundamental, el

milieu (medio, ambiente, contexto) para dar respuesta al estudiante de sus necesidades que el docente conoce o está predispuesta por él con esta finalidad. Por lo que, el docente contemporáneo e innovador requiere de un proceso de ‘hacer matemáticas’ en el salón de clase desde la praxis con una didáctica adecuada utilizando los recursos didácticos como herramientas de apoyo en el aula.

Así, en este proceso de construir materiales concretos para la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, ser parte de la innovación educativa, en la cual, son los docentes que tienen grandes retos y formas de comprender ¿Qué entendemos por innovación educativa? Durante la última década los programas educativos a nivel nacional e internacional pretenden que el docente o educador sea un ser innovador en todo sentido; es así como muchos educadores afirman de manera errónea que la innovación es sinónimo de tecnología. De acuerdo con lo señalado por Vilanova y Vásquez (2017), podemos entender la innovación educativa como:

La acción del cambio, es decir las cosas dejan de ser las de antes y para ello tiene que pasar algo que reconfigure nuestras acciones, es decir no solo lo que se produce sino la manera cómo se generan las cosas en sí mismas. Esto implica que no se trata de una “reforma”, que no se trata solo de usar nuevas técnicas, ni de sofisticar lo que hacemos, sino que se trata de indagar sobre lo que hay, sobre lo que constituye a las cosas, sobre lo que hace que las cosas sean como son y lo que hace que nosotros hagamos y seamos los que somos, para cuestionarnos al respecto y podamos pensar en otra manera (p. 1).

En este sentido, para la reforma que proponen los investigadores anteriores, podemos señalar una transformación en el campo de la didáctica de la matemática. Esta, procura propiciar diversos tipos de comportamiento en el estudiante, los cuales pueden evidenciar la adquisición de los niveles de pensamiento matemático que den fe la comprensión que este tiene de los procesos que integran eso que conocemos como el ‘conocimiento matemático’. Por lo que, el docente innovador debe provocar ese conocimiento en los estudiantes a partir de una didáctica que implique estrategias y me-

metodologías de enseñanza acorde al contexto del estudiante; no obstante, es el estudiante quien debe apropiarse de tal conocimiento y hacerlo propio en un estado de pertenencia y comprensión de lo desarrollado.

El Ecuador no es ajeno a estos procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, dado que para el 2016, las reformas educativas dieron lugar al Currículo Nacional para la Educación General Básica y el Bachillerato. Según Font (2013) la construcción del currículo tomó como base la perspectiva epistemológica pragmático-constructivista. Este modelo considera que el estudiante alcanza un aprendizaje significativo cuando puede construir un conocimiento matemático a partir de la resolución de problemas. Así, el Ministerio de Educación de Ecuador establece:

El estudio de la matemática le brinda al estudiante las herramientas necesarias para interpretar y juzgar información de manera gráfica o en texto, permitiéndole obtener una mejor comprensión y valoración de nuestro país, diverso y multiétnico, a través de los medios de comunicación y el Internet. Así, el estudiante logra tener una mejor visión de su desarrollo personal, y del desarrollo comunitario, del país y del mundo globalizado, de tal forma que trabaja con responsabilidad social, siendo empático y tolerante con los demás, desenvolviéndose en grupos heterogéneos, enfocado en la meta de resolver problemas en diversos contextos (2016, p. 200).

En este sentido, el docente de matemáticas contemporáneo requiere provocar en los estudiantes la construcción de ese conocimiento matemático que muy pocas veces han logrado alcanzar los estudiantes. Dado que esta asignatura ha sido casi siempre presentada como una materia de algoritmos, fórmulas, teoremas, axiomas, propiedades, etc. sin un sentido de pertinencia en la cual los estudiantes solo logren memorizar y hacer repeticiones para la aprobación de un curso. Mas aún, la enseñanza de las matemáticas ha contemplado en algunos espacios hacer uso del único recurso didáctico ‘el libro de texto’ como herramienta de apoyo al docente en las clases. En esta dirección, para Godino, Batanero y Font:

El recurso didáctico más común en la enseñanza de cualquier tema es el libro de texto. El libro de texto debe entenderse como la guía que dirige, ayuda y sirve de referencia de consulta para que los alumnos usen cuando tienen que resolver un problema o recordar alguna definición, fórmula o propiedad matemática. También es de gran apoyo para el docente en el seguimiento de las lecciones a trabajar durante las clases. (2003, p.128).

