

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE ZACATECAS  
"FRANCISCO GARCÍA SALINAS"

---



**UNIDAD ACADÉMICA DE MATEMÁTICAS**



# **CONOCIMIENTOS TPACK PRESENTES AL UTILIZAR UN LIBRO INTERACTIVO DE GEOGEBRA PARA ENSEÑAR LA SUMA Y RESTA DE FRACCIONES EN PRIMERO DE SECUNDARIA**

Tesis que para obtener el grado de  
**Maestra en Matemática Educativa**  
con Orientación en el Nivel Secundaria

Presenta:

**Andrea Viviana Tavera Gamarra**

Directora:

**MATI. Mónica del Rocío Torres Ibarra**

Codirectora:

**Dra. Leticia Sosa Guerrero**

Zacatecas, Zac.,

julio de 2023



## *Agradecimiento*

Al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología  
por el apoyo económico brindado mediante la  
beca con número de registro de CVU 1151460  
para la realización de mis estudios de Maestría.

## CARTA DE RESPONSABILIDAD Y CESIÓN DE DERECHOS

En la ciudad de Zacatecas, Zacatecas, el día 03 del mes de julio del año 2023 la que suscribe Andrea Viviana Tavera Gamarra alumna del Programa de Maestría en Matemática Educativa con Orientación en el Nivel Secundaria con número de matrícula 42106986; manifiesta que es la autora intelectual del trabajo de grado intitulado "CONOCIMIENTOS TPACK PRESENTES AL UTILIZAR UN LIBRO INTERACTIVO DE GEOGEBRA PARA ENSEÑAR LA SUMA Y RESTA DE FRACCIONES EN PRIMERO DE SECUNDARIA", bajo la dirección de la M.T.I. Mónica del Rocío Torres Ibarra y codirección de la Dra. Leticia Sosa Guerrero.

Por tal motivo asume la responsabilidad sobre su contenido y el debido uso de referencias, acreditando la originalidad del mismo. Así mismo cede los derechos del trabajo anteriormente mencionado a la Universidad Autónoma de Zacatecas para su difusión con fines académicos y de investigación.



---

Andrea Viviana Tavera Gamarra

## A QUIEN CORRESPONDA:

Por medio de la presente se hace constar que el trabajo de grado que lleva por nombre “CONOCIMIENTOS TPACK PRESENTES AL UTILIZAR UN LIBRO INTERACTIVO DE GEOGEBRA PARA ENSEÑAR LA SUMA Y RESTA DE FRACCIONES EN PRIMERO DE SECUNDARIA” y que fue realizado bajo nuestra asesoría por la M.T.I. Mónica del Rocío Torres Ibarra y Dra. Leticia Sosa Guerrero de la Maestría en Matemática Educativa con Orientación en el Nivel Secundaria ; ha atendido las sugerencias y recomendaciones establecidas en el proceso de revisión por parte del comité evaluador, **por lo que se encuentra listo para su presentación y defensa**. Lo anterior en los términos de la legislación vigente, correspondiente a la Universidad Autónoma de Zacatecas y aquella establecida en la Maestría.

Atentamente,

Zacatecas, Zac., a 03 de julio del 2023

---

**M.T.I. Mónica del Rocío Torres Ibarra**

**Docente Investigadora de la Unidad  
Académica de Matemáticas-UAZ**

---

**Dra. Leticia Sosa Guerrero**

**Docente Investigadora de la Unidad  
Académica de Matemáticas-UAZ**

## DEDICATORIA

*Dedicado a Dios, mi familia, mis gatos, mis perros, a mis amigas, en especial a Wendy, Dariana y María Angélica, a los docentes y todas las personas que me apoyaron durante todo este proceso de crecimiento personal y profesional.*

## AGRADECIMIENTOS

Agradezco primeramente a Dios por esta oportunidad tan grande y especial que me permitió vivir, por ser ÉL quien me guio y acompañó en todo este proceso de manera incondicional, por ser en gran parte mi fortaleza en los momentos de debilidad y por todas las oportunidades llenas de bendiciones que me ha brindado en toda mi vida.

Tambien agradezco a mi familia, por apoyarme desde el momento en el que decidí emprender esta aventura llena de crecimientos personales y profesionales, por siempre estar ahí para mí a pesar de la distancia y darme su apoyo en los momentos más difíciles, siempre han sido mi mayor motor para lograr las cosas que me propongo en la vida y son mi fortaleza para hacer todas las cosas que me propongo por más difíciles que parezcan.

De igual manera, agradezco a mis gatos y perros. Siempre los he amado y sé lo importantes que son para mí. Durante los dos años que estuve lejos de ellos, pude valorar y darme cuenta de lo agradecida que estoy con Dios por haber puesto en mi camino unos ángeles que han sido responsables de los días más felices y más tristes de mi vida. Siento una profunda gratitud hacia estos seres tan especiales que alegran mi día a día, tanto aquellos que todavía están conmigo como aquellos que, por ciertas circunstancias, han tenido que partir de este mundo, pero que siempre los recuerdo. Lo que hago también es por ellos, aunque sé que es poco en comparación con todo lo que recibo de ellos.

Asi mismo agradezco a todas mis amigas, por siempre estar para mí en cualquier momento y ser un gran apoyo en todo momento, siempre creyeron en mí y han estado motivándome en todas las etapas de mi vida.

Igualmente agradezco a la M.T.I. Mónica Torres, quien además de ser mi profesora y asesora a lo largo de estos años, tambien se convirtió en una madre que siempre estuvo apoyándome en este proceso y guiándome en la mayoría de los crecimientos que tuve, siempre estaré agradecida por ella por todo y es alguien a quien aprecio mucho. De igual manera agradezco a mi codirectora la Dra. Leticia Sosa por todos los aprendizajes que dejo en mi durante estos años.

De esa misma manera Agradezco a la Dra. Sonia Valbuena, la Dra. Leticia Ramírez y a el Dr. Eduardo Briceño por todos sus conocimientos, contribución, dedicación y consejos que ayudaron con el enriquecimiento y crecimiento de esta tesis.

De la misma manera agradezco a los demás profesores y compañeros que siempre estuvieron ahí y de los cuales tuve grandes aprendizajes que se quedaran siempre en mí.

Asimismo, agradezco al Dr. Armando Aroca y al Mtro. Oscar Paternina quienes fueron los que me impulsaron por tomar la decisión tan grande en mi vida y me apoyaron en el transcurso de todo el proceso.

Por último, Agradezco infinitamente a Mexico, este país tan lindo que tuve la oportunidad de conocer durante la maestría, siendo que pude aprender mucho de las buenas personas mexicanas, conocer más de su bella y enriquecedora cultura y su rica comida

## RESUMEN

La tecnología es un mediador en la educación. Prueba de ello son las diferentes investigaciones que consideran importante la integración de ésta en la educación. De igual forma contemplan que el desarrollo de los conocimientos por parte de los docentes al momento de usarla favorece a que se dé un impacto positivo en la educación matemática. Uno de estos recursos tecnológicos es el software GeoGebra el cual, de acuerdo con diversos autores, es un recurso que favorece la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. Una de las alternativas que brinda este software son los libros interactivos.

Dentro de los temas que pueden potenciar su enseñanza con el uso de esta tecnología se encuentran las fracciones. El cual, de acuerdo con investigaciones revisadas es uno de los temas más difíciles tanto para docentes para enseñar como estudiantes para comprenderlo. Siendo las dificultades más representativas, la definición de parte todo, realizar operaciones con fracciones, las comparaciones con fracciones y las diferentes concepciones y representaciones que hay de las fracciones.

De ahí que esta investigación tiene como objetivo caracterizar los conocimientos pedagógicos tecnológicos de contenido del docente de matemáticas al hacer uso de un libro interactivo de GeoGebra (LIGG) desarrollado para la enseñanza de la suma y resta de fracciones.

El marco teórico que se trabaja es el Technological Pedagogical Content Knowledge (TPACK). Del cual se tendrán en cuenta ciertos conocimientos del modelo, como el Conocimiento Tecnológico (TK), Conocimiento Pedagógico del Contenido (PCK), Conocimiento Tecnológico de Contenido (TCK), Conocimiento Tecnológico Pedagógico (TPK). Para lograrlo se implementará un enfoque cualitativo con un método exploratorio, realizando un análisis documental y una observación no participante. Se parte de un análisis documental donde se detectan tanto las dificultades como las actividades propuestas en los libros de texto y objetivos en los planes de estudio para seleccionar las actividades que integran el LIGG, además, se identifican los indicadores del TPACK que serán potenciados en cada una de ellas.

Para lograr esto, se realiza una entrevista previa a la aplicación de las dos sesiones del docente con el fin de conocer más acerca de los conocimientos del docente en cuanto al modelo TPACK, para después realizar la aplicación de dos sesiones y una entrevista posterior a la aplicación, lo cual nos permitirá analizar los conocimientos que se logren identificar.

La puesta en marcha nos permitió identificar todos los conocimientos del modelo TPACK en el docente, para a su vez poder describir en diferentes niveles de apropiación, teniendo en cuenta las evidencias y los criterios establecidos, para de esta manera lograr caracterizar los conocimientos del docente de matemáticas de primero de secundaria, encontrando que el docente en todos los conocimientos del modelo TPACK se encuentra en un nivel integrador.

**Palabras Clave:** Fracciones, TPACK, GeoGebra, Libro Interactivo de GeoGebra, Enseñanza

## ABSTRACT

Technology is a mediator in education. Proof of this are the different investigations that consider the integration of this in education important. In the same way, they contemplate that the development of knowledge by teachers when using it favors a positive impact on mathematics education. One of these technological resources is the GeoGebra software which, according to various authors, is a resource that favors the teaching and learning of mathematics. One of the alternatives offered by this software are interactive books. Fractions are among the topics that can enhance their teaching with the use of this technology. Which, according to several authors, is one of the most difficult issues for both teachers and students. One of the difficulties that most arise is the definition of part-whole, performing operations with fractions, comparisons with fractions and the different conceptions and representations of fractions.

Hence, this research aims to characterize the technological pedagogical content knowledge of the mathematics teacher when making use of an interactive GeoGebra book (LIGG) developed for teaching the addition and subtraction of fractions.

The theoretical framework that is worked on is the Technological Pedagogical Content Knowledge (TPACK). Of which certain knowledge of the model will be taken into account, such as Technological Knowledge (TK), Pedagogical Knowledge of Content (PCK), Technological Knowledge of Content (TCK), Technological Pedagogical Knowledge (TPK) and Technological Pedagogical Knowledge of Content (TPACK). ). To achieve this, a qualitative approach will be implemented with an exploratory method, carrying out a documentary analysis and a non-participant observation. It is based on a documentary analysis where the difficulties are detected as well as the activities proposed in the textbooks and objectives in the study plans to select the activities that make up the LIGG, in addition, the TPACK indicators are detected that will be promoted in each one of them.

After this, an interview is carried out prior to the application of the two sessions of the teacher in order to learn more about the teacher's knowledge regarding the TPACK model, to later carry out the application of two sessions, which will allow us to analyze the knowledge that can be identified and a post-application interview. This allowed us to identify all the knowledge of the TPACK model in the teacher, in order to be able to describe it at different levels of appropriation, taking into account the evidence and criteria that allowed us to do this in order to characterize the teacher's knowledge of mathematics in the first year of secondary school, since the teacher in all the knowledge of the TPACK model is at an integrating level.

**Keywords:** *Fractions, TPACK, GeoGebra, GeoGebra Interactive Book, Teaching*

# ÍNDICE

RESUMEN	ix
ABSTRACT	x
CAPÍTULO 1. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA DE INVESTIGACIÓN	17
1.1 Motivación	17
1.2 Antecedentes	18
1.3 Reflexión	31
1.4 Planteamiento	32
1.4.1 Problemática	32
1.4.2 Problema	33
1.4.3 Pregunta	33
1.4.4 Objetivo general	33
1.4.5 Objetivos particulares	34
1.4.6 Justificación	34
CAPÍTULO 2. MARCO TEÓRICO	35
2.1 Marco teórico	35
2.1.1 Modelo TPACK	35
2.1.2 Niveles de apropiación	39
2.2 Marco Instrumental	48
2.2.1 Libro interactivo de GeoGebra	48
2.2.2 Criterios para la estructuración del Libro Interactivo de GeoGebra	48
2.2.3 Criterios para la selección de las actividades	49
2.3 Marco referencial	50
2.3.1 Definición formal	50
2.3.2 Concepciones de la fracción	51
2.3.3 Dificultades, obstáculos y errores	59
2.3.4 Dificultades, obstáculos y errores en el aprendizaje de las fracciones	61
CAPÍTULO 3. METODOLOGÍA	65
3.1 Tipo de investigación	65
3.2 Población y muestra	65
3.3 Técnicas	65
3.3.1 Análisis Documental	65
3.3.2 Observación no participante	66
3.3.3 Entrevista semiestructurada	67

3.4 Fases de investigación	67
Fase 1: Comprensión del problema:	68
Fase 2: Exploración del modelo dinámico.	69
Fase 3: Construcción de un modelo dinámico.	70
Libro Interactivo de GeoGebra para la enseñanza de la suma y resta de fracciones	70
Fase 4: Extensiones y conexiones.	77
Fase 5: Resultados y conclusiones.	78
CAPÍTULO 4. ANÁLISIS DE RESULTADOS	81
4.1 Resultados de entrevistas	81
4.1.1 Resultados entrevista previa a la aplicación	81
4.1.2 Resultados entrevista posterior a la aplicación	87
4.2 Resultados de videgrabaciones	92
4.2.1. Resultados Sesión 1.	92
Actividad 1	92
4.2.2 Resultados sesión 2.	98
Actividad 2	98
Actividad 3	105
Actividad 4	111
Actividad 5	116
4.3 Análisis de resultados	122
4.3.2 Descripción de los conocimientos y niveles	122
4.3.3 Caracterización de los conocimientos en niveles	133
CAPÍTULO 5. CONCLUSIONES	140
5.1 Conclusiones entorno a la investigación	140
5.2 Consideraciones para futuras investigaciones	141
5.3 Aportes de la investigación	142
5.4 Reflexión sobre mi práctica docente.	143
REFERENCIAS	146
Anexos	151
Anexo 1. Libro Interactivo de GeoGebra	151
Anexo 2. Permiso para la aplicación del LIGG en una institución educativa	172
Anexo 3. Entrevistas	173
Cuestionario de entrevista previa a la aplicación	173
Cuestionario de la entrevista posterior a la aplicación	175
Anexo 4. Transcripción de entrevistas.	176

