

# Modelación de las propiedades acústicas de materia blanda : Cebolla (*Allium Cepa*) y Membrillo (*Cydonia Oblonga*)

L.F Daniel Alberto Rodríguez Reyes

Tesis de Maestría

Presentada a la Unidad Académica de Ciencia y Tecnología de la Luz y la Materia

Universidad Autónoma de Zacatecas

Para obtener el grado de

**MAESTRO EN CIENCIAS**

Directores de Tesis:

Dr. Jesús Madrigal Melchor, Unidad Académica de Ciencia y Tecnología de la Luz y la Materia, Universidad Autónoma de Zacatecas.

Dr. Raúl Alberto Reyes Villagrana, Investigador por México del CONAHCYT, Universidad Autónoma de Zacatecas.



UNIVERSIDAD AUTÓNOMA  
DE ZACATECAS



UNIDAD ACADÉMICA DE CIENCIA Y  
TECNOLOGÍA DE LA LUZ Y LA MATERIA

Zacatecas, Zacatecas, 15 de Mayo del 2024.

# Declaración de autenticidad

Manifiesto que el presente trabajo de tesis de Maestría es original y no ha sido presentado total o parcialmente para obtener otro título o grado en esta o cualquier otra Universidad. Esta tesis es resultado de mi propio trabajo dentro de la Maestría en Ciencia y Tecnología de la Luz y la Materia y se da el crédito correspondiente a otras tesis, artículos o publicaciones de otros grupos o personas, reportado de manera puntual y adecuada la referencia en cuestión.

Daniel Alberto Rodríguez Reyes,  
Zacatecas, Zacatecas, 15 de Mayo del 2024.

**SINODALES:**

Dr. Jesús Madrigal Melchor  
Dr. Raúl Alberto Reyes Villagrana  
Dr. Jaime Raúl Suárez López  
Dr. Tonatiuh Saucedo Anaya  
Dr. Luis Silva Acosta

**SUPLENTE:** Dr. José Samuel Pérez Huerta

**COMITE DE SEGUIMIENTO:**

Dr. Jaime Raúl Suárez López  
Dr. Agustín Enciso Muñoz

# Agradecimientos

En primer lugar, quiero agradecer a mi familia por su apoyo incondicional, gracias a mis padres, el Ing. Manuel Rodríguez Rodríguez y la Mtra. María Argelia Reyes Herrera y a mis hermanos quienes siempre estuvieron ahí para brindarme aliento, apoyo y comprensión durante este proceso académico. Agradezco sinceramente a mis directores de tesis, el Dr. Jesús Madrigal Melchor y el Dr. Raúl Alberto Reyes Villagrana, por su orientación experta, paciencia y apoyo constante a lo largo de este proyecto de tesis. Sus conocimientos y guía fueron fundamentales para dar forma a mi investigación. Mi agradecimiento se extiende a mis amigos, maestros, compañeros de clase y al grupo de investigación "propagación de ondas" de la Unidad Académica de Ciencia y Tecnología de la Luz y la Materia (LUMAT), quienes compartieron ideas valiosas y proporcionaron una red de apoyo crucial. Su aliento, compañerismo y solidaridad hicieron que este viaje fuera más comfortable. A la Dra. María Leticia Pérez Arrieta y al M. en C. Juan Manuel Rivera Juárez gracias por facilitar el uso del equipo laboratorio. Al Consejo Nacional de Humanidades, Ciencias y Tecnologías (CONAHCYT), que me apoyó con una beca. Por último y no menos importante, al personal administrativo y de limpieza, quienes brindan su apoyo en diversos aspectos, así como mantener en orden y limpias las instalaciones de trabajo. Este proyecto no hubiera sido posible sin la colaboración y el apoyo de todos ustedes. A cada uno de ustedes, les estoy agradecido de corazón.

Daniel Alberto Rodríguez Reyes  
Mayo 2024.

# Resumen

Los productos agrícolas deben mantener altos estándares de calidad para satisfacer las expectativas del consumidor. Éste busca adquirir productos sin defectos y con excelente aspecto visual, que cumplan con criterios como textura, color, tamaño, aroma y sabor. Sin embargo, la industria agrícola enfrenta diversas problemáticas relacionadas con el control de calidad de los productos después de la cosecha y durante su almacenamiento. Factores como la mala calidad de los alimentos, el manejo inadecuado durante la distribución y la descomposición natural, contribuyen a estas dificultades. Además, el proceso de almacenamiento conlleva a pérdidas económicas debido a la necesidad de mantener condiciones específicas, como temperatura y humedad, para prolongar la vida útil de los alimentos. En este trabajo, se desarrolló un modelo computacional que simula las propiedades acústicas y morfológicas de una variedad de cebolla (*Allium cepa*) y membrillo (*Cydonia oblonga*). Éste modelo ofrece una forma alternativa de obtener parámetros para determinar la calidad de estos productos, con el objetivo de ofrecer alimentos agrícolas de mejor calidad a la sociedad y reducir las pérdidas económicas tanto para los productores como para los comerciantes.

# Abstract

Agricultural products must maintain high quality standards to meet consumer expectations. Consumers are looking for products without defects and with excellent visual appearance that meet criteria such as texture, color, size, aroma and flavor. However, the agricultural industry confronts several problems related to the quality control of produce after harvest and during storage. Factors such as poor food quality, improper handling during distribution and natural spoilage contribute to these difficulties. In addition, the storage process leads to economic losses due to the need to maintain specific conditions, such as temperature and humidity, to prolong the shelf life of the food. In this work, a computational model was developed that simulates the acoustic and morphological properties of a variety of onion (*Allium cepa*) and quince (*Cydonia oblonga*). This model offers an alternative way to obtain parameters to determine the quality of these products, with the objective of offering better quality agricultural foods to society and reducing economic losses for both producers and traders.

# Índice general

<b>1. Introducción</b>	<b>1</b>
1.1. Objetivos. . . . .	3
<b>2. Revisión de Literatura</b>	<b>4</b>
2.1. Antecedentes. . . . .	4
2.2. Obtención de las propiedades físicas y mecánicas de los alimentos. . . . .	11
2.2.1. Métodos No-Destructivos. . . . .	11
2.2.2. Descripción de algunos métodos no-destructivos. . . . .	12
2.3. Causas del deterioro del alimento. . . . .	16
<b>3. Formalismo Teórico</b>	<b>19</b>
3.1. Ondas Acústicas. . . . .	19
3.1.1. Período. . . . .	19
3.1.2. Frecuencia. . . . .	19
3.1.3. Longitud de onda. . . . .	20
3.1.4. Presión acústica. . . . .	20
3.1.5. Ondas longitudinales y transversales. . . . .	20
3.2. Densidad. . . . .	21
3.3. Impedancia Acústica. . . . .	22
3.4. Ecuación de Euler. . . . .	22
3.5. Ecuación de Continuidad. . . . .	24
3.6. Ecuación de Onda. . . . .	25
3.7. Interfaces. . . . .	27
3.8. Reflexión y Transmisión: Incidencia normal. . . . .	29
3.9. Transmisión en sistemas a capas. . . . .	31
3.10. Atenuación. . . . .	32
3.11. Tensor de esfuerzos . . . . .	34
3.12. Aspectos de estadística. . . . .	35
3.12.1. Media Aritmética. . . . .	35
3.12.2. Desviación Estándar. . . . .	36

<b>4. Metodología</b>	<b>37</b>
4.1. Método de elementos finitos. . . . .	38
4.2. Módulo de Acústica en COMSOL Multyphysics. . . . .	39
4.2.1. Ondas Elásticas. . . . .	40
4.2.2. Condiciones de Frontera. . . . .	41
4.3. Método Pulso-Eco. . . . .	42
4.4. Determinación de las propiedades mecánicas. . . . .	45
4.5. Modelo Físico. . . . .	45
<b>5. Resultados y Discusión</b>	<b>49</b>
5.1. Determinación de la densidad de la cebolla y membrillo. . . . .	49
5.2. Módulo de rigidez. . . . .	54
5.3. Detección de defectos. . . . .	58
<b>6. Conclusiones Y Perspectivas.</b>	<b>70</b>
6.1. Conclusiones. . . . .	70
6.2. Perspectivas. . . . .	71
<b>A. Congresos</b>	<b>72</b>
<b>B. Recursos Visuales</b>	<b>73</b>



# Índice de figuras

2.1. Agricultura en México . . . . .	5
2.2. Esquema experimental de las mediciones del huevo . . . . .	8
2.3. Esquema experimental de las muestras de tomate . . . . .	9
2.4. Cebolla ( <i>Allium Cepa</i> ). . . . .	10
2.5. Membrillo ( <i>Cydonia oblonga</i> ). . . . .	11
2.6. Evaluación visual de aguacate. . . . .	12
2.7. Penetrómetro . . . . .	13
2.8. Xilohigrometro . . . . .	14
2.9. Imagen interna de una manzana obtenida mediante resonancia magnética	15
2.10. Alimentos de mala calidad. . . . .	17
2.11. Alimentos con microorganismos. . . . .	18
3.1. Representación gráfica de una onda. . . . .	20
3.2. Onda Longitudinal. . . . .	21
3.3. Onda Transversal. . . . .	21
3.4. Fluido con volumen $V$ y elemento de volumen $dV$ . . . . .	23
3.5. Elemento de volumen, espacialmente fijo. . . . .	24
3.6. Reflexión y Transmisión de una onda plana con incidencia normal a un plano que divide fluidos con diferentes impedancias. . . . .	29
3.7. Transmisión de una onda a través de un sistema a capas. . . . .	31
3.8. Representación gráfica de las componentes del tensor de esfuerzos. . . . .	34
4.1. Pulso-Eco . . . . .	42
4.2. Ensayo ultrasónico por pulso-eco. . . . .	44
4.3. Modelo físico. . . . .	46
4.4. Descripción del modelo 2D de la cebolla. . . . .	47
4.5. Descripción del modelo 2D del membrillo. . . . .	48
5.1. Vernier y Báscula de precisión. . . . .	49
5.2. Medición de dimensiones de las muestras. . . . .	50
5.3. Fotografías de las muestras. . . . .	51
5.4. Densidad volumétrica de la cebolla sana. . . . .	52

5.5. Densidad volumétrica de la cebolla descompuesta. . . . .	52
5.6. Densidad volumétrica del membrillo sano. . . . .	53
5.7. Densidad volumétrica del membrillo con impactos. . . . .	53
5.8. Espectro de transmisión de la cebolla sana. . . . .	55
5.9. Simulación de la propagación de la onda acústica a través de la cebolla bajo la técnica de pulso-eco. . . . .	56
5.10. Simulación de la propagación de la onda acústica a través del membrillo bajo la técnica de pulso-eco. . . . .	57
5.11. Perfil del pulso acústico de excitación. . . . .	59
5.12. Resultados de simulaciones por la técnica pulso-eco. <b>A)</b> Muestra sin defecto. <b>B)</b> Muestra con defecto pequeño a la izquierda. <b>C)</b> Muestra con defecto grande a la izquierda . . . . .	60
5.13. Resultados de simulaciones por la técnica de pulso-eco. <b>A)</b> Muestra con dos defectos chicos alineados. <b>B)</b> Muestra con dos defectos grandes alineados. <b>C)</b> Muestra con dos defectos, el grande a la izquierda y el chico a la derecha. <b>D)</b> Muestra con dos defectos, el chico a la izquierda y el grande a la derecha. . . . .	61
5.14. Resultados de simulaciones por la técnica de pulso-eco. <b>A)</b> Muestra con dos defectos chicos desplazados respecto a la horizontal. <b>B)</b> Caso inverso simétrico. . . . .	62
5.15. Resultados de simulaciones por pulso-eco. <b>A)</b> Muestra con tres defectos, dos defectos alineados respecto a la vertical y uno más a la derecha alineado al centro <b>B)</b> Caso inverso simétrico respecto a la vertical. . . . .	63
5.16. Comportamiento de la onda acústica a través del interior de la cebolla sin defecto (secuencia de simulación). . . . .	64
5.17. Comportamiento de la onda acústica a través del interior de la cebolla con un defecto de tamaño pequeño localizado a la izquierda sobre el eje horizontal (secuencia de simulación). . . . .	65
5.18. Comportamiento de la onda acústica a través del interior de la cebolla con dos defectos: uno de tamaño grande localizado a la izquierda y otro de tamaño pequeño localizado a la derecha, ambos sobre el eje horizontal (secuencia de simulación). . . . .	66
5.19. Comportamiento de la onda acústica a través del interior de la cebolla con dos defectos de tamaño pequeño localizados; uno en la parte izquierda desplazado hacia abajo y otro en la parte derecha desplazado hacia arriba sobre el eje horizontal (secuencia de simulación).. . . . .	67
5.20. Comportamiento de la onda acústica a través del interior de la cebolla con tres defectos pequeños: uno ubicado a la izquierda sobre el eje horizontal y dos a la derecha, con desplazamientos hacia arriba y hacia abajo sobre el eje horizontal (secuencia de simulación). . . . .	68

A.1. Constancia de participación: Congreso Nacional de Física 2023. . . . .	72
B.1. Código QR. . . . .	73

# Capítulo 1

## Introducción

En México, la agricultura desempeña un papel fundamental como motor de desarrollo, sustento y generación de empleo. En el año 2020, el estado de Zacatecas registró una destacada producción de 7,286,853 toneladas de alimentos dentro del sector agrícola, incluyendo cultivos como chile, frijol, cebolla, maíz, zanahoria, membrillo, manzana, aguacate, entre otros. De acuerdo con datos proporcionados por la Secretaría de Agricultura y Desarrollo Rural (SADER), aproximadamente el 24.5 % de la población zacatecana se involucra en actividades relacionadas con el sector primario [1].

Zacatecas se distingue como el segundo estado del país con mayor producción de cebolla, únicamente superado por Chihuahua [2]. Asimismo, ocupa el tercer lugar a nivel nacional en la producción de membrillo, siguiendo Durango y Jalisco [3]. Estos datos resaltan la importancia y el potencial agrícola de estos productos en Zacatecas, en el contexto nacional.

En México, una de las principales problemáticas en el sector agrícola es la pérdida de productos, la cual ocurre debido a múltiples factores, tales como plagas [4], enfermedades de las plantas [5, 6], condiciones climáticas adversas, sobreproducción, mercados inestables y un inadecuado manejo de los productos postcosecha [7, 8]. Estos problemas resultan en un desperdicio de alimentos y pérdidas económicas significativas. Según datos reportados en el año 2022, aproximadamente una tercera parte de la producción total agrícola, equivalente a 38 toneladas por minuto, se desperdició. Esta cantidad podría haber alimentado a 25.5 millones de personas que padecen carencia alimenticia [8]. Por lo tanto, es de suma importancia implementar medidas que contribuyan a abordar esta problemática y reducir las pérdidas en la cadena de producción agrícola. La importancia de llevar a cabo esta investigación radica en la pérdida que ocurre en la producción, sobreproducción y distribución de alimentos agrícolas. Se plantea que mediante esta herramienta se puede optimizar el tiempo de almacenamiento, establecer mejores condiciones de anaquel, y determinar de manera alternativa y automatizada la calidad del alimento sin causar daños en el proceso de análisis, permitiendo además realizar muestreos de manera rápida y eficiente.

## CAPÍTULO 1. INTRODUCCIÓN

---

Definitivamente, la investigación adquiere un interés relevante al abordar la reducción de las mermas en la producción de alimentos, lo que conlleva un impacto significativo en la preservación del medio ambiente. Al controlar o disminuir estas pérdidas, se reduce la necesidad de una producción excesiva para satisfacer las demandas de la población, lo que a su vez contribuye a la conservación de los recursos naturales y la biodiversidad. Además, al ofrecer un producto de mayor calidad y durabilidad, se mejora la eficiencia en la cadena de suministro y se proporciona un valor agregado al consumidor, como precios más accesibles y alimentos frescos por más tiempo.

Este enfoque beneficia no solo a los productores y empresarios al reducir sus pérdidas económicas, sino también a los consumidores al acceder a alimentos de mejor calidad a precios más justos. Además, al promover prácticas sostenibles en la producción y distribución de alimentos, se fomenta un modelo más equitativo y responsable con el medio ambiente y la sociedad en su conjunto.

Este trabajo de investigación se dirige al estudio de la propagación de ondas acústicas a través de materia blanda, enfocándose específicamente en un tipo particular de alimentos como la cebolla y el membrillo. La metodología implica la aplicación de ondas acústicas de baja intensidad sobre estos alimentos y el análisis de su propagación para obtener parámetros intrínsecos. Uno de los parámetros más relevantes en este análisis es la velocidad de fase acústica, la cual se utiliza como indicador para evaluar la calidad del producto. Este enfoque se basa en estándares de calidad reconocidos, entre los cuales destaca el índice de madurez, el cual se relaciona directamente con la calidad de los alimentos [9].

Dentro del marco de la investigación, se llevó a cabo un estudio exhaustivo de las propiedades morfológicas y reológicas tanto de la cebolla como del membrillo. Este estudio previo fue fundamental para desarrollar un modelo preciso que pudiera describir de manera adecuada el sistema físico-matemático implicado en la propagación de ondas acústicas a través de estos alimentos.

Una vez establecidas las características morfológicas y reológicas de los alimentos, se procedió a resolver el modelo utilizando métodos computacionales. Estos métodos proporcionaron herramientas efectivas para analizar y comprender el comportamiento de las ondas acústicas en estos medios blandos, permitiendo así obtener resultados precisos y relevantes para el estudio.

Este enfoque integrado de investigación, que combina el análisis experimental con técnicas computacionales, fue crucial para avanzar en la comprensión de la propagación de ondas acústicas en alimentos blandos como la cebolla y el membrillo, y sentó las bases para futuros desarrollos y aplicaciones en este campo.

## 1.1. Objetivos.

### Objetivo General.

- Modelación y simulación de las propiedades acústicas de la cebolla (*Allium cepa*) y el membrillo (*Cydonia oblonga*) mediante un sistema computacional.

### Objetivos Particulares.

- Describir la morfología de la cebolla y el membrillo.
- Desarrollar un modelo físico-matemático que describa el sistema de la cebolla y membrillo estimulado por ultrasonido de baja intensidad.
- Determinar los parámetros acústicos de la cebolla y el membrillo de forma directa e indirecta como, densidad volumétrica, velocidad de fase acústica e impedancia acústica específica.

## Capítulo 2

# Revisión de Literatura

En este capítulo, se exploran investigaciones previas que abordan el uso del ultrasonido de baja intensidad como una herramienta valiosa en la evaluación no-destructiva de alimentos. Se destacan diversas aplicaciones significativas en esta área, junto con la metodología empleada por distintos autores. Esto permite comprender la relevancia y el propósito de esta investigación.

### 2.1. Antecedentes.

La agricultura, más que simplemente una actividad económica, representa un vínculo profundo con la tierra y una conexión arraigada en la historia y cultura de las sociedades. Es un pacto ancestral con la naturaleza que refleja el ingenio y la perseverancia humana a lo largo de los siglos. Además de ser una fuente de sustento y recursos, la agricultura es un símbolo de identidad y orgullo para muchas comunidades en nuestro país. Desde los tiempos antiguos hasta la era moderna, la agricultura ha sido un motor fundamental de nuestra economía, proporcionando empleo, alimentación y un sustento para millones de personas. En resumen, la agricultura no solo es una actividad económica, sino un legado cultural y un compromiso con la preservación del medio ambiente. En nuestro país, su importancia trasciende lo meramente económico, siendo un elemento fundamental de nuestra identidad nacional y una garantía de nuestro futuro sostenible.

México cuenta con una amplia diversidad de productos agrícolas, los cuales destacan tanto por su calidad y por la cantidad producida. Entre estos productos se encuentran el maíz, el sorgo, la naranja, el jitomate, el chile verde y la cebolla, que son reconocidos tanto a nivel nacional como internacional por su importancia económica y cultural. Estos cultivos no solo contribuyen al sustento de la población, sino que también impulsan el desarrollo económico y la seguridad alimentaria del país [10].

## CAPÍTULO 2. REVISIÓN DE LITERATURA

### 2.1. ANTECEDENTES.

---



**Figura 2.1:** Agricultura en México [10].

Según datos proporcionados por la Secretaría de Agricultura y Desarrollo Rural (SADER), en México se registró una producción de cebolla en los años 2020 y 2021, alcanzando 1,499,740 toneladas y 1,432,992 toneladas respectivamente. Esto posiciona a México, como un importante contribuyente al mercado mundial de cebolla, aportando aproximadamente una de cada 50 toneladas consumidas a nivel global [11].

En cuanto al membrillo, México también destaca como un productor significativo, con una producción que superó las 5,100 toneladas en el año 2020. Los principales estados productores de membrillo en el país son Durango, Jalisco y Zacatecas, que en conjunto concentran el 77 % de la producción total nacional [3].

Dado el papel destacado de Zacatecas en la producción nacional de estos alimentos, se considera de gran importancia realizar estudios específicos sobre la cebolla y el membrillo. Estos estudios además tendrían un impacto significativo en México como país productor, sino también en el estado de Zacatecas en particular, contribuyendo al desarrollo económico y fortalecimiento del sector agrícola en la región.

La demanda creciente de productos agrícolas como la cebolla y el membrillo impulsa a los productores y distribuidores a ofrecer alimentos de alta calidad para satisfacer las expectativas de los consumidores. Estos consumidores, en su mayoría, buscan frutas y verduras que exhiban características como aspecto fresco, tamaño adecuado, aroma agradable, color, firmeza, entre otros factores relevantes [12].

Conscientes de esta demanda del mercado, los productores y empresas buscan métodos eficientes para determinar de manera automatizada la calidad de sus productos. El objetivo es reducir las pérdidas y mejorar los estándares de calidad, lo que a su vez les permitirá ofrecer productos a precios competitivos y con una calidad superior. Es crucial encontrar técnicas apropiadas que no comprometan la integridad de los alimentos, pero



## CAPÍTULO 2. REVISIÓN DE LITERATURA

### 2.1. ANTECEDENTES.

---

que al mismo tiempo permitan una evaluación precisa de su calidad [13, 14].

En este contexto, los estudios sobre la propagación de ondas acústicas en alimentos blandos como la cebolla y el membrillo representan una vía prometedora. Esta técnica proporciona una forma no invasiva y eficaz de evaluar la calidad de los alimentos, contribuyendo así a mejorar los procesos de selección, distribución y comercialización en la cadena de suministro agrícola.

Existen diversos métodos de evaluación de la calidad de los alimentos, como los modos de vibración, detección de respuesta a efectos mecánicos, análisis de fuerza de impacto, excitación de impulsos mecánicos, ultrasonido, imagen de resonancia magnética, análisis óptico, métodos electromagnéticos, entre otros [15-23].

Sin embargo, muchos de estos métodos pueden resultar invasivos, ya que al realizar el análisis se daña el alimento, o pueden requerir muestras grandes para validar el análisis, lo que puede afectar la precisión y la eficiencia del proceso. Es en este contexto donde el ultrasonido destaca por sus ventajas sobre otras técnicas de evaluación. El ultrasonido ofrece una alta precisión en la evaluación de la calidad de los alimentos, es no destructivo, lo que significa que no causa daño al producto, y no requiere de una muestra muy extensa para validar el análisis. Además, la configuración experimental para el uso del ultrasonido puede ser relativamente simple en comparación con otras técnicas más complejas. Esto hace que el ultrasonido sea una herramienta atractiva y efectiva para la evaluación de la calidad de los alimentos en diversas aplicaciones.

El análisis acústico se ha convertido en una de las áreas de investigación más destacadas en los campos de la postcosecha y la precosecha, y por buenas razones. Este método se destaca por ser rápido, efectivo y de bajo costo [24-26]. Además, el uso de ultrasonido en intensidades bajas ha demostrado ser especialmente útil, ya que no afecta las propiedades mecánicas o químicas de los materiales, sino que simplemente provoca vibraciones en las moléculas del material [27].

Estas vibraciones inducidas por el ultrasonido permiten obtener respuestas acústicas de los materiales, lo que resulta útil para evaluar su calidad y detectar posibles defectos o cambios en su composición interna. Debido a su naturaleza no invasiva y su capacidad para proporcionar información detallada sobre la estructura y las propiedades de los alimentos, el análisis acústico, especialmente mediante el uso de ultrasonido, se ha convertido en una herramienta fundamental en la investigación y desarrollo de métodos de evaluación de calidad en la industria agrícola.

La propagación de ondas ultrasónicas implica la transmisión de estas ondas a través del material en cuestión y la medición de las mismas después de su paso o reflexión a través del objeto. La estructura mecánica del tejido, así como sus índices fisicoquímicos y atributos de calidad, afectan la señal transmitida, especialmente en frutas y verduras [28].

## CAPÍTULO 2. REVISIÓN DE LITERATURA

### 2.1. ANTECEDENTES.

---

Las aplicaciones principales de las ondas ultrasónicas de baja intensidad son los tratamientos no-destructivos. Por ejemplo, se realizan estudios de inspección para determinar las propiedades acústicas del material, lo que permite caracterizarlo y detectar fenómenos como fracturas o deterioro. En el ámbito de la agricultura, esto posibilita la medición de la cantidad de azúcar en la fruta, su índice de dureza, contenido de agua, detección de defectos, entre otros [29, 30].

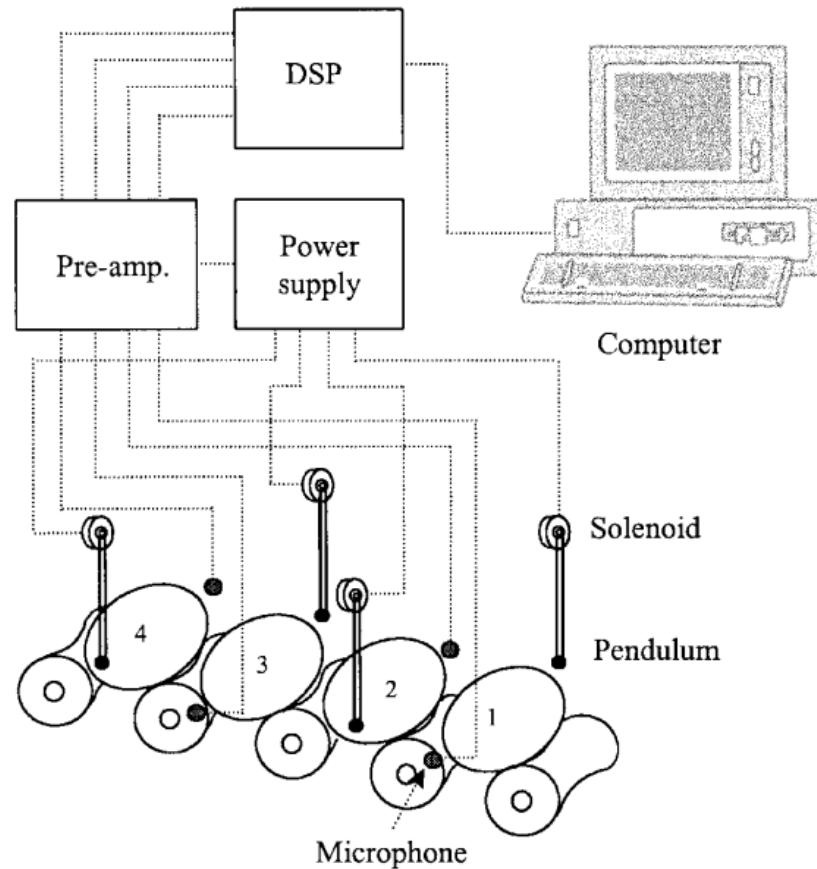
Al utilizar métodos no destructivos en lugar de invasivos, las mediciones ultrasónicas representan un avance significativo para realizar estudios rápidos y automatizados sobre el estado de los productos alimentarios durante la recolección, almacenamiento y distribución [31]. Esto resulta crucial para mejorar la eficiencia de los procesos de cosecha, almacenamiento y control de calidad postcosecha [32-35].

Además del uso de ultrasonido para determinar, analizar y caracterizar las propiedades físicas de los alimentos [36-39], se ha usado para optimizar procesos relacionados con la producción, almacenamiento y consumo de alimentos [40], lo que contribuye a ofrecer productos de alta calidad a los consumidores.