Así, cuando hablamos de materiales concretos que se utilizan en la educación, estamos abarcando un gran abanico de instrumentos y herramientas con las cuales el educando interactúa, es decir, todo aquello que permite, condiciona e interacciona con los educandos lo podemos considerar material, los juguetes, el material didáctico, materiales informáticos y tecnológicos (Moreno, 2014). Se hace fundamental, el uso de materiales didácticos que sean concretos y tangibles como un factor importante para mejorar la calidad de la enseñanza de las matemáticas, debido a que estos ayudan a los estudiantes a comprender el significado de las ideas matemáticas y su aplicación a situaciones reales (Godino, Batanero y Font, 2003).

Por lo que, el concepto de material didáctico quedaría incluido en este gran grupo, al igual que las herramientas, los juegos con fines didácticos, las estrategias, los objetos, los cuerpos geométricos, los medios técnicos, las metodologías, los aparatos, las calculadoras, los libros, las fichas, la pizarra, el proyector, etc. que han incluido los diferentes autores en sus definiciones, expuestas anteriormente. No olvidando, el enfoque de innovador en la construcción de los materiales concretos para que los estudiantes puedan alcanzar a desarrollar las destrezas y habilidades para la comprensión de los conceptos abstractos y no una mera memorización de algoritmos y fórmulas.

Metodología

El trabajo de investigación acción parte de la idea de establecer criterios de caracterización de aquellos materiales concretos desarrollados para la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. El concepto de material

concreto lo podemos establecer como todo aquello que se puede ver, tocar, manipular, interactuar con lo cual se pueda construir el conocimiento matemático. Así, cada uno de los materiales concretos y tangibles que se han desarrollado y construido en el Laboratorio de Matemáticas '*Rurashpa Yachakuy*. Aprende haciendo' de la Universidad Nacional de Educación UNAE (ver anexo 1 y 2) parte del 'hacer matemáticas' de una forma diferente, donde los estudiantes sean quienes a partir de la manipulación y la experimentación con los materiales puedan construir ese conocimiento matemático y hacerlo propio, para finalmente establecer relaciones desde la praxis con los conocimientos abstractos adquiridos durante su formación en la escuela. (Auccahuallpa-Fernández, 2018).

Los materiales concretos que se han desarrollado son los siguientes: Taptana UNAE (piedra y madera), Uña Taptana (Material de madera realizado a partir de la Leyenda de los Cañaris para la comprensión del número en niños la primera infancia), la demostración del teorema (por medio de diferentes formas geométricas), la balanza de la ecuación, áreas y superficies (construcción de formas geométricas), círculo de fracciones, productos notables, factorización de ecuaciones cuadráticas, entre otros. Tales materiales han sido realizados por un artesano de la provincia del Cañar quien ha seguido las directrices y lineamientos de cada uno de los materiales y las ideas plasmadas antes en papel, ya se ven consolidadas en los materiales concretos tangibles que cuenta el Laboratorio de matemáticas *Rurashpa Yachakuy*. Aprende Haciendo de la UNAE.

La metodología del trabajo es una investigación acción participativa. Para Latorre (2005) esta investigación desarrolla un aprendizaje colectivo de la realidad, basado en un análisis crítico con la participación de los grupos implicados (docentes de matemáticas), que se orienta a estimular la práctica transformadora y el cambio social, con el fin de mejorar sus acciones docentes y que les posibilita revisar y reflexionar sobre su práctica. Participaron de esta investigación 54 docentes de matemáticas de la zonal 6 y 25 de la zonal 1 entre féminas y varones de Ecuador, quienes trabajaron en un taller sobre la 'Didáctica de la Matemática' haciendo

uso de los materiales concretos del laboratorio ‘*Rurashpa Yachakuy*. Aprende haciendo’ de la UNAE para la enseñanza aprendizaje de las matemáticas. El taller fue desarrollado durante dos días de formación continua con los participantes. Los facilitadores utilizaron estrategias metodológicas de Aprendizaje basado en Problema y desarrollando el pensamiento crítico para la explicación del contenido matemático a partir de la manipulación y experimentación de los materiales concretos en las diferentes actividades desarrolladas.