Entrevista previa a la aplicación	176
Entrevista posterior a la aplicación	181
Anexo 5: Transcripciones de videograbaciones	186
Sesión 1	186
Sesión 2	193
Anexo 6.Propuesta de reestructuración de la entrevista inicial para un taller de Diseño de un Libro Interactivo de GeoGebra	214

## ÍNDICE DE TABLAS

<b>Tabla 1.</b> Indicadores del modelo TPACK.....	41
<b>Tabla 2.</b> Relación de Indicadores de los Conocimientos TPACK y niveles de apropiación del MEN. ....	44
<b>Tabla 3</b> Conocimientos que se potencian en el docente con las actividades planteadas en el LIGG.....	77
<b>Tabla 4</b> Análisis de los niveles de apropiación de los conocimientos del modelo TPACK ..	122
<b>Tabla 5</b> Análisis de las preguntas en relación con los criterios del modelo TPACK.....	130

## ÍNDICE DE FIGURAS

<b>Figura 1</b> Uso de TIC 's en educación en México .....	20
<b>Figura 2</b> Representación errónea de las partes de una fracción .....	28
<b>Figura 3</b> Representación errónea al representar una fracción .....	29
<b>Figura 4</b> Comparación de fracciones con diferente representación.....	29
<b>Figura 5</b> Comparación de representaciones de la fracción.....	30
<b>Figura 6</b> Ilustración de la articulación del modelo TPACK .....	36
<b>Figura 7</b> Niveles de apropiación dados en las competencias TIC.....	40
<b>Figura 8</b> representación de la fracción $2/5$ como la transformación de un objeto.....	62
<b>Figura 9</b> Representación de la fracción $2/5$ como tantos de tantos .....	63
<b>Figura 10</b> Representación de la fracción $2/5$ dentro de un entero .....	63
<b>Figura 11</b> Actividades para trabajar la suma y resta de fracciones.....	69
<b>Figura 12</b> Introducción del LIGG.....	71
<b>Figura 13</b> Aprendizajes previos del LIGG .....	71
<b>Figura 14</b> Dificultades de las fracciones presentadas en el LIGG .....	72
<b>Figura 15</b> Actividades de suma y resta de fracciones del LIGG.....	73
<b>Figura 16</b> Retos e institucionalización del LIGG .....	73
<b>Figura 17</b> Actividad 1: Uso de la torta de cumpleaños para introducir el tema de fracción...	76
<b>Figura 18</b> Evidencia de la entrevista previa a la aplicación .....	81
<b>Figura 19</b> Evidencia de la realización de la entrevista posterior a la aplicación .....	87
<b>Figura 20</b> Actividad 1 seleccionada para el trabajo en el aula .....	92

<b>Figura 21</b>	Momento en el que el docente hace uso de la actividad del LIGG.....	93
<b>Figura 22</b>	Actividad 2 utilizada por el docente en el aula .....	98
<b>Figura 23</b>	Momento en que el docente está haciendo uso de la actividad en el aula .....	99
<b>Figura 24</b>	Actividad 3 del LIGG utilizada por el docente .....	105
<b>Figura 25</b>	Momento en que el docente está haciendo uso de la actividad en el aula .....	106
<b>Figura 26</b>	Actividad 4 del LIGG utilizada por el docente .....	111
<b>Figura 27</b>	Momento en el que el docente está haciendo uso de la actividad.....	112
<b>Figura 28</b>	Actividad 5 del LIGG utilizada por el docente .....	116
<b>Figura 29</b>	Momento en que el docente está haciendo uso de la actividad en el aula .....	116
<b>Figura 30</b>	Relación gráfica de los conocimientos del TPACK y los niveles MEN.....	132
<b>Figura 31</b>	Actividad 1: Uso de la torta de cumpleaños para introducir el tema de fracción.	152
<b>Figura 32</b>	Actividad 2: Concepto de fracción .....	154
<b>Figura 33</b>	Actividad 3: ¿Para qué se usan las fracciones? .....	155
<b>Figura 34</b>	Actividad 4: Representa fracciones en la recta numérica .....	156
<b>Figura 35</b>	Actividad 5: Diferentes formas de representar las Fracciones .....	157
<b>Figura 36</b>	Actividad 6: Fracciones equivalentes.....	158
<b>Figura 37</b>	Actividad 7: Amplificación y simplificación de fracciones .....	159
<b>Figura 38</b>	Actividad 8: Fracción como parte-todo .....	161
<b>Figura 39</b>	Actividad 9: Comparación de fracciones .....	162
<b>Figura 40</b>	Actividad 10: Suma de fracciones .....	163
<b>Figura 41</b>	Actividad 11: Suma de fracciones homogéneas y heterogéneas.....	164
<b>Figura 42</b>	Actividad 12: resta de fracciones.....	165
<b>Figura 43</b>	Actividad 13: Problemas de suma de fracciones.....	167
<b>Figura 44</b>	Actividad 14: Problemas de resta de fracciones .....	168
<b>Figura 45</b>	Actividad 15: Suma y resta de fracciones: Carrera con fracciones .....	169
<b>Figura 46</b>	Actividad 16: Suma y resta de fracciones: Arte abstracto.....	170
<b>Figura 47</b>	Actividad 17: Suma y resta de fracciones.....	171
<b>Figura 48</b>	Actividad de GeoGebra para trabajar en el aula.....	216

# INTRODUCCIÓN

El uso de recursos tecnológicos en la educación matemática ha incrementado con el pasar de los años. Debido a lo cual de acuerdo con Prada et al. (2019) y Valbuena et al. (2021) es de gran importancia que los docentes se formen en el uso de estos. Una forma de hacerlo es a partir del desarrollo de diferentes conocimientos, didácticos, pedagógicos, disciplinares y tecnológicos. Los cuales se van desarrollando a partir de la formación de la práctica. Aun así, de acuerdo con Cabero et al. (2017) hay numerosos docentes que no han logrado desarrollar la articulación entre estos conocimientos; lo que ha llevado a que al momento de utilizarlos dificulten el proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. Siendo el de la enseñanza y aprendizaje de las fracciones las que mayores dificultades han presentado.

Y es que de acuerdo con Cuevas et al. (2016); Valenzuela et al. (2016); y Parra y Carmona-Ramírez (2021) uno de los temas que presentan dificultades en la enseñanza de las matemáticas es el de las fracciones, esto debido a que en ocasiones los docentes al momento de enseñar el tema no tenían en cuenta el contexto y las concepciones que se deben tener para este concepto. Estos mismos autores mencionan en sus estudios que el uso de un recurso tecnológico como GeoGebra puede ser de ayuda para tener mejores resultados en el proceso de enseñanza y aprendizaje de las fracciones. Aun así, no se ha explorado lo suficiente las ventajas que brinda GeoGebra, siendo una de estas el de los libros interactivos el cual permite que se dé una mejora docente en el aula.

Por lo antes mencionado se puede ver la importancia de que los docentes se actualicen en su práctica y no siga sucediendo lo que mencionan autores como Valbuena et al. (2021) que los docentes no tengan claro la intencionalidad con la que usan los recursos tecnológicos y que tengan poca apropiación al momento de usar las Tecnologías de la Información y las Comunicaciones (TIC). También lo mencionado por Cabero et al. (2017) y Paniagua (2022) que los docentes deben desarrollar algunos conocimientos en tecnología como lo son los conocimientos del TPACK de tal manera que permitan una mejor integración de esta en la educación.

Teniendo en cuenta todo lo descrito anteriormente el objetivo de esta investigación es caracterizar los conocimientos del TPACK del docente de matemáticas al hacer uso de un libro interactivo de GeoGebra (LIGG) desarrollado para la enseñanza de la suma y resta de fracciones. Esto se va a realizar a partir de la integración de diferentes actividades desarrolladas en GeoGebra para la enseñanza y aprendizaje de las fracciones. Se tendrán en cuenta los criterios propuestos por (Pruzzo, 2012, Arce et al., 2018 y López, 2021) que permitan la estructuración del libro. Posteriormente se dotará al docente de este libro para la enseñanza de la suma y resta de fracciones para finalmente realizar una observación de su práctica en el aula.

Para lograr el objetivo se trabajará bajo el modelo TPACK que fue desarrollado por Mishra y Koehler (2006). El cual es un modelo que permite ver la integración de la tecnología en el aula para la enseñanza. Esto haciendo uso del libro interactivo de GeoGebra. También se tendrán en cuenta los niveles de apropiación dados por el Ministerio de Educación de

Colombia MEN (2013) siendo estos, Explorador, Integrador e Innovador. Esto con el fin de identificar en los niveles que se encuentran los docentes en cuanto a los conocimientos tecnológicos y de tal manera que logre algo que permita ver los conocimientos que requieren los docentes para una eficaz enseñanza, en el contexto de esta investigación para la enseñanza de las operaciones básicas con fracciones describir a través de los niveles los conocimientos del TPACK y tener una caracterización más amplia de estos.

Esta investigación es de un enfoque cualitativo de corte exploratorio de acuerdo con Hernández et al (2012), se toma como muestra un docente de matemáticas de primero de secundaria y se siguen unas fases metodológicas para lograr la investigación, las cuales fueron adaptadas de Santos-Trigo y Reyes-Martínez (2014) y servirán como una guía para nuestra investigación. Siendo así que primeramente se realiza un análisis documental para determinar el objetivo con el que se estructurara el Libro Interactivo de GeoGebra, para después determinar los criterios para la selección de actividades y estructura de este. Después de la validación del instrumento que vienen siendo el Libro Interactivo de GeoGebra, los cuestionarios que se realizaron para la entrevista y la tabla de la relación de los conocimientos del modelo TPACK y los niveles de apropiación, para posterior a la validación realizar la aplicación de dos sesiones con el maestro haciendo uso del libro para enseñar la suma y resta de fracciones. De igual forma se realizarán dos entrevistas, una previa y otra posterior a la aplicación.

Después de esto se inicia el análisis, lo cual nos permite identificar primeramente los conocimientos que el docente evidencia durante las sesiones del modelo TPACK, siendo que se logran evidenciar todos los conocimientos para después realizar la descripción de los niveles con relación a los conocimientos, siendo que el nivel que más se presenta es el nivel integrador, seguido del explorador con muy pocas apariciones y por último el innovador con solo dos apariciones.

Todo esto nos permite concluir, primeramente, que se logró caracterizar los conocimientos del docente y que es necesario que se sigan realizando investigaciones en torno a esta problemática para que en un futuro se logre mayor apropiación de los conocimientos puestos en juego.

# CAPÍTULO 1. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA DE INVESTIGACIÓN

## 1.1 Motivación

Durante mi formación como Licenciada en Matemáticas en Colombia, realicé una revisión documental sobre el uso que dan los docentes a la tecnología puesto que mi trabajo de grado se centraba en el impacto que tiene la tecnología en el micro currículo del docente de matemáticas y su práctica profesional, lo cual me mostró un panorama no favorable que se deriva del uso instrumental y no pedagógico o didáctico de la tecnología, que se sigue presentando aún en tiempos de pandemia y post pandemia donde la modalidad virtual surgió como respuesta para continuar con el proceso educativo. Los resultados del mencionado estudio ponen de manifiesto que los docentes siguen usando la tecnología como un instrumento más para sus clases, sin verla como una forma de innovar y una mediadora para mejorar el proceso de enseñanza-aprendizaje.

Esta realidad presente en Colombia no es diferente del contexto Mexicano según la revisión realizada a algunos artículos De manera que es de mi interés seguir investigando por la línea del uso e impacto de la tecnología en la Educación, es por ello mi motivación en profesionalizarme y hacer una aportación para que otros docentes implementen la tecnología en sus cursos, de tal manera que esta se situé como mediadora entre la enseñanza y el aprendizaje y que su uso sea didáctico o pedagógico buscando lograr un aprendizaje significativo en los estudiantes. Con el diseño de este recurso iré adquiriendo los aprendizajes necesarios en matemáticas que al culminar el mismo me permitan dar un aporte a los docentes en el uso de recursos tecnológicos para potenciar la enseñanza de las operaciones de fracciones.

## 1.2 Antecedentes

Cuando se habla de tecnología en la educación, aparecen términos como Tecnología de la Información y la Comunicación (TIC), Tecnologías del Aprendizaje y del Conocimiento (TAC) y Tecnologías para el Empoderamiento y la Participación (TEP). Los cuales permiten que al momento de hacer uso de un recurso tecnológico en la educación no se centre únicamente en que se domine el uso de los recursos tecnológicos, sino que se ayude a que se dé la implementación de la tecnología como una mediadora y como construcción de un nuevo entorno en el proceso de enseñanza y aprendizaje. Para entender un poco más acerca de la incorporación de la tecnología en la educación a continuación se hace una breve descripción de cómo esta se fue incorporando desde hace varios años la tecnología. Además de cómo el uso de los recursos tecnológicos influye en la educación para después presentar el uso que le dan los docentes ha favorecido a su práctica profesional.