La propagación de ondas acústicas se emplea en una variedad de aplicaciones, incluyendo métodos analíticos como la calificación no-destructiva y la determinación de la composición de materiales alimentarios. Un ejemplo práctico de su aplicación es en la industria de la venta de huevos, donde se utiliza para el muestreo de defectos o fisuras en los cascarones. Empresas dedicadas a la venta de huevos utilizan esta herramienta para separar de manera automatizada los huevos que presentan una buena calidad de aquellos que tienen algún tipo de defecto. Esto presenta una ventaja significativa, ya que elimina la necesidad de contar con mano de obra humana para llevar a cabo estas tareas [29]. La aplicación de la propagación de ondas acústicas en este contexto ofrece una solución eficiente y clara para la clasificación de huevos según su calidad. Este enfoque mejora significativamente los procesos de selección, permitiendo una identificación más precisa de las características de los huevos, garantizando un producto final de mayor calidad para los consumidores. Al utilizar esta herramienta de ondas acústicas, se pueden detectar de manera rápida y confiable diferentes aspectos relacionados con la calidad de los huevos, como la frescura, la integridad de la cáscara y la presencia de posibles defectos. Esto facilita una clasificación más efectiva, lo que a su vez optimiza los procesos de producción y distribución. En última instancia, la implementación de esta tecnología no solo beneficia a los productores al mejorar la eficiencia y reducir los costos operativos, sino que también garantiza un producto final de alta calidad y satisfacción para los consumidores.

## CAPÍTULO 2. REVISIÓN DE LITERATURA

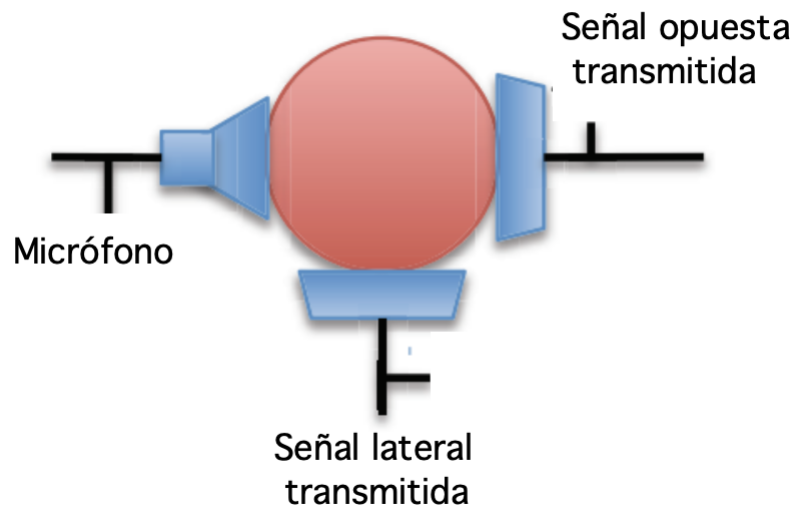
### 2.1. ANTECEDENTES.



**Figura 2.2:** Esquema experimental de las mediciones del huevo [29].

En la Figura 2.2 se observa el esquema experimental utilizado para la determinación de fisuras sobre el cascaron del huevo mediante la técnica de transmisión.

Se han reportado una gran variedad de estudios que trabajan la caracterización de varios alimentos con diferentes métodos acústicos de baja intensidad, entre ellos, se destacan aquellos que se centran en la determinación del módulo de Young, módulo de rigidez y otras características de frutas y verduras específicas, los cuales determinan los estándares de madurez y calidad de algunas frutas y verduras tales como zanahorias [41], aguacate [42-44], sandía [26, 45-48], mango [49], tomate [50, 51], kiwi [52-54], manzanas [55-59], mandarinas [60], peras [61-64], naranjas [65]. Algunos otros trabajos utilizan este método para determinar como la estructura mecánica de los tejidos afectan a la propagación de las ondas acústicas en estos alimentos [28, 66].



**Figura 2.3:** Esquema experimental de las muestras de tomate [50].

Los atributos de calidad normalmente usados en productos precuados son físicos (tamaño, dureza, presencia o ausencia de semilla), composicionales (azúcares), nutricionales (vitaminas, antioxidantes y componentes funcionales) y por último sensoriales (color, textura, sabor y olor)[67, 68]. Una evaluación de la calidad de alimentos consiste en la medición de esos atributos, y la implementación del ultrasonido de baja intensidad sobre estos permitirá determinar algunos de ellos. Se debe tener en cuenta que la calidad del alimento es una cualidad que solo se puede mantener, más nunca mejorarse [69].

Algunos investigadores optan por emplear métodos numéricos, como el método de elementos finitos (MEF), para complementar sus estudios de investigación. El MEF ofrece un enfoque numérico utilizado para resolver ecuaciones en distintas áreas como la propagación de ondas y vibración de materiales. En términos generales, este método implica subdividir el objeto en pequeñas regiones, denominadas elementos finitos, lo que permite modelar adecuadamente objetos con formas irregulares y propiedades no homogéneas. A medida que estos elementos se vuelven más pequeños, la precisión del método aumenta. También se ha utilizado el método de los elementos finitos para investigar características de propagación y vibración de diversos materiales, lo que les ha permitido obtener una comprensión más profunda de su respuesta acústica [70-73]. El empleo de métodos numéricos como el MEF en investigación proporciona una herramienta valiosa para modelar y simular el comportamiento de materiales en condiciones específicas, lo que contribuye significativamente a la comprensión y optimización de procesos en una variedad de aplicaciones, incluidas aquellas relacionadas con la calidad y caracterización de alimentos.

## CAPÍTULO 2. REVISIÓN DE LITERATURA

### 2.1. ANTECEDENTES.

---

Dentro de los trabajos realizados de manera experimental, existen algunos que realizan el análisis de espectroscopía ultrasónica mediante diversas técnicas, por ejemplo, se ha reportado el uso de esta herramienta bajo la técnica de pulso-eco para determinar la dureza de cierta variedad de quesos [74]. Se conoce la fiabilidad del uso de esta herramienta, ya que se ha reportado que la aplicación de ultrasonido de baja intensidad son seguros y no causan ningún tipo de alteración en la composición físico-química en donde se aplica [75].



**Figura 2.4:** Cebolla (*Allium Cepa*).

La ausencia de evidencia suficiente sobre la caracterización de propiedades físicas de cebollas y membrillos mediante técnicas teóricas y experimentales resalta la necesidad de llevar a cabo investigaciones en este campo. Estos estudios podrían contribuir significativamente a la determinación de la calidad de estos alimentos, así como a la optimización de los tiempos de almacenamiento. Además, serían fundamentales para evaluar el costo en el mercado de estos productos, dado que durante los procesos de almacenamiento pueden experimentar cambios físico-químicos que afectan sus cualidades nutricionales y sensoriales.

## CAPÍTULO 2. REVISIÓN DE LITERATURA

### 2.2. OBTENCIÓN DE LAS PROPIEDADES FÍSICAS Y MECÁNICAS DE LOS ALIMENTOS.

---



**Figura 2.5:** Membrillo (*Cydonia oblonga*).

El desarrollo de un trabajo de investigación en esta área es de suma importancia, ya que proporcionaría información valiosa que podría ser utilizada por agricultores, productores, distribuidores y consumidores para mejorar la calidad, la conservación y la comercialización de cebollas y membrillos. Además, contribuiría al avance del conocimiento científico en el campo de la postcosecha de frutas y verduras, ofreciendo nuevas perspectivas y oportunidades para futuras investigaciones y aplicaciones prácticas.

## 2.2. Obtención de las propiedades físicas y mecánicas de los alimentos.

### 2.2.1. Métodos No-Destructivos.

Las mediciones no-destructivas, también conocidas como NDT (Non-Destructive Testing), son procedimientos de evaluación aplicados a materiales que no causan cambios permanentes en sus propiedades químicas, físicas o mecánicas, o bien implican un daño mínimo o nulo en la muestra. Actualmente, existen diversos métodos no destructivos que se basan en la aplicación de fenómenos físicos, tales como la transmisión de ondas acústicas, ondas electromagnéticas, emisión de partículas subatómicas, capilaridad, absorción, entre otros. Estos métodos permiten obtener parámetros físicos, químicos y mecánicos de la muestra analizada. La clasificación de la calidad de un alimento puede lograrse de varias maneras. Entre ellas, se encuentran el índice de rigidez, la densidad, el módulo de Young, la colorimetría, así como mediante evaluaciones sensoriales como el tacto, la visualización y el olfato. Estos métodos y técnicas no destructivas desempeñan

## CAPÍTULO 2. REVISIÓN DE LITERATURA

### 2.2. OBTENCIÓN DE LAS PROPIEDADES FÍSICAS Y MECÁNICAS DE LOS ALIMENTOS.

---

un papel fundamental en la evaluación y garantía de la calidad de los alimentos, ya que permiten realizar análisis precisos sin comprometer la integridad del alimento [76].

#### 2.2.2. Descripción de algunos métodos no-destructivos.

Algunos de los métodos utilizados para la determinación de la calidad de alimentos mediante propiedades intrínsecas de los alimentos son:

##### 2.2.2.1. Métodos Visuales.

La clasificación visual para la caracterización de alimentos es uno de los métodos más antiguos y ampliamente utilizados para evaluar su calidad. Este enfoque se basa en la inspección visual de los alimentos, donde se registran y evalúan los defectos que puedan presentar, lo que permite categorizarlos según su calidad visual. Este método se sustenta en la evaluación de diversas características generales, como tamaño, color, forma, entre otras. La identificación y evaluación de estos defectos son fundamentales para determinar diferentes categorías de calidad visual, que a su vez pueden influir en la aceptación del producto por parte del consumidor y en su valor en el mercado. A pesar de su simplicidad y subjetividad, la clasificación visual sigue siendo una herramienta invaluable en la industria alimentaria, ya que proporciona una evaluación rápida y práctica de la calidad de los alimentos, especialmente en situaciones donde no se dispone de equipos sofisticados o análisis detallados [77].



Figura 2.6: Evaluación visual de aguacate [78].

## CAPÍTULO 2. REVISIÓN DE LITERATURA

### 2.2. OBTENCIÓN DE LAS PROPIEDADES FÍSICAS Y MECÁNICAS DE LOS ALIMENTOS.

---

#### 2.2.2.2. Métodos Mecánicos.

Estos métodos se basan en la aplicación de fuerzas y la medición de las deformaciones resultantes, así como en otras acciones mecánicas, para evaluar las propiedades físicas de los alimentos. Dentro de esta categoría de técnicas mecánicas, se incluyen varios métodos, entre ellos: métodos de impacto, pruebas de carga, sondeo con penetrómetro (Figura 2.7), entre otros. Estas técnicas mecánicas son ampliamente utilizadas en la industria alimentaria para evaluar la textura y otras propiedades físicas de los alimentos, lo que permite determinar su calidad [79].

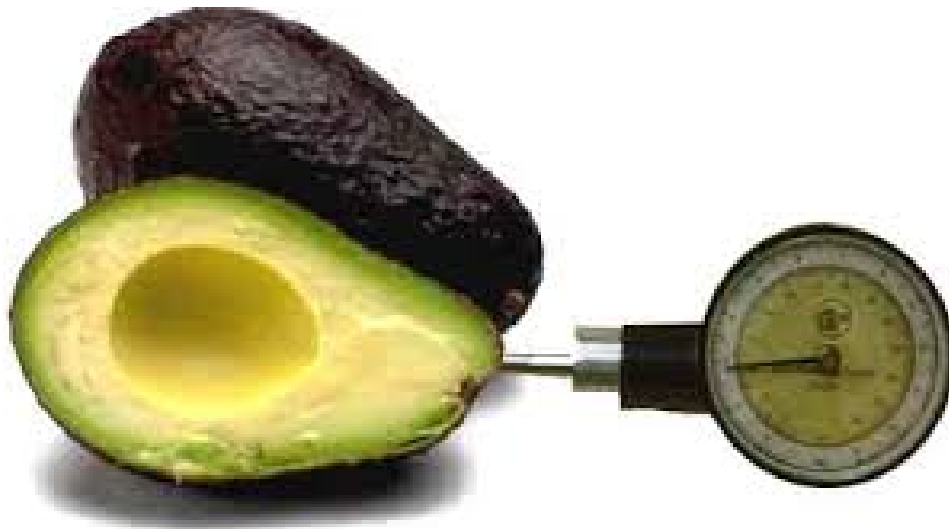


Figura 2.7: Penetrómetro [80]

#### 2.2.2.3. Métodos eléctricos y magnéticos.

Estos métodos se basan en la utilización de mediciones realizadas mediante corrientes eléctricas o campos magnéticos para evaluar diferentes propiedades de los alimentos. Dentro de esta categoría, se destacan varios métodos, entre ellos: mediciones con microondas, termografía, Xilohigrómetros de resistencia eléctrica (Figura 2.8). Estos métodos eléctricos y magnéticos son ampliamente utilizados en la industria alimentaria para realizar mediciones no-destructivas y evaluar propiedades importantes de los alimentos, como la humedad, la textura, la temperatura y la calidad en general. Su aplicación proporciona información valiosa, como el contenido de agua, lípidos, entre otros, para el control de calidad, el desarrollo de productos y la optimización de procesos en la producción de alimentos [81].



## CAPÍTULO 2. REVISIÓN DE LITERATURA

### 2.2. OBTENCIÓN DE LAS PROPIEDADES FÍSICAS Y MECÁNICAS DE LOS ALIMENTOS.

---



Figura 2.8: Xilohigrometro [82].

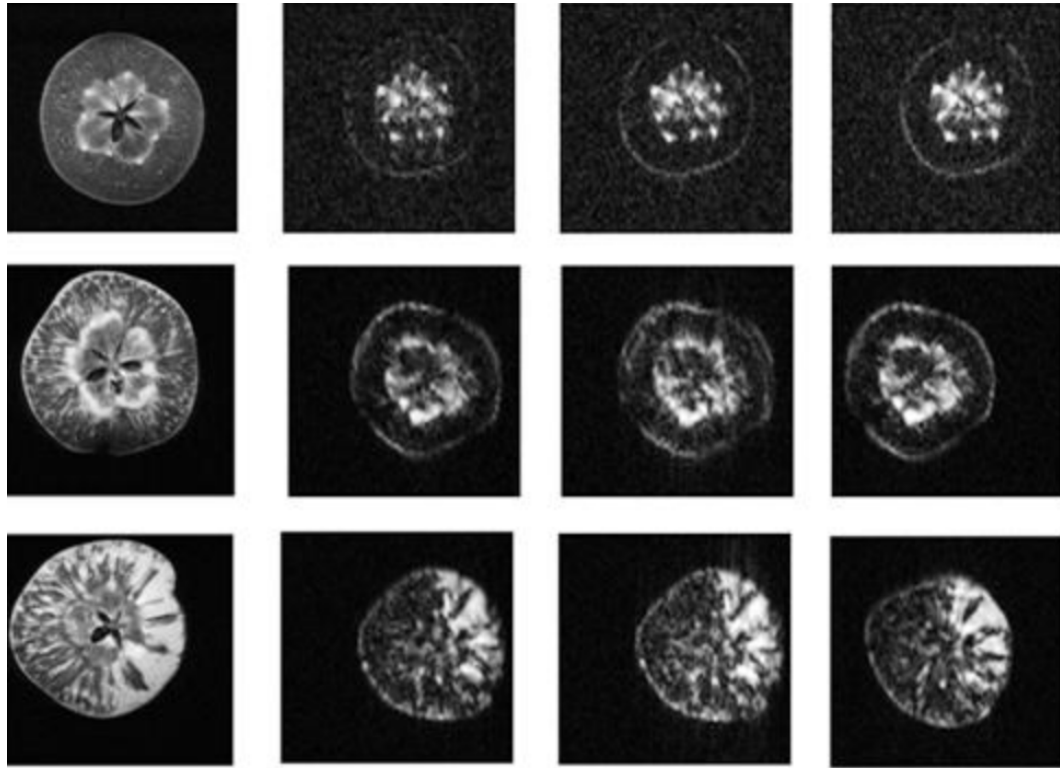
#### 2.2.2.4. Métodos Nucleares.

Este conjunto de técnicas incluye métodos avanzados de análisis que se basan en la interacción de la radiación nuclear con los componentes del alimento, como grasas, proteínas y carbohidratos para obtener información detallada sobre la estructura interna de los alimentos. Algunas de estas técnicas son: resonancia magnética nuclear (RMN), análisis mediante rayos X, espectrometría de masas con acelerador de partículas (AMS). Mediante el uso de estas técnicas avanzadas, como la RMN, los rayos X, entre otros, es posible obtener tomografías computarizadas de las muestras, lo que proporciona una visualización tridimensional detallada de su estructura interna. Esto permite realizar un análisis más completo de los alimentos, lo que resulta fundamental para garantizar su calidad y seguridad en la industria alimentaria [83].

## CAPÍTULO 2. REVISIÓN DE LITERATURA

### 2.2. OBTENCIÓN DE LAS PROPIEDADES FÍSICAS Y MECÁNICAS DE LOS ALIMENTOS.

---



**Figura 2.9:** Imagen interna de una manzana obtenida mediante resonancia magnética [84].

#### 2.2.2.5. Métodos Acústicos.

Los métodos acústicos son una herramienta importante en la evaluación de las propiedades físicas de los alimentos, debido a que son versátiles, precisos, rápidos y eficientes. Estos métodos se basan en la determinación de la velocidad de fase acústica de las ondas en el alimento y la interacción de la onda dentro del mismo. Algunas de las propiedades de interés para la evaluación de la calidad en un alimento son: módulo de Young, coeficiente de Poisson y el módulo de rigidez. Estas propiedades están relacionadas con la velocidad de transmisión de la onda acústica a través del material. El módulo de elasticidad, el módulo de rigidez y el coeficiente de Poisson de un material pueden determinarse mediante la medición de la velocidad de fase acústica y su densidad. Los métodos acústicos ofrecen una evaluación no-destructiva de las propiedades intrínsecas de los alimentos, lo que los convierte en herramientas útiles para el control de calidad en la industria alimentaria [85, 86].

### **2.3. Causas del deterioro del alimento.**

Existen diversas causas del deterioro de los alimentos, puede ser causado por una variedad de factores que incluyen aspectos mecánicos, físicos, químicos y biológicos. El maltrato o manejo inadecuado de los alimentos desde su cosecha hasta su distribución es una de las principales causas de su deterioro. Esto puede ocurrir durante la recolección, el transporte, el almacenamiento o el procesamiento de los alimentos. Por ejemplo, la mala manipulación durante la cosecha o el almacenamiento en condiciones inapropiadas puede provocar daños físicos en los alimentos, como magulladuras o abrasiones, que aceleran su deterioro y reducen su vida útil.

Además del maltrato físico, los alimentos también se pueden deteriorar debido a factores químicos, como la oxidación de grasas y aceites, la degradación de nutrientes, la reacción de Maillard que causa el oscurecimiento de los alimentos, y la formación de productos de deterioro que afectan su sabor, textura y valor nutricional.

Los efectos microbianos también son una causa importante para el deterioro de los alimentos, ya que pueden provocar la contaminación por bacterias, levaduras, mohos y otros microorganismos que producen toxinas y descomponen los alimentos, causando enfermedades transmitidas por alimentos y alterando su calidad.

Algunos ejemplos de daños pueden ser:

- Las magulladuras en frutas y verduras, son causadas durante la cosecha o en los procesos posteriores a la cosecha, pueden iniciar el proceso de descomposición de los productos.
- Algunos productos pierden agua cuando se exponen a ambientes con baja humedad, lo que provoca que se marchiten o se sequen.
- Por otro lado, los alimentos secos que se almacenan en ambientes con alta humedad pueden absorber humedad, lo que puede provocar la aparición de moho.
- La exposición a la luz solar directa puede acelerar el proceso de oxidación en alimentos como aceites y frutos secos, reduciendo su calidad y vida útil.
- El contacto con contaminantes químicos durante la manipulación o el almacenamiento puede causar la contaminación de los alimentos, haciéndolos inseguros para el consumo.
- El envasado inadecuado de productos puede permitir la entrada de oxígeno, lo que puede llevar a la oxidación de grasas y a la degradación de la calidad de los alimentos.

## CAPÍTULO 2. REVISIÓN DE LITERATURA

### 2.3. CAUSAS DEL DETERIORO DEL ALIMENTO.

---



**Figura 2.10:** Alimentos de mala calidad.

Además hay 4 fuentes que dan pie a los contaminantes microbianos que son, sol, agua, aire y animales como insectos, roedores, inclusive humanos [87].

- Microorganismos

1. Hongos: Moho
2. Bacterias
3. Fagos (virus)
4. Protozoos (animales eucariotas)

- Insectos y Roedores

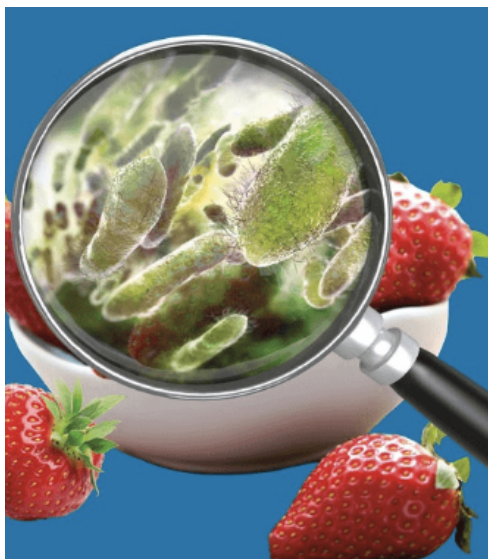
1. Comiéndoselos directamente (infestación)
2. Indirectamente propagando enfermedades

Los alimentos por si mismos, por naturaleza tienden a expirar. Todos los productos tienen una vida útil promedio bajo el ambiente, es decir sin condiciones de anaquel especiales para su conservación, como temperatura, humedad, entre otras.

## CAPÍTULO 2. REVISIÓN DE LITERATURA

### 2.3. CAUSAS DEL DETERIORO DEL ALIMENTO.

---



**Figura 2.11:** Alimentos con microorganismos [88]

Alimento	Vida Útil	Terminología
Carnes, pescado, productos lácteos	Perecedero	1-2 días
Frutas y vegetales	Semi-perecedero	1-2 Semanas
Tubérculos	Semi-perecedero	3-4 Semanas
Granos, legumbres y semillas	No-perecedero	12 meses

**Tabla 2.1:** Tiempo de vida de algunos alimentos [89].

Durante el almacenamiento y distribución de los alimentos, se exponen a un amplio abanico de condiciones ambientales, como temperatura, presión, humedad, cantidad de oxígeno, luz, viento, entre muchos otros. Estos pueden conducir a que el alimento se descomponga. Consecuentemente, los alimentos perecen hasta el punto de que son despreciados por los consumidores ya que no son agradables a la vista, no tienen buen olor, ni sabor, ni dureza, incluso pueden ser dañinos para los consumidores [89]. Por otra parte, la condensación de la humedad en varios tipos de alimentos favorece al crecimiento y desarrollo microbiano, esto a su vez promueve el desarrollo de insectos y por lo tanto conducen indirectamente al deterioro de los alimentos. Los daños mecánicos (magulladuras) también conducen al deterioro, debido a que se daña la cáscara, piel o cascarón que forman una protección natural frente a varios tipos de daños antes mencionados. En el caso de alimentos congelados, los cambios extremos de temperatura pueden tornarse destructivos para los alimentos, debido a que causan recristalización, creando una textura tipo arenosa [90].

# Capítulo 3

## Formalismo Teórico

En este capítulo se proporciona la base teórica necesaria para comprender los conceptos, principios fundamentales y modelos teóricos que sustentan esta investigación.

### 3.1. Ondas Acústicas.

Una onda acústica es una perturbación mecánica, que se propaga a través de un medio material, como un sólido, líquido o gas, en forma de vibraciones, las cuales generan cambios de presión en el medio. Generalmente son compuestas por ondas longitudinales y transversales [91].

#### 3.1.1. Período.

El período  $T$ , es el tiempo que tarda una onda en completar un ciclo y volver a su estado inicial. Por ejemplo, en una onda senoidal, el período es el tiempo transcurrido entre dos crestas sucesivas o entre dos valles sucesivos.

$$T = \frac{1}{f} = \frac{2\pi}{\omega}. \quad (3.1)$$

Donde,  $f$  = es la frecuencia [Hz],  $\omega$  = es la velocidad angular [ $\frac{rad}{s}$ ]

#### 3.1.2. Frecuencia.

La frecuencia, representada por  $f$ , corresponde al inverso del período:  $f = 1/T$ , donde  $f$  es la frecuencia en Hertz ( $Hz$  o  $s^{-1}$ ) y  $T$  es el periodo en segundos (s). La frecuencia está también relacionada con la longitud de onda de la siguiente manera,

$$f = \frac{c}{\lambda}, \quad (3.2)$$

## CAPÍTULO 3. FORMALISMO TEÓRICO

### 3.1. ONDAS ACÚSTICAS.

donde:  $f$  es la frecuencia de la onda,  $c$  es la velocidad de la onda,  $\lambda$  es la longitud de onda.

#### 3.1.3. Longitud de onda.

La longitud de onda ( $\lambda$ ) es la distancia recorrida por la onda durante un período.

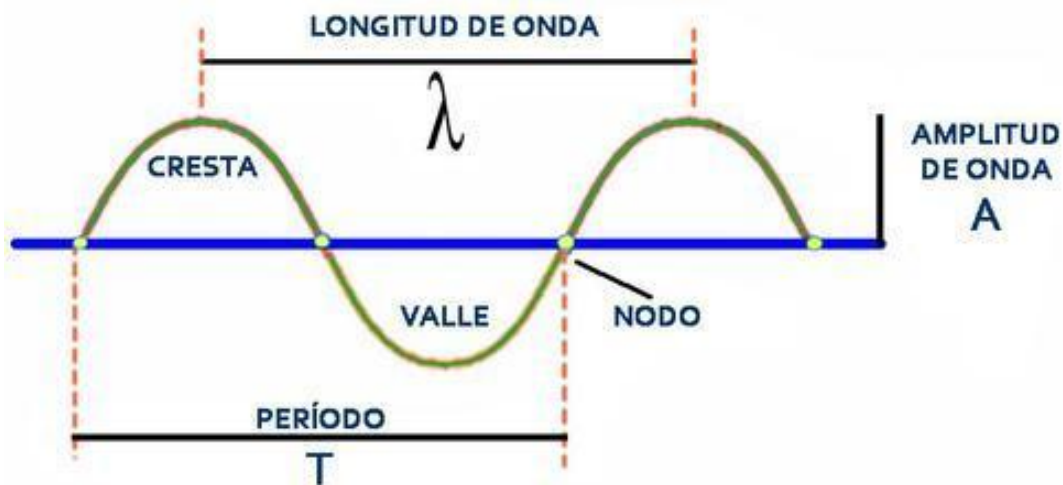


Figura 3.1: Representación gráfica de una onda.

#### 3.1.4. Presión acústica.

La presión acústica es la fuerza por unidad de área. En estado de reposo, las moléculas se encuentran bajo la influencia de la presión atmosférica. Sin embargo, cuando el medio se ve perturbado, el movimiento de las moléculas genera cambios locales en la presión, lo que se conoce como presión acústica. A diferencia de la presión atmosférica, la presión acústica varía rápidamente, fluctuando entre valores positivos y negativos, lo que se denomina frecuencia. La presión y la intensidad de la onda acústica están relacionadas por  $I = \frac{p^2}{\rho c}$ , en donde  $I$  es la intensidad en  $[\frac{W}{m^2}]$ ,  $p$  es la presión acústica en un punto expresada en pascuales  $[Pa]$ ,  $\rho$  es la densidad del medio  $[\frac{Kg}{m^3}]$ , y  $c$  la velocidad de propagación de la onda  $[\frac{m}{s}]$ .

#### 3.1.5. Ondas longitudinales y transversales.

Las ondas mecánicas se clasifican teniendo en cuenta la dirección de las oscilaciones de las partículas que transportan la onda, como:

- Ondas longitudinales, son aquellas cuyas partículas oscilan en la misma dirección de la propagación (Figura 3.2).

- Ondas transversales, son aquellas cuyas las partículas oscilan perpendicularmente a la dirección de la propagación (Figura 3.3).