Proceso de validación de los materiales

De acuerdo con la revisión de la literatura se ha construido un instrumento para la caracterización de los materiales concretos en el proceso de la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. Estos materiales conllevan características tales como la pertinencia, la usabilidad, la manipulación, la objetividad y la efectividad del recurso como herramienta de apoyo al docente en el aula.

Para Medina (2007), la lista de cotejo es apropiada cuando los comportamientos, las opiniones, las acciones o las características se conocen de antemano. Este instrumento nos ayuda a determinar aquellos elementos que caracterizan de mejor manera los materiales concretos puestos a disposición de los docentes participantes en el taller (ver Anexo 3). Se han desarrollado ítems que determinan la percepción que tienen los docentes participantes de la investigación cuando utilizan material concreto en el proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas.

Análisis de datos

Se realizaron talleres con docentes procedentes de diversas instituciones y con estudiantes de la UNAE, con el objetivo de mostrar estrategias y bondades de la implementación de recursos didácticos concretos para lograr aprendizajes significativos en la asignatura de matemáticas. Para ello, se trabajó con el material concreto *geoplano* con temas referentes a

la geometría y medida, en conjunto con material enfocado a la enseñanza y aprendizaje de las fracciones a partir de la construcción de un cuadrado con muchas piezas rectangulares, triangulares, trapezoidales.

Con la intención de conocer la percepción de las y los participantes en el taller, así como de la pertinencia del uso de material concreto para la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, se entregó una lista de cotejo a cada uno de los 54 participantes. Los puntos consultados fueron los siguientes:

- Reafirma los contenidos trabajados de manera abstracta (simbólica).
- La utilización de materiales concretos resulta pertinente para la enseñanza de las matemáticas.
- El material presentado dinamiza el aprendizaje de los contenidos establecidos.
- La aplicación del material diseñado garantiza la apropiación de conceptos matemáticos complejos.
- El material manipulativo concreto utilizado es lúdico.
- Los procesos que implican la utilización de material manipulativo son claros
- Los resultados de las actividades realizadas son claras.
- El uso de materiales concretos me resulta atractivo.
- La implementación de los materiales concretos se adapta al grado en que imparto clase.
- El material concreto se adapta a las condiciones del grupo.
- El trabajo con materiales manipulativos me resulta motivante.
- El uso de estos materiales permite transferir los aprendizajes de lo concreto a lo abstracto.



Figura 1 Trabajo con el recurso geoplano en el taller realizado con docentes.

Como se muestra en la figura 2, se puede observar que el 77.7% de las respuestas entregadas en la lista de cotejo, considera que los materiales concretos reafirman los contenidos trabajados de manera abstracta, de la misma manera, el 94.4% de los participantes cree que la utilización de materiales concretos resulta pertinente para la enseñanza de las matemáticas. Importante es resaltar que una amplia mayoría, 90.7%, opina que el trabajo con materiales concretos les resulta motivante, siendo un elemento que permita potenciar el proceso de enseñanza y aprendizaje, en este caso, de las matemáticas. El 70.3% indica que la aplicación del material diseñado garantiza la apropiación de conceptos matemáticos complejos, que en suma, con el 92.5% de los participantes argumentan que el material utilizado dinamiza el aprendizaje de los contenidos establecidos, de esta manera, buscando generar un aprendizaje activo en los estudiantes, que, mediante una planificación adecuada, permita apoyar en la enseñanza de la asignatura de matemáticas.