Partiendo de que aproximadamente en los años 70 (Kaput y Thompson, 1994, citado por Fiallo, 2015) se incorporaron las TIC en la educación matemática, iniciando con el uso de calculadoras y computadoras para apoyar el cálculo y la gestión de contenido. De igual forma en su blog Moreno (2018) presenta una línea de tiempo de la integración de la tecnología en la educación. Él menciona que para el año 1991, con el apogeo de las computadoras, videos y multimedia se diseña la primera pizarra digital. Luego para el año 1995 se incorporan las TIC a la educación. En este año se inicia el desarrollo de la educación basada en la Web, resaltando que esta etapa aún se encuentra en desarrollo con el auge que se tuvo de los portales online que ofrecen varios cursos acerca de diferentes temas.

Para el año 1996 se crea el concepto e-learning y otras plataformas virtuales como Blackboard, surgido en 1997 y Moodle en 2002. En el año 2006 surge el m-learning que se refiere al aprendizaje centrado en Smartphones, teléfonos y otros dispositivos móviles. El autor menciona que, además, en el 2000 empieza la era de la interactividad con los recursos tecnológicos, debido a la creación de las pizarras digitales, las cuales en un inicio se usaban como dispositivos para conectarse a un computador personal (PC) por sus siglas en inglés y proyector de video y a la fecha se han transformado en herramientas digitales que pueden ser usadas online.

El autor menciona también que para el año 2004 empiezan a surgir las redes sociales, primero Flickr y Facebook, siendo esta última una de las más utilizadas actualmente, en el año 2005 se crea YouTube una red social muy influyente en la educación. Ya para los años 2006 y 2010 se crean Twitter e Instagram respectivamente, resaltando que actualmente en el mundo existen más de 200 redes sociales, estas han tenido un gran efecto en la educación ya que permiten mejorar la comunicación y participación grupal entre el docente y los estudiantes. Por otro lado, para el año 2004 se forma el término Web 2.0 la cual también lleva el nombre de “web social” ya que este privilegia el compartir redes, wikis y blogs.

Ya para el año 2006 surge por primera vez el término Web 3.0 el cual conjuga el uso del 3D y se presenta el internet como una base de datos que se dan a través de aplicaciones de base

de inteligencia artificial. Esta última abre puertas acerca de las posibilidades que se pueden dar en el ámbito educativo ya que aporta nuevas herramientas usadas para la gestión del contenido en los entornos web. Teniendo todo lo dicho anteriormente, el autor menciona que, aunque varios recursos tecnológicos no surgieron específicamente para ser usados en la educación y se presentaron dificultades para incorporarse en las aulas, hoy en día hay más acercamientos con el uso de estos recursos tecnológicos, lo cual ha permitido que se complemente la enseñanza tradicional con la tecnología ya que facilitan el proceso de enseñanza y aprendizaje. (Moreno, 2018).

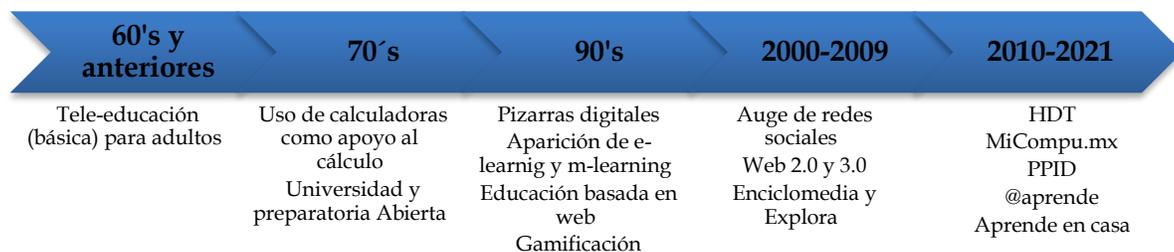
Por otra parte, mirando la integración de la tecnología en la educación, en el contexto mexicano se han creado varios programas federales buscando fomentar el uso de la tecnología en la educación. De acuerdo con Azamar (2016), en el 2003 se trabajó con Enciclomedia y Explora, los cuales tuvieron un enfoque en la educación básica buscando contar como apoyo para la formación de los estudiantes. Pero por más de 10 años de duración no lograron ser de gran ayuda. Ya que, aunque sí es importante el uso de la tecnología como mediadora para el aprendizaje, estas deberían ser parte de las competencias de los docentes al momento de egresar de su formación profesional. Pero esto no se ha podido dar ya que por un lado los programas de apoyo ni en las reformas se ha buscado que los docentes obtengan conocimientos para el uso de recursos tecnológicos en la educación.

En el estado mexicano se han presentado diversos espacios educativos para brindar una educación para todos como lo fueron la “Escuela de Radio de Difusión Primaria para Adultos, en 1941; el Instituto Federal de Capacitación del Magisterio, en 1947; el Centro de Educación Básica de Adultos y Telesecundaria, en 1968; el Centro para el Estudio de Medios y Procedimientos Avanzados de la Educación, en 1971; el Sistema de Universidad Abierta de la Universidad Nacional Autónoma de México, en 1972; la aplicación de un modelo de Preparatoria Abierta, en 1973; el Sistema Abierto de Enseñanza del Instituto Politécnico Nacional, en 1974” (Navarrete y Manzanilla, 2017, pp. 78-79).

Otros proyectos que buscan fomentar el uso de las tecnologías que no tuvieron tanto auge dentro de esta y que esto fue eventualmente llevando a que se fueran reemplazando entre sí, estos proyectos son: Habilidades Digitales para Todos (HDT) (2009-2012), Mi compu.mx (2013-2014), Programa Piloto de Inclusión Digital (PPID) (2013-2015) y @prende (2014-2015); la figura 1 muestra un mapa cronológico de todas ellas.

## Figura 1

Uso de TIC 's en educación en México



*Nota:* Elaboración propia a partir de (Navarrete y Manzanilla, 2017, pp. 78-79).

Por otra parte, enfocado en la tecnología en la enseñanza de las matemáticas. Santillán (2010) precisa que para que se dé una buena práctica pedagógica con el uso de TIC, en los últimos años varios docentes han iniciado con el uso de computadores e internet para mejorar sus actividades pedagógicas, pero de acuerdo con Prada et al. (2019) aun así no se tiene claridad acerca de cómo usar estos recursos como un apoyo para la educación. De igual forma, aunque se han implementado diferentes políticas para la puesta en práctica de estas en la educación aún se hallan varias limitaciones para ver el potencial pedagógico de las TIC lo cual restringe el impacto de estas en los colegios.

Siendo así, que Muñoz (2012, citado por Prada et al., 2019) expone que hay una barrera cultural y pedagógica que no favorecen a que se dé la formación y las competencias de una actitud autónoma e independiente. Lo cual es fundamental para que los docentes tengan una apropiación de las TIC. Teniendo como objetivo describir el uso que los docentes y estudiantes del programa académico para la formación de docentes de matemáticas hacen con la plataforma virtual llamada Plataforma de Apoyo a la Docencia (PLAD), en su práctica pedagógica, y de esta manera ver las dificultades que presentan al hacer uso de esta.

Logrando identificar en cuanto a los docentes y como estos deben utilizar los recursos tecnológicos para el proceso de enseñanza y aprendizaje. De ahí que es necesario trabajar en reconocer las capacidades que brindan las TIC para generar diferentes ambientes interactivos que permitan la generación de aprendizaje. Esto apoyándose con el uso de recursos tecnológicos que le permitan al docente ampliar su práctica. De manera que es provechoso que se establezcan programaciones de actividades de formas adecuadas haciendo uso de los recursos tecnológicos.

Por su parte George (2020) en su investigación tiene como objetivo analizar la función de las tecnologías como mediadoras para superar los obstáculos relacionados con preconcepciones y conocimientos previos de los estudiantes, así como la percepción respecto a las habilidades de los docentes para usar las TIC en la enseñanza de matemáticas. Él identificó que la

incorporación de la tecnología para la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas ha representado en los docentes la oportunidad de desarrollar de forma descriptiva los diferentes procesos de enseñanza. Por lo cual debe brindar al estudiante posibilidades de conceptualizar y corregir los conocimientos erróneos relacionados con la matemática que han sido impedimento durante su formación escolar.

Por consiguiente, logra resaltar que los docentes deben realizar una elección correcta de contenidos digitales y no solo incluir dispositivos tecnológicos sin tener en cuenta la intencionalidad. De igual forma logra evidenciar que las tecnologías juegan un papel indispensable como mediadores en la educación para superar obstáculos que se presentan en el aprendizaje. Por lo que es imprescindible que el docente lleve a cabo la implementación con un propósito las tecnologías para alcanzar nuevos conocimientos. De tal manera que se logre un oportuno proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas.

De igual forma, Valbuena et al. (2021) en su estudio buscaron describir y examinar perfiles y niveles de apropiación de las competencias TIC dadas por el Ministerio de Educación de Colombia, las cuales son: tecnológica, pedagógica, de gestión, comunicativa e investigativa y **niveles de apropiación de las TIC**, iniciando con el **nivel explorador**, seguido del **integrador** y por último estaría el **nivel innovador**, en la práctica profesional del profesor de matemática en función de los usos que desde lo didáctico y pedagógico están presentes en el micro currículo de este saber disciplinar y su práctica profesional.

Ellas, en un apartado de su investigación, lograron identificar que, al igual que en México, en Colombia también se han dado programas para la incorporación de la tecnología en la educación. Esto a partir de la revisión de documentos del Ministerio de Tecnologías de la Información y la Comunicación buscando un mejor aprovechamiento de las TIC en la educación. Algunos de los cursos hallados son: Computadores para Educar (CPE) (2001), Planestic (2009), Vive Digital (2010), y ETIC@ (2017) donde resaltaron que no hubo un gran impacto de estos programas en los docentes ya que en un reporte presentado en 2018 se describió que los docentes no cuentan con una apropiación de las competencias TIC. De igual forma se evidenció que en la evaluación en cuanto al impacto del programa Vive Digital realizada por Departamento Nacional de Planeación (DNP, 2016) se identificó que no hay efectos positivos acerca de las actividades de educación referente al uso de las TIC.

Con referencia a lo que esperaban encontrar en su estudio ellas lograron identificar un bajo uso didáctico y pedagógico de los recursos tecnológicos por parte de los docentes ya que al momento de hacer uso de los recursos lo hacían de forma instrumental. Es decir, que al momento de usar los recursos en su práctica profesional no tienen en cuenta la intencionalidad. De igual forma lograron evidenciar que hay una gran diferencia en el discurso de los docentes con lo que observaron en su práctica profesional. Esto ya que mencionan la importancia de los recursos TIC y de las posibilidades que brindan en la educación, sin embargo, no se logra ver el correcto uso de estos en las planeaciones y su práctica profesional.

Por otro lado, Rojano (2003) plantea tres dimensiones que hacen referencia al uso e intencionalidad del docente al emplear la tecnología, las cuales también se pueden tener como referencia para los niveles de apropiación. Siendo estas: Informático, el cual propone a la tecnología como un medio para buscar, producir o presentar información. Técnico por cual limita a cuestiones relacionadas con ejecutar acciones donde la tecnología permite hacerlo de manera óptima y por último la didáctico-tecnológico, la cual indica la construcción de significados de objetos en estudio ligados a contenidos matemáticos escolares. siendo que esta dimensión es de suma importancia para la matemática educativa ya que en este caso se puede dar una revolución en las prácticas del aula mediadas por el uso de la tecnología.

Por otro lado, Padilla y Conde (2020) en su investigación tenían como objetivo caracterizar la formación en TIC de profesores de matemáticas de instituciones educativas del Distrito de Barranquilla y la influencia de estas en sus prácticas pedagógicas. Para lograrlo primero buscaron caracterizar la relación entre el uso afectivo de las TIC y las prácticas pedagógicas de los docentes e identificar las creencias, concepciones y paradigmas de los docentes de matemáticas en el uso de las TIC y su práctica pedagógica.

Ellos identificaron que los docentes desaprovechan los diferentes recursos que ofrecen las TIC en la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas ya que le dan poco uso, por lo que se puede ver reflejado la poca formación de los docentes en el uso de recurso tecnológicos, resaltando que es preocupante ya que el modelo TPACK se tiene en cuenta desde el año 2006 y es de gran ayuda para que los docentes implementen la tecnología en su práctica y ya con tantos años aún se siguen presentando muchas falencias en el uso de la tecnología por parte de los docentes. De igual forma logran resaltar la importancia de realizar jornadas de capacitación a los docentes, especialmente en el manejo de recursos tecnológicos. De tal manera que se logren formar el diseño de actividades pedagógicas de tal manera que relacionen las alternativas que ofrece PLAD y a su vez alcanzar el objetivo de la enseñanza.

Por otro lado, Paniagua (2021) expone que es común que actualmente en la educación se haga uso de la tecnología más como un recurso para la enseñanza y no en el proceso de aprendizaje de los estudiantes. De ahí que esa investigación tiene como objetivo exponer los resultados al implementar los enfoques de un aula invertida haciendo uso del TPACK y las Tecnologías para el Aprendizaje y Conocimiento de tal manera que se logre ver la importancia del aprendizaje de los estudiantes. Esto lo realizó a partir de una evaluación diagnóstica y se creó un blog educativo para darle recursos tecnológicos a los estudiantes. Teniendo como resultados que los recursos tecnológicos favorecen el proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas teniendo en cuenta el TPACK. De igual forma se ve que en la mayoría de los estudiantes favorecen el aprendizaje autónomo. Así como el hecho de que los docentes pueden llegar a convertirse en guías y facilitadores al desarrollo de las competencias, las capacidades críticas y creativas de los estudiantes, lo cual resalta la importancia del proceso de esta en la educación.