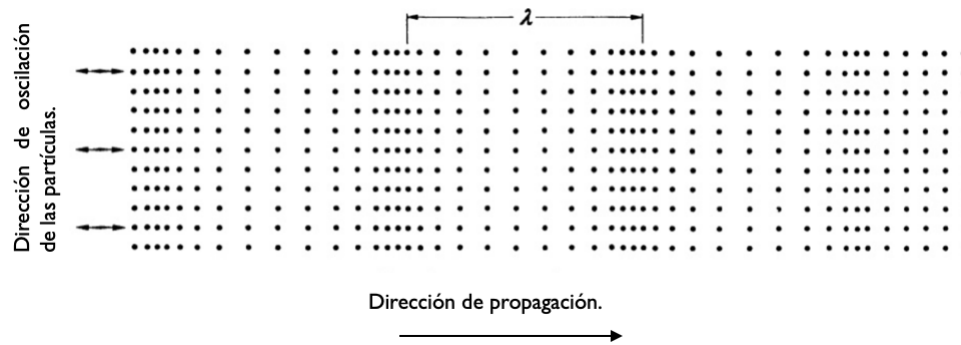


Figura 3.2: Onda Longitudinal [92]

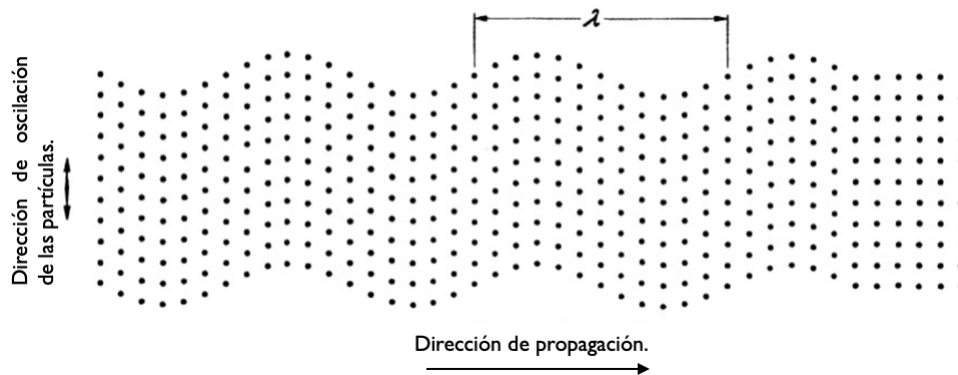


Figura 3.3: Onda Transversal [92].

## 3.2. Densidad.

La densidad es una magnitud que describe la cantidad de masa en un determinado volumen y puede ser utilizada en términos absolutos o relativos [93].

La densidad ( $\rho$ ) se representa mediante la siguiente expresión:

$$\rho = \frac{m}{V}, \quad (3.3)$$

donde :  $\rho$  es la densidad [ $\frac{kg}{m^3}$ ],  $m$  es la masa del objeto [ $kg$ ],  $V$  es su volumen [ $m^3$ ] [94].



### 3.3. Impedancia Acústica.

La impedancia es la medida de la oposición de un sistema ante una acción periódica, que puede manifestarse como un voltaje, una fuerza u otras formas de onda, entre otras acciones posibles. La impedancia acústica, específicamente, se refiere a la respuesta de un medio ante una onda de presión acústica [95].

Las ondas acústicas requieren de medios materiales para propagarse, y estos ofrecen siempre alguna resistencia al paso de la onda. Esta resistencia es la impedancia acústica específica, la cual es la relación entre la presión acústica  $p$  y la velocidad asociada de las partículas  $u$  en un medio [96].

$$Z = \frac{\delta p}{u}, \quad (3.4)$$

donde  $Z$  es la impedancia acústica,  $\delta p$  es la variación de la presión y  $u$  es la velocidad de la onda.

La relación entre  $p$  y  $u$  es [97],

$$\delta p = c\rho_0 u, \quad (3.5)$$

Para una onda que se propaga, la impedancia acústica se escribe como,

$$Z = \rho c. \quad (3.6)$$

El producto  $\rho c$  suele tener mayor importancia como propiedad característica del medio que  $\rho$  o  $c$  por separado, por esta razón, a la ecuación 3.6 se le denomina impedancia característica del medio.

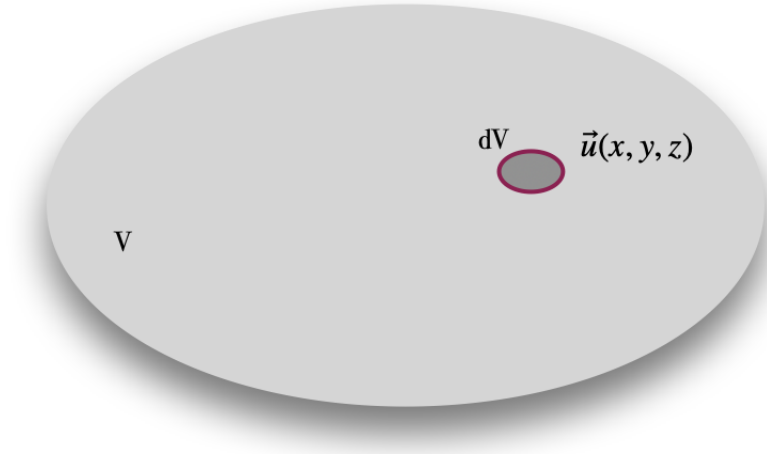
### 3.4. Ecuación de Euler.

Si se considera un elemento de volumen del fluido  $dv = dx dy dz$ , el cual se mueve dentro y tiene una masa  $dm$ . La fuerza neta  $d\vec{f}$  sobre el elemento se acelerará de acuerdo a la segunda ley de Newton  $d\vec{f} = \vec{a}dm$ , de esta manera la fuerza neta que experimenta el elemento de volumen en la dirección  $x$  es [98]:

$$df_x = [p - (p + \frac{\partial p}{\partial x} dx)] dy dz = -\frac{\partial p}{\partial x} dV, \quad (3.7)$$

las ecuaciones para las componentes  $df_y$  y  $df_z$  se obtienen de manera similar, combinando estos términos se obtiene que,

$$d\vec{f} = -\nabla p dV. \quad (3.8)$$



**Figura 3.4:** Fluido con volumen  $V$  y elemento de volumen  $dV$

Por otra parte se requiere establecer una ecuación que describa la aceleración  $\vec{a}$  de la partícula en el fluido. La velocidad  $\vec{u}$  es función del tiempo y del espacio, se tiene una partícula con velocidad  $\vec{u}(x, y, z, t)$ , en una posición  $(x, y, z)$  y a un tiempo  $t$ , que se desplaza a una nueva posición  $(x + dx, y + dy, z + dz)$  a un tiempo  $t + dt$ ,

$$\vec{u} = (x + u_x dt, y + u_y dt, z + u_z dt, t + dt) = \vec{u}(x, y, z) + \frac{\partial \vec{u}}{\partial x} u_x dt + \frac{\partial \vec{u}}{\partial y} u_y dt + \frac{\partial \vec{u}}{\partial z} u_z dt + \frac{\partial \vec{u}}{\partial t} dt, \quad (3.9)$$

así la ecuación para la aceleración resulta ser,

$$\vec{a} = \frac{\partial \vec{u}}{\partial x} u_x + \frac{\partial \vec{u}}{\partial y} u_y + \frac{\partial \vec{u}}{\partial z} u_z + \frac{\partial \vec{u}}{\partial t}, \quad (3.10)$$

para reducir la expresión, se define la siguiente ecuación,

$$(\vec{u} \cdot \nabla) = u_x \frac{\partial}{\partial x} + u_y \frac{\partial}{\partial y} + u_z \frac{\partial}{\partial z}, \quad (3.11)$$

así la aceleración se puede escribir como,

$$\vec{a} = \frac{\partial \vec{u}}{\partial t} + (\vec{u} \cdot \nabla) \vec{u}. \quad (3.12)$$

Recordando que  $d\vec{f} = \vec{a} dm$  y teniendo en cuenta que el elemento de masa  $dm$  se puede escribir en términos de la densidad y el volumen como  $dm = \rho dV$ ,

$$d\vec{f} = \vec{a} |\rho| dV. \quad (3.13)$$

**CAPÍTULO 3. FORMALISMO TEÓRICO**  
3.5. ECUACIÓN DE CONTINUIDAD.

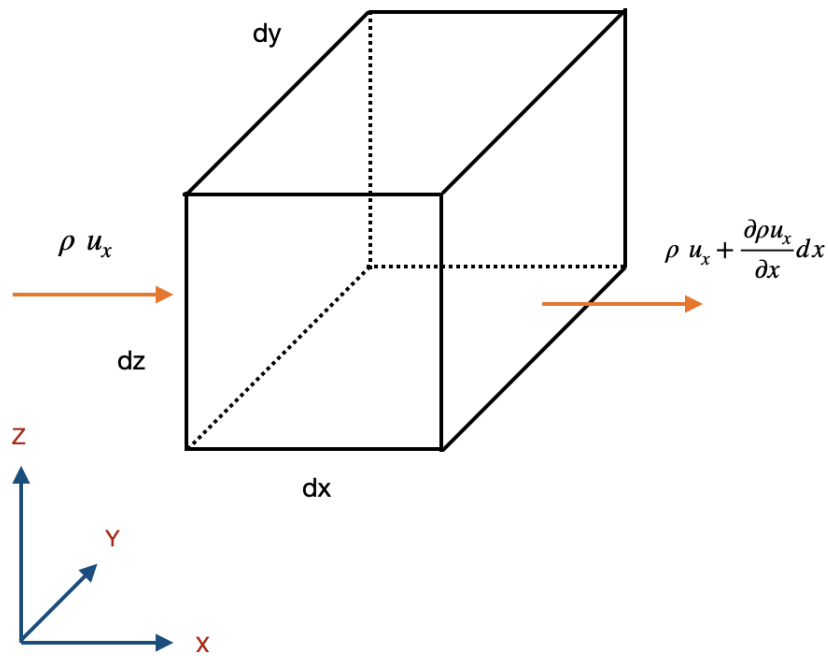
---

Sustituyendo las ecuaciones 3.8 y 3.12 en la ecuación 3.13, se obtiene la ecuación de Euler,

$$-\frac{\nabla p}{\rho} = \frac{\partial \vec{u}}{\partial t} + (\vec{u} \cdot \nabla) \vec{u}. \quad (3.14)$$

### 3.5. Ecuación de Continuidad.

Para conectar el movimiento de un fluido con una compresión o expansión, se necesita una relación entre la velocidad de la partícula  $\vec{u}$  y la densidad instantánea  $\rho$  [96]. Se considera un elemento de volumen  $dV = dx dy dz$  fijo en el espacio y a través del mismo viajan elementos del mismo fluido.



**Figura 3.5:** Elemento de volumen, espacialmente fijo.

La tasa neta con la que la masa fluye hacía el volumen a través de su superficie debe ser igual a la tasa con la que aumenta la masa dentro del volumen, por tanto el flujo en la dirección  $x$ ,

$$[\rho u_x - (\rho u_x + \frac{\partial(\rho u_x)}{\partial x} dx)] dy dz = -\frac{\partial(\rho u_x)}{\partial x} dV. \quad (3.15)$$

De manera similar, se obtienen las ecuaciones para  $z$  e  $y$ .

**CAPÍTULO 3. FORMALISMO TEÓRICO**  
3.6. ECUACIÓN DE ONDA.

---

$$-\left(\frac{\partial(\rho u_x)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho u_y)}{\partial y}\right) + \frac{\partial(\rho u_z)}{\partial z}dV = -\nabla \cdot (\rho \vec{u})dV. \quad (3.16)$$

Por otra parte, la tasa con la que la masa aumenta en el volumen es  $\frac{\partial \rho}{\partial t}$ . Teniendo en cuenta esto, se establece la siguiente igualdad,

$$\frac{\partial \rho}{\partial t}dV = -\nabla \cdot (\rho \vec{u})dV \quad (3.17)$$

resulta la ecuación de continuidad,

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \vec{u}) = 0 \quad (3.18)$$

### 3.6. Ecuación de Onda.

Las perturbaciones causadas en un fluido por el paso de una onda acústica deben obedecer las ecuaciones hidrodinámicas, es decir la ecuación de Euler (3.14) y la ecuación de continuidad (3.18), así como la ecuación de estado,

$$\vec{p} = (\vec{\rho}, \vec{S}). \quad (3.19)$$

Si ocurren movimientos dentro del fluido perturbado, la temperatura no será, en general, constante sino que variará tanto en el tiempo como en el espacio. Sin embargo puede simplificarse teniendo en cuenta el hecho que la transmisión de calor dentro del fluido (conducción térmica) ocurre muy lentamente. Si el intercambio de calor que se produce durante intervalos de tiempo del orden del período de los movimientos oscilatorios es despreciable, se puede considerar cualquier parte del fluido como térmicamente aislado y considerando también que se desprecia la difusión de componentes del fluido de tal manera que se trata la propagación como un proceso adiabático [97].

De la ecuación 3.18, la parte de,

$$\frac{\partial}{\partial t} + \vec{u} \cdot \nabla, \quad (3.20)$$

se le conoce como ecuación convectiva o derivada temporal material, representa la razón de cambio de una cantidad física en un fluido. Si se aplica esta derivada a la ecuación de estado, se obtiene,

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + \vec{u} \cdot \nabla\right)\vec{p} = c^2\left(\frac{\partial}{\partial t} + \vec{u} \cdot \nabla\right)\vec{\rho}, \quad (3.21)$$

## CAPÍTULO 3. FORMALISMO TEÓRICO

### 3.6. ECUACIÓN DE ONDA.

por conveniencia se puede definir una función tal que  $\vec{c} = \vec{c}(\vec{\rho}, \vec{S})$ , así,

$$\vec{c} = \sqrt{\frac{\partial \vec{p}}{\partial \vec{\rho}_s}}. \quad (3.22)$$

Ahora bien, se espera que la propagación de una onda acústica en el fluido ocasione perturbaciones en la velocidad  $\vec{u} = u_0 + u$ , en la presión  $\vec{p} = p_0 + p$  y en la densidad  $\vec{\rho} = \rho_0 + \rho'$ , siendo  $u_0, p_0$  y  $\rho_0$  las variables en ausencia de la onda, y  $p, u, \rho'$  las variables en presencia de la onda. Si se sustituyen estas cantidades en las ecuaciones 3.21, 3.18 y 3.14 se obtiene un conjunto de ecuaciones acústicas,

$$\frac{\partial \vec{u}}{\partial t} + (\vec{u} \cdot \nabla) \vec{u} = -\frac{1}{\rho} \nabla \vec{p} + \frac{\rho'}{\rho^2} \nabla p_0, \quad (3.23)$$

$$\frac{\partial \rho'}{\partial t} + \rho' \nabla \cdot \vec{u}_0 + \nabla \cdot (\rho \vec{u}) = 0, \quad (3.24)$$

$$(\vec{u} \cdot \nabla) p_0 + \frac{\partial \vec{p}}{\partial t} = c^2 \frac{\partial \rho'}{\partial t} + c^2 (\vec{u}_0 \cdot \nabla) \rho + c^2 (\vec{u} \cdot \nabla) \rho. \quad (3.25)$$

Se supone que en ausencia de una propagación de la onda, el medio está en reposo, por lo tanto  $\vec{u}_0 = 0$ , esto lleva a que  $\nabla p_0 = 0$  y asumiendo que  $\rho'$  es una función débil del tiempo, las ecuaciones 3.24 y 3.25 se reducen a la siguiente manera.

$$\frac{\partial \vec{u}}{\partial t} = -\frac{1}{\rho} \nabla \vec{p}, \quad (3.26)$$

$$\nabla \cdot \vec{u} + \frac{1}{\rho c^2} \cdot \frac{\partial p}{\partial t} = 0. \quad (3.27)$$

Después se aplica el operador divergencia a la ecuación 3.26 y la derivada respecto al tiempo a la ecuación 3.27 y sustrayendo una de otra se obtiene así la ecuación de onda,

$$\frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{1}{\rho c^2} \frac{\partial p}{\partial t} \right) - \nabla \cdot \left( \frac{\nabla p}{\rho} \right) = 0, \quad (3.28)$$

Esta es la ecuación cerrada que describe la propagación de ondas acústicas en un medio en reposo no-homogéneo [99, 100].

Tomando el vector de posición como,

$$\vec{r} = (x \cdot \hat{x} + y \cdot \hat{y} + z \cdot \hat{z}). \quad (3.29)$$

La solución de la ecuación de onda resulta como,

$$p = A e^{i(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r})} + B e^{i(\omega t + \vec{k} \cdot \vec{r})}. \quad (3.30)$$

Con los siguientes parámetros de propagación [96].

Número de onda,

$$\vec{k} = \frac{w}{c_l}. \quad (3.31)$$

Velocidad de onda longitudinal,

$$c_l = \sqrt{\frac{E(1 - \sigma)}{\rho_0(1 + \sigma)(1 - 2\sigma)}}. \quad (3.32)$$

Velocidad de onda transversal,

$$c_t = \sqrt{\frac{E}{2\rho_0(1 + \sigma)}}, \quad (3.33)$$

donde  $E$  = módulo de elasticidad,  $\sigma$  = coeficiente de poisson y  $\rho_0$  = densidad.

Estas velocidades también se pueden escribir en términos de los módulos de compresión y dureza, y de los coeficientes de Lamé de la siguiente manera:

$$c_l = \sqrt{\frac{3\beta + 4\mu}{3\rho_0}} = \sqrt{\frac{\lambda + 2\mu}{\rho_0}}, \quad (3.34)$$

y

$$c_t = \sqrt{\frac{\mu}{\rho_0}}, \quad (3.35)$$

donde  $\beta$  es el módulo de compresión,  $\mu$  = módulo de rigidez, y  $\lambda$  = coeficiente de Lamé [101].

Las ecuaciones 3.32 y 3.33 prueban que la velocidad de propagación de las ondas longitudinales es siempre mayor que la de las ondas transversales, cumplen siempre la relación,

$$c_l > c_t \sqrt{\frac{3}{4}}. \quad (3.36)$$

### 3.7. Interfaces.

Considerando una onda acústica que viaja a través de un medio y se encuentra con un segundo medio, en este instante se generan ondas reflejadas y transmitidas. La amplitud de la presión y las relaciones de intensidad de las ondas reflejadas y transmitidas con respecto a la onda incidente dependen de las impedancias acústicas características y de la velocidad de la onda acústica en los medios, así como del ángulo de incidencia sobre la interfase. Suponiendo que las ondas incidente y reflejada viajan a través de un fluido

## CAPÍTULO 3. FORMALISMO TEÓRICO

### 3.7. INTERFACES.

1 con una impedancia acústica  $Z_1 = \rho_1 c_1$ , donde  $\rho_1$  es la densidad de equilibrio del fluido 1 y  $c_1$  es la velocidad de la onda acústica en el fluido 1 y a su vez suponiendo también una onda transmitida que viaja en un fluido 2 con una impedancia acústica  $Z_2$ . Si la amplitud de presión de la onda incidente es  $p_i$ , la de la onda reflejada será  $p_r$  y la de la onda transmitida será  $p_t$ , se puede a partir de estas propiedades establecer los coeficientes de transmisión ( $\tau$ ) y reflexión ( $\varphi$ ) [95].

$$\tau = \frac{p_t}{p_i}, \quad (3.37)$$

$$\varphi = \frac{p_r}{p_i}. \quad (3.38)$$

Como la intensidad de una onda progresiva plana armónica es  $\frac{p^2}{2r}$ , los coeficientes de intensidad de transmisión ( $I_\tau$ ) y reflexión ( $I_\varphi$ ) son reales y están definidos como,

$$I_\tau = \frac{\frac{p_t^2}{2r_2}}{\frac{p_i^2}{2r_1}} = \frac{p_t^2 r_1}{p_i^2 r_2} = \frac{r_1 p_t^2}{r_2 p_i^2} = \frac{r_1}{r_2} |\tau|^2, \quad (3.39)$$

$$I_\varphi = \frac{\frac{p_r^2}{2r_1}}{\frac{p_i^2}{2r_1}} = \frac{p_r^2}{p_i^2} = |\varphi|^2. \quad (3.40)$$

La mayoría de los casos reales implican paquetes de onda con un área de sección transversal finita, un haz puede caracterizarse a nivel local por rayos casi paralelos y por lo tanto, puede simularse mediante una onda plana. Si el área de la sección transversal de un haz es significativamente mayor que una longitud de onda, cualquier anomalía resultante de la difracción en los bordes del haz se puede ignorar. La potencia transportada por una onda acústica es igual al producto de la intensidad acústica por el área de la sección transversal del haz. Si un haz incidente con un área transversal  $A_i$ , incide oblicuamente en un límite, el área transversal del haz transmitido  $A_t$ , no suele ser igual al del haz incidente. Los coeficientes de potencia de transmisión ( $\chi_t$ ) y reflexión ( $\chi_r$ ) se definen como,

$$\chi_t = \frac{A_t}{A_i} I_\tau = \frac{A_t r_1}{A_i r_2} \tau, \quad (3.41)$$

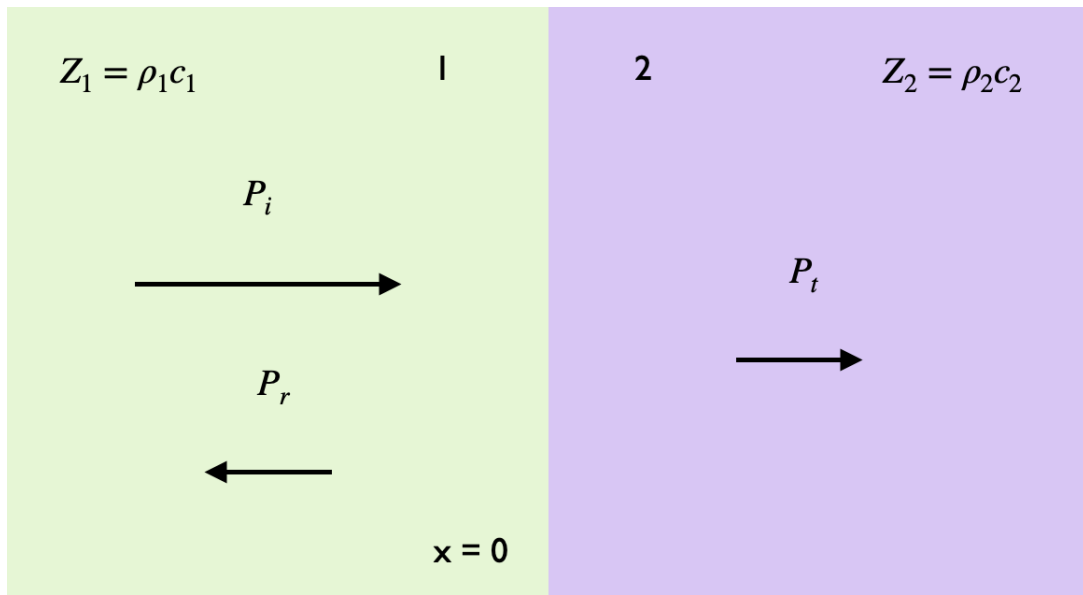
$$\chi_r = I_\varphi = |\varphi|^2. \quad (3.42)$$

Por conservación de energía, la suma de los coeficientes de potencia de transmisión y reflexión debe conservarse, de forma que,

$$\chi_t + \chi_r = 1. \quad (3.43)$$

### 3.8. Reflexión y Transmisión: Incidencia normal.

Cuando una onda acústica se encuentra con un cambio en las propiedades del medio por el que se está propagando, ocurren dos fenómenos importantes: la reflexión y la transmisión. La reflexión ocurre cuando la onda se refleja en el cambio de medio, mientras que la transmisión ocurre cuando la onda continúa su camino a través del otro medio.



**Figura 3.6:** Reflexión y Transmisión de una onda plana con incidencia normal a un plano que divide fluidos con diferentes impedancias.

Considerando una onda incidente en la dirección  $x_+$ ,

$$P_i = p_i e^{i(\omega t - k_1 x)}, \quad (3.44)$$

la cual cuando se encuentra con el plano en  $x=0$ , genera una onda reflejada

$$P_r = p_r e^{i(\omega t + k_1 x)}, \quad (3.45)$$

y una onda transmitida

$$P_t = p_t e^{i(\omega t - k_2 x)}, \quad (3.46)$$

todas las ondas (incidente, transmitida y reflejada) deben tener la misma frecuencia, sin embargo, esto no asegura que todas tengan el mismo número de onda  $k$ , debido a que las velocidades  $c_1$  y  $c_2$  son diferentes [95], es decir

$$k_1 = \frac{\omega}{c_1}, \quad (3.47)$$



**CAPÍTULO 3. FORMALISMO TEÓRICO**  
**3.8. REFLEXIÓN Y TRANSMISIÓN: INCIDENCIA NORMAL.**

---

$$k_2 = \frac{w}{c_2}. \quad (3.48)$$

También hay condiciones de frontera que deben cumplirse bajo este esquema:

1. Las presiones acústicas en ambos lados de la frontera deben ser iguales.
2. Las componentes normales de las velocidades de las partículas en ambos lados de la frontera deben ser iguales.

La primera condición asegura la continuidad de la presión, significa que no puede haber ninguna fuerza neta en el plano que separa los fluidos, y la segunda condición exige que los fluidos permanezcan en contacto.

$$P_i + P_r = P_t, \quad \text{en } x = 0, \quad (3.49)$$

$$D_i + D_r = D_t, \quad \text{en } x = 0. \quad (3.50)$$

Haciendo un coeficiente de ellas, resulta que,

$$\frac{P_i + P_r}{D_i + D_r} = \frac{P_t}{D_t}, \quad (3.51)$$

la cual es una declaración de la continuidad de la impedancia acústica característica normal a través de la frontera. Puesto que  $\pm Z = \frac{P}{D}$ ,

$$\frac{P_i + P_r}{P_i - P_r} = \frac{Z_2}{Z_1}, \quad (3.52)$$

$$Z_1 \frac{P_i + P_r}{P_i - P_r} = Z_2, \quad (3.53)$$

esto conduce directamente al coeficiente de reflexión,

$$\varphi = \frac{Z_2 - Z_1}{Z_2 + Z_1} = \frac{\frac{Z_2}{Z_1} - 1}{\frac{Z_2}{Z_1} + 1}. \quad (3.54)$$

De la relación,

$$\tau + \varphi = 1, \quad (3.55)$$

entonces,

$$\tau = \frac{2Z_2}{Z_2 + Z_1} = \frac{2\frac{Z_2}{Z_1}}{\frac{Z_2}{Z_1} + 1}. \quad (3.56)$$

Recordando que los coeficientes de intensidad de reflexión y transmisión son,

$$I_\varphi = I_r/I_t = |\varphi|^2, \quad (3.57)$$


---

**CAPÍTULO 3. FORMALISMO TEÓRICO**  
3.9. TRANSMISIÓN EN SISTEMAS A CAPAS.

---

$$I_\tau = I_t/I_i = \frac{Z_1}{Z_2} |\tau|^2. \quad (3.58)$$

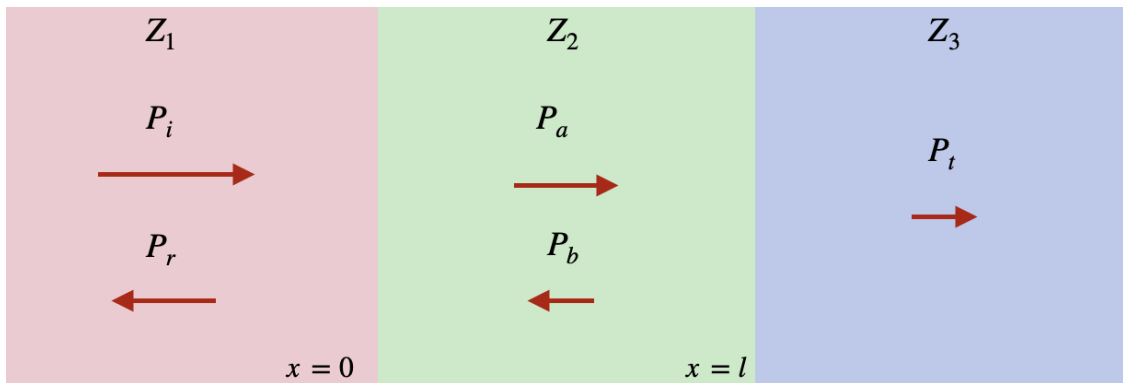
Ahora en términos de las impedancias:

$$I_\varphi = \left( \frac{Z_2 - Z_1}{Z_2 + Z_1} \right)^2 = \left( \frac{\frac{Z_2}{Z_1} - 1}{\frac{Z_2}{Z_1} + 1} \right)^2, \quad (3.59)$$

$$I_\tau = \frac{4Z_2Z_1}{(Z_2 + Z_1)^2} = \frac{4\frac{Z_2}{Z_1}}{\left(\frac{Z_2}{Z_1} + 1\right)^2}. \quad (3.60)$$

### 3.9. Transmisión en sistemas a capas.

Suponemos tres fluidos consecuentes con diferentes impedancias ( $Z_1, Z_2, Z_3$ ), el fluido que se encuentra en medio tiene un espesor  $l$ . Una onda plana incide de manera normal en sus fronteras.