Aunado a lo anterior, el 88.8% afirma que el uso de materiales manipulativos, permite transferir los conceptos del terreno de lo concreto a lo abstracto, ayudando así a que los estudiantes puedan crear puentes cognitivos entre los conceptos generados a partir de la manipulación y la experimentación con este tipo de materiales y los conceptos desarrollados a partir de la abstracción o viceversa, partiendo de la abstracción, validar los aprendizajes adquiridos mediante la experimentación y la manipulación de los distintos materiales generados.

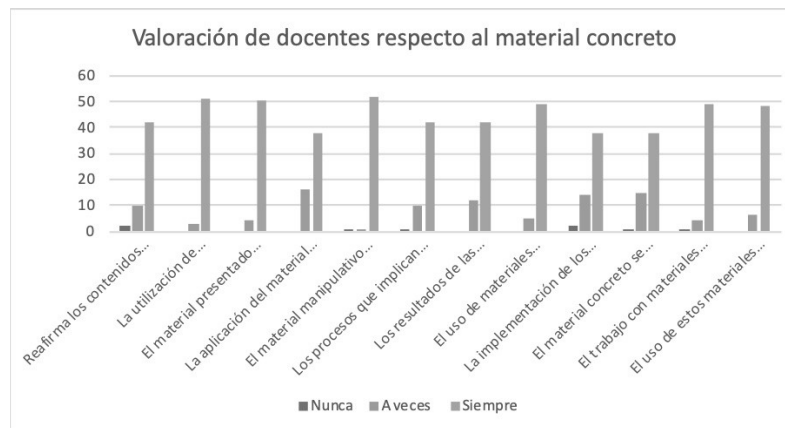


Figura 2 Resultados de la encuesta aplicada a los asistentes del taller sobre el uso de material concreto en la enseñanza de las matemáticas.

Continuando con el análisis de los resultados, dentro de otras de las actividades realizadas, se trabajó con 25 docentes de matemáticas de nivel bachillerato, en la ciudad de Quinindé, provincia de Esmeraldas, del Ecuador, correspondiente al zonal 1 de educación, en colaboración con el Ministerio de Educación, realizándose un taller sobre 'Didáctica de las matemáticas', donde se mostró el trabajo con diversos materiales concretos y tangibles y cómo incorporarlos en su práctica docente, entre los que destacan la comprobación del teorema de Pitágoras (fig. 3), cubo de productos notables y retos matemáticos, con el objetivo de brindar y ampliar el abanico de estrategias metodológicas, basado en el uso de este tipo de materiales didácticos, para mejorar su desempeño en el aula, en una de las materias con más complicaciones y bajos niveles de desempeño para los estudiantes en el sistema educativo ecuatoriano.

Al igual que el caso anterior, se diseñó e implementó un instrumento para recoger la percepción de los participantes, con la intención de conocer la pertinencia que le encuentran los docentes participantes del taller a la integración de materiales concretos, que les permita innovar, experimen-

tar, fomentar el aprendizaje activo y dinamizar las clases. Es importante recalcar que, a pesar de tener una buena recepción del taller impartido, hubo un poco de resistencia por parte de algunos de los profesores a intentar modificar su forma tradicional de enseñanza de las matemáticas. Este obstáculo fue superado de manera gradual con el avance del taller, modificando de manera sustancial, la apreciación que tenían de manera inicial, cerrando con gran motivación las jornadas de trabajo y la invitación a ser parte de otros talleres.

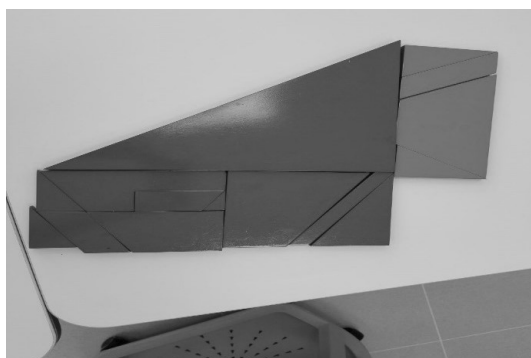


Figura 3 Demostración del teorema de Pitágoras, a partir de material concreto.