Por otro lado, Cabero et al. (2017) expresan que un tema fundamental a abordar en cualquier nivel educativo es el de las competencias que posee el docente para una mejor integración de las TIC en la educación ya que es un aspecto sustancial en esta. Siendo así que el docente juega un gran papel en el proceso de la enseñanza y aprendizaje teniendo como mediadora las TIC por lo tanto es fundamental la adquisición de conocimientos. Puesto que el modelo TPACK es el que describe los conocimientos que debe tener el docente en este contexto. De ahí, que en su investigación tienen como objetivo conocer la percepción que tienen los futuros docentes respecto a los conocimientos establecidos por el modelo TPACK. Para esto realizaron un cuestionario cerrado que centraba en los conocimientos que conforman el TPACK.

Obteniendo como resultado que la mayoría de los docentes al momento de presentarles los conocimientos, tecnológico, pedagógico y disciplinar por separado presentan una mayor evaluación, pero ya cuando se trabajan de forma articulada estos conocimientos no se logran identificar en gran parte de los docentes. A falta de estos conocimientos se resalta que los docentes deben poseer diferentes conocimientos para que se dé una óptima integración de las TIC en la educación. Los cuales deben estar relacionados con su práctica, las teorías y la necesidad de adquirir conocimientos para la mejora de su práctica. Siendo así que es necesaria la formación de los docentes en los aspectos tecnológicos, pedagógicos y disciplinares de manera integral ya que esto permite que se haga un mejor uso de las TIC y así se creen entornos de aprendizaje en los que se favorezca el aprendizaje y se logren los objetivos propuestos.

De igual manera (Arévalo-Duarte et al., 2019; Stein et al., 2019) como se citó en Merlano et al. (2022) Mencionan que los docentes llegan a presentar dificultades al momento de querer incorporar, intercambiar y desenvolverse al usar recursos tecnológicos, ya que en ocasiones usan la tecnología sin tener clara la practica pedagógica con la que utilizan esta. Siendo que en la investigación se logra evidenciar que hay poco conocimiento de los docentes de matemáticas en formación en cuanto a las competencias TIC.

Por otro lado, Revuelta et al. (2020) en su investigación evidenciaron que al momento de querer llevar al aula las TIC no significa que el solo hecho de llevarlas vaya a generar un aprendizaje, de ahí que expresan lo significativo que es que se les den indicaciones o instrucciones del uso de estas a los docentes. De ahí que Merlano et al. (2022) Mencionan que esto antes mencionado muestra una relación con lo que se identificado en investigaciones relacionadas a la integración del modelo TPACK en el aula al momento de enseñar un contenido matemático y lo muy poco que se utilizan recursos tecnológicos matemáticos, esto ya que es importante que los docentes se formen en el uso de recursos tecnológicos en el aula.

Con todo lo anteriormente expuesto, se evidencia que existen deficiencias en la apropiación de TIC por parte de los docentes para la educación matemática. Teniendo en cuenta esto, se resalta el hecho del uso de recursos tecnológicos por parte de los docentes en el proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. Por lo que enseguida se describen antecedentes que se enfocan el uso del software GeoGebra en la educación matemática y cómo

estos han favorecido el proceso. Para posteriormente tratar de forma puntualizada el uso de recursos tecnológicos en un tema específico de las matemáticas, las fracciones; de modo que al finalizar se pueda realizar una integración entre todos estos.

En este sentido, partiendo del software GeoGebra, Jiménez-García y Jiménez-Izquierdo (2017) en su investigación mencionan que las matemáticas se han presentado a través de la historia como el área de conocimiento más difícil de aprender en la educación. Sin embargo, es el área más usada en otros campos de saber, por tanto, los autores mencionan que el docente tiene la misión de hallar diferentes estrategias para hacer las clases más agradables y emocionantes para los estudiantes. Siendo que el uso de la tecnología puede ser una estrategia para buscar un óptimo desarrollo del conocimiento matemático. Es por esto que ellos buscan mostrar la importancia del uso del software GeoGebra y las matemáticas en el aprendizaje de los estudiantes, la investigación es documental de carácter descriptiva, con el fin de analizar el comportamiento de los estudiantes nativos digitales en el salón.

En función de lo planteado se resalta que el docente debe desarrollar diferentes estrategias en el uso de recursos tecnológicos que permitan que se genere un interés por parte del estudiante en aprender. Ya que el docente puede desarrollar habilidades y destrezas para hacer un correcto uso de las tecnologías y de esta manera innovar en el proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. Así como desarrollar algunas competencias digitales como el tener una actitud positiva frente al uso de las TIC, conocer el uso de las TIC en el contexto educativo y en el contexto de la educación matemática, hacer un correcto uso de las TIC, entre otros. Mencionando que el uso del software GeoGebra puede llegar a ser un recurso que apoye a desarrollar las competencias al usar la tecnología en la educación.

Es así como haciendo uso de recursos tecnológicos los autores mencionan que se puede sacar un gran provecho al uso de la computadora para buscar un aprendizaje en los estudiantes y es por lo que GeoGebra al ser un recurso libre, permite hacer cálculos tanto algebraicos como geométricos, lo que lleva a los estudiantes a tener un mejor nivel de comprensión y que sean capaces de resolver diferentes actividades. Ya que GeoGebra presenta un apoyo para mejorar una de las actividades centrales de las matemáticas, la resolución de los problemas provee estrategias para presentar los enunciados, facilita la exploración de diferentes situaciones y aporta variadas ayudas. De ahí que es imprescindible que el docente plantee situaciones de tal manera que el estudiante haga uso de los conocimientos matemáticos previos y logre anticipar el resultado y el proceso para lograr proponer soluciones.

A partir de esto se logró concluir que el uso del GeoGebra es una gran opción para mejorar el aprendizaje de las matemáticas y es por lo que los docentes deben capacitarse de tal forma que logren una correcta integración entre la tecnología y la enseñanza de las matemáticas. Lo cual ayudará a que la denominación que le han puesto a las matemáticas, de que es de las materias más difíciles, se disminuya. Por lo que el docente no debe centrarse en realizar actividades memorísticas ni enseñar de forma mecánica, sino que debe capacitarse en la integración de la tecnología. El docente puede usar como un apoyo GeoGebra para lograr

que los estudiantes puedan ir perdiendo el miedo a las matemáticas. Ya que le ayuda a crear clases más agradables e interactivas para que el estudiante logre ver el uso de las matemáticas en su vida cotidiana.

Así mismo, Salas (2018) resalta la importancia de hacer uso de recurso tecnológicos en la educación, en específico en el estudio que realizó en GeoGebra que ha logrado cambios en el proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. Debido a que este permite un acceso, almacenamiento y distribución de cualquier información relacionada con las matemáticas sin importar el lugar. Resaltando el software GeoGebra el cual de acuerdo con Zengin (2017, citado por Salas, 2018) posibilita la construcción de ambientes virtuales para la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. Así que se tiene como objetivo analizar el impacto del servicio en la nube GeoGebra en la unidad didáctica de desigualdades lineales. Para lograrlo, el estudio cuantitativo fue realizado en la universidad La Salle Campus Ciudad de México, contando con una muestra de 78 estudiantes de la facultad de negocios.

De acuerdo con los resultados obtenidos, confirma que el uso de las TIC trae beneficios en el sector educativo, específicamente en el uso del recurso GeoGebra ya que mejoró el rendimiento académico de los estudiantes que pertenecían a la muestra. De igual forma menciona que GeoGebra es una opción tecnológica innovadora ya que el estudiante no debe preocuparse por la instalación, actualización y mantenimiento de programas. Además, ayuda a que se dé un aprendizaje personalizado. Teniendo en cuenta todo esto el autor recomienda el uso de GeoGebra para mejorar el proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas.

Dentro de este orden de ideas Hernández et al. (2021) afirman que el hacer uso de la tecnología como mediadora en el proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas es un gran apoyo. Ya que por un lado es necesario la formación del docente para saber cómo y cuándo valerse de diferentes recursos tecnológicos y por otro lado el correcto asesoramiento a los estudiantes para realizar las actividades matemáticas con el apoyo de este. Siendo lo antes mencionado un desafío vigente de la educación matemática. Buscando así los autores presentar algunas consideraciones didácticas en cuanto a la selección, creación y uso de materiales didácticos digitales con GeoGebra.

Estos materiales son mencionados por Área (2017) como: Objeto digital, objeto digital de aprendizaje, entorno didáctico digital, libro de texto digital, apps, herramientas y plataformas online, los entornos inteligentes de aprendizaje adaptativo, los materiales didácticos tangibles y materiales digitales para la docencia. Los cuales ofrecen una articulación para generar una mejor experiencia en el proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas para un determinado grupo de estudiantes. Por lo cual se resalta el uso de GeoGebra para la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas.

Autores como Jiménez-García y Jiménez-Izquierdo (2017); Salas (2018) y Hernández et al. (2021) remarcan lo enriquecedor que es el usar el software GeoGebra para la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. Resaltando su dinamismo y visualización que favorecen que se logren los objetivos planteados por el docente. Por consiguiente, ahora se centrará en mirar

cómo se ha estudiado el uso de GeoGebra y otros recursos tecnológicos para la enseñanza y aprendizaje de las fracciones de esta manera centrando más la investigación.

Es así, que Díaz-Pinzón (2016) menciona que las TIC han permitido que se den nuevos espacios para la educación, especialmente a los docentes ya que estas permiten crear ambientes de aprendizaje donde es importante la interacción y el rol del docente innovador, buscando que se dé el aprendizaje esperado en los estudiantes. Sin embargo, resaltan que, aunque el uso de recursos tecnológicos es significativo para mejorar el proceso de enseñanza y aprendizaje, esto no depende solo de este, sino que se debe tener en cuenta el contexto educativo que diseña el docente.

Presentando la problemática de que el estudiante presenta dificultades al momento de involucrar las fracciones en diferentes situaciones y contextos. Por lo cual ellos presentan una simulación en la plataforma PhET que favorece el aprendizaje de las fracciones equivalentes ya que se hace uso de diferentes representaciones gráficas y numéricas. Obteniendo resultados favorables, ellos pudieron ver un aprendizaje en los estudiantes. Logrando así mostrar que las TIC favorecen el proceso de enseñanza y aprendizaje ya que se propician espacios que mejoran la interacción y el desarrollo entre docentes y estudiantes.

Por otro lado, centrando en investigaciones que hacen uso de GeoGebra para la enseñanza y aprendizaje de las fracciones, Cuevas et al. (2016) encontraron que, desde el inicio de la investigación en educación matemática, el proceso de la enseñanza y aprendizaje de las fracciones es uno de los más estudiados. Lo cual se puede deber a que representan una de las áreas en las que es más común que se presenten dificultades, obstáculos y errores en todo el mundo, esto debido a la didáctica de las fracciones ya que se ha enseñado de forma unificadora sin tener en cuenta el contexto y la situación en la que se están enseñando las fracciones.

Ellos en su estudio desarrollaron una secuencia didáctica con ayuda de la tecnología, específicamente con el Software GeoGebra en estudiantes de nivel universitario para lograr el aprendizaje de la simplificación de fracciones. Esta secuencia didáctica fue realizada a 14 estudiantes del curso fundamentos de matemáticas de la carrera de ingeniería. Para lograrlo se realizaron examen diagnóstico y examen final, también se realizó una encuesta. La prueba estadística mostró una mejoría en el desempeño de los estudiantes a través de un aumento en el promedio de las notas. Así como la gran ayuda que representó el uso del software GeoGebra ya que ofreció la movilidad y dinamismo para obtener las representaciones de diferentes fracciones en un menor tiempo.

Del mismo modo, Valenzuela et al. (2016) en su investigación presentan que a lo largo de los años se han realizado diferentes investigaciones, interesadas en la problemática enseñanza y aprendizaje de las fracciones. En primera instancia debido a los diferentes conceptos y contextos en los que las fracciones son usadas. De igual forma, el hecho que actualmente se usa como un predictor de desempeño en los estudiantes, por lo que ellos consideran que su principal propósito para la investigación busca favorecer un mejor proceso de enseñanza y aprendizaje de las fracciones en la educación. Es por lo que ellos diseñan y

desarrollan una secuencia didáctica usando applets buscando mejorar los objetos mentales en la educación primaria y secundaria. Lo que les permitió caracterizar las actuaciones de los estudiantes para el uso de applets que pueden complementar la enseñanza de las fracciones. La investigación se realizó en un grupo, con el uso de applets diseñados con GeoGebra, de tal forma que se puedan trabajar en lineamientos relacionados con la enseñanza de las fracciones.

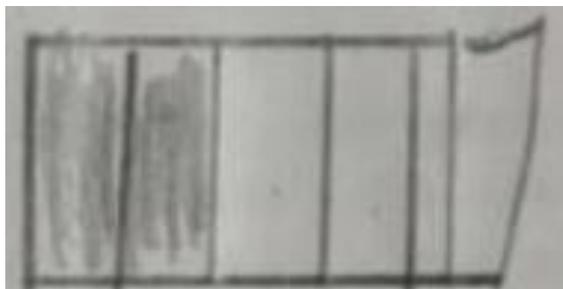
Lograron evidenciar tres temáticas relacionadas con la enseñanza y aprendizaje de las fracciones a partir de su investigación. Siendo la primera el hecho de que los estudiantes se encuentran muy familiarizados con el uso de recursos tecnológicos en el aula pero que aun así no están acostumbrados a usar applets para realizar actividades y por lo tanto no logran construir un conocimiento matemático. La segunda es que los estudiantes tienen una dependencia con los docentes ya que en el inicio de la actividad los estudiantes realizaban varias preguntas a ellos. Y, por último, hace referencia a los saberes previos de los estudiantes ya que se observó que los estudiantes no tenían conocimientos acerca de los saberes relacionados con la representación de las fracciones en la recta numérica al momento de realizarla. Pero se resalta que a pesar de que los estudiantes no conocían GeoGebra se logró ver un aprendizaje con el uso de este recurso.