**Figura 3.7:** Transmisión de una onda a través de un sistema a capas.

Se observa que cuando la onda incidente en el fluido 1 alcanza la frontera entre los fluidos 1 y 2, parte de la energía se refleja y otra se transmite al segundo fluido. La parte transmitida de la onda viaja a través del fluido 2 para interaccionar en la frontera de los fluidos 2 y 3, donde de la misma manera parte de la energía se refleja y otra se transmite. La onda reflejada vuelve a la frontera entre los fluidos 1 y 2, y se vuelve a repetir el proceso. Si la duración de la onda incidente es menor a  $\frac{2l}{C_2}$ , un observador en el fluido 1 ó 3 verá una serie de ecos separados en el tiempo por  $\frac{2l}{C_2}$ . En el caso contrario, puede suponerse que [95],

$$P_i = p_i e^{i(\omega t - k_1 x)}. \quad (3.61)$$

## CAPÍTULO 3. FORMALISMO TEÓRICO

### 3.10. ATENUACIÓN.

---

Las distintas ondas transmitidas y reflejadas se combinan ahora de modo que, en el estado estacionario, la onda reflejada de vuelta al fluido 1 es

$$P_r = p_r e^{i(\omega t + k_1 x)}. \quad (3.62)$$

Las ondas transmitida y reflejada en el fluido 2 son:

$$P_a = A e^{i(\omega t - k_2 x)}, \quad (3.63)$$

$$P_b = B e^{i(\omega t + k_2 x)}, \quad (3.64)$$

y la onda transmitida en el fluido 3 es:

$$P_t = p_t e^{i(\omega t - k_3 x)}. \quad (3.65)$$

La continuidad de la impedancia acústica específica normal en  $x = 0$  y en  $x = l$  da como resultado

$$\frac{P_i + P_r}{P_i - P_r} = \frac{Z_1}{Z_2} \frac{A + B}{A - B} \frac{Ae^{-ik_2 l} + Be^{ik_2 l}}{Ae^{-ik_2 l} - Be^{ik_2 l}} = \frac{Z_3}{Z_2}, \quad (3.66)$$

a partir de esto podemos obtener el coeficiente de reflexión

$$\varphi = \frac{(1 - \frac{Z_1}{Z_3})\text{Cos}(k_2 l) + j(\frac{Z_2}{Z_3} - \frac{Z_1}{Z_2})\text{Sen}(k_2 l)}{(1 + \frac{Z_1}{Z_3})\text{Cos}(k_2 l) + j(\frac{Z_2}{Z_3} + \frac{Z_1}{Z_2})\text{Sen}(k_2 l)}. \quad (3.67)$$

Notamos que  $A_t = A_i$  y el coeficiente de intensidad de transmisión resulta ser:

$$I_\tau = \frac{4}{2 + (\frac{Z_3}{Z_1} + \frac{Z_1}{Z_3})\text{Cos}^2(k_2 l) + (\frac{Z_2^2}{Z_1 Z_3} + \frac{Z_1 Z_3}{Z_2^2})\text{Sen}^2(k_2 l)}. \quad (3.68)$$

### 3.10. Atenuación.

Hay fuentes de disipación que son causantes de atenuar la onda acústica, de no ser así una onda no mostraría ninguna reducción de la presión acústica a lo largo de su trayectoria. Sin embargo, todos los materiales naturales producen un efecto que debilita la onda acústica. Esto se debe a dos causas principales, la dispersión y la absorción, que se combinan en el término atenuación. La dispersión se debe a que el material no es estrictamente homogéneo. Contiene fronteras en las que la impedancia acústica cambia bruscamente debido a que dos materiales de diferente densidad o velocidad de propagación se encuentran en estas interfaces. Estas inhomogeneidades pueden ser inclusiones o poros de gas. También hay materiales que por su naturaleza no son homogéneos. La

---

## CAPÍTULO 3. FORMALISMO TEÓRICO

### 3.10. ATENUACIÓN.

---

segunda causa de la atenuación, es la absorción, es una conversión directa de la energía acústica en calor, de la que pueden ser responsables varios procesos entre los cuales se encuentra la vibración de las moléculas, entre otras, sin embargo se considera un proceso adiabático, esta puede no considerarse, debido que, la absorción puede visualizarse a grandes rasgos como una especie de efecto de frenado de las oscilaciones de las partículas, lo que también aclara por qué una oscilación rápida pierde más energía que una oscilación lenta, la absorción suele aumentar con la frecuencia, pero a un ritmo mucho más lento que la dispersión. Todos los mecanismos de pérdida son relajantes por naturaleza, pero a menudo ciertos efectos de relajación no se observan en la gama de frecuencias y temperaturas habituales. Estas pueden dividirse en dos categorías.

- Fuentes de disipación
  1. Intrínsecas al medio
    - a) Pérdidas Viscosas
    - b) Pérdidas por conducción
    - c) Pérdidas asociadas a procesos moleculares internos
  2. Asociadas a los límites del medio

Las pérdidas viscosas se producen siempre que hay un movimiento relativo entre partes adyacentes del medio, como lo puede ser durante la deformación por corte o la compresión y expansión asociadas a la transmisión de una onda acústica.

Hay diferentes fuentes de pérdidas, que estas mismas dependen de varios factores y que además algunos tienen un mayor peso que otros, sin embargo, cuando las pérdidas son pequeñas se puede considerar que para fuentes independientes de atenuación acústica, el coeficiente de absorción total es la suma de los coeficientes de absorción de los mecanismos de pérdida individuales calculados como si cada uno funcionara por si solo

$$\alpha = \sum_i \alpha_i. \quad (3.69)$$

La presión acústica de una onda, que sólo disminuye como consecuencia de la atenuación, puede escribirse, en forma de función exponencial como,

$$p = p_0 e^{-\alpha l}, \quad (3.70)$$

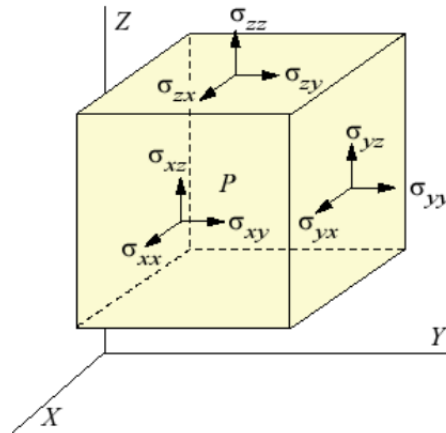
donde  $p_0$  es la presión del medio sin perturbaciones,  $p$  es la presión del medio perturbado por la onda acústica, a lo largo de una sección de longitud  $l$  y con un coeficiente de atenuación  $\alpha$ .

### 3.11. Tensor de esfuerzos

El tensor de esfuerzos describe las tensiones internas en un material y cómo estas varían en distintas direcciones. Cuando una onda mecánica atraviesa un medio deformable, el tensor de esfuerzos experimenta cambios temporales y espaciales, reflejando la respuesta del material ante el paso de la onda acústica en este caso.

El tensor de esfuerzos tiene una relación con las ondas mecánicas en el ámbito de la mecánica de medios continuos, la cual examina el comportamiento de materiales deformables ante cargas y perturbaciones. Las ondas mecánicas representan perturbaciones que se desplazan a través de un medio material, como las ondas acústicas, entre otras.

El esfuerzo es una fuerza que actúa sobre un área, se mide en Newtons por metro cuadrado  $[\frac{N}{m^2}]$  que corresponde a una unidad Pascal ( $Pa$ ). El tensor de esfuerzos es una representación matricial que contiene las tensiones tridimensionales en un punto específico dentro de un material. En su forma más general, este tensor tiene nueve componentes, correspondientes a las tres dimensiones del espacio y las combinaciones de esfuerzos normales y cortantes. Estas componentes capturan la información sobre las tensiones que actúan en todas las direcciones posibles, permitiendo una comprensión detallada de la distribución de fuerzas internas en un material constituyendo una base importante para los modelos constitutivos y también para la interpretación de los resultados de las tensiones [102].



**Figura 3.8:** Representación gráfica de las componentes del tensor de esfuerzos [103].

En coordenadas cartesianas, el tensor de esfuerzos viene dado por

$$\sigma_{ij} = \begin{bmatrix} \sigma_{xx} & \sigma_{xy} & \sigma_{xz} \\ \sigma_{xy} & \sigma_{yy} & \sigma_{yz} \\ \sigma_{xz} & \sigma_{yz} & \sigma_{zz} \end{bmatrix}. \quad (3.71)$$

## CAPÍTULO 3. FORMALISMO TEÓRICO

### 3.12. ASPECTOS DE ESTADÍSTICA.

---

Los tres invariantes fundamentales para cualquier tensor son

$$I_1(\sigma_{ij}) = tr(\sigma_{ij}), \quad (3.72)$$

$$I_2(\sigma_{ij}) = \frac{1}{2}(tr(\sigma_{ij})^2 - tr(\sigma_{ij}^2)), \quad (3.73)$$

$$I_3(\sigma_{ij}) = det(\sigma_{ij}), \quad (3.74)$$

de donde  $I_1$  representa el efecto del esfuerzo medio,  $I_2$  representa la magnitud del esfuerzo cortante e  $I_3$  contiene información sobre la dirección del esfuerzo cortante. La diagonal principal del tensor, identifica el estado de esfuerzos del sistema, el signo es positivo en el caso de un componente de expansión y negativo en el caso de compresión.

La presión esta relacionada con el tensor de esfuerzos de la siguiente manera [104],

$$p = -\frac{1}{3}\sigma_{ij}\delta_{ij} = -\frac{1}{3}(\sigma_{11} + \sigma_{22} + \sigma_{33}). \quad (3.75)$$

Para la presión  $p$ , cuando existe una compresión, la presión acústica será positiva, y en caso contrario, cuando se da una expansión la presión resulta negativa. La dinámica específica de esta relación está influenciada por la naturaleza de la onda y las propiedades intrínsecas del material.

## 3.12. Aspectos de estadística.

### 3.12.1. Media Aritmética.

La media aritmética o promedio de un conjunto de  $n$  mediciones es igual a la suma de las mediciones dividida entre el número total de mediciones  $n$ , suponiendo que se tiene un conjunto de  $n$  datos, cuyos valores están etiquetados como  $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ . Su expresión matemática es [105],

$$\bar{x} = \frac{\sum_{j=1}^n \zeta_j}{n} = \frac{\zeta_1 + \zeta_2 + \zeta_3 + \dots + \zeta_n}{n}, \quad (3.76)$$

donde

- $\bar{x}$  es la media aritmética
- $\zeta_j$  representa el  $j$ -ésimo elemento del conjunto de datos,
- $n$  representa el número total de elementos del conjunto de datos.

### 3.12.2. Desviación Estándar.

La desviación estándar o desviación típica es la medida de dispersión o variabilidad que indica cuánto se desvían los valores de un conjunto de datos respecto a su media aritmética o promedio, su expresión matemática es [105],

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{j=1}^n (\zeta_j - \bar{x})^2}{n}}, \quad (3.77)$$

donde

- $\sigma$  representa la desviación estándar
- $\bar{x}$  es la media aritmética
- $\zeta_j$  representa el j-ésimo elemento del conjunto de datos,
- $n$  representa el número total de elementos del conjunto de datos.

# Capítulo 4

## Metodología

La ecuación de onda acústica proporciona el marco teórico para describir y calcular la variación de la presión acústica ( $p$ ) causada por el paso de una onda a través de un medio con respecto a la posición de equilibrio del medio en el que se propaga la onda. A partir de estas variables, se pueden derivar parámetros acústicos clave, como la velocidad de fase acústica, la impedancia acústica característica, el módulo de Young, entre otros. La ecuación de onda es una ecuación diferencial parcial de segundo orden homogénea que relaciona la variación de la presión acústica o el desplazamiento de las partículas con la velocidad de propagación y la posición espacial. Realizar simulaciones de este tipo es complicado debido a las diversas consideraciones necesarias para describir adecuadamente el sistema de estudio, así como la aplicación de condiciones iniciales y de frontera. Aprovechando la simetría y geometría del sistema, se consideran como bidimensionales para simplificar los cálculos. Sin embargo, la resolución y simulación del problema sigue siendo compleja y, en muchos casos, algunos problemas no pueden calcularse analíticamente. Para abordar estas dificultades, se recurre a métodos numéricos como una alternativa. Estos métodos, permiten obtener soluciones aproximadas cuando la obtención de una solución analítica es muy compleja, entre los diversos métodos numéricos que existen se incluye el método de elementos finitos (MEF), el cual ofrece varias ventajas frente a otros métodos numéricos, como por mencionar algunas; permite modelar geometrías complejas con gran precisión, dividiendo el dominio en elementos más pequeños para aproximar la solución en cada región, la precisión de la solución puede controlarse ajustando la cantidad de elementos utilizados en el modelo, esto permite equilibrar la precisión con el costo computacional, permite el acoplamiento de diferentes fenómenos físicos, se pueden manejar materiales no homogéneos y anisotrópicos, así como discontinuidades geométricas. En este capítulo, se presenta el procedimiento, la selección y optimización de parámetros para la simulación utilizando el software COMSOL Multiphysics para el sistema físico en cuestión. Además se brinda una explicación sobre el método del elemento finito y una breve introducción al software COMSOL Multiphysics [106].



#### 4.1. Método de elementos finitos.

El Método de Elementos Finitos (FEM) es un método numérico para aproximar soluciones de ecuaciones diferenciales parciales, utilizado en diversos problemas de ingeniería y física. El FEM permite obtener una solución numérica aproximada sobre un cuerpo, estructura o dominio (medio continuo), sobre el cual rigen ciertas ecuaciones diferenciales que caracterizan el comportamiento físico del problema, dividiéndolo en un gran número de subdominios no intersecantes llamados elementos finitos. El conjunto de elementos finitos forma una partición del dominio también llamada discretización. Dentro de cada elemento se distinguen una serie de puntos representativos llamados nodos. El conjunto de nodos se obtiene dividiendo o discretizando la estructura en elementos de diversas formas (pueden ser superficies, volúmenes y barras). Dos nodos son adyacentes si pertenecen al mismo elemento finito; además, un nodo en el límite de un elemento finito puede pertenecer a varios elementos. El conjunto de nodos considerando sus relaciones de adyacencia se denomina malla. La generación de la malla se suele realizar con programas especiales llamados generadores de malla, en una etapa previa a los cálculos que se denomina preprocesamiento. Los cálculos se realizan en los nodos. Según las relaciones de adyacencia o conectividad se relaciona el valor de un conjunto de variables desconocidas definidas en cada nodo y se les conoce como grados de libertad. El conjunto de relaciones entre el valor de una determinada variable entre nodos se puede escribir en forma de un sistema de ecuaciones lineales. La matriz de este sistema de ecuaciones se llama matriz de rigidez del sistema. El número de ecuaciones en este sistema es proporcional al número de nodos. El FEM convierte un problema definido en términos de ecuaciones diferenciales en un problema en forma matricial que proporciona el resultado correcto para un número finito de puntos (los nodos) y posteriormente interpola la solución al resto del dominio, finalmente se obtiene la solución [107, 108]. Para resumir en términos generales cómo funciona el método del elemento finito, a continuación enumeramos los pasos principales del procedimiento de solución del elemento finito [109].

1. El primer paso es dividir la región de solución en elementos finitos. Estos elementos pueden ser triángulos, cuadriláteros, tetraedros, hexaedros, entre otros, dependiendo de la naturaleza tridimensional o bidimensional del problema. La malla de elementos finitos normalmente se genera mediante un programa de preprocesador. La descripción de la malla consta de varios conjuntos, los principales de los cuales son coordenadas nodales y conectividades de elementos.
2. Se definen las variables del problema dentro de cada elemento finito. Estas variables pueden incluir desplazamientos, temperaturas, presiones, etc., según la naturaleza del problema.
3. Establecer las funciones de interpolación, las cuales se utilizan para interpolar las variables de campo sobre el elemento. A menudo, se seleccionan polinomios como

## CAPÍTULO 4. METODOLOGÍA

### 4.2. MÓDULO DE ACÚSTICA EN COMSOL MULTYPHYSICS.

---

funciones de interpolación. El grado del polinomio depende del número de nodos asignados al elemento.

4. Establecer la ecuación matricial para el elemento finito que relacione los valores nodales de la función desconocida con otros parámetros.
5. Reunir las ecuaciones de los elementos, para encontrar el sistema de ecuaciones globales para toda la región de solución debemos ensamblar todas las ecuaciones de elementos. En otras palabras, debemos combinar ecuaciones de elementos locales para todos los elementos utilizados para la discretización. Las conectividades de elementos se utilizan para el proceso de ensamblaje. Antes de la solución, se deben imponer condiciones de contorno (que no se tienen en cuenta en las ecuaciones de elementos).
6. Resolver el sistema de ecuaciones globales, el sistema de ecuaciones globales de elementos finitos suele ser escaso, simétrico y definido positivamente. Se pueden utilizar métodos directos e iterativos para la solución. Los valores nodales de la función buscada se producen como resultado de la solución.
7. Calcular parámetros adicionales, en muchos casos se necesita calcularlos. Por ejemplo, en problemas mecánicos, además de los desplazamientos, son de interés las deformaciones y tensiones, que se obtienen después de resolver el sistema de ecuaciones globales.

### 4.2. Módulo de Acústica en COMSOL Multiphysics.

El módulo Acústica consiste en un conjunto de interfaces físicas que permiten simular la propagación de una onda acústica en fluidos y sólidos en un entorno totalmente multi-físico. Las interfaces físicas disponibles incluyen presión acústica, ondas elásticas, interacción acústica-sólido, aeroacústica (modelos acústicos convectivos detallados), acústica termoviscosa, ultrasonidos, acústica geométrica y acústica de tuberías. Para el análisis acústico, que abarca la gama de frecuencias desde los infrasonidos hasta los ultrasonidos, el módulo de acústica incorpora cuatro métodos numéricos, incluidos los elementos finitos (FEM), los elementos de contorno (BEM), el Galerkin discontinuo (dG-FEM) y el trazado de rayos. Las simulaciones acústicas que utilizan este módulo pueden resolver fácilmente problemas clásicos como la dispersión, la difracción, la emisión, la radiación y la transmisión de la onda acústica. Estos problemas son relevantes para el diseño de silenciadores, la construcción de altavoces, el aislamiento acústico de absorbentes y difusores, la evaluación de patrones acústicos direccionales como la directividad, problemas

## CAPÍTULO 4. METODOLOGÍA

### 4.2. MÓDULO DE ACÚSTICA EN COMSOL MULTYPHYSICS.

---

de radiación de ruido y mucho más. Los acoplamientos multifísicos acústico-estructura permiten modelar problemas que implican la onda acústica transmitida por estructuras y fluidos y su interacción. Por ejemplo, la interacción acústica-estructura se simula para el diseño detallado de silenciadores, piezo-actuadores de ultrasonidos, tecnología de sonar y análisis de ruido y vibración de maquinaria en la industria del automóvil. Utilizando las capacidades de COMSOL Multiphysics también es posible analizar y diseñar transductores electroacústicos como altavoces, sensores, micrófonos y receptores de audífonos. La propagación de ondas elásticas puede modelarse en sólidos y materiales porosos, así como en problemas acoplados [110].

#### 4.2.1. Ondas Elásticas.

Generalmente esta interfaz física en COMSOL Multiphysics se utiliza para modelar la propagación transitoria de ondas elásticas en materiales elásticos lineales. En general, es adecuada para modelar la propagación de ondas elásticas a grandes distancias en relación con la longitud de onda, por ejemplo, la propagación de ultrasonidos para ensayos no destructivos (END), o las ondas sísmicas. Esta herramienta incluye capas absorbentes que se utilizan para establecer condiciones de contorno efectivas no reflectantes (capas esponja). La interfaz existe en 2D (deformación plana generalizada), 2D axisimétrica y 3D. Este nodo añade las ecuaciones para modelar la propagación de ondas elásticas lineales. Define las propiedades de un material general isotrópico o anisotrópico. El modelo resuelve las ecuaciones que gobiernan un material elástico general en una formulación velocidad-deformación. La ecuación 4.1 es la ecuación general que resuelve el programa, bajo el método del elemento finito.

$$\rho \frac{\delta u}{\delta t} - \nabla \cdot S = F_v, \quad (4.1)$$

$$\frac{\delta E}{\delta t} - \frac{1}{2}[\nabla u + (\nabla u)^T] = 0, \quad (4.2)$$

$$S = E : D. \quad (4.3)$$

Donde  $u$  es la velocidad de la partícula,  $\rho$  la densidad,  $S$  el tensor de tensión,  $D$  el tensor de deformación,  $E$  es el tensor de elasticidad (o tensor de rigidez), y  $F_v$  es una posible fuerza del cuerpo. Las ecuaciones son válidas tanto para materiales isotrópicos como anisótropos. La ecuación 4.1 describe la evolución de la tensión o esfuerzo que sufre un cuerpo que esta sometido a una perturbación, en este caso una onda acústica. En la sección 3 se describe como se relaciona el tensor de esfuerzos con la presión acústica. Las ecuaciones 4.2 y 4.3 son las condiciones de contorno y describen que los pequeños cambios del tensor de deformación respecto al tiempo, deben ser igual al tensor de deformación linealizado y que el tensor de tensión debe ser igual al doble producto

escalar del tensor de elasticidad con el tensor de deformación respectivamente.

#### 4.2.2. Condiciones de Frontera.

Las condiciones de contorno son esenciales en la modelización computacional ya que definen la naturaleza de los límites del dominio de estudio. Pueden ser físicas, representando obstáculos reales o artificiales, utilizadas para truncar el dominio de simulación.

Las condiciones de contorno físicas reflejan las condiciones reales del sistema y pueden incluir diferentes medios o estructuras móviles. Por ejemplo, en un modelo de simulación de una esfera de ondas acústicas, las paredes de la esfera se representarían como condiciones de contorno físicas para reflejar su naturaleza sólida y su interacción con las ondas.

Por otro lado, las condiciones de contorno artificiales se emplean para simular situaciones específicas que pueden no existir en la realidad, pero que son necesarias para la simulación numérica. Estas condiciones pueden ser utilizadas, por ejemplo, para definir límites abiertos en los que las ondas acústicas no se reflejen, imitando así un entorno ilimitado. También pueden simular límites reactivos, como una placa perforada que permite cierto grado de interacción con las ondas acústicas.

En resumen, las condiciones de contorno son herramientas fundamentales en la simulación computacional para definir los límites del dominio de estudio y simular de manera precisa y eficiente una variedad de situaciones físicas.

Algunas de las condiciones típicas para la ecuación de onda son:

- Límites acústicos (paredes),
- Límites acústicos suaves,
- Condiciones de contorno de impedancia,
- Condiciones de radiación.

### 4.3. Método Pulso-Eco.

El método pulso-eco es una técnica utilizada en diagnóstico por imágenes y pruebas no destructivas que implica enviar pulsos cortos de ultrasonido a través de un medio y recibir los pulsos reflejados, conocidos como ecos. En la Figura 4.1, se ilustra el principio del método [92].

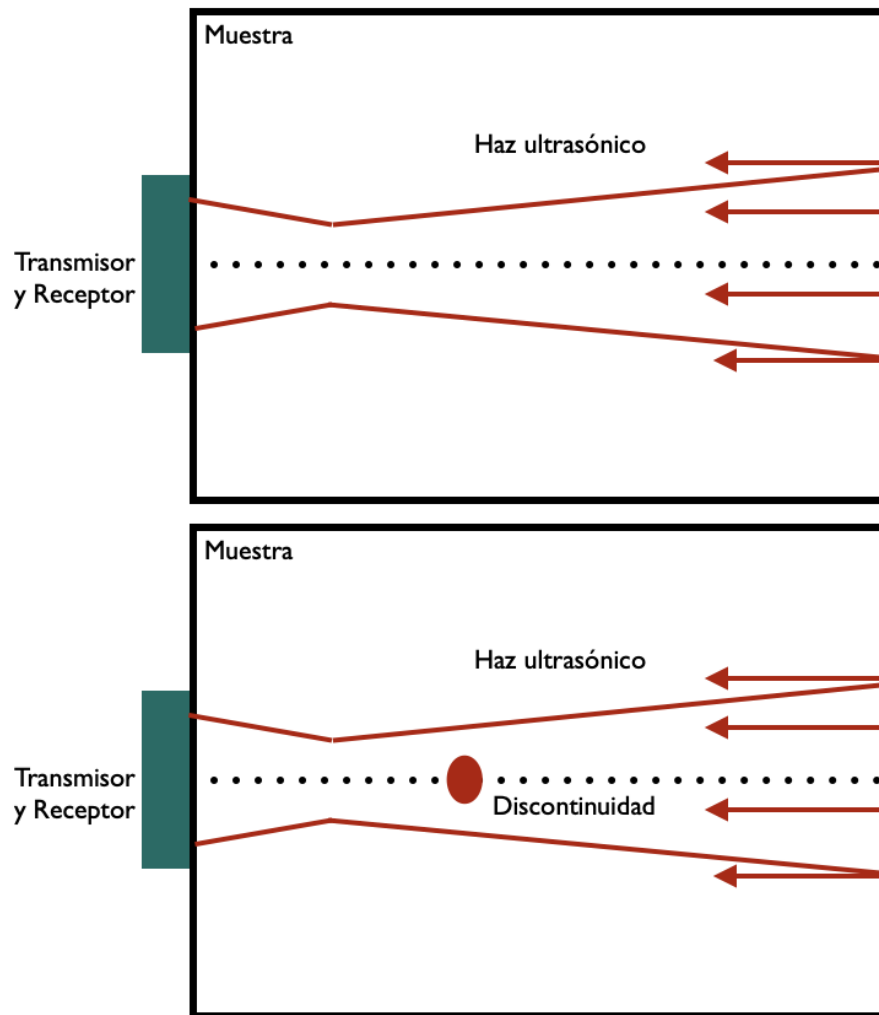


Figura 4.1: Pulso-Eco [92].

## CAPÍTULO 4. METODOLOGÍA

### 4.3. MÉTODO PULSO-ECO.

---

Esta descripción explica el proceso de reflexión de una onda ultrasónica al encontrarse con obstáculos dentro de una muestra. La onda incidente se refleja parcialmente al encontrar inhomogeneidades o cambios de medio. El resto de la onda viaja hasta el límite de la muestra y se reflejará. La señal recibida por el receptor se representa gráficamente, mostrando señales que corresponden a las reflexiones de la onda ultrasónica. Estas señales son identificadas y analizadas para determinar las características del material y posibles defectos presentes en la muestra.

En la representación gráfica, el eje  $x$  está relacionado con el tiempo, de modo que los tiempos de ida y vuelta del pulso ultrasónico hacia y desde el transmisor, así como hacia y desde la pared posterior de la muestra, se reflejan como distancias en la pantalla desde la señal inicial hasta los picos de eco asociados a la discontinuidad y la pared posterior, respectivamente. El eje  $y$  representa la intensidad de la presión acústica ocasionada por la onda recibida. Este análisis temporal proporciona información sobre la distancia y la ubicación de los obstáculos o defectos dentro de la muestra.

En la Figura (4.2), mencionada en el texto, se ilustra este proceso gráficamente, mostrando la representación de la señal ultrasónica recibida por el receptor y cómo se interpretan los picos de eco en relación con los eventos de reflexión dentro de la muestra [92].