En la figura 4, se puede apreciar la comparativa en algunas de las respuestas otorgadas por los participantes del taller en la ciudad de Quindiné de la zonal 1, consultando en qué medida el material concreto utilizado contribuye en diversos campos donde:

- ☐ P3.1= estimula la atención de los estudiantes.
- ☐ P3.2 = beneficia el uso del lenguaje matemático en la clase.
- ☐ P3.3 = la abstracción de los conceptos abordados en clase.
- ☐ P3.9 = Permite el cambio de rol del estudiante: en ciertos momentos aprende y en otros enseña.

De los 23 encuestados (fig. 4), el 69.5% considera que la integración de estos recursos en el salón de clase, estimula mucho la atención de los

estudiantes; por otro lado, el 56.5% piensa que el uso de materiales concretos beneficia mucho el uso del lenguaje matemático en la clase, mientras que 65.2% concuerda que, la incorporación de este tipo de recursos, permite la abstracción de los conceptos abordados en clase. Un 65% permite el cambio de rol de estudiante, lo que contribuye a desarrollar procesos de enseñanza aprendizaje holísticos, centrando el aprendizaje en el alumno, que, además, al tener este tipo de cambios de roles fomentan el trabajo colaborativo fundamental en el aprendizaje.

Aunado a lo anterior, la totalidad de los participantes, piensan que incorporar recursos o materiales tangibles son una novedosa e innovadora manera de potenciar sus clases. Al finalizar el taller, los docentes regresaron a sus centros educativos con un amplio abanico de ideas para el diseño, creación e implementación de materiales concretos que permitiesen a sus estudiantes experimentar las matemáticas y generar conocimiento de la mejor manera, con el aprender haciendo, fundamental en la innovación educativa y de cómo los docentes desarrollan destrezas en los educandos.

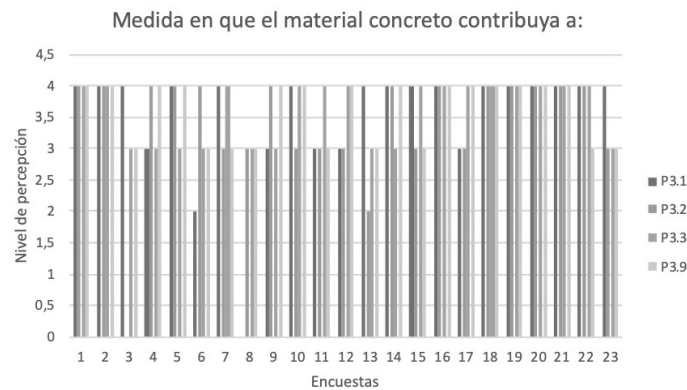


Figura 4 Percepción de los profesores en la medida en que los materiales concretos contribuye a lograr potenciar el proceso de enseñanza aprendizaje en las clases de matemáticas. La puntuación de 4 es el mayor nivel de contribución y 1 la menor.

Conclusiones

En la actualidad, los estudiantes están expuestos a una gran cantidad de información, tienen acceso a todo tipo de tecnologías, están en una era digital, en la cual el mundo va cambiando de manera alarmante, por lo que se hace fundamental que el docente contemporáneo esté preparado para un mundo globalizado. Así, el uso de materiales concretos que provoquen la construcción de un conocimiento matemático es un aditivo en el proceso de enseñanza-aprendizaje de una ciencia abstracta poco entendida entre aquellos que solo han conocido una matemática de algoritmos y fórmulas.

El uso de materiales concretos con un enfoque innovador en la sala de clase es un medio importante que nos ayuda a lograr y construir el conocimiento matemático de forma diferente, donde los estudiantes manipulan, experimentan y desarrollan una relación dialéctica entre el conocimiento adquirido y el material. El estudiante se convierte en el protagonista de su propio conocimiento. Son los docentes quienes tienen la misión de ser innovadores y creativos para desarrollar destrezas en los estudiantes. Cuando los conceptos de las matemáticas no son entendibles, deben partir de lo concreto a lo abstracto, ayudando a que los estudiantes puedan crear puentes cognitivos entre los conceptos generados a partir de la manipulación y la experimentación de materiales concretos y tangibles.