En ese sentido, Parra y Carmona-Ramírez (2021) en su investigación mencionan que de acuerdo a diferentes autores (Martínez y Lascano, 2001; Elena y Álvarez, 2010; Fazio y Siegler, 2011; Gómez-Rodríguez, 2019) se siguen presentando varias dificultades para la enseñanza de las fracciones. Tales como la falta de un conocimiento conceptual de parte - todo, la falsa representación de sus partes, la generalización de las operaciones algebraicas de la suma y la resta como si fueran simples números naturales, etc. Concordando en que es un problema que se presenta en todos los colegios del mundo. Lográndose evidenciar en diferentes elementos como lo es la dificultad para comprender el concepto parte-todo, las formas en las que se da la representación, que en muchas ocasiones se generalizan las operaciones algebraicas con fracciones como si fueran números naturales, entre otros.

Siendo así, que su investigación se tiene como objetivo contribuir al aprendizaje de las operaciones básicas de las fracciones por medio del método gráfico o también denominado geométrico. Esto haciendo uso del recurso GeoGebra ya que se tiene en cuenta dos características fundamentales desde la didáctica que son la visualización y el dinamismo. Con el fin de que no se presenten incorrectas representaciones de las fracciones que dificulten el proceso de las operaciones. Es decir, que se busca evitar que los estudiantes al momento de hacer una representación gráfica eviten errores como la representación de las partes de tamaños diferentes y que fueran interpretadas como iguales, mostrando ellos un ejemplo como el que se ve en la figura 2.

## Figura 2

*Representación errónea de las partes de una fracción*



*Nota:* Tomada de Parra y Carmona-Ramírez (2021, p.112)

A partir de la aplicación de la actividad didáctica llevada a cabo con el software GeoGebra se obtuvieron resultados favorables ya que se logró el objetivo, por lo que se tiene que estos recursos son de gran ayuda como materiales didácticos, ya que permiten el desarrollo del pensamiento crítico, motivan el aprendizaje, es fácil el uso y se puede reutilizar, así como el hecho de que el estudiante puede ir realizando ajustes que considere oportunos en el momento y de esta manera que se den mejores resultados, de ahí que se da una autonomía favoreciendo el aprendizaje de las operaciones de fracciones.

Con referencia a lo mencionado anteriormente en cuanto a las dificultades para el aprendizaje de las fracciones de igual forma se deben tener en cuenta los errores que cometen los estudiantes al momento de aprender las fracciones y es que de acuerdo con Pruzzo (2012) en su investigación que tenía como objetivo: Analizar los errores como medio de conocer el pensamiento matemático desarrollado y establecer las relaciones entre las actividades escolares y los aprendizajes logrados. Logró identificar que los errores que más se presentan en los estudiantes son que numerosos alumnos no logran representar números fraccionarios, operar con ellos o establecer equivalencias.

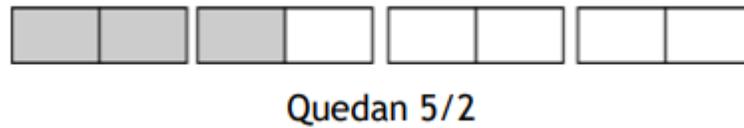
También se logró identificar que varios errores también se atribuyen por la enseñanza que otorgan los docentes de este tema, siendo la primera que la fracción se da de forma global y en ocasiones a los estudiantes se les dificulta entender conceptos básicos del tema, que se le enseña muchas percepciones de ver las fracciones a los estudiantes lo que ha cambiado que ellos realicen una acción, sino que sean más perceptores y que no se logren evaluaciones correctas de esto. De acuerdo con la autora esto se puede deber a la formación del docente y la forma en la que se enseña la fracción como un número racional.

La autora en su investigación divide los errores que más se presentan en dos: las relaciones parte-todo y la comparación de fracciones. Por un lado, los errores en parte- todo se dan debido a que consideran que está incluido desde la enseñanza ya que el estudiante no logra pensar que la división se da en una unidad como se ve en la figura 3 los estudiantes no logran

concebir la parte en la que se divide la unidad y las partes que toma no corresponden a cómo se debe dar la representación. Es decir que el estudiante no logra entender el concepto básico de fracción, las relaciones parte todo.

**Figura 3**

*Representación errónea al representar una fracción*

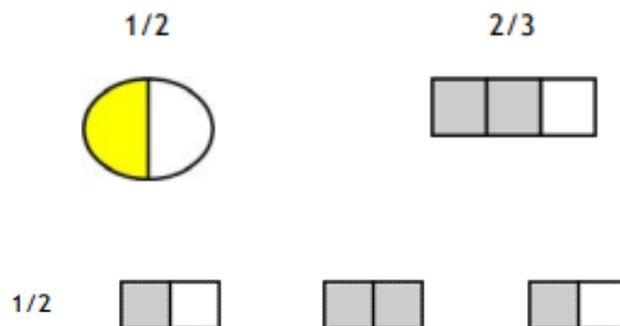


*Nota:* Tomado de Pruzzo (2012, p. 15)

Otro error que es muy frecuente es el de la comparación de fracciones partiendo que en muchas ocasiones a los estudiantes se les enseña la comparación de la representación de fracciones, como se muestra en la figura 4, logrando en ocasiones que los estudiantes identifiquen la representación de las fracciones con las figuras geométricas. Esto puede conllevar a que se dé otro error como lo es el que se mira en la figura 5 donde el estudiante pierde la noción del concepto de fracción en la que todas las partes deben permanecer divididas de forma igual. Otros errores que se siguen presentando son los de que logran identificar cuál es la comparación entre las fracciones y cuál es la mayor, pero no se logra ver la representación, como se ve en la figura 5, donde el estudiante representa de forma errónea el  $2/3$  presentándose a su vez el error de representación.

**Figura 4**

*Comparación de fracciones con diferente representación*



*Nota:* Tomado de Pruzzo (2012, pp. 8-9)

## Figura 5

Comparación de representaciones de la fracción



Nota: Tomado de Pruzzo (2012, p. 9)

Teniendo en cuenta lo anterior, la autora logra identificar que hay lagunas en el aprendizaje de los estudiantes y errores más que todo conceptuales donde cerca del 82% de los estudiantes de secundaria no han logrado tener los conocimientos previos para una mejor asimilación del concepto de las fracciones. Como lo es comparar entre sí números naturales, fracciones teniendo en cuenta diferentes procedimientos y la suma y resta de cantidades que se expresan en fracciones.

Por otro lado, centrando en investigaciones realizadas acerca del uso de libros interactivos de GeoGebra para la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, Bolaños y Ruiz-Hidalgo (2018) dan una propuesta que se busca incorporar dentro de la innovación docente. La cual consiste en un material didáctico formado a partir de la recopilación de diferentes actividades centradas al uso de la demostración en geometría de las matemáticas en tercero de secundaria. Esto haciendo uso específicamente de un libro interactivo de GeoGebra donde se han implementado todas las actividades consideradas para el estudio.

El cual de acuerdo con los autores puede llegar a ser de gran utilidad para los docentes al momento de intentar ampliar la parte didáctica de geometría que es la unidad en la que se centra su libro ya que el docente lo puede tomar como un material que le permite a los estudiantes desarrollar sus capacidades ya que es un instrumento para desarrollar actividades.

Por otro lado, Arce et al. (2015) presentan una comunicación de un congreso en la que describen la manipulación de libros de GeoGebra como docente en formación de educación primaria en la universidad de Valladolid centrado en reconocer y construir conceptos geométricos. Ellos mencionan que se hace uso del software GeoGebra por ser un software gratuito con grandes oportunidades como el construir, descubrir y relacionar elementos matemáticos que con el aumento de las versiones ha ido mejorando los cual lo ha hecho una herramienta accesible y con gran potencial para la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. Al aplicar el libro de GeoGebra a los estudiantes lograron identificar varias falencias referentes a conceptos erróneos en cuanto a la geometría los cuales pueden desencadenarse en obstáculos, los cuales son conocimientos importantes para su práctica profesional en un futuro.

De igual forma López (2021) en su investigación busca contribuir en la formación de los docentes de matemáticas en secundaria a partir de la elaboración de apps con ayuda del Software de Geometría Dinámica (SGD) GeoGebra que permitan crear un libro interactivo centrado en problemas relacionados a teoremas geométricos. A partir de los resultados logró evidenciar que diseñar libros de GeoGebra es una gran oportunidad para implementar en la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas ya que son de gran apoyo para los docentes y su formación, resaltando que estos no se deben ver de forma apartada a otros instrumentos usados en la enseñanza de las matemáticas ya que este es un recurso didáctico que el docente puede usar para fortalecer el proceso de enseñanza.

Por último, Santos-Trigo y Camacho-Machín (2018) muestran un marco de episodios que permiten el diseño de materiales didácticos centrados en resolver problemas, presentando los pasos previos para el diseño de un libro interactivo de GeoGebra como lo son la importancia de la correcta elección de los problemas, el objetivo de las actividades, exploraciones para que los estudiantes formulen conocimientos matemáticos. De esta manera resaltando la importancia del uso de recursos tecnológicos para la mejora de la interacción entre los docentes, estudiantes y materiales didácticos.

### **1.3 Reflexión**

Teniendo en cuenta los antecedentes presentados se refleja la importancia del uso de recursos tecnológicos en la educación ya que como menciona Cabero et al. (2017) es pertinente que se dé la integración de las TIC en la educación y por lo cual el docente juega un papel fundamental. Por tal motivo es necesario que adquiera diferentes conocimientos para que se logre lo antes mencionado. Se logra ver que, aunque se han generado diferentes políticas para la incorporación de la tecnología en la educación matemática aún sigue existiendo una gran brecha.

De igual forma, de acuerdo con diversos autores (Jiménez-García y Jiménez-Izquierdo, 2017; Salas, 2018; Cuevas et al., 2016; y Valenzuela et al., 2016) el software GeoGebra es un recurso tecnológico de gran apoyo para que se incorporen las TIC en la educación. Ya que al ser un recurso dinámico y visual brinda grandes alternativas para el proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. Aun así, se rescata que no se han realizado las suficientes investigaciones en cuanto al uso de un libro interactivo de GeoGebra para la enseñanza de matemáticas.

Por otro lado, se puede señalar que el proceso de enseñanza y aprendizaje de las fracciones es de los más complejos que existen en la educación matemática. Por lo cual es pertinente que se realicen investigaciones centradas en esta problemática y se trate de buscar que la barrera que se da entre estas disminuya. Siendo que el uso de recursos tecnológicos como GeoGebra ha sido de gran ayuda para buscar mejoras en este proceso.

Teniendo en cuenta todo lo anterior, el tipo de estudio de esta investigación es indispensable ya que por un lado permitirá observar cómo trabaja el docente de matemáticas

con un libro interactivo de GeoGebra para la enseñanza de las operaciones básicas con fracciones el cual hasta el momento no ha sido documentado. Por lo cual tampoco se han analizado los conocimientos que él pone en juego al momento de enseñar un tema tan complejo como es el de las fracciones. Siendo así que se podrá conocer más a fondo las oportunidades que GeoGebra puede brindar para enseñar ya que en gran parte de las ocasiones se centran más en el aprendizaje.

## 1.4 Planteamiento

### 1.4.1 Problemática

Basado en los antecedentes previamente descritos se evidencia la importancia de la tecnología como mediadora en la educación. También se puede ver que los gobiernos de México y Colombia, entre otros, han puesto en marcha diferentes programas buscando la integración de esta para la mejora del proceso de la enseñanza y aprendizaje. México centrándose más en la parte de crear programas para los estudiantes e instituciones, mientras que en Colombia se han realizado más programas para formar al docente en el uso de recursos tecnológicos buscando que los docentes del país adquieran las competencias TIC y puedan llegar a lo más alto de los niveles presentados por el MEN. A pesar de esto, revisando diferentes investigaciones los docentes no se encuentran lo suficientemente capacitados en el uso de los diferentes recursos tecnológicos.

Por esto, los docentes al momento de hacer uso de los recursos tecnológicos no consideran la intencionalidad, ya que en su mayoría es instrumental, es decir que los docentes al utilizarlos lo toman como un instrumento más en su clase, siendo que no ven a este como un medio y no tienen en cuenta la parte didáctica y pedagógica. Esto se puede deber a que no se ha dado la oportuna formación, lo cual no ha permitido que ellos adquieran los conocimientos y competencias para la correcta aplicación. Uno de estos recursos tecnológicos es el Software GeoGebra, el cual según diferentes autores como, Jiménez-García y Jiménez-Izquierdo (2017), Salas (2018), Cuevas et al. (2016) y Valenzuela et al. (2016) es un gran mediador para el proceso enseñanza y aprendizaje de las matemáticas por las grandes alternativas que brinda.

Es por esto que en esta investigación se tendrá en cuenta GeoGebra el cual es usado por varios profesores y al ser innovador e integrador en el aula favorece la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. Específicamente se trabajará con un libro interactivo de GeoGebra. El cual de acuerdo con Arce et al (2015), Santos-Trigo y Machín (2008), Bolaños y Ruiz-Hidalgo (2018), López (2021) es un recurso que brinda grandes oportunidades al docente de matemáticas. Pero ellos solo han dotado al docente de estos **libros y no han observado como él pone en juego sus conocimientos al momento de usarlo como un recurso para enseñar.**

Considerando estos factores, se reflexiona en cuanto a que es posible partir de los resultados que hacen visibles carencias en la formación docente para concentrar, por medio de una herramienta dinámica, apps destinadas para los alumnos y guías técnicas para el docente;

centrando la atención en un tema medular en el nivel secundaria como lo son las operaciones con fracciones.