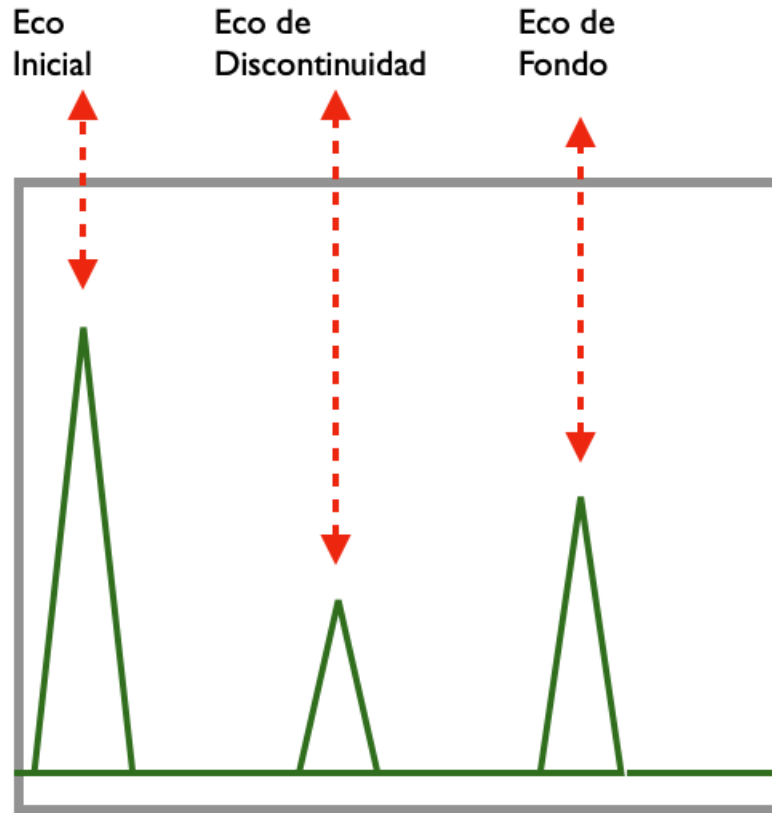
A partir de los resultados de los espectros obtenidos bajo esta técnica, se puede obtener alguno o más parámetros, como puede ser la velocidad de fase acústica, entre otros. Para el caso de la velocidad de fase acústica involucrada en el material se utiliza la siguiente expresión,

$$c = \frac{2d}{t}, \quad (4.4)$$

o bien

$$d = \frac{ct}{2}, \quad (4.5)$$

donde:  $c$  = velocidad de fase acústica,  $d$  = distancia,  $t$  = tiempo



**Figura 4.2:** Ensayo ultrasónico por pulso-eco.

El tiempo se obtiene del ensayo, e indirectamente se obtiene la velocidad de fase acústica ( $c$ ), dado que la distancia ( $d$ ) es conocida.

#### 4.4. Determinación de las propiedades mecánicas.

Para calcular los parámetros elásticos como el módulo de Young ( $E$ ), la relación de Poisson ( $\nu$ ) y el módulo de rigidez ( $\mu$ ) en un material mediante mediciones ultrasónicas, se puede utilizar la velocidad de onda longitudinal (3.32) y la velocidad de onda transversal (3.33) en ese material, junto con su densidad  $\rho$  [96].

$$E = 4\rho c_t^2 \frac{\frac{3}{4} - \left(\frac{c_t}{c_l}\right)^2}{1 - \left(\frac{c_t}{c_l}\right)^2}, \quad (4.6)$$

$$\mu = \rho c_t^2, \quad (4.7)$$

$$\nu = \frac{\frac{1}{2} - \left(\frac{c_t}{c_l}\right)^2}{1 - \left(\frac{c_t}{c_l}\right)^2}. \quad (4.8)$$

El módulo de Young, denotado como  $E$ , es una medida de la rigidez de un material en términos de su capacidad para deformarse elásticamente bajo carga axial. Se define como la relación entre el esfuerzo aplicado y la deformación resultante en la dirección longitudinal del material. Los materiales con un alto módulo de Young son considerados rígidos y tienden a deformarse menos bajo carga, mientras que los materiales con un bajo módulo de Young son más flexibles y se deforman más fácilmente.

La relación de Poisson, representada como  $\nu$ , es una medida de la relación entre las deformaciones laterales y longitudinales de un material bajo carga axial. Se define como la razón negativa de la deformación transversal a la deformación longitudinal.

El módulo de rigidez, representado como  $\mu$ , mide la resistencia de un material a la deformación por corte cuando se aplica un esfuerzo tangencial. Se define como la relación entre el esfuerzo tangencial y la deformación angular resultante, siempre y cuando el material se comporte de manera elástica.

#### 4.5. Modelo Físico.

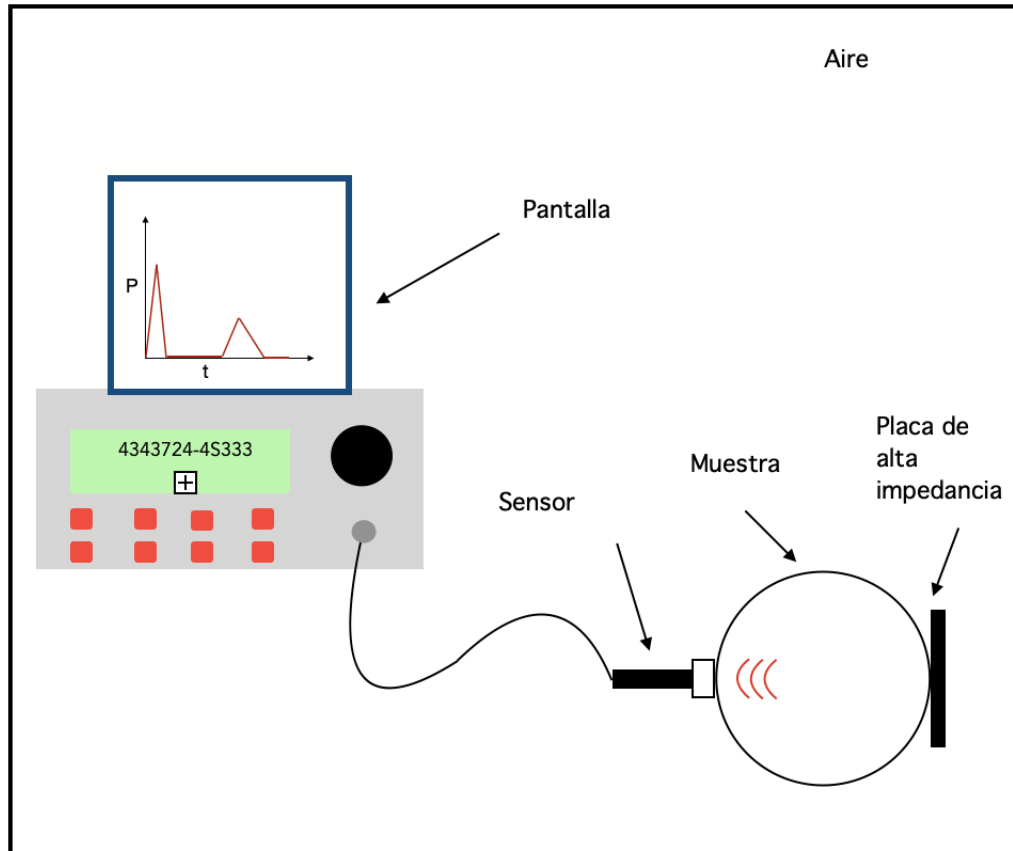
El modelo propuesto se basa en un generador de ondas acústicas que produce un pulso gaussiano con una frecuencia constante. Este pulso es transmitido mediante un acoplador de impedancias y viajará a través de la muestra de cebolla o membrillo, la cual está asentada en una superficie plana sin estar fija por ninguno de sus bordes. Después de un intervalo de tiempo determinado, la onda acústica reflejada en el último borde de la muestra regresa al receptor. Luego, se realiza el procesamiento de la señal recibida y se muestra en la pantalla una serie de ecos que representan los límites o discontinuidades de la muestra. Este modelo está rodeado de aire y se considera a temperatura constante y fija. Este escenario se representa en la Figura 4.3.



## CAPÍTULO 4. METODOLOGÍA

### 4.5. MODELO FÍSICO.

Mediante la detección y análisis de esta señal reflejada, es posible calcular la velocidad de fase acústica en cada medio y detectar posibles defectos internos en la muestra.



**Figura 4.3:** Modelo físico.

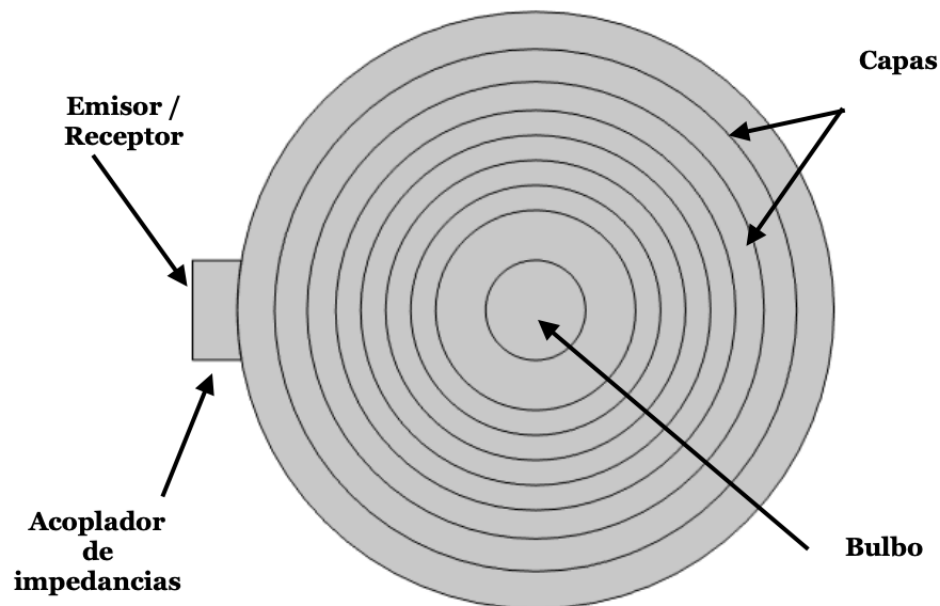
Con el fin de modelar de manera precisa la cebolla y el membrillo, se llevó a cabo un análisis de su geometría y dimensiones. Este análisis inicial permitió obtener una comprensión detallada de la estructura física de ambos objetos, identificando sus formas y tamaños característicos. Posteriormente, se procedió a realizar un análisis de las propiedades morfológicas de la cebolla y el membrillo. Este paso fue fundamental para entender además de la apariencia externa de los objetos, también sus características internas y su composición estructural. Se tomaron en cuenta aspectos como la textura, la densidad, la distribución de masa, y cualquier otra propiedad relevante que pudiera influir en el comportamiento físico de los sistemas.

El objetivo primordial de este proceso fue desarrollar un modelo que representara de manera adecuada y precisa la cebolla y el membrillo. Este modelo, basado en los datos obtenidos del análisis geométrico y morfológico, permitirá realizar simulaciones que ayudarán a comprender mejor el comportamiento y las interacciones de estos sistemas

al propagarse una onda acústica a través de los mismos.

Para el modelado de la cebolla, se optó por un enfoque bidimensional, dada la naturaleza de su geometría. El modelo se representó mediante anillos concéntricos de espesor uniforme, los cuales simbolizan las diversas capas de la cebolla, incluido su bulbo central. Cada uno de estos anillos se caracterizó por un valor de densidad diferente, reflejando así las variaciones en la composición y la densidad de los tejidos a lo largo de la estructura de la cebolla.

Este enfoque permitió capturar de manera efectiva las características esenciales de la cebolla, al tiempo que simplificaba el modelo para su análisis y simulación. Además, la representación en forma de anillos concéntricos facilita la visualización y comprensión de la estructura interna de la cebolla.



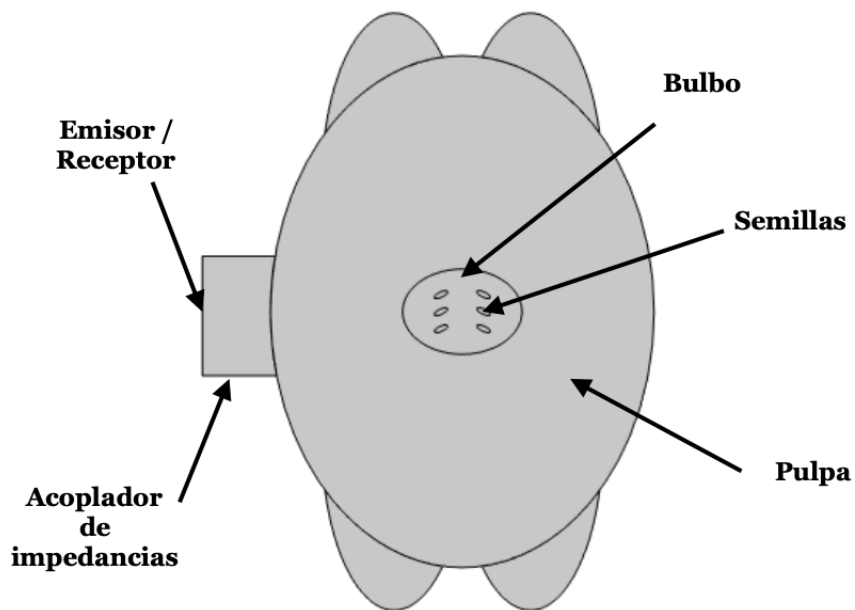
**Figura 4.4:** Descripción del modelo 2D de la cebolla.

En el caso del membrillo, se aplicó un enfoque similar al de la cebolla, utilizando un modelo bidimensional para representar su estructura. Dada su simetría con un corte transversal, se optó por la forma de una elipse para representar la pulpa del membrillo. Esta elipse captura de manera eficaz la forma y la distribución de la pulpa dentro del fruto.

Además de la pulpa, se consideró un núcleo central que alberga pequeñas semillas. Estas semillas fueron modeladas individualmente con pequeñas elipses, cada una con

propiedades específicas como densidad y coeficiente de poisson. Esta atención al detalle en la representación de las semillas permite una aproximación más precisa al comportamiento del membrillo en diferentes escenarios.

Al igual que con el modelo de la cebolla, este enfoque bidimensional simplifica el análisis y la simulación del membrillo, al tiempo que proporciona una representación fiel de su estructura interna. Esta metodología ofrece una base sólida para investigar y comprender mejor las propiedades físicas y el comportamiento del membrillo y la cebolla en diversas condiciones.



**Figura 4.5:** Descripción del modelo 2D del membrillo.

Para modelar el transductor en el sistema, se considera un adaptador diseñado para establecer contacto con la muestra. Este adaptador se configura de manera que su superficie esté normal a la superficie del centro de la muestra. Esta disposición garantiza un contacto óptimo entre el transductor y la muestra, facilitando la transmisión de señales y la captura de datos.

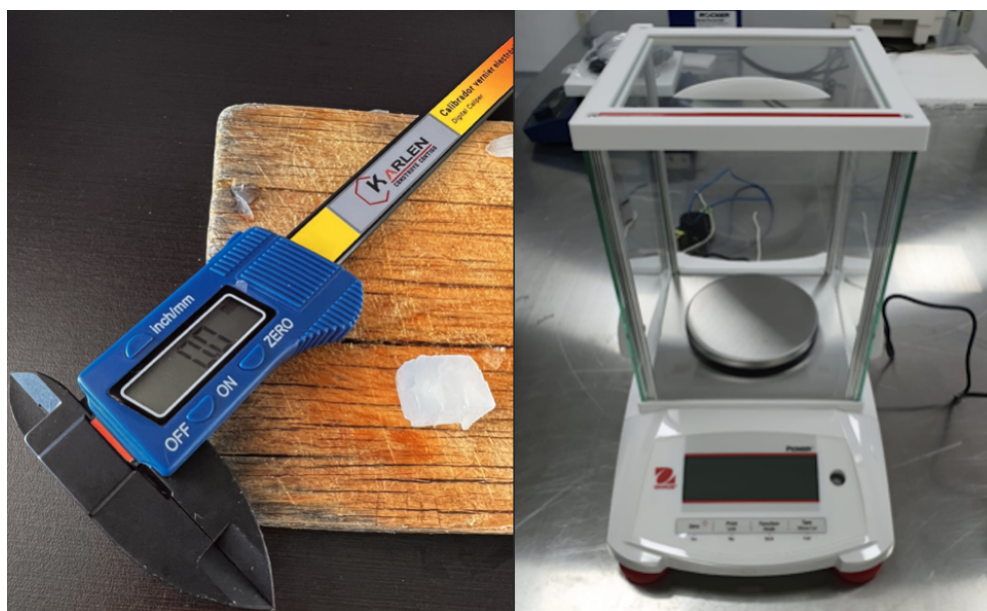
El diseño del emisor se realiza cuidadosamente para garantizar un acoplamiento efectivo entre el emisor y la muestra, minimizando así las pérdidas de señal y asegurando mediciones precisas.

# Capítulo 5

## Resultados y Discusión

### 5.1. Determinación de la densidad de la cebolla y membrillo.

Mediante técnicas experimentales, se determinó la densidad volumétrica para la cebolla y el membrillo, realizando una serie de mediciones de la masa a pequeños trozos geométricos de la muestra en una báscula de precisión y de su volumen con un vernier, como se muestran en la Figura 5.1, posteriormente se realiza un análisis estadístico para obtener un valor promedio de dichas cantidades.



**Figura 5.1:** Vernier y Báscula de precisión.

## CAPÍTULO 5. RESULTADOS Y DISCUSIÓN

### 5.1. DETERMINACIÓN DE LA DENSIDAD DE LA CEBOLLA Y MEMBRILLO.

Se realizaron diez mediciones con vernier digital (KARLEN, México) de las dimensiones de pequeñas secciones en forma de paralelepípedos como se observa en la Figura 5.2, de diferentes muestras de cebolla, algunas de aparente buena calidad y otras en un estado avanzado de descomposición. De manera similar, se realizaron mediciones para los membrillos, siendo algunos de buen estado y otros con impactos, como se observa en la Figura 5.3.



**Figura 5.2:** Medición de dimensiones de las muestras.

Una vez obtenidos los valores del largo, ancho y alto de los pequeños rectángulos de las muestras, se procede a multiplicar estas tres cantidades, con el propósito de determinar el valor del volumen ( $V$ ) de estas pequeñas secciones. Posteriormente, se calculó el promedio de estas mediciones para obtener un valor estadístico representativo.

## CAPÍTULO 5. RESULTADOS Y DISCUSIÓN

### 5.1. DETERMINACIÓN DE LA DENSIDAD DE LA CEBOLLA Y MEMBRILLO.

---



**Figura 5.3:** Fotografías de las muestras.

Para calcular un valor de la masa de los objetos, se tomaron las mismas secciones pequeñas de cebolla y membrillo que se utilizaron previamente para la obtención de su volumen, pero ahora para determinar su masa mediante una báscula de precisión (OHAUS, Estados Unidos) que se muestra en la Figura 5.1. De manera similar, se llevaron a cabo diez mediciones de las secciones pequeñas. Una vez obtenidos los valores de su masa y su volumen, se realizó un ajuste lineal y se aplicó la ecuación (3.3) para determinar el valor de la densidad ( $\rho$ ) para las muestras de buena calidad aparente y aquellas que presentan algún tipo de defecto.

## CAPÍTULO 5. RESULTADOS Y DISCUSIÓN

### 5.1. DETERMINACIÓN DE LA DENSIDAD DE LA CEBOLLA Y MEMBRILLO.

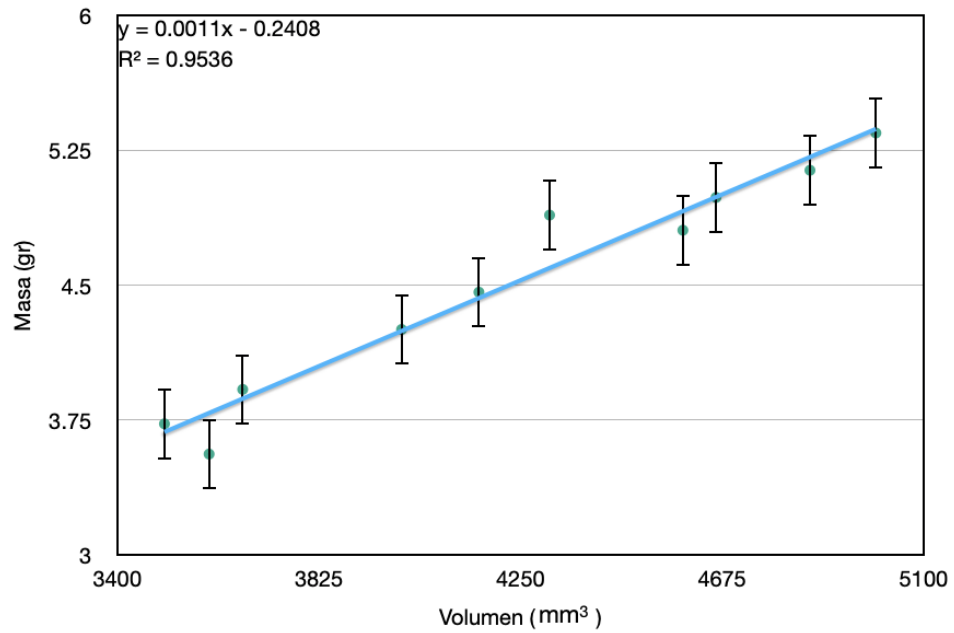


Figura 5.4: Densidad volumétrica de la cebolla sana.

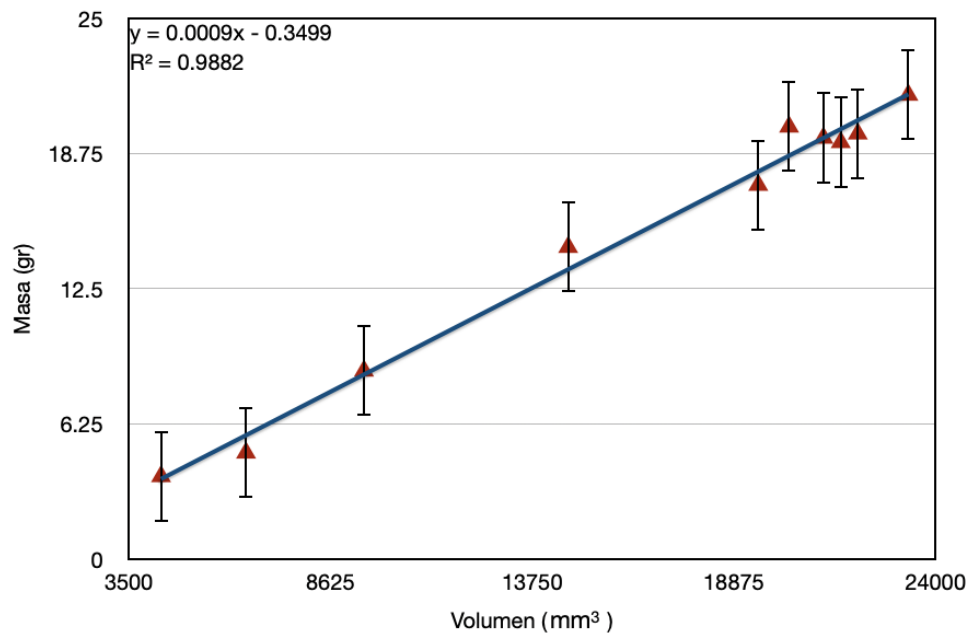
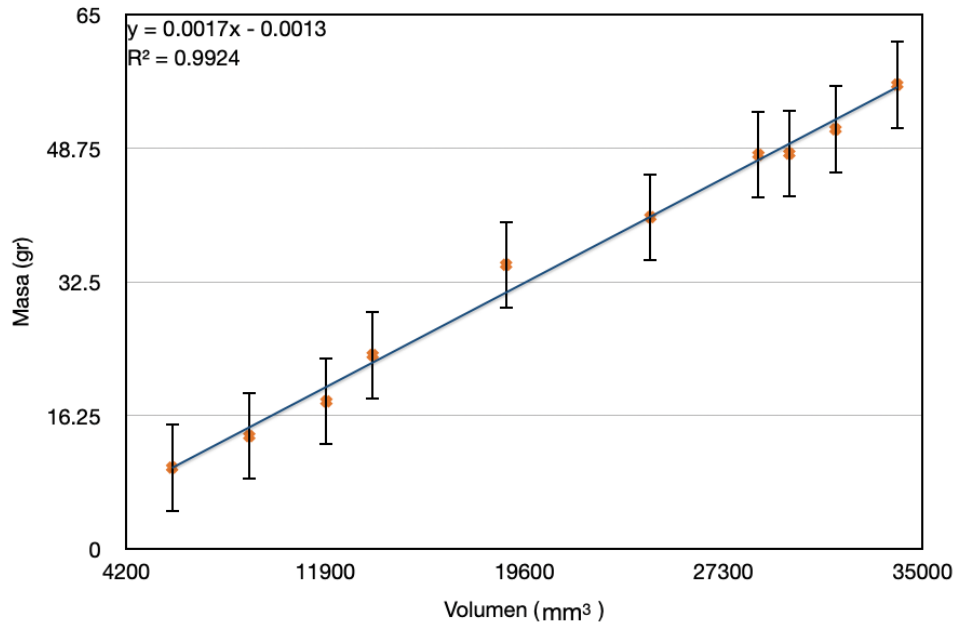


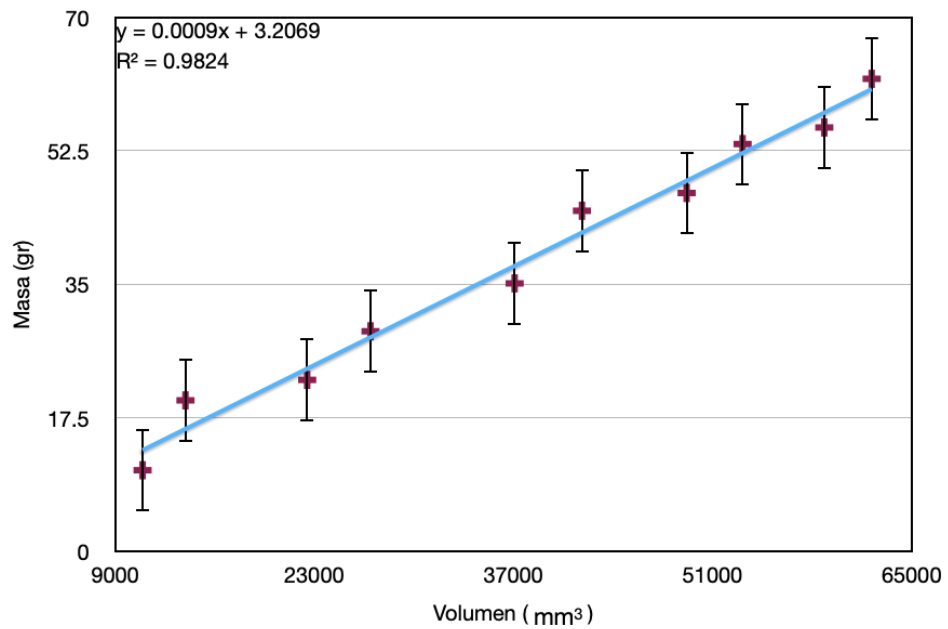
Figura 5.5: Densidad volumétrica de la cebolla descompuesta.

## CAPÍTULO 5. RESULTADOS Y DISCUSIÓN

### 5.1. DETERMINACIÓN DE LA DENSIDAD DE LA CEBOLLA Y MEMBRILLO.



**Figura 5.6:** Densidad volumétrica del membrillo sano.



**Figura 5.7:** Densidad volumétrica del membrillo con impactos.



## CAPÍTULO 5. RESULTADOS Y DISCUSIÓN

### 5.2. MÓDULO DE RIGIDEZ.

Para los parámetros de las gráficas anteriores,  $R^2$  representa una medida estadística de qué tan cerca están los datos de la línea de regresión. En general, cuanto mayor es este valor, mejor se ajusta la línea de regresión lineal a los datos, lo que muestra que los valores obtenidos no presentan mucha variabilidad. Esto permite deducir que los resultados son buenos.