Los criterios de caracterización de los materiales concretos tangibles que se han identificado a priori como la pertinencia, la usabilidad, la manipulabilidad, la objetividad y la efectividad permiten establecer esos lazos entre la herramienta de apoyo al docente y el conocimiento que se logra a través de tal instrumento.

Referencias bibliográficas:

- Auccahuallpa-Fernández, R. (2018). La enseñanza y aprendizaje de las matemáticas por medio del Laboratorio 'Rurashpa Yachakuy. Aprende haciendo'. *Revista Mamakuna*, N.º 8, 65-75.
- Godino, J. Batanero C., Font, V. (2003). *Matemáticas y su didáctica para maestros*. Proyecto Edumat-Maestros. (www.ugr.es/~jgodino/edumatmaestros/manual/9_didactica_maestros.pdf)
- Brousseau, G. (2007). *Iniciación al estudio de la teoría de las situaciones didácticas*. Buenos Aires: Zorzal.
- Chamorro Plaza, M. del C., y Belmonte Gómez, J. M. (2011). *Didáctica de las matemáticas para primaria*. Madrid: Prentice Hall.
- Chevallard, Y., Bosch, M., y Gascon, J. (1997). *Estudiar matemáticas. El eslabón perdido entre la enseñanza y el aprendizaje*. Barcelona: ICE/Horsori.
- D'Amore, B. (2006). *Didáctica de la Matemática*. Colombia: Editorial Magisterio.
- D'Amore, B. (2008). Epistemología, didáctica de la matemática y prácticas de enseñanza. Enseñanza de la matemática. *Revista de la ASOVEMAT (Asociación Venezolana de Educación Matemática)*. 17, 1, 87-106.
- Hernández Rodríguez, O. A., López Fernández, J. M., Quintero Rivera, A. M., y Velázquez Estrella, A. (2015). *El sentido numérico: más allá de los números*. (1.ª Ed.). Puerto Rico: Editores.
- Isoda, M. y Katagiri, S. (2016). *Pensamiento matemático. Cómo desarrollarlo en la sala de clases*. (2.ª Ed.). Chile: CIAE.
- Latorre, A. (2005). *La investigación-acción. Conocer y cambiar la práctica educativa*. España: Editorial Grao.

- Medina-Díaz, M. R. (2010). *Construcción de cuestionarios para la investigación educativa*. Puerto Rico: ExPERTS Consultants, Inc.
- Ministerio de Educación del Ecuador. (2016). Currículo 2016. Recuperado de <https://educacion.gob.ec/curriculo/>
- Muñoz, C. (2014). *Los materiales en el aprendizaje de las matemáticas*. Universidad de la Rioja. Recuperado de https://biblioteca.unirioja.es/tfe_e/TFE000754.pdf
- Moreno, G. (2014). *Ambientes de confianza para enseñar matemáticas*. Recuperado de [https://www.usfq.edu.ec/publicaciones/para_el_aula/Document s/para_el_aula_12/pea_012_0015.pdf](https://www.usfq.edu.ec/publicaciones/para_el_aula/Document%20s/para_el_aula_12/pea_012_0015.pdf)
- Vilanova, M., & Vásquez, M. V. (Junio, 2017). *Innovación Educativa de la UNAE. Conceptualización y establecimiento de categorías para la convocatoria de proyecto de investigación en innovación educativa*. UNAE - Ecuador.

Anexo 1. Lista de materiales manipulativos concretos (Auccahuallpa-Fernández, 2018).