Siendo así que la problemática se centra en que no hay una integración entre los conocimientos del modelo TPACK que tiene el docente, lo que el docente sabe en cuanto al uso de la tecnología, en específico en esta investigación en el uso del Libro Interactivo de GeoGebra y cómo logra llevar a cabo estos conocimientos de manera conjunta en el aula al momento de enseñar el contenido de la suma y resta de fracciones.

#### **1.4.2 Problema**

De acuerdo con el análisis de los antecedentes y teniendo en cuenta lo dicho por autores como Prada et al. (2019), Valbuena et al. (2021) Cabero et al. (2017) gran parte de los docentes de matemáticas no cuentan con un crecimiento en cuanto a los conocimientos tecnológicos pedagógicos de contenido en el uso de la tecnología para una enseñanza eficaz en matemáticas. Siendo este una de las dificultades que se presentan en la educación matemática ya que los docentes no han adquirido los suficientes conocimientos en el uso de recursos tecnológicos. Resaltado por varios autores que el uso del recurso GeoGebra es una gran alternativa para superar estas dificultades. Aun así, el uso del libro interactivo de GeoGebra es un recurso al cual no se ha explorado lo suficiente siendo que no se encuentran muchos documentos relacionados a estos.

De igual forma, otras de las dificultades que se presentan dentro de las matemáticas y más complicado es en el proceso de enseñanza y aprendizaje el de las fracciones. Debido a las dificultades que se presentan en su mayoría ya que al momento de enseñar no se tienen en cuenta las concepciones de este concepto dadas por Fandiño (2005) que se explica más adelante y el contexto en el que se está trabajando. Muchas de estas dificultades se empiezan a presentar desde etapas escolares tempranas, lo cual va generando que a los estudiantes se les sigan presentando en diferentes contextos dificultades para comprender las fracciones y el proceso para llevar a cabo las diferentes operaciones básicas.

#### **1.4.3 Pregunta**

¿Cuáles niveles de los conocimientos del modelo TPACK se evidencian en un profesor de Matemáticas al incorporar un libro interactivo de GeoGebra en la enseñanza de la suma y resta de fracciones?

#### **1.4.4 Objetivo general**

Caracterizar los conocimientos del modelo TPACK de un docente de matemáticas al hacer uso de un libro interactivo de GeoGebra (LIGG) desarrollado para la enseñanza de la suma y resta de fracciones.

### 1.4.5 Objetivos particulares

- Determinar los criterios para la selección de apps de GeoGebra y para la estructuración del LIGG.
- Seleccionar apps de GeoGebra que nos permitan integrar un LIGG para la enseñanza de la suma y resta de fracciones.
- Identificar los conocimientos del modelo TPACK que pone en juego un docente de matemáticas al hacer uso del LIGG desarrollado para la enseñanza la suma y resta de fracciones.
- Describir en niveles de apropiación los conocimientos del modelo TPACK en un docente de matemáticas al hacer del LIGG desarrollado para la enseñanza de la suma y resta de fracciones.

### 1.4.6 Justificación

Teniendo en cuenta los antecedentes antes descritos se puede ver la importancia del uso de la tecnología en la educación. Específicamente en el uso que el docente les da a estos recursos. En vista de la cantidad de estos, en la educación se resalta el uso del software GeoGebra ya que de acuerdo con Jiménez-García y Jiménez-Izquierdo (2017), Salas (2018), Cuevas et al. (2016) y Valenzuela et al. (2016) es un software que brinda grandes oportunidades para la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas.

Por lo que este trabajo dará un panorama más amplio al uso del recurso GeoGebra para la enseñanza de las matemáticas ya que se realizará un libro interactivo de GeoGebra el cual es una de las alternativas que brinda este software para los docentes y estudiantes. Algo que dará un apoyo a los docentes de matemáticas ya que les permitirá conocer el nivel de sus conocimientos importantes para hacer un correcto uso de los recursos tecnológicos.

De esta manera la importancia de esta investigación radica en que se presentará una propuesta de un libro interactivo de GeoGebra en el cual para integrar las actividades que harán parte de este libro se tendrán en cuenta los conocimientos que se espera adquieran los estudiantes, los libros de texto de matemáticas y las dificultades y errores que se han documentado en cuanto al proceso de enseñanza y aprendizaje de las fracciones. Y de esta manera se puedan observar los conocimientos del TPACK que pone en juego al momento de hacer uso de este recurso para enseñar las operaciones básicas con fracciones.

## CAPÍTULO 2. MARCO TEÓRICO

El presente capítulo aborda el marco teórico de esta investigación basado en el TPACK, se describirán las competencias TIC para la apropiación, así como los niveles de apropiación docente que plantea el MEN (2013) en Colombia, seguido de la definición de libro interactivo de GeoGebra, para finalizar con la conceptualización de las fracciones.

### 2.1 Marco teórico

En este apartado se describen los principales elementos del TPACK, que son la base de este estudio, se integran también los niveles de apropiación dados por el Ministerio de Educación de Colombia (MEN) que nos servirán para determinar el grado de apropiación de cada uno de los conocimientos.

#### 2.1.1 Modelo TPACK

El TPACK es un modelo didáctico de la integración de la tecnología en la educación que fue desarrollado por Mishra y Koehler (2006) el cual aborda la problemática de integrar la tecnología en el aula para la enseñanza. Este modelo describe los diferentes conocimientos que necesita el docente para una eficaz enseñanza de un específico contenido haciendo uso de la tecnología.

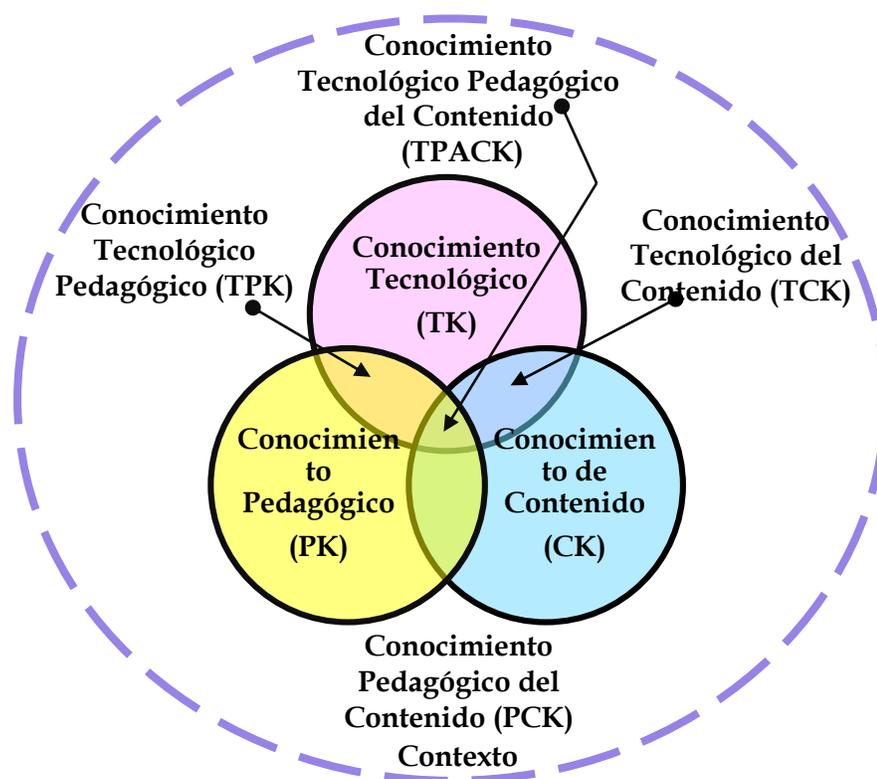
Este modelo es una extensión del conocimiento pedagógico del contenido (PCK) de Shulman (1986, como se cita en Koehler y Mishra, 2009). Este marco está compuesto por tres núcleos principales que se relacionen con el conocimiento del profesor que son: el conocimiento de contenido (CK), conocimiento pedagógico (PK) y conocimiento tecnológico (TK), de igual forma se presentan intersecciones entre los conocimientos como conocimiento pedagógico del contenido (PCK), conocimiento tecnológico de contenido (TCK), conocimiento tecnológico pedagógico (TPK) y así darse el conocimiento tecnológico pedagógico del contenido (TPACK).

También es importante mencionar que Cabero et al. (2015) mencionan que dentro de este modelo los docentes de matemáticas se sugiere que tengan un conocimiento tecnológico acerca del funcionamiento de las TIC de una forma general y específica y cómo y en qué momento usarlas, de igual forma para el conocimiento pedagógico, donde el docente debe saber cómo enseñar el tema, por último está el conocimiento de contenido que son todos esos saberes entorno a la materia que enseña, mas no se menciona que el docente deba ser un experto en estos conocimientos de manera individual para que se logre la interrelación de estos.

En la figura 6, se muestra cómo se da la articulación de los conocimientos tecnológico, pedagógico y de contenido en diferentes conocimientos hasta llegar a dar la articulación del TPACK.

**Figura 6**

*Ilustración de la articulación del modelo TPACK*



*Nota:* Tomado de: Koehler y Mishra (2009, p. 63).

A continuación, se describen los conocimientos propuestos en el modelo TPACK por Koehler y Mishra (2009):

- ***El conocimiento del contenido (CK)***

Es el conocimiento de los profesores sobre la materia que se va a aprender o enseñar. Este conocimiento incluiría el conocimiento de conceptos, teorías, ideas, marcos organizativos, conocimiento de pruebas y pruebas, así como prácticas y enfoques establecidos para desarrollar dicho conocimiento. El conocimiento y la naturaleza de la indagación difieren mucho entre los campos, y los profesores deben comprender los fundamentos del conocimiento más profundo de las disciplinas en las que enseñan. (p. 63)

- ***El conocimiento pedagógico (PK)***

Es el conocimiento profundo de los docentes sobre los procesos y prácticas o métodos de enseñanza y aprendizaje. Abarcan, entre otras cosas, propósitos, valores y objetivos educativos generales. Esta forma genérica de conocimiento se aplica a la comprensión de cómo aprenden los estudiantes, las habilidades

generales de gestión del aula, la planificación de lecciones y la evaluación de los estudiantes. Incluye conocimientos sobre técnicas o métodos utilizados en el aula; la naturaleza de la audiencia objetivo; y estrategias para evaluar la comprensión de los estudiantes. Un maestro con un conocimiento pedagógico profundo comprende cómo los estudiantes construyen conocimientos y adquieren habilidades y cómo desarrollan hábitos mentales y disposiciones positivas hacia el aprendizaje. (p. 64)

- ***El conocimiento tecnológico (TK)***

Siempre está en un estado de flujo, más que los otros dos dominios de conocimiento centrales en el marco TPACK (pedagogía y contenido). Por lo tanto, definirlo es notoriamente difícil. Cualquier definición de conocimiento tecnológico corre el peligro de quedar obsoleta cuando se publique este texto. Dicho esto, ciertas formas de pensar y trabajar con la tecnología pueden aplicarse a todas las herramientas y recursos tecnológicos. La definición de TK utilizada en el marco TPACK es cercana a la de Fluidez de la Tecnología de la Información (FITness), propuesta por el Comité de Alfabetización en Tecnología de la Información del Consejo Nacional de Investigación (NRC, 1999). FITness, por lo tanto, requiere una comprensión y un dominio más profundos y esenciales de la tecnología de la información para el procesamiento de la información, la comunicación y la resolución de problemas que la definición tradicional de alfabetización informática. (p. 64).

- ***Conocimiento pedagógico del contenido (PCK)***

Es consistente y similar a la idea de Shulman (1986, como se cita en Koehler y Mishra (2009)) del conocimiento de la pedagogía que es aplicable a la enseñanza de un contenido específico. Central a la conceptualización de Shulman de PCK es la noción de la transformación de la materia para la enseñanza. Específicamente, según Shulman (1986), esta transformación ocurre cuando el maestro interpreta el tema, encuentra múltiples formas de representarlo y adopta y adapta los materiales de instrucción a concepciones alternativas y al conocimiento previo de los estudiantes. PCK cubre el negocio central de la enseñanza, el aprendizaje, el plan de estudios, la evaluación y la presentación de informes, así como las condiciones que promueven el aprendizaje y los vínculos entre el plan de estudios, la evaluación y la pedagogía. (p. 64)

- ***Conocimiento tecnológico del contenido (TCK)***

La tecnología y el conocimiento del contenido tienen una profunda relación histórica. TCK, entonces, es una comprensión de la manera en que la tecnología y el contenido se influyen y se limitan mutuamente. Los maestros necesitan dominar más que la materia que enseñan; también deben tener una comprensión profunda de la manera en que el tema (o los tipos de

representaciones que se pueden construir) puede cambiar mediante la aplicación de tecnologías particulares. Los docentes deben comprender qué tecnologías específicas son las más adecuadas para abordar el aprendizaje de la materia en sus dominios y cómo el contenido dicta o incluso cambia la tecnología, o viceversa. (p. 65)

- ***Conocimiento pedagógico tecnológico (TPK)***

Es una comprensión de cómo la enseñanza y el aprendizaje pueden cambiar cuando se utilizan tecnologías particulares de maneras particulares. Esto incluye conocer las posibilidades y limitaciones pedagógicas de una variedad de herramientas tecnológicas en relación con los diseños y estrategias pedagógicas apropiadas para la disciplina y el desarrollo. Para construir TPK, se necesita una comprensión más profunda de las limitaciones y posibilidades de las tecnologías y los contextos disciplinarios dentro de los cuales funciona.