Por otro lado, la pendiente de la recta indica el valor de la densidad de cada una de las muestras. Los valores de la densidad volumétrica obtenidos se describen en la tabla 5.1.

Muestra	Densidad $\times 10^{-4} \rho \left[ \frac{gr}{mm^3} \right]$
Cebolla sana	$11.45 \pm 0.2179$
Cebolla en mal estado	$9.1947 \pm 0.1981$
Membrillo Sano	$16.6381 \pm 0.1786$
Membrillo con impactos	$9.8642 \pm 0.1864$

**Tabla 5.1:** Densidad de las muestras.

De la tabla 5.1, se puede observar que las muestras de mejor calidad aparente, presentan una densidad mayor respecto a las muestras en estado avanzado de descomposición o las que presentan impactos en su estructura, estas variaciones en la densidad pueden estar relacionadas con diversos factores, como la pérdida de contenido de agua o cambios físicos causados por impactos, composición de las muestras, entre otros.

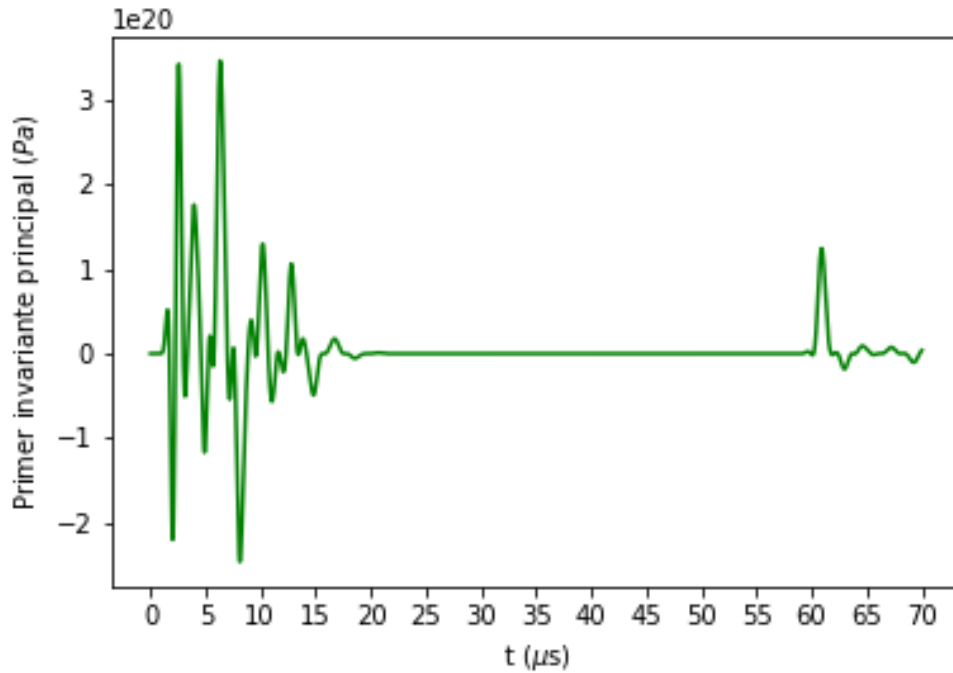
## 5.2. Módulo de rigidez.

Mediante la simulación en COMSOL Multiphysics del modelo físico propuesto, se obtuvieron los espectros de la propagación de la onda a través de la muestra. Estos espectros contienen información detallada sobre la interacción de la onda con la muestra y sus características.

Al analizar estos espectros y realizar una identificación cuidadosa de las señales obtenidas, se puede determinar el tiempo que tarda la onda en recorrer toda la muestra. Este proceso de identificación implica analizar las señales observadas y evaluar el comportamiento de la onda a medida que se desplaza a través de diferentes secciones de la muestra.

## CAPÍTULO 5. RESULTADOS Y DISCUSIÓN

### 5.2. MÓDULO DE RIGIDEZ.



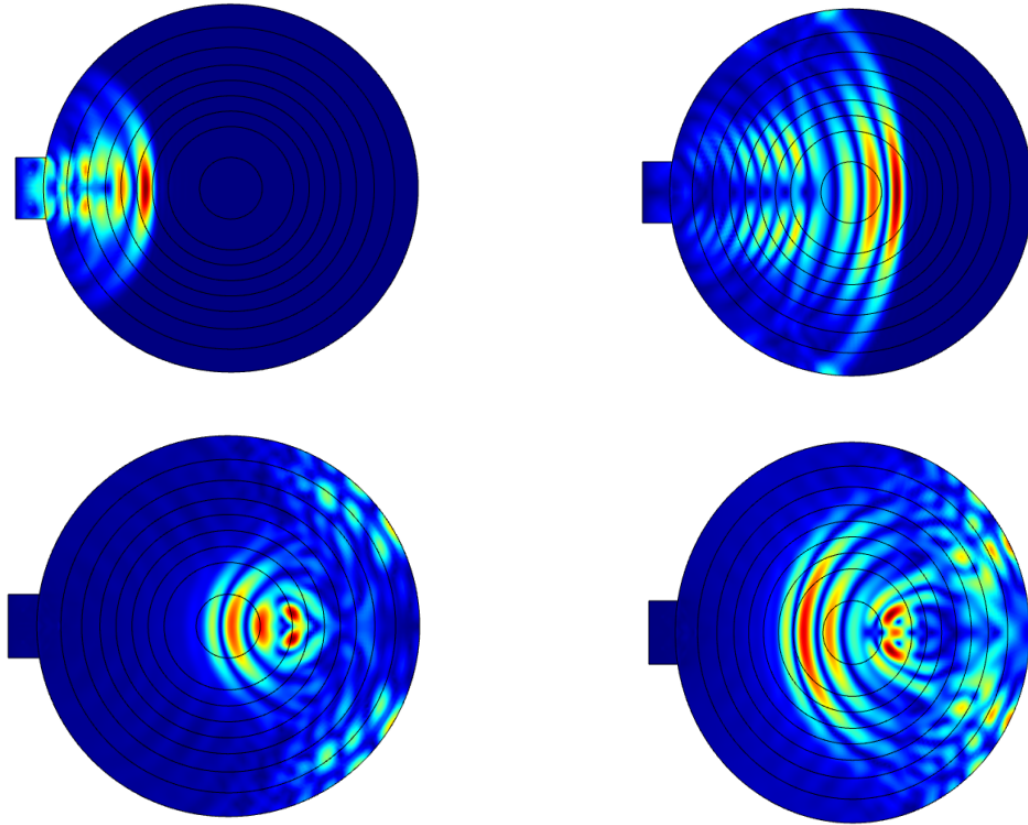
**Figura 5.8:** Espectro de transmisión de la cebolla sana.

Una vez determinados los tiempos de propagación de las ondas y conociendo las dimensiones de las muestras, que fueron de 12 centímetros de diámetro para la cebolla y 9 centímetros de ancho para el membrillo, estos valores se eligieron tras evaluar los diferentes rangos de tamaño de estos alimentos en el estado de Zacatecas. Posteriormente, se utilizó la ecuación  $c = \frac{d}{t}$  para calcular los valores de la velocidad de fase acústica de cada muestra.

Los resultados del tiempo de propagación de las ondas y los valores de la velocidad de fase acústica para cada muestra se presentan en la Tabla 5.2. Se observa que las muestras de buena calidad presentan una velocidad de fase acústica mayor en comparación con las muestras de mala calidad o aquellas que presentan algún tipo de defecto.

**CAPÍTULO 5. RESULTADOS Y DISCUSIÓN**  
5.2. MÓDULO DE RIGIDEZ.

---



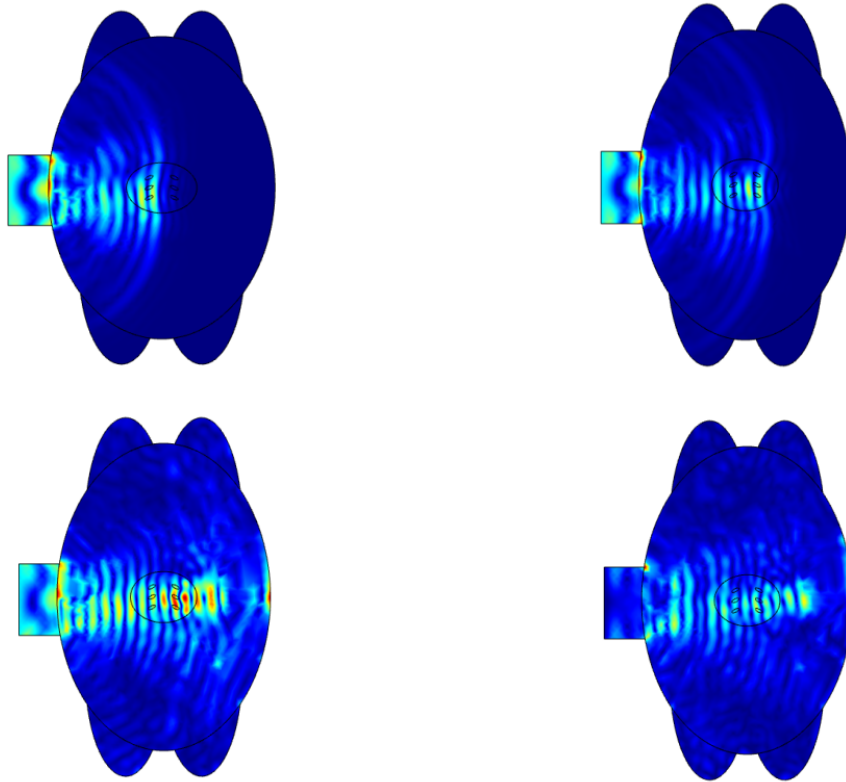
**Figura 5.9:** Simulación de la propagación de la onda acústica a través de la cebolla bajo la técnica de pulso-eco.

Muestra	tiempo [ $\mu s$ ]	Velocidad de fase acústica [ $\frac{m}{s}$ ]
Cebolla sana	61	1,963.99
Cebolla en mal estado	63	1,904.76
Membrillo Sano	44.3	2,031.60
Membrillo con impactos	45.1	1,995.56

**Tabla 5.2:** Velocidad de fase acústica de las muestras.

## CAPÍTULO 5. RESULTADOS Y DISCUSIÓN

### 5.2. MÓDULO DE RIGIDEZ.



**Figura 5.10:** Simulación de la propagación de la onda acústica a través del membrillo bajo la técnica de pulso-eco.

Una vez obtenidos estos resultados de la velocidad de propagación de la onda en cada medio y la densidad de cada muestra ( ver tablas 5.1 y 5.2), se procede a aplicar la ecuación (4.7) para obtener el módulo de rigidez ( $\mu$ ). Obteniendo de esta forma los siguientes valores de  $\mu$  para las diferentes muestras:

Muestra	Módulo de rigidez ( $\mu$ ) [ $Pa \cdot 10^{10}$ ]
Cebolla sana	0.4416
Cebolla en mal estado	0.3335
Membrillo Sano	0.6867
Membrillo con impactos	0.3928

**Tabla 5.3:** Valores del módulo de rigidez.

Como se puede observar en la Tabla 5.3, a medida que aumenta el valor del módulo de rigidez, se corresponde con muestras que no presentan defectos. El índice de rigidez

## CAPÍTULO 5. RESULTADOS Y DISCUSIÓN

### 5.3. DETECCIÓN DE DEFECTOS.

---

está estrechamente vinculado con la madurez de los alimentos, como se mencionó en la Sección 2. Se vuelve factible etiquetar los alimentos en función de los valores obtenidos en esta métrica y determinar con ellos diferentes estándares de calidad.

### 5.3. Detección de defectos.

Mediante la simulación por COMSOL Multiphysics del modelo físico, es posible detectar defectos internos, como se detalla en la sección 4. Al propagar una onda acústica a través de una muestra y detectar los ecos, se genera un espectro de presión vs. tiempo. Cada pico registrado se asocia a un cambio de fase, defecto, entre otros aspectos, según sea el caso. Para este modelo en particular, se ha modelado la muestra de la cebolla con densidad de  $11.45 \frac{gr}{mm^3}$  y módulo de rigidez de  $\mu = 0.4416 \times 10^{10} Pa$ , tanto con y sin defectos con el fin de observar las variaciones en el espectro para poder identificar y asociar las señales recibidas a las características específicas de la muestra. En el proceso de análisis, la cebolla continuó siendo modelada en capas, manteniendo un enfoque similar al utilizado previamente. Sin embargo, en este caso, se decidió asignar el mismo valor de densidad a cada una de las capas. Esta decisión se tomó con el objetivo de simplificar el modelo y facilitar la detección de defectos, ya que una uniformidad en los parámetros permite una evaluación más clara y directa. A pesar de esta simplificación, es importante destacar que el modelo puede ajustarse y refinarse según sea necesario para alcanzar niveles más precisos de representación a cambio de costo computacional. La capacidad de realizar ajustes finos en el modelo garantiza que pueda adaptarse a diferentes requerimientos y condiciones específicas de la cebolla, permitiendo así un análisis detallado de sus propiedades físicas y su comportamiento en diversos escenarios.

Los parámetros de la onda propagada fueron los siguientes:

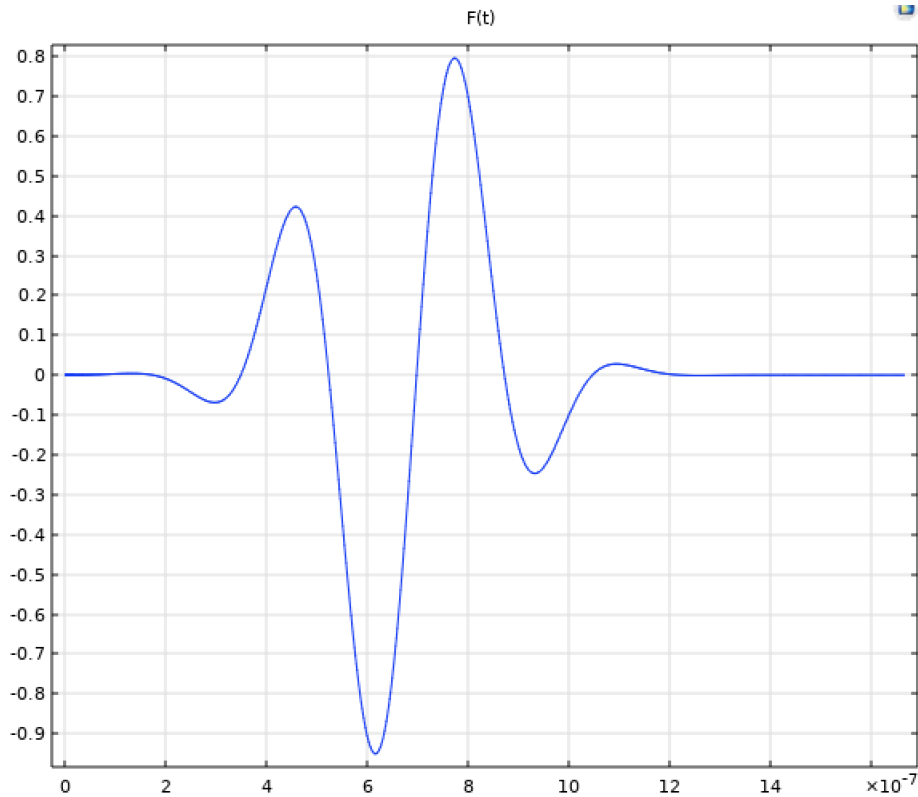
- frecuencia : 2 MHz
- función analítica :  $F(t) = Sin(2\pi ft)e^{ft}$

Se utilizó una frecuencia dentro del rango de ultrasonido de baja intensidad, previo a realizar la simulación con este valor de la frecuencia, se hizo un análisis de como se comportaba la propagación de la onda a distintas frecuencias, siendo 2 MHz el pulso que mejor se propagó en esta situación, dado que se observó que a frecuencias superiores a este valor, la onda no lograba propagarse y para valores menores ya no estaba dentro del rango de ultrasonido de baja intensidad.

Para el pulso propagado, se estableció una función analítica que se compone del producto de un pulso gaussiano y una onda sinusoidal, como se describe anteriormente. En la Figura 5.11 se muestra la gráfica de la función analítica de este pulso.

## CAPÍTULO 5. RESULTADOS Y DISCUSIÓN

### 5.3. DETECCIÓN DE DEFECTOS.



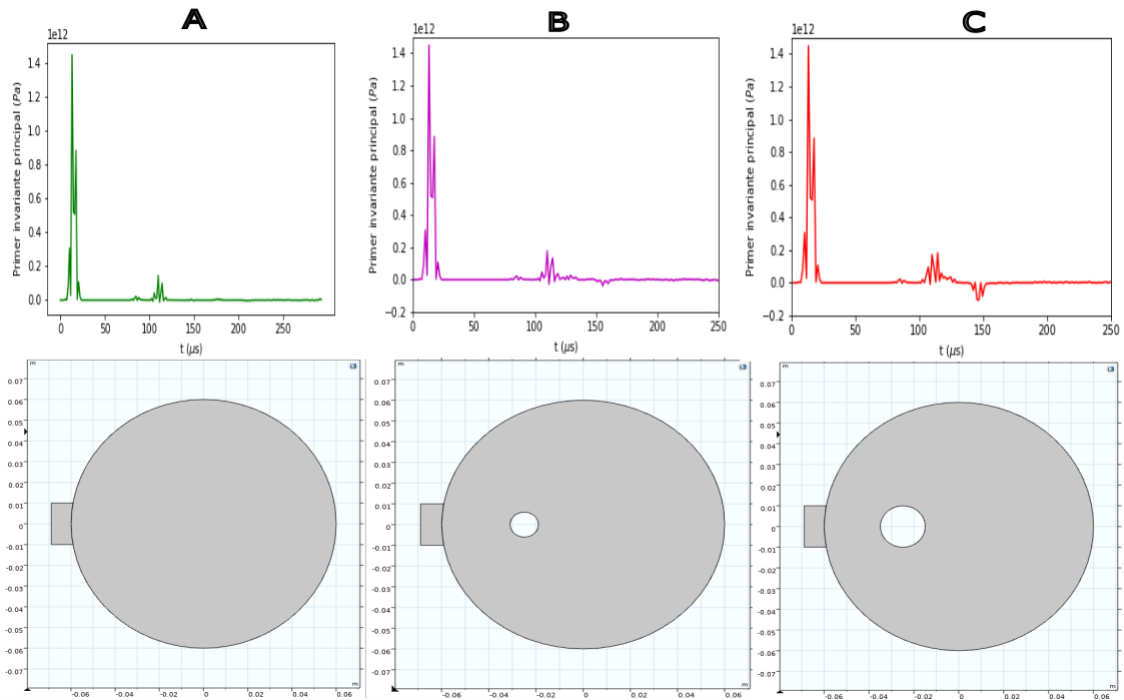
**Figura 5.11:** Perfil del pulso acústico de excitación.

Una vez descrito el pulso, se realiza la simulación de las distintas configuraciones para el sistema de la cebolla con varios escenarios que representan uno o múltiples defectos, así como distintas posiciones y diferentes tamaños de los mismos. A continuación, se muestran los gráficos obtenidos.

Al comparar el espectro obtenido, se realiza un proceso de identificación de las distintas señales presentes en los datos. Este análisis permite asociar cada señal con características específicas, como bordes físicos o defectos dentro del sistema en estudio, como es el caso. La identificación precisa de estas señales se utiliza para comprender la estructura y las propiedades del sistema analizado. Esto no solo facilita la detección de posibles defectos o irregularidades, sino que también permite caracterizar su naturaleza y su presencia en el sistema.

## CAPÍTULO 5. RESULTADOS Y DISCUSIÓN

### 5.3. DETECCIÓN DE DEFECTOS.



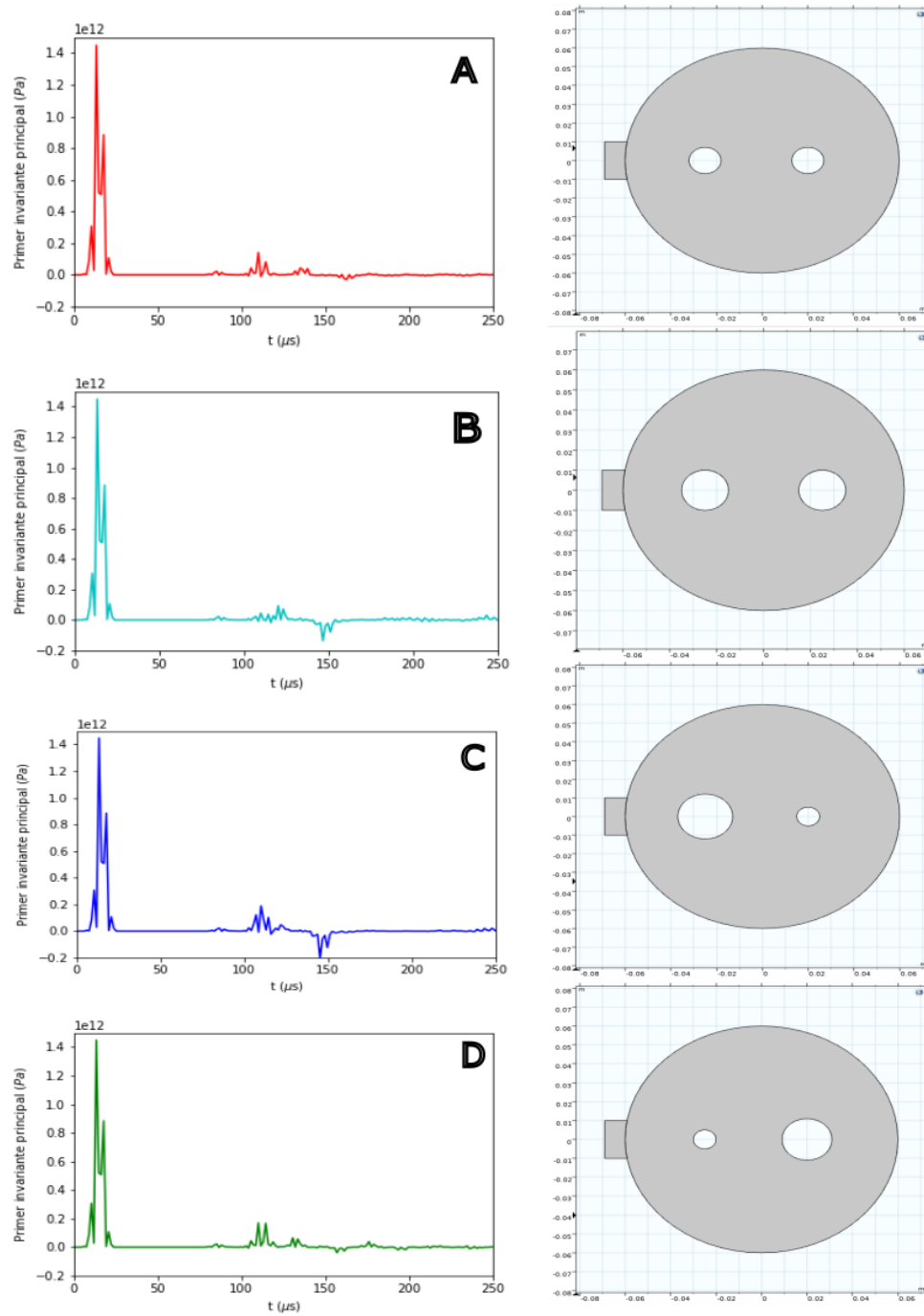
**Figura 5.12:** Resultados de simulaciones por la técnica pulso-eco. **A)** Muestra sin defecto. **B)** Muestra con defecto pequeño a la izquierda. **C)** Muestra con defecto grande a la izquierda

La Figura 5.12 (**A**) muestra el espectro de señales obtenido al analizar un caso simple en el que el sistema es homogéneo. En él se pueden identificar dos ecos principales, que se asocian con los bordes físicos del sistema, como sus extremos.

A partir de la Figura 5.12 (**B** y **C**), se puede concluir que la presencia de señales diferentes en comparación con el caso simple se asocia con discontinuidades o defectos internos en el sistema. La intensidad de la señal varía según la ubicación y las dimensiones del defecto, lo que sugiere que estas variaciones tienen una influencia directa en las características del espectro de señales.

## CAPÍTULO 5. RESULTADOS Y DISCUSIÓN

### 5.3. DETECCIÓN DE DEFECTOS.



**Figura 5.13:** Resultados de simulaciones por la técnica de pulso-eco. **A)** Muestra con dos defectos chicos alineados. **B)** Muestra con dos defectos grandes alineados. **C)** Muestra con dos defectos, el grande a la izquierda y el chico a la derecha. **D)** Muestra con dos defectos, el chico a la izquierda y el grande a la derecha.



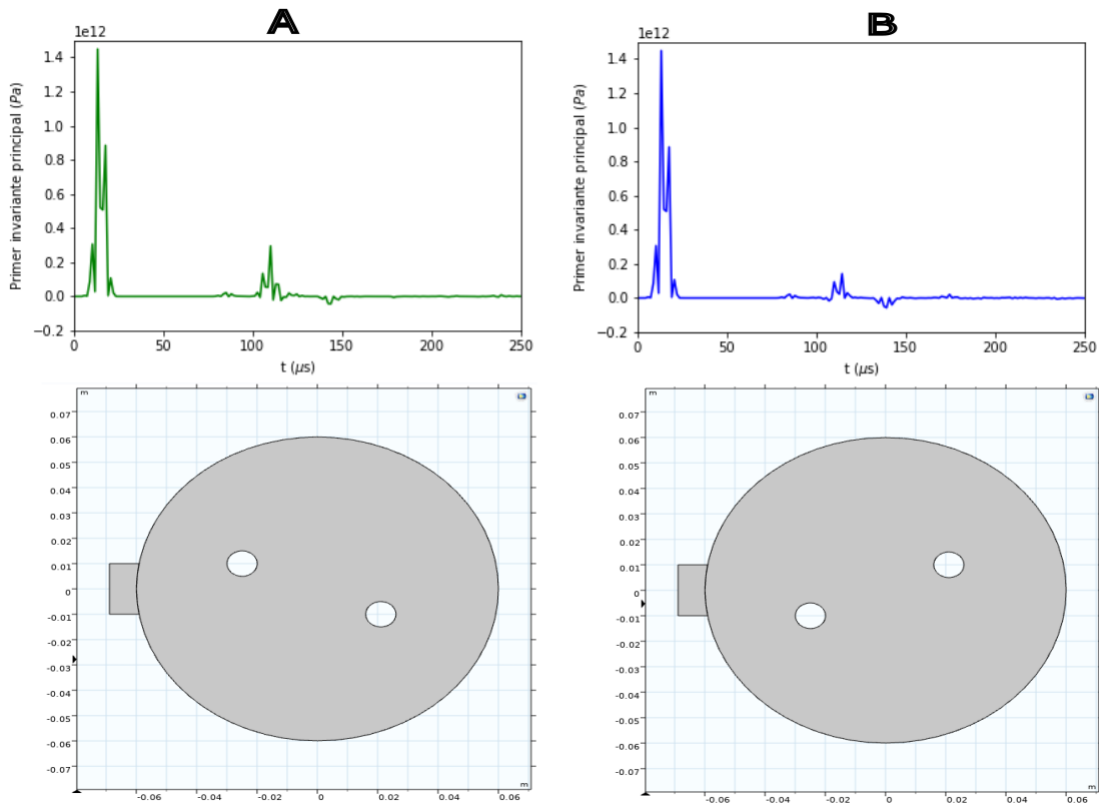
## CAPÍTULO 5. RESULTADOS Y DISCUSIÓN

### 5.3. DETECCIÓN DE DEFECTOS.

En la Figura 5.13, se colocaron dos defectos alineados en diferentes configuraciones de tamaño y orden. A partir de los espectros obtenidos, se infiere que si el defecto grande se encuentra frente al defecto pequeño (Figura 5.13 C) en relación con el frente de onda, atenúa la onda proveniente del defecto pequeño.

Por otro lado, cuando el defecto pequeño se encuentra frente al defecto grande (Figura 5.13 D), no se produce una atenuación significativa, pero sí se observa un desdoblamiento de la onda.

Para los defectos del mismo tamaño (Figura 5.13 A y B), se observa que la detección de la onda proveniente del defecto posterior dependerá del tamaño del defecto anterior.