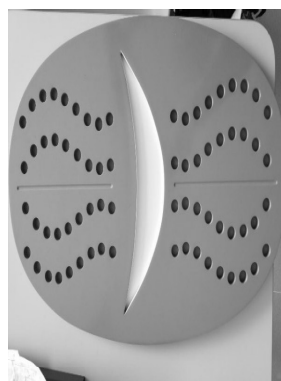
Materiales concretos	Cantidad	Observaciones
Taptana de piedra 'modelo UNAE' (60x40 cm)	1	Tallada en piedra. No es un rectángulo. Tema: Operaciones básicas
Taptana de madera 'modelo UNAE' (60x40 cm)	3	Tallada en madera. No es un rectángulo Tema: Operaciones básicas
Cuadrati amigo (varias piezas)	3	Permite desarrollar y resolver la ecuación cuadrática
Cubo matemático (27 piezas de diferentes dimensiones)	2	Permite hacer la operación de la potencia de trinomios $(a+b+c)^3$
Polinomio al cuadrado (9 piezas)	4	Permite desarrollar $(a+b+c+d)^2$
Productos notables con material concreto (1 Varias piezas)	12	Permite el desarrollo de $(a+b)(a-b)$ $a^3 + b^3$ $a^3 - b^3$ $a^2 - b^2$
Cono de Apolonio	2	Permite desarrollar el concepto de las cónicas.
Balanza matemática Construida de madera	3	Permite desarrollar y resolver ecuaciones lineales de primer grado con material concreto.
Teorema de Pitágoras (40x30 cm)	4	Permite desarrollar la comprensión del teorema de Pitágoras a partir de la demostración.
Calculadora de hilos (50x50 cm) y con un soporte de apoyo	2	Permite multiplicar números de hasta tres cifras trabajando con hilos.

Materiales concretos	Cantidad	Observaciones
Geoplano de madera (50x50 cm)	3	Permite comprender los conceptos de geometría analítica y los sistemas de numeración.
Calculadora Algebraica (136 piezas)	2	Trabaja los productos algebraicos para polinomios de hasta tercer grado.
Relación de áreas y fracciones. (50x50 cm) varias piezas	2	Permite visualizar la relación fraccionaria entre áreas.
Fracciones concretas en madera. Diámetro de 12 cm Diámetro de 18 cm	2	Permite trabajar operaciones de fracciones con material concreto.
UñaTaptana construida en madera	2	Taptana para la educación inicial que permite trabajar el concepto y la relación cantidad- número.

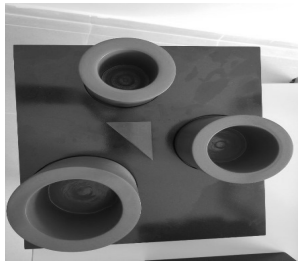
Anexo 2. Fotografía de los materiales manipulativos concretos del Laboratorio ‘Ruraspha Yachacuy. Aprende haciendo’ (Auccahualpa-Fernández, 2018).



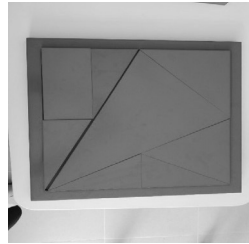
Taptana UNAE (piedra)



Taptana UNAE (madera)



Demostración del Teorema de Pitágoras con cilindros



Demostración de áreas



Uña taptana (comprensión del número).

Anexo 3. Lista de Cotejo

Preguntas	Nunca	A veces	Siempre
Reafirma los contenidos trabajados de manera abstracta (simbólica)			
La utilización de materiales concretos resulta pertinente para la enseñanza de las matemáticas			
El material presentado dinamiza el aprendizaje de los contenidos establecidos			

Preguntas	Nunca	A veces	Siempre
La aplicación del material diseñado garantiza la apropiación de conceptos matemáticos complejos			
El material manipulativo concreto utilizado es lúdico			
Los procesos que implican la utilización de material manipulativo son claros			
Los resultados de las actividades realizadas son claras			
El uso de materiales concretos me resulta atractivo			
La implementación de los materiales concretos se adapta al grado en que imparto clase			
El material concreto se adapta a las condiciones del grupo			
El trabajo con materiales manipulativos me resulta motivante			
El uso de estos materiales permite transferir los aprendizajes de lo concreto a lo abstracto			