Por último, se tiene la definición del TPACK (p. 65)

- ***Tecnología, pedagogía y conocimiento del contenido (TPACK)***

Es una forma emergente de conocimiento que va más allá de los tres componentes "básicos" (contenido, pedagogía y tecnología). El conocimiento del contenido pedagógico tecnológico es una comprensión que surge de las interacciones entre el conocimiento del contenido, la pedagogía y la tecnología. TPACK es diferente al conocimiento de los tres conceptos de forma individual, ya que sustenta una enseñanza verdaderamente significativa y profundamente calificada con tecnología. En cambio, TPACK es la base de la enseñanza efectiva con tecnología, que requiere una comprensión de la representación de conceptos usando tecnologías; técnicas pedagógicas que utilizan tecnologías de manera constructiva para enseñar contenido; conocimiento de lo que hace que los conceptos sean difíciles o fáciles de aprender y cómo la tecnología puede ayudar a solucionar algunos de los problemas que enfrentan los estudiantes; conocimiento de los conocimientos previos de los estudiantes y las teorías de la epistemología; y el conocimiento de cómo se pueden utilizar las tecnologías para construir sobre el conocimiento existente para desarrollar nuevas epistemologías o fortalecer las antiguas (p. 66)

Teniendo en cuenta lo anterior, el enfoque teórico sobre el cual se enmarcará la investigación es el TPACK, el cual permitirá analizar e interpretar la información que se obtenga ya que es quien describe los conocimientos que debe tener un docente al momento de hacer uso de un recurso tecnológico para una enseñanza eficaz en el contexto de esta investigación de la enseñanza de las operaciones básicas con fracciones y lograr caracterizar los conocimientos del TPACK. Para esto se tendrán en cuenta ciertos indicadores que ya han sido dados en este modelo para analizar los diferentes conocimientos que debe tener un docente en el contexto de la investigación.

## 2.1.2 Niveles de apropiación

Por su parte el MEN (2013) establece tres niveles de apropiación relacionados con la forma en la que se hace uso de la tecnología en el aula y se describen a continuación:

- *Momento de Exploración*

El momento de exploración es la primera aproximación a un mundo desconocido en el que es muy apropiado imaginar, o traer a la mente cosas que no están presentes para nuestros sentidos. Lo más importante del momento de exploración es romper con los miedos y prejuicios, abrir la mente a nuevas posibilidades, soñar con escenarios ideales y conocer la amplia gama de oportunidades que se abren con el uso de TIC en educación (MEN, 2013, p.34).

Durante el momento de Exploración los docentes:

- Se familiarizan poco a poco con el espectro de posibilidades – desde las básicas hasta las más avanzadas que ofrecen las TIC en educación.
- Empiezan a introducir las TIC en algunas de sus labores y procesos de enseñanza y aprendizaje.
- Reflexionan sobre las opciones que las TIC les brindan para responder a sus necesidades y a las de su contexto (MEN, 2013, p.34).

- *Momento de Integración*

Es en este segundo momento, en donde se desarrollan las capacidades para usar las TIC de forma autónoma, los docentes están listos para desarrollar ideas que tienen valor a través de la profundización y la integración creativa de las TIC en los procesos educativos. Los docentes llegan con saberes y experiencias previas; al explorar en el primer momento descubren el potencial de las TIC y a medida que van ganando confianza con las nuevas habilidades adquiridas comienzan a generar ideas e introducir nuevas tecnologías en la planeación, la evaluación y las prácticas pedagógicas (MEN, 2013, p.34).

En el momento de Integración los docentes:

- Saben utilizar las TIC para aprender, de manera no presencial, lo que les permite aprovechar recursos disponibles en línea, tomar cursos virtuales, aprender con tutores a distancia y participar en redes y comunidades de práctica.
- Integran las TIC en el diseño curricular, el PEI y la gestión institucional de manera pertinente.
- Entienden las implicaciones sociales de la inclusión de las TIC en los procesos educativos (MEN, 2013, p.34).

- *Momento de Innovación*

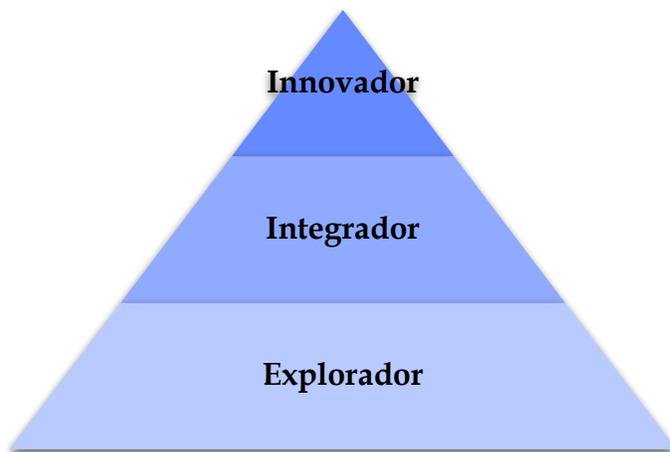
El momento de innovación se caracteriza por poner nuevas ideas en práctica, usar las TIC para crear, para expresar sus ideas, para construir colectivamente nuevos conocimientos y para construir estrategias novedosas que le permitan reconfigurar su práctica educativa. Es un momento en el que los docentes sienten confianza en sí mismos, están cómodos al cometer errores mientras aprenden e inspiran en sus estudiantes el deseo de ir más allá de lo conocido (MEN, 2013, pp. 34-35).

En el momento de Innovación los docentes:

- Son capaces de adaptar y combinar una diversidad de lenguajes y de herramientas tecnológicas para diseñar ambientes de aprendizaje o de gestión institucional que respondan a las necesidades particulares de su entorno.
- Están dispuestos a adoptar y adaptar nuevas ideas y modelos que reciben de diversidad de fuentes.
- Comparten las actividades que realizan con sus compañeros y discuten sus estrategias recibiendo realimentación que utilizan para hacer ajustes pertinentes a sus prácticas educativas.
- Tienen criterios para argumentar la forma en que la integración de las TIC cualifica los procesos de enseñanza y aprendizaje y mejora la gestión institucional (MEN, 2013, p.35).

### Figura 7

*Niveles de apropiación dados en las competencias TIC*



*Nota:* Elaboración propia con base en la propuesta de MEN (2013, pp. 34-35)

Teniendo en cuenta esto se tiene que los conocimientos se abordaron del modelo TPACK y se medirá el nivel de apropiación a partir de los niveles dados por el MEN ya que están

estrechamente relacionados y permiten visualizar el nivel de profundidad que emplean los docentes en cuanto a los conocimientos que tienen al hacer uso de la tecnología para la enseñanza de las matemáticas.

Los conocimientos del TPACK y los niveles de apropiación se pueden relacionar ya que estos últimos permitirán ver en qué nivel de desarrollo tiene el docente en caso de contar con él al momento de hacer uso del libro interactivo de GeoGebra para la enseñanza de la suma y resta de fracciones. Lo que nos posibilitará ver de forma más profunda cómo se presentan estos conocimientos en los docentes.

### Indicadores del modelo TPACK

Para identificar los conocimientos del TPACK que emplean los docentes de matemáticas al hacer uso del libro interactivo de GeoGebra, autores como Schmidt et al. (2009); Flores et al. (2018) y Sumba et al. (2020), presentan indicadores que permiten observar e identificar los dominios o conocimientos del TPACK, en base a estos autores, se realiza la adaptación de los siguientes indicadores presentados en la tabla 1.

*Tabla 1.*

*Indicadores del modelo TPACK*

Tipo de conocimiento	Descripción	Indicadores observables
<b>Conocimientos del contenido (CK)</b>	Conocimiento del contenido a enseñar. Son las representaciones de los profesores sobre temas específicos en un área determinada. (Flores et al., 2018)	<ul style="list-style-type: none"> <li>● <b>Dominio del estado del arte de su disciplina.</b></li> <li>● Actualización constante en su disciplina.</li> <li>● Reconocimiento de lagunas disciplinares</li> <li>● <b>Análisis y reflexión crítica sobre problemáticas dentro de la disciplina.</b></li> <li>● Participación activa en redes disciplinares.</li> </ul>
<b>Conocimientos tecnológicos (TK)</b>	Conocimiento sobre el funcionamiento de las tecnologías y de los modos de presentación para desarrollar una actividad	<ul style="list-style-type: none"> <li>● <b>Asimilación de conocimientos tecnológicos.</b></li> <li>● <b>Actualización sobre las tecnologías más importantes.</b></li> </ul>

	profesional. ((Flores et al., 2018))	<ul style="list-style-type: none"> <li>● Gestión adecuada de la seguridad de la información en entornos virtuales académicos y personales.</li> <li>● <b>Adaptación en entornos virtuales</b></li> </ul>
<b>Conocimientos pedagógicos (PK)</b>	Conocimiento de las actividades pedagógicas generales que podrían utilizarse, de los procesos y prácticas del método de enseñanza y de sus relaciones con el pensamiento y los propósitos educativos. ((Flores et al., 2018))	<ul style="list-style-type: none"> <li>● <b>Diseñar e implementar un adecuado proceso de enseñanza-aprendizaje que favorezca el desarrollo integral del estudiante.</b></li> <li>● <b>Utilización de estrategias didácticas multivariadas.</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>● Evaluación del aprendizaje.</li> <li>● <b>Diseño de la programación didáctica.</b></li> </ul> </li> </ul>
<b>Conocimientos tecnológicos pedagógicos (TPK)</b>	Es el conocimiento de las actividades pedagógicas generales con utilización de tecnologías en la enseñanza. ((Flores et al., 2018))	<ul style="list-style-type: none"> <li>● <b>Diseñar e implementar un adecuado proceso de enseñanza-aprendizaje involucrando el uso de tecnologías que favorezcan el desarrollo integral del estudiante.</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>● <b>Evaluación efectiva basada en competencias necesarias de aprendizaje empleando recursos tecnológicos.</b></li> </ul> </li> <li>● <b>Estrategias didácticas para guiar el aprendizaje disciplinar.</b></li> <li>● <b>Selección de estrategias didácticas acorde al contenido disciplinar.</b></li> <li>● <b>Uso de forma ética las TIC durante el proceso de enseñanza-aprendizaje</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>● <b>Empleo de las tecnologías para brindar una retroalimentación para mejorar el aprendizaje de los estudiantes</b></li> </ul> </li> </ul>
<b>Conocimientos tecnológicos del</b>	Refiere al cómo representar conceptos con la tecnología y cómo con	<ul style="list-style-type: none"> <li>● Actualizar constantemente los conocimientos sobre las tecnologías</li> </ul>

<b>contenido (TCK)</b>	<p>ésta es posible crear otras, para contenidos específicos. Es independiente del conocimiento acerca de su uso en un contexto pedagógico. ((Flores et al., 2018))</p>	<p>involucradas en las materias asignadas para impartir clases.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>● participar en redes disciplinares para compartir y aumentar los conocimientos sobre tecnologías en el marco de las materias que se imparten.</li> <li>● <b>Representación de los contenidos disciplinares con tecnologías concretas.</b></li> </ul>
<b>Conocimientos pedagógicos del contenido (PCK)</b>	<p>Es aquel situado en un área concreta de conocimientos. Se construye mediante una síntesis idiosincrásica entre el conocimiento de la materia, el conocimiento pedagógico general y el conocimiento de los alumnos y es afectado por la trayectoria profesional del docente ((Flores et al., 2018))</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>● <b>Competencias pedagógicas específicas de las materias que se imparten.</b></li> <li>● Programación didáctica de las disciplinas que imparte.</li> <li>● <b>Estrategias didácticas para guiar el aprendizaje disciplinar.</b></li> <li>● <b>Selección de estrategias didácticas acorde al contenido disciplinar.</b></li> <li>● <b>Evaluación efectiva basada en competencias necesarias de aprendizaje</b></li> </ul>
<b>Conocimientos tecnológicos pedagógicos del contenido (TPACK)</b>	<p>Conocimiento sobre la coordinación del uso de las actividades específicas de las materias y contenidos para facilitar el aprendizaje mediante uso de las TIC. Alude a la integración de la tecnología en la enseñanza de un contenido disciplinar. ((Flores et al., 2018))</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>● <b>Selección de las tecnologías que mejoran los contenidos, la forma de impartirlos y lo que aprende el estudiante.</b></li> <li>● Combina los contenidos disciplinares, las tecnologías y estrategias didácticas para la creación de actividades evaluativas.</li> </ul>

*Nota:* Elaboración propia con base en Schmidt et al. (2009). Flores et al. (2018) y Sumba et al. (2020)

En la tabla 1 se pueden observar un compendio de criterios dados por diferentes autores (Schmidt et al., 2009; Flores et al., 2018 y Sumba et al., 2020) de los conocimientos del modelo y como el objetivo de la investigación se centra en caracterizar los conocimientos del modelo, se seleccionan los que se consideran pueden ser observables en el aula. Para posterior a esto centrar los criterios en la investigación con el uso del LIGG y a su vez hacer la relación con los niveles de apropiación dados por el MEN (2013) para lograr ver en profundidad que tanto han desarrollado los docentes estos conocimientos al hacer uso del libro interactivo de GeoGebra (LIGG) para la enseñanza de la suma y resta de fracciones como se puede observar en la tabla 2.

Cabe aclarar que se usarán las siglas CK, PK, PCK, TK, TCK, TPK y TPACK para hacer referencia a los conocimientos, las siglas CK1, PK1, PCK1, TK1, TCK1, TPK1, TPACK1 y para referenciar a los criterios correspondientes a cada conocimiento y las siglas TCK1.1, TPK1.1, TPACK1.1 y para corresponder a los descriptores de cada criterio.