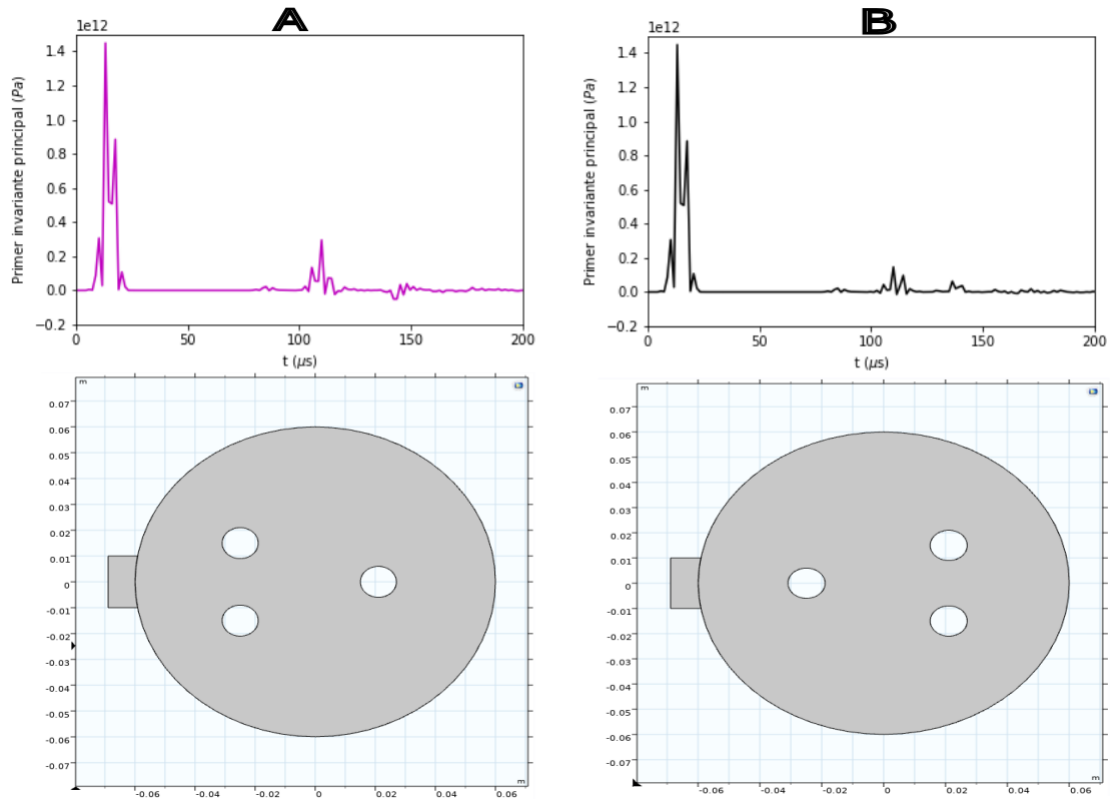
**Figura 5.14:** Resultados de simulaciones por la técnica de pulso-eco.

**A)** Muestra con dos defectos chicos desplazados respecto a la horizontal. **B)** Caso inverso simétrico.

Se analizó el caso de dos defectos del mismo tamaño (Figura 5.14), pero sin estar alineados. Los resultados obtenidos son similares debido a la simetría del sistema.

## CAPÍTULO 5. RESULTADOS Y DISCUSIÓN

### 5.3. DETECCIÓN DE DEFECTOS.



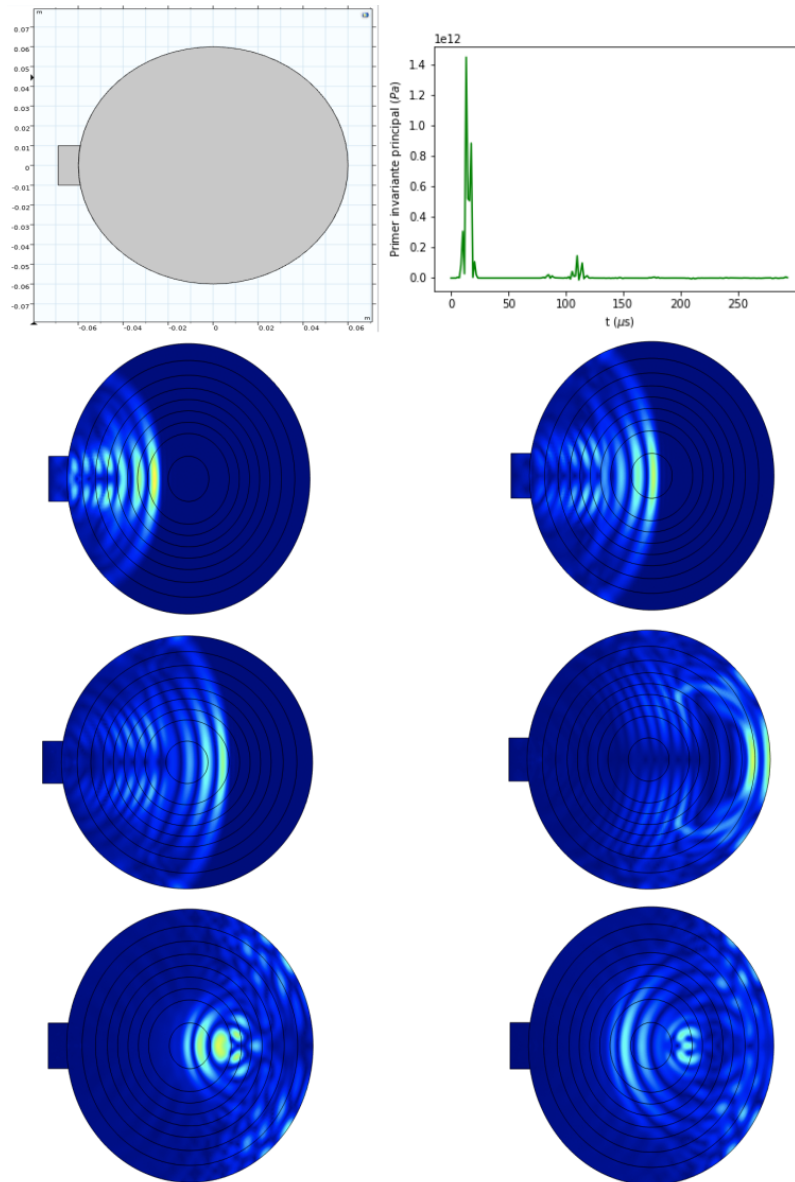
**Figura 5.15:** Resultados de simulaciones por pulso-eco. **A)** Muestra con tres defectos, dos defectos alineados respecto a la vertical y uno más a la derecha alineado al centro **B)** Caso inverso simétrico respecto a la vertical.

Al analizar los dos espectros correspondientes al caso de los tres defectos, se infiere que la posición de los defectos en las Figuras 5.15 **A** y **B** dificulta la identificación precisa de los defectos a partir de los espectros. Sin embargo, los espectros predicen la presencia de una o más discontinuidades o defectos dentro del sistema, ya que aparecen frentes de onda adicionales en comparación con el caso homogéneo y sin defectos.

Con el objetivo de obtener una representación más completa de la simulación, se presenta una serie de imágenes que ilustran cómo varía la presión interna de la muestra como resultado del paso de la onda acústica en distintas configuraciones del sistema.

## CAPÍTULO 5. RESULTADOS Y DISCUSIÓN

### 5.3. DETECCIÓN DE DEFECTOS.

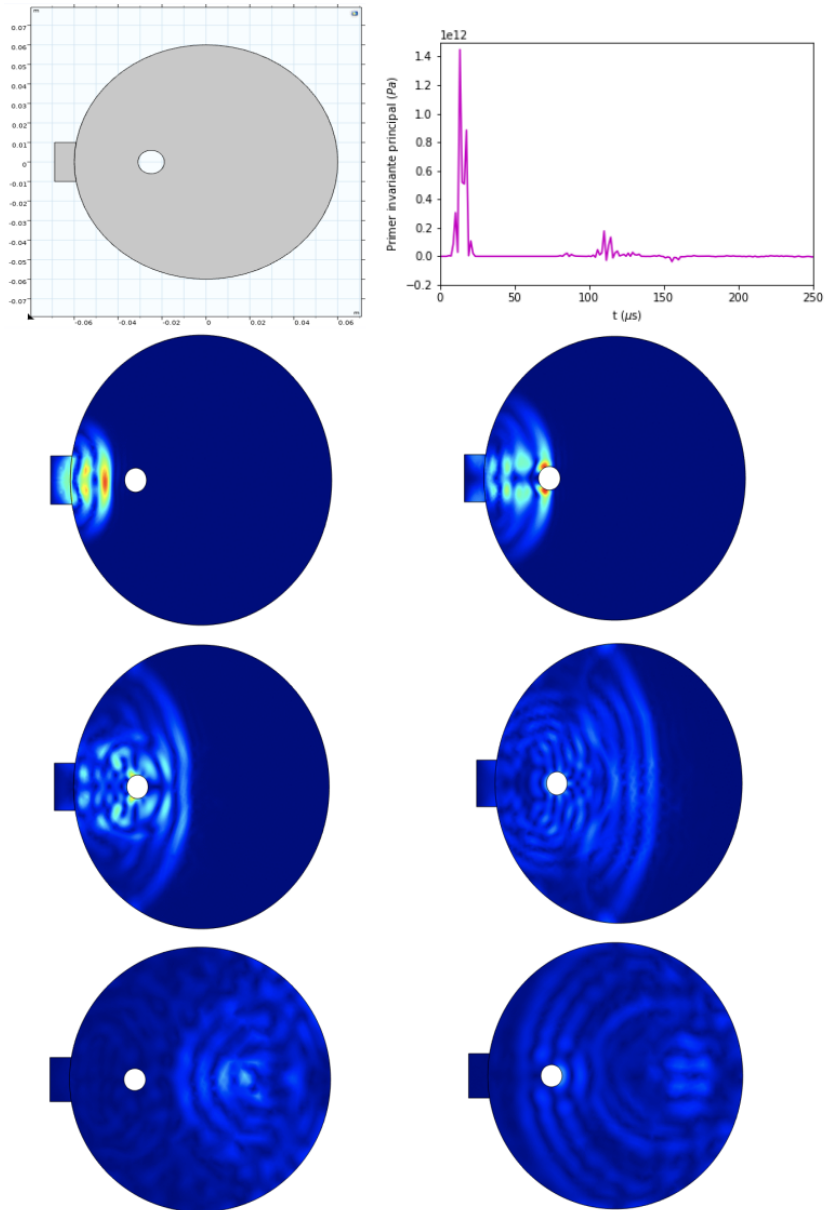


**Figura 5.16:** Comportamiento de la onda acústica a través del interior de la cebolla sin defecto (secuencia de simulación).

En la Figura 5.16, como una primera aproximación, se muestra el comportamiento de la onda que se propaga en la muestra sin defecto. Se observa que en diferentes instantes de tiempo, la onda atraviesa el medio, llegando hasta el borde, donde se refleja en gran parte debido a la placa de alta impedancia, esta placa se ilustra en la Figura 4.3 del capítulo 4, posteriormente La onda reflejada regresará al emisor/detector.

## CAPÍTULO 5. RESULTADOS Y DISCUSIÓN

### 5.3. DETECCIÓN DE DEFECTOS.

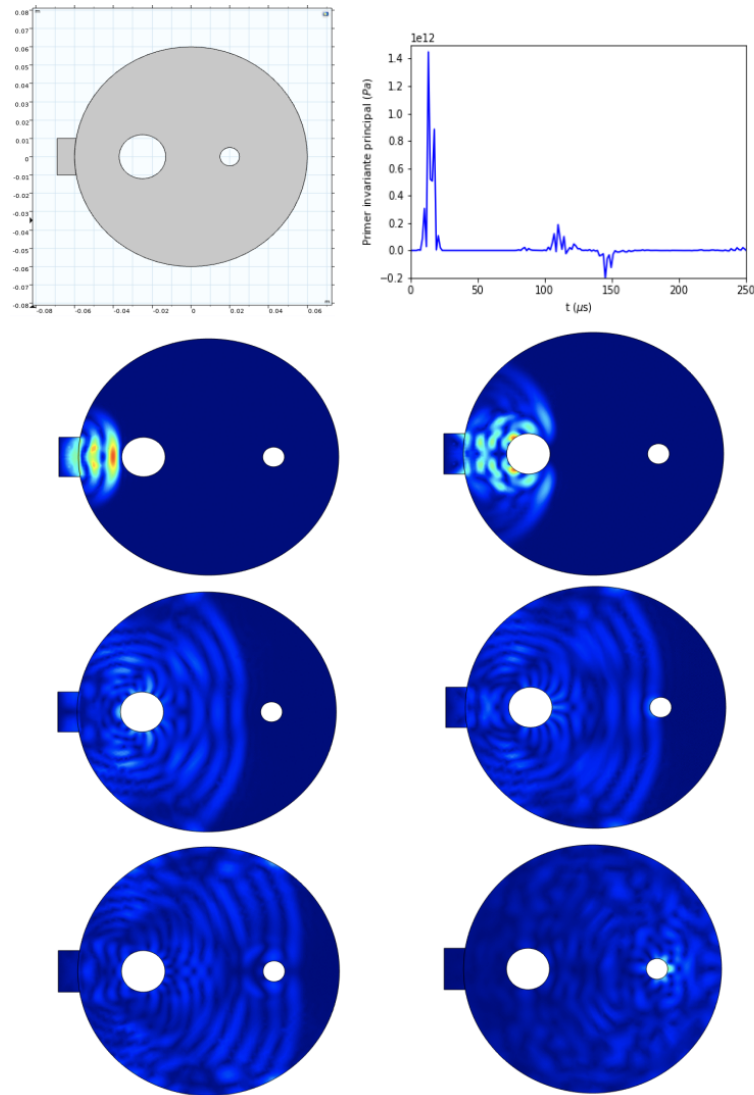


**Figura 5.17:** Comportamiento de la onda acústica a través del interior de la cebolla con un defecto de tamaño pequeño localizado a la izquierda sobre el eje horizontal (secuencia de simulación).

En la Figura 5.17 se muestra el modelo de la cebolla con un defecto de pequeñas dimensiones a la izquierda, a lo largo de su eje horizontal. En esta figura, se observa cómo la presencia del pequeño defecto distorsiona la onda y altera la perturbación en el medio en comparación con la muestra sin defecto.

## CAPÍTULO 5. RESULTADOS Y DISCUSIÓN

### 5.3. DETECCIÓN DE DEFECTOS.

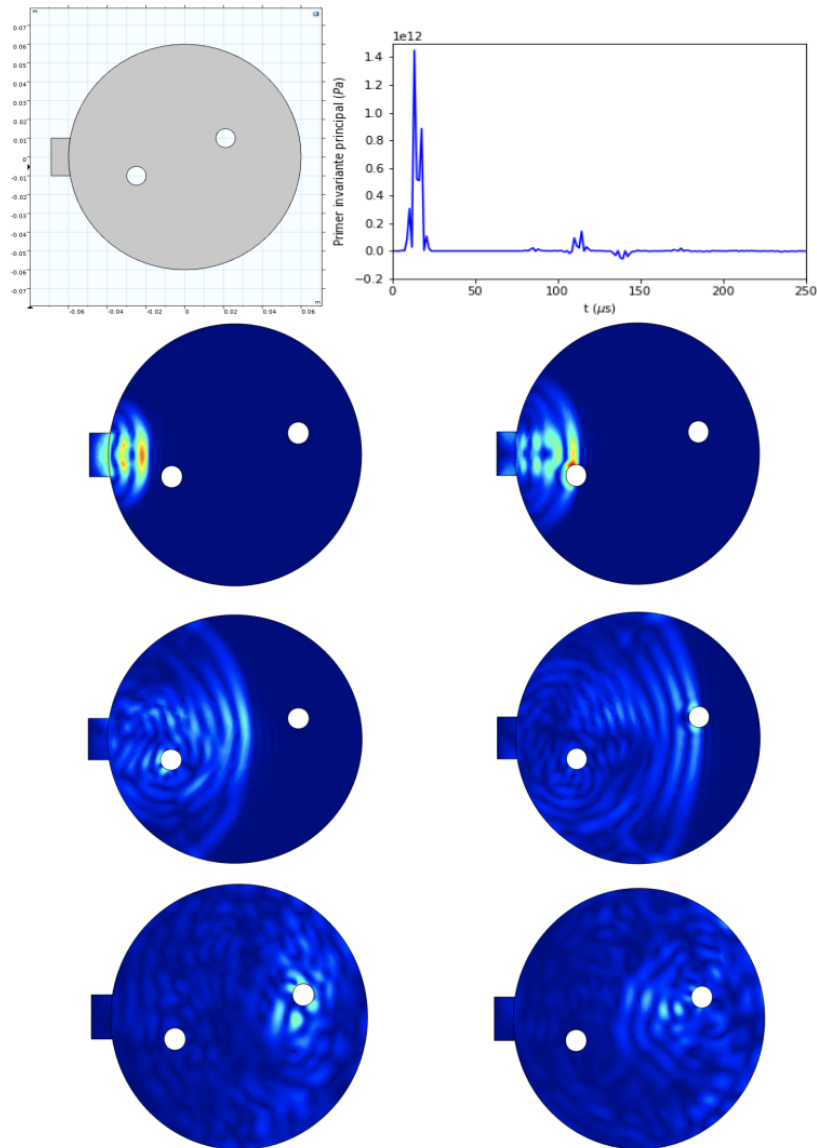


**Figura 5.18:** Comportamiento de la onda acústica a través del interior de la cebolla con dos defectos: uno de tamaño grande localizado a la izquierda y otro de tamaño pequeño localizado a la derecha, ambos sobre el eje horizontal (secuencia de simulación).

La Figura 5.18 muestra una configuración diferente, en la que se colocaron dos defectos de distintos tamaños a lo largo del eje horizontal. El defecto ubicado a la izquierda es de mayor tamaño que el de la derecha. Al comparar este modelo con los anteriores, se observa cómo la presencia de estos huecos genera una serie de distorsiones en el medio. Se evidencia el desdoblamiento de la onda al encontrarse con los defectos, así como la atenuación completa del frente de onda generado por el hueco pequeño debido a la interferencia del frente de onda proveniente del defecto más grande.

## CAPÍTULO 5. RESULTADOS Y DISCUSIÓN

### 5.3. DETECCIÓN DE DEFECTOS.

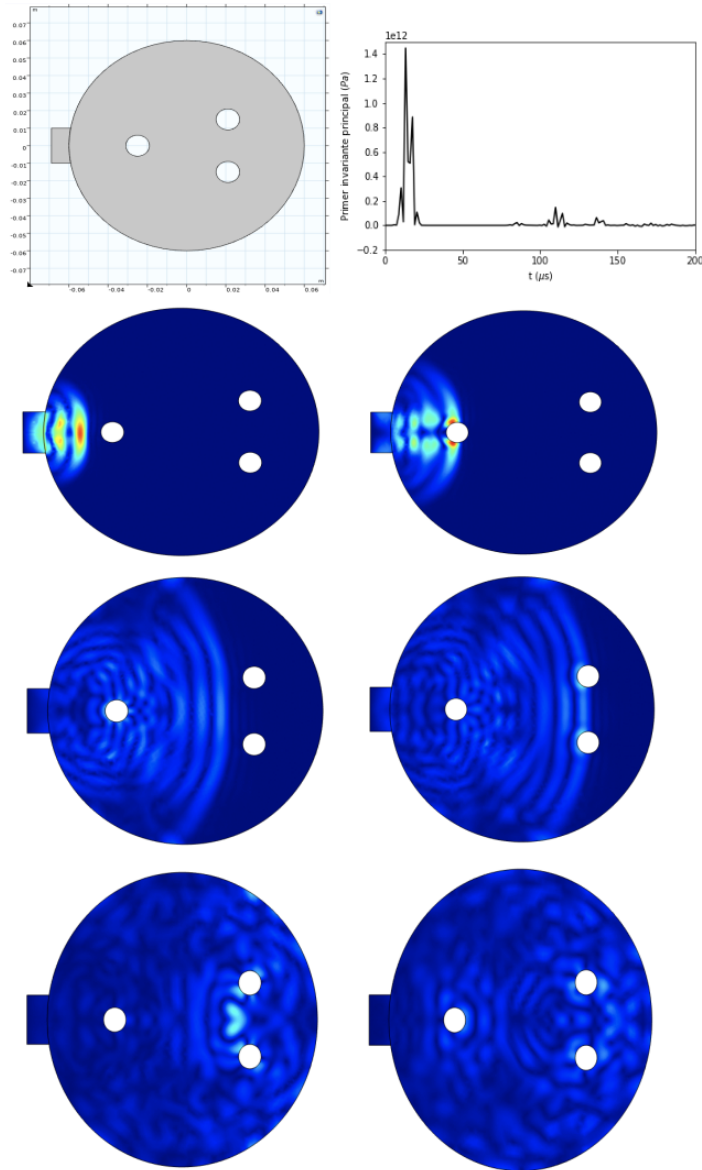


**Figura 5.19:** Comportamiento de la onda acústica a través del interior de la cebolla con dos defectos de tamaño pequeño localizados; uno en la parte izquierda desplazado hacia abajo y otro en la parte derecha desplazado hacia arriba sobre el eje horizontal (secuencia de simulación)..

En la Figura 5.19, a diferencia de las configuraciones previas, se analizaron dos defectos de dimensiones pequeñas. Sin embargo, están desplazados una distancia respecto al eje horizontal, es decir, no están alineados con este eje. En este modelo, se observa que la onda interactúa con ambos defectos a medida que avanza.

## CAPÍTULO 5. RESULTADOS Y DISCUSIÓN

### 5.3. DETECCIÓN DE DEFECTOS.



**Figura 5.20:** Comportamiento de la onda acústica a través del interior de la cebolla con tres defectos pequeños: uno ubicado a la izquierda sobre el eje horizontal y dos a la derecha, con desplazamientos hacia arriba y hacia abajo sobre el eje horizontal (secuencia de simulación).

Por último, en la Figura 5.20 se colocaron tres defectos en una disposición triangular. En este caso particular, debido a la geometría del modelo, se observa cómo los dos defectos ubicados a la derecha crean una interferencia. Esto se evidencia en las imágenes, donde la onda reflejada hacia el detector, proveniente de estos dos defectos, forma un frente de onda. Es decir, el detector percibe ambos defectos como si fueran uno solo.

## CAPÍTULO 5. RESULTADOS Y DISCUSIÓN

### 5.3. DETECCIÓN DE DEFECTOS.

---

Estas simulaciones, aunque sean una primera aproximación y presenten cierta simplicidad, demuestran una gran capacidad para detectar uno o varios defectos internos de diversas dimensiones y ubicaciones dentro de las muestras. Al analizar los datos generados, se observa que las gráficas de presión en función del tiempo revelan cambios significativos relacionados directamente con el tamaño de los defectos presentes en las muestras. Si bien no es posible detectar el número exacto de defectos presentes, proporciona una forma de identificar si al menos hay uno, lo cual es un indicador de la calidad de la muestra.

Es importante destacar que, aunque estas simulaciones permiten identificar la presencia de defectos, no ofrecen información sobre su ubicación precisa debido a la falta de una representación espacial completa en el modelo. A pesar de esta limitación, el objetivo principal es detectar la presencia de defectos en las muestras, lo que permite asociarlos con la calidad de los alimentos sin dañarlos. En este sentido, las simulaciones proporcionan una valiosa herramienta para la evaluación inicial de la calidad de los alimentos, ya que permiten detectar anomalías internas sin alterar la integridad de los productos.

Sin embargo, para lograr una caracterización más precisa de los defectos, será necesario desarrollar modelos más complejos que incluyan una representación espacial detallada.

Se invita a los lectores a explorar las simulaciones presentadas en este estudio mediante la siguiente liga [https://drive.google.com/drive/u/3/folders/1gsjAJ\\_AkI-qMYtcRlKHLpR0Iri6rXU7H](https://drive.google.com/drive/u/3/folders/1gsjAJ_AkI-qMYtcRlKHLpR0Iri6rXU7H) o el escaneo del código QR adjunto en el apéndice B. Este enlace o código proporciona acceso directo a un archivo que contiene clips de video seleccionados de las simulaciones realizadas. Estos clips ilustran visualmente los conceptos y fenómenos investigados en este trabajo, brindando una representación dinámica y didáctica de los resultados obtenidos.



# Capítulo 6

## Conclusiones Y Perspectivas.

### 6.1. Conclusiones.

- Se realizó una primera aproximación sobre la propagación de la onda acústica a través de cebolla y membrillo, para obtener información intrínseca de las muestras.
- La propagación de ondas ultrasónicas de baja intensidad no altera las propiedades físicas del sistema bajo análisis.
- La disminución en el valor de la densidad de las muestras está relacionada con el cambio en la velocidad de fase acústica a través del módulo de rigidez.
- La propagación de una onda ultrasónica de baja intensidad permite obtener información intrínseca de la muestra, como la velocidad de fase acústica.
- El análisis de la simulación de espectroscopia acústica permite detectar defectos o irregularidades en las muestras.
- Mediante una evaluación por ultrasonido, se pueden obtener parámetros que permiten determinar la calidad del alimento.
- El software COMSOL Multiphysics es una herramienta que permite modelar sistemas físico-matemáticos complejos y cuenta con una interfaz gráfica que facilita la comprensión de los fenómenos físicos involucrados.

## **6.2. Perspectivas.**

- Realizar la comprobación experimental.
- Realizar simulaciones que incluyan la aparición de cuatro o más defectos para analizar los posibles resultados de los espectros.
- Elaborar un esquema basado en los valores del módulo de rigidez para identificar diferentes calidades en los alimentos analizados.
- Diseñar un prototipo que utilice esta herramienta y que sea viable para su implementación en la industria agrícola.
- Llevar a cabo un análisis espacial para determinar la ubicación de posibles defectos internos en las muestras.

# Apéndice A


## Congresos



Agradece la asistencia y participación de:

**DANIEL ALBERTO RODRIGUEZ REYES**  
UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE ZACATECAS [BECA]

en el **LXVI Congreso Nacional de Física**  
Centro de Convenciones y Exposiciones del 8 al 13 de octubre de 2023  
MORELIA, MICHOACÁN

  
Dr. Julio G. Mendoza Álvarez  
PRESIDENTE

**Figura A.1:** Constancia de participación: Congreso Nacional de Física 2023.

## Apéndice B

### Recursos Visuales



Figura B.1: Código QR.

## Bibliografía

- [1] Secretaría de Agricultura y Desarrollo Rural. *Zacatecas: un campo lleno de producción. (Consulta Marzo 2023)*. 2020. DOI: <https://www.gob.mx/agricultura/articulos/zacatecas-un-campo-lleno-de-produccion>.
- [2] Secretaría de Agricultura y Desarrollo Rural. (SADER). *Cebolla, indispensable invitada en la comida mexicana. (Consulta Marzo 2023)*. 2016. DOI: <https://www.gob.mx/agricultura/es/articulos/la-cebolla>.
- [3] Secretaría de Agricultura y Desarrollo Rural: (SADER). *Membrillo, una fruta en la corona. (Consulta Nov. 2022)*. 2020. DOI: <https://www.gob.mx/agricultura/articulos/membrillo-una-fruta-en-la-corona>.
- [4] Agroasemex. Gobierno de México. *Las plagas producen pérdidas de hasta un 40 por ciento en la producción agrícola, revela estudio de la FAO. (Consulta Marzo 2023)*. 2019. DOI: <https://www.gob.mx/agroasemex/articulos/las-plagas-producen-perdidas-de-hasta-un-40-por-ciento-en-la-produccion-agricola-revela-estudio-de-la-fao>.
- [5] (SIAP) Servicio de Información Agroalimentaria y Pesquera. *El impacto de las plagas y enfermedades en el sector agrícola. (Consulta Marzo 2023)*. 2016. DOI: <https://www.gob.mx/siap/articulos/el-impacto-de-las-plagas-y-enfermedades-en-el-sector-agricola>.
- [6] Inocuidad y Calidad. (SENASICA) Servicio Nacional de Sanidad. *Sanidad vegetal, pilar de la economía nacional que es necesario proteger. (Consulta Marzo 2023)*. 2020. DOI: <https://www.gob.mx/senasica/prensa/sanidad-vegetal-pilar-de-la-economia-nacional-que-es-necesario-protger-255764>.
- [7] Secretaría de Agricultura y Desarrollo Rural (SADER). *Convoca Agricultura a modernizar al sector agroindustrial para generar mejores ingresos en el campo. (Consulta Marzo 2023)*. 2023. DOI: <https://www.gob.mx/agricultura/prensa/convoca-agricultura-a-modernizar-al-sector-agroindustrial-para-generar-mejores-ingresos-en-el-campo?idiom=eso>.
- [8] Secretaría de Agricultura y Desarrollo Rural. SADER. *Evita el desperdicio de alimentos. (Consulta Marzo 2023)*. 2022. DOI: <https://www.gob.mx/profec/documentos/evita-el-desperdicio-de-alimentos>.

- [9] F. J. García-Ramos, J. Ortiz-Cañavate, M. Ruiz-Altisent, J. Díez, L. Flores, I. Homer y J. M. Chávez. "Development and implementation of an on-line impact sensor for firmness sensing of fruits". En: *Journal of Food Engineering* 58 (1 2003). ISSN: 02608774. DOI: 10.1016/S0260-8774(02)00333-3.
- [10] Secretaría de Agricultura y Desarrollo Rural.(SADER). *¿Cómo beneficia la agricultura a las familias mexicanas?. (Consulta Nov 2022)*. 2018. DOI: <https://www.gob.mx/agricultura/es/articulos/como-beneficia-la-agricultura-a-las-familias-mexicanas>.
- [11] Secretaría de Agricultura y Desarrollo Rural. SADER. *Publica Agricultura Protocolo de inocuidad para la producción de cebolla en Chihuahua. (Consulta Nov 2022)*. 2022. DOI: <https://www.gob.mx/agricultura/prensa/publica-agricultura-protocolo-de-inocuidad-para-la-produccion-de-cebolla-en-chihuahua>.
- [12] C. J. Studman. "Computers and electronics in postharvest technology - A review". En: *Computers and Electronics in Agriculture* 30 (1-3 2001). ISSN: 01681699. DOI: 10.1016/S0168-1699(00)00160-5.
- [13] Z. Li, P. Li y J. Liu. "Physical and mechanical properties of tomato fruits as related to robot's harvesting". En: *Journal of Food Engineering* 103 (2 2011). ISSN: 02608774. DOI: 10.1016/j.jfoodeng.2010.10.013.
- [14] T. Požrl, D. Žnidarčič, M. Kopjar, J. Hribar y M. Simčič. "Change of textural properties of tomatoes due to storage and storage temperatures". En: *Journal of Food, Agriculture and Environment* 8 (2 2010). ISSN: 14590263.
- [15] P. Chen y Z. Sun. "A review of non-destructive methods for quality evaluation and sorting of agricultural products". En: *Journal of Agricultural Engineering Research* 49 (C 1991). ISSN: 00218634. DOI: 10.1016/0021-8634(91)80030-I.
- [16] E. Kimmel, K. Peleg y S. Hinga. "Vibration modes of spheroidal fruits". En: *Journal of Agricultural Engineering Research* 52 (C 1992). ISSN: 00218634. DOI: 10.1016/0021-8634(92)80061-V.
- [17] K. Peleg y S. Hinga. "Firmness Indexes of Viscoelastic Bodies by Vibration Testing". En: *Journal of Rheology* 33 (4 1989). ISSN: 0148-6055. DOI: 10.1122/1.550031.
- [18] A. Mizrach. "Assessing plum fruit quality attributes with an ultrasonic method". En: *Food Research International* 37 (6 2004). ISSN: 09639969. DOI: 10.1016/j.foodres.2003.12.015.
- [19] L. Zhang y M. J. McCarthy. "Measurement and evaluation of tomato maturity using magnetic resonance imaging". En: *Postharvest Biology and Technology* 67 (2012). ISSN: 09255214. DOI: 10.1016/j.postharvbio.2011.12.004.

- [20] K. Mollazade y A. Arefi. "Optical analysis using monochromatic imaging-based spatially-resolved technique capable of detecting mealiness in apple fruit". En: *Scientia Horticulturae* 225 (2017). ISSN: 03044238. DOI: 10.1016/j.scienta.2017.08.005.
- [21] S. O. Nelson, Wen C. Guo, S. Trabelsi y S. J. Kays. "Dielectric spectroscopy of watermelons for quality sensing". En: *Measurement Science and Technology* 18 (7 2007). ISSN: 13616501. DOI: 10.1088/0957-0233/18/7/014.
- [22] S. O. Nelson, S. Trabelsi y S. J. Kays. "Dielectric spectroscopy of melons for potential quality sensing". En: *Transactions of the ASABE* 51 (6 2008). ISSN: 21510032.
- [23] A. Mizrach. "Ultrasonic technology for quality evaluation of fresh fruit and vegetables in pre- and postharvest processes". En: *Postharvest Biology and Technology* 48 (3 2008). ISSN: 09255214. DOI: 10.1016/j.postharvbio.2007.10.018.
- [24] M. Aboonajmi, M. Jahangiri y S.Reza Hassan-Beygi. "A Review on Application of Acoustic Analysis in Quality Evaluation of Agro-food Products". En: *Journal of Food Processing and Preservation* 39 (6 2015). ISSN: 17454549. DOI: 10.1111/jfpp.12444.
- [25] L. M. Carrillo-Lopez, A. D. Alarcon-Rojo, L. Luna-Rodriguez y R. Reyes-Villagrana. "Modification of food systems by ultrasound". En: *Journal of Food Quality* 2017 (2017). ISSN: 17454557. DOI: 10.1155/2017/5794931.
- [26] X. Chen, P. Yuan y X. Deng. "Watermelon ripeness detection by wavelet multiresolution decomposition of acoustic impulse response signals". En: *Postharvest Biology and Technology* 142 (2018). ISSN: 09255214. DOI: 10.1016/j.postharvbio.2017.08.018.
- [27] V. Mohammadi, R. Ebrahimi M. Ghasemi-Varnamkhasti y M. Abbasvali. "Ultrasonic techniques for the milk production industry". En: *Measurement: Journal of the International Measurement Confederation* 58 (2014). ISSN: 02632241. DOI: 10.1016/j.measurement.2014.08.022.
- [28] A. Bechar, A. Mizrach, P. Barreiro y S. Landahl. "Determination of mealiness in apples using ultrasonic measurements". En: *Biosystems Engineering* 91 (3 2005). ISSN: 15375110. DOI: 10.1016/j.biosystemseng.2005.04.008.
- [29] H. K. Cho, W. K. Choi y J. H. Paek. "Detection of surface cracks in shell eggs by acoustic impulse method". En: *Transactions of the American Society of Agricultural Engineers* 43 (6 2000). ISSN: 00012351. DOI: 10.13031/2013.3097.

- [30] T. Kawai, F. Matsumori, H. Akimoto, N. Sakurai, K. Hirano, R. Nakano y F. Fukuda. "Nondestructive detection of split-pit peach fruit on trees with an acoustic vibration method". En: *Horticulture Journal* 87 (4 2018). ISSN: 21890110. DOI: 10.2503/hortj.UTD-012.
- [31] F. Camarena y J. A. Martínez-Mora. "Potential of ultrasound to evaluate turgidity and hydration of the orange peel". En: *Journal of Food Engineering* 75 (4 2006). ISSN: 02608774. DOI: 10.1016/j.jfoodeng.2005.04.052.
- [32] K. Peleg. "Development of a commercial fruit firmness sorter". En: *Journal of Agricultural and Engineering Research* 72 (3 1999). ISSN: 00218634. DOI: 10.1006/jaer.1998.0367.
- [33] A. Gutierrez, J. A. Burgos y E. Moltó. "Pre-commercial sorting line for peaches firmness assessment". En: *Journal of Food Engineering* 81 (4 2007). ISSN: 02608774. DOI: 10.1016/j.jfoodeng.2007.01.006.
- [34] M. Ruiz-Altisent, L. Ruiz-Garcia, G. P. Moreda, Renfu Lu, N. Hernandez-Sanchez, E. C. Correa, B. Diezma, B. Nicolai y J. García-Ramos. "Sensors for product characterization and quality of specialty crops-A review". En: *Computers and Electronics in Agriculture* 74 (2 2010). ISSN: 01681699. DOI: 10.1016/j.compag.2010.07.002.
- [35] C. Jarén y E. García-Pardo. "Using non-destructive impact testing for sorting fruits". En: *Journal of Food Engineering* 53 (1 2002). ISSN: 02608774. DOI: 10.1016/S0260-8774(01)00144-3.
- [36] I. Shmulevich, N. Galili y D. Rosenfeld. "Detection of fruit firmness by frequency analysis". En: *Transactions of the American Society of Agricultural Engineers* 39 (3 1996). ISSN: 00012351. DOI: 10.13031/2013.27595.
- [37] S. Ş. Ercan y Ç. Soysal. "Use of ultrasound in food preservation". En: *Natural Science* 05 (08 2013). ISSN: 2150-4091. DOI: 10.4236/ns.2013.58a2002.
- [38] I. Ihara. "Ultrasonic Sensing: Fundamentals and its Applications to Nondestructive Evaluation, in Sensors: Advancements in Modeling, Design Issues, Fabrication and Practical Applications". En: *Springer* (2008).
- [39] T. S. Awad, H. A. Moharram, O. E. Shaltout, D. Asker y M. M. Youssef. "Applications of ultrasound in analysis, processing and quality control of food: A review". En: *Food Research International* 48 (2 2012). ISSN: 09639969. DOI: 10.1016/j.foodres.2012.05.004.
- [40] M. Taniwaki, T. Hanada y N. Sakurai. "Postharvest quality evaluation of "Fuyu" and "Taishuu" persimmons using a nondestructive vibrational method and an acoustic vibration technique". En: *Postharvest Biology and Technology* 51 (1 2009). ISSN: 09255214. DOI: 10.1016/j.postharvbio.2008.05.014.



- [41] Y. Liu, Y. Hai Sun, L. Yang, L. Bo Yu, Q. Mao, J. Min Hou, B. Zhu Huang y C. Liu. "Relationship between Carrot Firmness with Acoustic Signal Characteristics". En: *Journal of Food Process Engineering* 40 (2 2017). ISSN: 17454530. DOI: 10.1111/jfpe.12384.
- [42] N. Galili, I. Shmulevich y N. Benichou. "Acoustic testing of avocado for fruit ripeness evaluation". En: *Transactions of the American Society of Agricultural Engineers* 41 (2 1998). ISSN: 00012351. DOI: 10.13031/2013.17164.
- [43] A. Mizrach, U. Flitsanov, R. El-Batsri y C. Degani. "Determination of avocado maturity by ultrasonic attenuation measurements". En: *Scientia Horticulturae* 80 (3-4 1999). ISSN: 03044238. DOI: 10.1016/S0304-4238(98)00243-X.
- [44] A. Mizrach, U. Flitsanov, M. Akerman y G. Zauberman. "Monitoring avocado softening in low-temperature storage using ultrasonic measurements". En: *Computers and Electronics in Agriculture* 26 (2 2000). ISSN: 01681699. DOI: 10.1016/S0168-1699(00)00072-7.
- [45] J. Sugiyama, K. Otobe, S. Hayashi y S. Usui. "Firmness measurement of muskmelons by acoustic impulse transmission". En: *Transactions of the American Society of Agricultural Engineers* 37 (4 1994). ISSN: 00012351. DOI: 10.13031/2013.28201.
- [46] B. Diezma-Iglesias, M. Ruiz-Altisent y P. Barreiro. "Detection of internal quality in seedless watermelon by acoustic impulse response". En: *Biosystems Engineering* 88 (2 2004). ISSN: 15375110. DOI: 10.1016/j.biosystemseng.2004.03.007.
- [47] R. Abbaszadeh, A. Moosavian, A. Rajabipour y G. Najafi. "An intelligent procedure for watermelon ripeness detection based on vibration signals". En: *Journal of Food Science and Technology* 52 (2 2015). ISSN: 09758402. DOI: 10.1007/s13197-013-1068-x.
- [48] R. Abbaszadeh, A. Rajabipour, H. Sadrnia, M. J. Mahjoob, M. Delshad y H. Ahmadi. "Application of modal analysis to the watermelon through finite element modeling for use in ripeness assessment". En: *Journal of Food Engineering* 127 (2014). ISSN: 02608774. DOI: 10.1016/j.jfoodeng.2013.11.020.
- [49] A. Mizrach. "Determination of avocado and mango fruit properties by ultrasonic technique". En: *Ultrasonics* 38 (1 2000). ISSN: 0041624X. DOI: 10.1016/S0041-624X(99)00154-7.
- [50] A. Mizrach. "Nondestructive ultrasonic monitoring of tomato quality during shelf-life storage". En: *Postharvest Biology and Technology* 46 (3 2007). ISSN: 09255214. DOI: 10.1016/j.postharvbio.2007.05.012.

- [51] Z. Li, P. Li y J. Liu. "Effect of tomato internal structure on its mechanical properties and degree of mechanical damage". En: *African Journal of Biotechnology* 9 (12 2010). ISSN: 16845315. DOI: 10.5897/ajb2010.000-3020.
- [52] H. Li, P. Pidakala, D. Billing y J. Burdon. "Kiwifruit firmness: Measurement by penetrometer and non-destructive devices". En: *Postharvest Biology and Technology* 120 (2016). ISSN: 09255214. DOI: 10.1016/j.postharvbio.2016.06.007.
- [53] B. Pourkhak, S. A. Mireei, M. Sadeghi y A. Hemmat. "Multi-sensor data fusion in the nondestructive measurement of kiwifruit texture". En: *Measurement: Journal of the International Measurement Confederation* 101 (2017). ISSN: 02632241. DOI: 10.1016/j.measurement.2017.01.024.
- [54] W. Zhang, A. Wang, Z. Lv y Z. Gao. "Nondestructive measurement of kiwifruit firmness, soluble solid content (SSC), titratable acidity (TA), and sensory quality by vibration spectrum". En: *Food Science and Nutrition* 8 (2 2020). ISSN: 20487177. DOI: 10.1002/fsn3.1390.
- [55] P. Chen, Z. Sun y L. Huarng. "Factors affecting acoustic responses of apples". En: *Transactions of the American Society of Agricultural Engineers* 35 (6 1992). ISSN: 00012351. DOI: 10.13031/2013.28815.
- [56] H. Chen, F. Duprat, M. Grotte, D. Loonis y E. Pietri. "Relationship of impact transmission wave to apple texture during ripening". En: *Journal of Texture Studies* 27 (2 1996). ISSN: 00224901. DOI: 10.1111/j.1745-4603.1996.tb00064.x.
- [57] K. Bok Kim, S. Lee, M. Soo Kim y B. Kwan Cho. "Determination of apple firmness by nondestructive ultrasonic measurement". En: *Postharvest Biology and Technology* 52 (1 2009). ISSN: 09255214. DOI: 10.1016/j.postharvbio.2008.04.006.
- [58] D. Molina-Delgado, J. Puy, y S. Alegre I. Recasens. "Relationship between acoustic firmness and Magness Taylor Firmness in Royal Gala and Golden Smoothie Apples". En: *Food Science and Technology International* 15 (1 2009). ISSN: 10820132. DOI: 10.1177/1082013208100507.
- [59] Z. Fathizadeh, M. Aboonajmi y S. R. Hassan Beygi. "Nondestructive firmness prediction of apple fruit using acoustic vibration response". En: *Scientia Horticulturae* 262 (2020). ISSN: 03044238. DOI: 10.1016/j.scienta.2019.109073.
- [60] J. Wang y A. H. Gomez y A. G. Pereira. "Acoustic impulse response for measuring the firmness of mandarin during storage". En: *Journal of Food Quality* 29 (4 2006). ISSN: 0146-9428. DOI: 10.1111/j.1745-4557.2006.00081.x.

- [61] C. Ding, H. Wu, Z. Feng, D. Wang, W. Li y D. Cui. "Online assessment of pear firmness by acoustic vibration analysis". En: *Postharvest Biology and Technology* 160 (2020). ISSN: 09255214. DOI: 10.1016/j.postharvbio.2019.111042.
- [62] W. Zhang, D. Cui e Y. Ying. "Nondestructive measurement of pear texture by acoustic vibration method". En: *Postharvest Biology and Technology* 96 (2014). ISSN: 09255214. DOI: 10.1016/j.postharvbio.2014.05.006.
- [63] M. Kadowaki, S. Nagashima, H. Akimoto y N. Sakurai. "Detection of core rot symptom of japanese pear (*Pyrus pyrifolia* cv. Kosui) by a nondestructive resonant method". En: *Journal of the Japanese Society for Horticultural Science* 81 (4 2012). ISSN: 1882336X. DOI: 10.2503/jjshs1.81.327.
- [64] Z. Zhao, J. Wu, Z. Wang, Y. Ge y H. Wang. "Vibration modal analysis of Korla pear and establishment of stiffness evaluation index". En: *Nongye Gongcheng Xuebao/Transactions of the Chinese Society of Agricultural Engineering* 31 (23 2015). ISSN: 10026819. DOI: 10.11975/j.issn.1002-6819.2015.23.037.
- [65] D. S. Morrison y U. R. Abeyratne. "Ultrasonic technique for non-destructive quality evaluation of oranges". En: *Journal of Food Engineering* 141 (2014). ISSN: 02608774. DOI: 10.1016/j.jfoodeng.2014.05.018.
- [66] S. Hitchman, K. van Wijk y Z. Davidson. "Monitoring attenuation and the elastic properties of an apple with laser ultrasound". En: *Postharvest Biology and Technology* 121 (2016). ISSN: 09255214. DOI: 10.1016/j.postharvbio.2016.07.006.
- [67] D. Arthey. "Quality and preservation of vegetables". En: *Trends in Food Science and Technology* 1 (1990). ISSN: 09242244. DOI: 10.1016/0924-2244(90)90092-d.
- [68] R. L. Shewfelt y B. Bruckner. "Fruit and Vegetable Quality: An Integrated View". En: *Technomic Publishing Company, Inc. Lancaster, Pennsylvania*. (2000).
- [69] A. A. Kader. "Quality parameters of fresh-cut fruit and vegetable products. In O. Lamikanra (Ed.), *Fresh-cut fruits and vegetables*." En: *Science, echnology and arket. Boca Raton, FL: CRC Press* (2002).
- [70] H. Chen y J. De Baerdemaeker. "Finite-element-based Modal Analysis of Fruit Firmness". En: *Transactions of the ASAE* 36 (6 1993). DOI: 10.13031/2013.28529.
- [71] W. Dewulf, P. Jancsó, B. Nicolai, G. De Roeck y D. Briassoulis. "Determining the firmness of a pear using finite element modal analysis". En: *Journal of Agricultural and Engineering Research* 74 (3 1999). ISSN: 00218634. DOI: 10.1006/jaer.1999.0451.

- [72] J. Nourain, Y. B. Ying, J. P. Wang, X. Qin Rao y C. G. Yu. "Firmness evaluation of melon using its vibration characteristic and finite element analysis". En: *Journal of Zhejiang University: Science B* 6 (6 2005). ISSN: 10093095. DOI: 10.1631/jzus.2005.B0483.
- [73] H. Z. Song, J. W. e Y. H. Li. "Studies on vibration characteristics of a pear using finite element method." En: *Journal of Zhejiang University. Science. B.* 7 (6 2006). ISSN: 16731581. DOI: 10.1631/jzus.2006.B0491.
- [74] B. K. Cho, J. M.K. Irudayaraj y S. Omata. "Acoustic sensor fusion approach for rapid measurement of modulus and hardness of Cheddar cheese". En: *Applied Engineering in Agriculture* 17 (6 2001). ISSN: 08838542.
- [75] F. Ahmadi, I. V. McLoughlin, S. Chauhan y G. ter Haar. "Bio-effects and safety of low-intensity, low-frequency ultrasonic exposure". En: *Progress in Biophysics and Molecular Biology* 108 (3 2012). ISSN: 00796107. DOI: 10.1016/j.pbiomolbio.2012.01.004.
- [76] G. I. González. *Clasificación mediante técnicas no destructivas y evaluación de las propiedades mecánicas de la madera aserrada de coníferas de gran escuadría para uso estructural*. 2007. DOI: 10.20868/UPM.thesis.415.
- [77] L.E. Ylimaki, B.M. Yefferi y G.L. Watts. *Métodos sensoriales básicos para la evaluación de alimentos*. Vol. 53. 2013.
- [78] Inocuidad y Calidad Agroalimentaria.(SENASICA). (Consulta Oct 2023) Servicio Nacional de Sanidad. *Frutas y verduras sanas e inocuas*. 2016. DOI: <https://www.gob.mx/senasica/articulos/frutas-y-verduras-sanas-e-inocuas>.
- [79] L. Chen y U. L. Opara. *Approaches to analysis and modeling texture in fresh and processed foods - A review*. 2013. DOI: 10.1016/j.jfoodeng.2013.06.028.
- [80] Servicio para el Desarrollo Integral Rural.(SEDIR). *Análisis de materia seca en palta: importancia y cómo se hace. (Consulta Sep 2023)*. 2023. DOI: <https://www.sedir.org.pe/noticia/348/analisis-de-materia-seca-en-palta-importancia-y-como-se-hace>.
- [81] D. Alomar y R. Fuchslocher. "Fundamentos de la espectroscopia de reflectancia en el infrarrojo cercano (NIRS) como método de análisis de forrajes". En: *Agro Sur* 26 (1 1998). ISSN: 03048802. DOI: 10.4206/agrosur.1998.v26n1-11.
- [82] S.M. Ranera. *UF1356 - Control de la conservación de los alimentos para el consumo y distribución comercial*. Editorial Elearning, S.L., 2015. URL: <https://books.google.com.mx/books?id=X3xXDwAAQBAJ>.

- [83] R. Romero González, J. L. Fernández Moreno, P. Plaza Bolaños, A. Garrido Frenich y J. Martínez Vidal. "Empleo de la espectrometría de masas como herramienta para la determinación de tóxicos en alimentos: Hacia la seguridad alimentaria". En: *Revista Espanola de Salud Publica* 81 (5 2007). ISSN: 11355727. DOI: 10.1590/s1135-57272007000500004.
- [84] Escuela Técnica Superior de Ingenieros Agrónomos. "Resonancia magnética para revelar la calidad interna de los alimentos." En: *Agroalimentación y Salud* (2014). URL: [https://www.upm.es/UPM/SalaPrensa/Noticias?fmt=detail&prefmt=articulo&id=c14342635fb46410VgnVCM10000009c7648a\\_\\_\\_\\_\\_](https://www.upm.es/UPM/SalaPrensa/Noticias?fmt=detail&prefmt=articulo&id=c14342635fb46410VgnVCM10000009c7648a_____).
- [85] J. O. Delgado. "Aplicación del Ultrasonido en la Industria de los Alimentos". En: *Publicaciones e Investigación* 6 (2012). ISSN: 1900-6608. DOI: 10.22490/25394088.1098.
- [86] J. A. Ulloa, P. Rosas Ulloa, J. Carmen, R. Ramírez, B. Estela y U. Rangel. *Ultrasonido: aplicaciones en el campo de los alimentos*. 2013. URL: [https://www.researchgate.net/publication/269095897\\_Ultrasonido\\_aplicaciones\\_en\\_el\\_campo\\_de\\_los\\_alimentos](https://www.researchgate.net/publication/269095897_Ultrasonido_aplicaciones_en_el_campo_de_los_alimentos).
- [87] M. S. Rahman. *Handbook of Food Preservation*. 2nd. Taylor & Francis, 2020. DOI: 10.1201/9780429091483.
- [88] M. A. Hernández Urzúa. *Microbiología de los Alimentos Fundamentos y aplicaciones en Ciencias de la Salud*. 1ª ed, Vol 1. 2016.
- [89] R. P. Singh. "Scientific principles of shelf life evaluation". En: Springer US, 1994. Cap. 1. DOI: 10.1007/978-1-4615-2095-5\_1.
- [90] C. M. Bruhn. "Consumer perceptions and concerns about food contaminants". En: *Advances in Experimental Medicine and Biology*. Vol. 459. 1999. DOI: 10.1007/978-1-4615-4853-9\_1.
- [91] A. M. Jaramillo Jaramillo. *Acústica : La ciencia del sonido*. 1.ª ed. Vol. 1. Editorial ITM, 2007. URL: <http://hdl.handle.net/20.500.12622/1763>.
- [92] H. Krautkrämer J. Krautkrämer. "Ultrasonic Testing of Materials". En: *Springer-Verlag Berlin Heidelberg* (1 1990), págs. XVI, 677. ISSN: 978-3-662-10680-8. DOI: 10.1007/978-3-662-10680-8.
- [93] J. Walker, D. Halliday y R. Resnick. *Fundamentals of Physics 10ed*. Wiley, 2014. ISBN: 978-1119454014.
- [94] R. L Mott. *Mecánica de fluidos. Impulsión de fluidos*. Addison-Wesley, 2019. ISBN: 9786073232883.
- [95] D. Royer, D.P. Morgan y E. Dieulesaint. *Elastic Waves in Solids 1: Free and Guided Propagation*. 1999.
- [96] L. Kinsler. *Fundamentals of Acoustics (2000)*. 4 th. Wiley, 2010. ISBN: 9780471847892.

- [97] M. Levy. "Fundamentals and Applications of Ultrasonic Waves Fundamentals and Applications of Ultrasonic Waves, CRC Press, Boca Raton, Fla., 2002. 99.95 (462 pp.). ISBN 0-8493-0130-0". En: *Physics Today* 56 (4 2003). ISSN: 0031-9228. DOI: 10.1063/1.1580055.
- [98] L. D. Landau, E. M. Lifshitz, V. B. Berestetskii y L. P. Pitaevskii. *Mecánica de fluidos*. 1.<sup>a</sup> ed. Vol. 6. 1985.
- [99] L. M. Brekhovskikh, O. A. Odin y Michael D. Serotta. "Acoustics of Layered Media II". En: *The Journal of the Acoustical Society of America* 94 (4 1993). ISSN: 0001-4966. DOI: 10.1121/1.407450.
- [100] L. M. Brekhovskikh y O. a. Godin. *Acoustics of layered media I : plane and quasi-plane waves*. 1990.
- [101] D. Cheeke y R. D. Finch. "Fundamentals and Applications of Ultrasonic Waves". En: *The Journal of the Acoustical Society of America* 113 (1 2003). ISSN: 0001-4966. DOI: 10.1121/1.1527963.
- [102] J.N Newman. "Hydrodynamics". En: *Marine Hydrodynamics*. The MIT Press, 2018. Cap. 2, págs. 23-43.
- [103] Pantelis Liolios. *Principal stresses and stress invariants*. Septiembre de 2020. URL: [\texttt{https://pantelisliolios.com/principal-stresses-and-invariants/}](https://pantelisliolios.com/principal-stresses-and-invariants/).
- [104] L.M Brekhovskikh y O.A Godin. *Acoustic of layered media I*. 1.<sup>a</sup> ed. Springer Berlin, Heidelberg, 1998. ISBN: 978-3-642-52369-4. DOI: <https://doi.org/10.1007/978-3-642-52369-4>.
- [105] M. R. Spiegel. *Estadística*. Segunda edición. Mcgraw Hill, jun. de 1991. ISBN: 0-07-060234-4.
- [106] M.A. Ortiz Villicaña. "Design and modeling of a superconducting magnet system for an Electron Cyclotron Resonance Ion Source." En: *tesis, Universidad de Guanajuato*. (2021).
- [107] K. Bathe. *Finite Element Procedures Second Edition Bathe Finite Element Procedures Klaus-Jürgen Bathe*. 2nd. Prentice Hall, Pearson Education, Inc., 2014.
- [108] K. J. Bathe y H. Saunders. "Finite Element Procedures in Engineering Analysis". En: *Journal of Pressure Vessel Technology* 106 (4 1984). ISSN: 0094-9930. DOI: 10.1115/1.3264375.
- [109] L. B. W. y R. E. White. "An Introduction to the Finite Element Method with Application to Nonlinear Problems." En: *Mathematics of Computation* 50 (181 1988). ISSN: 00255718. DOI: 10.2307/2007936.
- [110] COMSOL Multiphysics. *COMSOL Multiphysics Reference Manual*. 2023. URL: <https://www.comsol.com/>.