**Tabla 2.**

*Relación de Indicadores de los Conocimientos TPACK y niveles de apropiación del MEN.*

<i>Conocimiento</i>	<i>Criterios</i>	<i>Descripción</i>	<i>Niveles de Apropiación</i>
<i>Conocimiento de Contenido (CK)</i>	<b>CK1.</b> Tiene el dominio necesario para impartir clases sobre las materias asignadas. (Sumba et al, 2009).	<b>CK1.1</b> El docente tiene un dominio sobre los conocimientos previos (fracción, representación de fracciones, fracciones propias e impropias, fracciones equivalentes, amplificación de fracciones) a la suma y resta de fracciones, las propiedades de la suma y resta de fracciones y los distintos métodos para enseñar la suma y resta de fracciones.	<p><b>Explorador:</b> Usa un lenguaje cotidiano y no matemático, solo hace uso de un método de solución para enseñar la suma y resta de fracciones, además que no tiene el dominio necesario sobre algunos conceptos previos.</p> <p><b>Integrador:</b> Relaciona el lenguaje cotidiano con su discurso matemático, utiliza algún método para la suma y resta de fracciones y hace alusión a algunos conceptos previos.</p> <p><b>Innovador:</b> Usa un lenguaje matemático para</p>

		enseñar a los estudiantes los métodos de solución en la suma y resta de fracciones y sabe en qué momento utilizar los diferentes métodos para enseñar la suma y resta de fracciones, además que tiene un dominio sobre los conocimientos previos trabajados.
<p><i>Conocimiento Pedagógico (PK)</i></p>	<p><b>PK1.</b> Puedo utilizar diversas metodologías de enseñanza. (Castro y Gutiérrez, 2021)</p> <p><b>PK1.1</b> El docente utiliza diferentes estrategias didácticas para enseñar a los estudiantes (partir de preguntas para que los estudiantes comprendan la actividad, usar diferentes herramientas del aula para enseñar el tema, partir de dudas de los estudiantes para concretar el tema a trabajar).</p>	<p><b>Explorador:</b> Hace uso de un único método para enseñar a sus estudiantes.</p> <p><b>Integrador:</b> Hace combinación de por lo menos dos estrategias diferentes para enseñar el tema.</p> <p><b>Innovador:</b> Adapta su estrategia de enseñanza, teniendo en cuenta el tema que está trabajando y las dificultades de sus estudiantes.</p>
<p><i>Conocimiento Tecnológico (TK)</i></p>	<p><b>TK1.</b> Asimilación de conocimientos tecnológicos. (Flores, 2018).</p> <p><b>TK1.1</b> El docente comprende cómo manipular diferentes actividades del LIGG.</p>	<p><b>Explorador:</b> Conoce la actividad que está utilizando, pero se le dificulta manipular esta y no corrige los errores que se cometen.</p> <p><b>Integrador:</b> Conoce la actividad que está utilizando y comprende cómo manipularla en diferentes ocasiones.</p>

			<p><b>Innovador:</b> Conoce la actividad que está utilizando, comprende cómo manipularla y es capaz de corregir los errores que comete él o sus estudiantes en el momento.</p>
<p><i>Conocimiento Pedagógico de Contenido (PCK)</i></p>	<p><b>PCK1.</b> Uso de estrategias de enseñanza (aprendizaje cooperativo, aprendizaje basado en proyectos, evaluación formativa...) para que el alumnado aprenda el contenido matemático (Castro y Gutiérrez, 2021).</p>	<p><b>PCK1.1</b> El docente utiliza diferentes estrategias didácticas para enseñar la suma y resta de las fracciones (parte de preguntas para enseñar la suma y resta de fracciones, utiliza el tablero como un recurso para enseñar la suma y resta de fracciones).</p>	<p><b>Explorador:</b> Solo utiliza una estrategia para enseñar los conceptos previos que trabaja en aula y la suma y resta de fracciones.</p> <p><b>Integrador:</b> Utiliza dos estrategias para enseñar los conceptos previos que trabaja y la suma y resta de fracciones.</p> <p><b>Innovador:</b> El docente utiliza diferentes estrategias para enseñar los conceptos previos y la suma y resta de fracciones.</p>
<p><i>Conocimiento Tecnológico Pedagógico (TPK)</i></p>	<p><b>TPK1.</b> Implementar un adecuado proceso de enseñanza-aprendizaje involucrando el uso de tecnologías que favorezcan el desarrollo integral del estudiante (Castro y Gutiérrez, 2021).</p>	<p><b>TPK1.1.</b> El docente logra implementar de manera adecuada varias actividades del LIGG para enseñar conceptos previos (fracción, representación de fracciones, fracciones propias e impropias, fracciones equivalentes, amplificación de</p>	<p><b>Explorador:</b> Implementa actividades, pero no las relaciona con el contenido a enseñar.</p> <p><b>Integrador:</b> Implementa un proceso de enseñanza en el que hace un uso adecuado de las actividades logrando enseñar a los estudiantes el contenido.</p> <p><b>Innovador:</b> Logra hacer un adecuado uso de las</p>

		fracciones) y la suma y resta de fracciones	actividades y combinar estas con el contenido a abordar y le da un orden lógico a la elección de actividades.
<i>Conocimiento Tecnológico del Contenido (TCK)</i>	TCK1. Uso de la tecnología para comprender conceptos matemáticos (Castro y Gutiérrez, 2021).	TCK 1.1. El docente utiliza actividades del LIGG para guiar a los estudiantes a comprender varios conceptos previos (fracción, representación de fracciones, fracciones propias e impropias, fracciones equivalentes, amplificación de fracciones) y la suma y resta de fracciones y los métodos que se utilizan en la suma de fracciones homogéneas y heterogéneas.	<b>Explorador:</b> Utiliza una actividad del LIGG, pero no logra llevar a los estudiantes a la comprensión del concepto que se está trabajando en el momento. <b>Integrador:</b> Al utilizar la actividad del LIGG logra guiar a los estudiantes para que comprendan el concepto que se está enseñando. <b>Innovador:</b> Propone nuevas actividades para integrar en el LIGG que puedan ayudar en la comprensión de algunos conceptos que se trabajan en la suma y resta de fracciones.
	<i>Conocimiento Tecnológico Pedagógico del Contenido (TPACK)</i>	TPACK1. Utilizo la metodología y las herramientas tecnológicas adecuadas en función del contenido matemático a trabajar en el aula. (Castro y Gutiérrez, 2021).	<b>TPACK 1.1</b> El docente utiliza diferentes estrategias para enseñar, escoge las actividades del LIGG a utilizar tomando en consideración el contenido que está enseñando (fracción, representación de fracciones, fracciones propias e impropias, <b>Explorador:</b> Utiliza varias actividades del LIGG, pero no tiene claro el fin con el que usa estas actividades para enseñar la suma y resta de fracciones. <b>Integrador:</b> El docente utiliza diferentes estrategias para enseñar el contenido de suma y resta de fracciones, siendo el

fracciones equivalentes, amplificación de fracciones) y la suma y resta de fracciones.	uso de algunas actividades del LIGG las utilizadas para enseñar este contenido. <b>Innovador:</b> El docente logra combinar adecuadamente las estrategias utilizadas para enseñar, las actividades que utiliza del LIGG en consideración del contenido que esta enseñado, en este contexto la suma y resta de fracciones.
--	--

*Nota:* Elaboración propia

## 2.2 Marco Instrumental

En este apartado se describen los elementos que intervienen en el diseño y estructuración de los Libros Interactivos de GeoGebra (LIGG).

### 2.2.1 Libro interactivo de GeoGebra

Los libros interactivos de GeoGebra (GeoGebra, 2022) son definidos cómo:

- Una colección de materiales y hojas de trabajo basados en GeoGebra.
- Una recopilación organizada de las propias aplicaciones y applets GeoGebra y las preferidas de la selección de materiales de GeoGebra.
- Un medio ágil para crear Libros interactivos para aprender y enseñar a todo nivel educativo, con textos en línea ilustrados y dinámicos.

“Un aspecto relevante en el diseño de un libro interactivo es que los objetos o atributos matemáticos y problemas se representen en forma dinámica.” (Santos-Trigo y Camacho-Machín, 2018, p. 29)

### 2.2.2 Criterios para la estructuración del Libro Interactivo de GeoGebra

- Para la elección de los criterios que se tomaran en cuenta para la estructura del libro se hizo una revisión de diferentes documentos (Pruzzo, 2012, Arce et al. 2018, Santos-Trigo y Camacho-Machín 2018 y López 2021) lo cual nos arrojó los siguientes criterios que nos muestra la forma en la que se va a estructurar el LIGG.

- Introducción.
- Aprendizajes previos
- Relación con el currículo de Secundaria
- Dificultades, obstáculos y errores que se presentan en la enseñanza de la suma y resta de fracciones
- Resolución de problemas en la suma y resta de fracciones sean representados de forma dinámica

### 2.2.3 Criterios para la selección de las actividades

Para la selección de las actividades que van a estructurar el LIGG se tendrán en cuenta siete criterios que son dados por Herrera (2011) para planificar actividades en entornos virtuales de una manera más precisa y que cumplan lo siguiente:

- **Objetivos y contenidos:** plantea de manera clara y diferenciada los objetivos y los contenidos didácticos, siempre teniendo en cuenta el producto final comunicativo en redes sociales.
- **Temporalización y grupo meta:** indica el grupo al que va dirigido (semipresencial/online, jóvenes/adultos, monolingüe/multilingüe, en inmersión/en su país, número de participantes) y la organización temporal de la actividad (número de horas).
- **Herramientas:** usa una sola herramienta digital, pero úsala bien y a fondo, no compliques innecesariamente los aspectos tecnológicos. Si ves que, para cumplir los objetivos didácticos, necesitas más de una aplicación intenta siempre que la dificultad técnica no entorpezca el aprendizaje.
- **Interacción:** la web social es una gran conversación, haz que tus alumnos participen en ella de manera natural. Crear espacios cerrados, como blogs de aulas o grupos de clase en Facebook, no socializa la participación. Escribir un comentario en un blog o participar en un grupo de Facebook ya existentes hace que los estudiantes entren en contacto con la lengua y sus hablantes de manera real.
- **Significatividad:** plantea una actividad comunicativa significativa. Antes de proponer la tarea final, pregúntate si a ti, como persona, no como profesor, te podría interesar lo que los alumnos van a crear. Si la respuesta es que no, busca otra opción.
- **Negociación:** da siempre la opción a los alumnos de participar tanto en la creación de contenidos como en la organización de la tarea. Si los estudiantes se implican en la toma de decisiones y en los temas a tratar el resultado será más satisfactorio.

- **Producto final comunicativo:** la actividad tendrá siempre un producto final de carácter comunicativo dentro de una conversación digital ya existente. Los alumnos deben tener la oportunidad de ser creativos y participativos, no solo de reproducir modelos de lengua. La Web es un ecosistema de comunicación, nuestros estudiantes tienen la oportunidad de moverse dentro de él. (Herrera, 2011, p. 7)

## 2.3 Marco referencial

En este apartado se incluye todo lo referente al objeto matemático, que en nuestra investigación es la suma y resta de fracciones. Siendo que se parte de definir qué es una fracción, seguido de lo que es una suma y una resta para posteriormente seguir con las propiedades, dificultades y errores que han reportado autores se presentan en la enseñanza y aprendizaje de las fracciones y que serán parte fundamental del conocimiento del contenido que se fomenta con este recurso.

### 2.3.1 Definición formal

**La fracción** es de la forma  $\frac{a}{b}$  (o  $a/b$ ), en las cuales tanto el numerador ( $a$ ) como el denominador ( $b$ ) son enteros y el denominador es distinto de cero. Si es posible representar un número en forma de fracción o razón entonces se denomina **número racional**. De hecho, todos los números enteros son números racionales. Cuando  $a$  es más pequeño que  $b$ , la fracción  $\frac{a}{b}$  es una fracción propia; de otro modo la fracción es impropia. Las fracciones impropias se escriben con frecuencia como números combinados. Cualquier entero puede escribirse como una fracción presentándola con denominador 1. Los números racionales son parte de un conjunto más grande de números, los números reales (Bello, 1999, p. 2).

De igual forma (Hurtado, 2012) presenta a definición de un número racional está dada como:

$$Q = \frac{a}{b}, a, b \in Z, b \neq 0$$

$$\text{Donde } \text{mcd}(a, b) = 1$$

Por otro lado, (Freudenthal, 1983) expresa que:

Las fracciones son el recurso fenomenológico del número racional una fuente que nunca se seca. “Fracción” o lo que le corresponda en otras lenguas es la palabra con la que entra el número racional, y en todas las lenguas que conozco está relacionada con romper: fracturar. “Número racional” evoca asociaciones mucho menos violentas: “racional” está relacionado con “razón”, no en el sentido de la razón sino en el de proporción, de medida un contexto aprendido y mucho más aprendido que “fracción” (p. 2).

### 2.3.2 Concepciones de la fracción

Desde hace varias décadas se evidencian que, detrás del término “fracción”, se esconden varias acepciones y esto genera una primera confusión: se pretende dar una “definición” inicial definitiva de este objeto, pero esta elección luego no tiene la fuerza para satisfacer todos los significados que el término asumirá en el curso de los estudios. Dado que dicha “definición” inicial es fácilmente comprensible, entra de inmediato en el cognitivo más profundo, produce (demasiado pronto) un modelo, como veremos, y después no se tiene la oportunidad, ni la fuerza, ni el valor para modificarla, para adecuarla a las distintas necesidades que poco a poco se presentan. Enseguida me limitaré a enumerar los principales significados que la palabra “fracción” puede asumir en matemática y por lo tanto en el proceso de enseñanza aprendizaje (Fandiño, 2015, p. 1)

Teniendo en cuenta lo anterior se presentan las concepciones en cuanto a la palabra fracción que se han dado en el proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas de acuerdo con (Fandiño, 2015):

❖ *La fracción como parte de una unidad-todo, a veces continua, a veces discreta*

Para iniciar, notemos que, si se considera la fracción como una relación parte-todo, hay una gran diferencia dependiendo de si el “todo” (la unidad) está constituido por algo continuo o si está constituido por un conjunto discreto.

*Si el todo es una unidad continua* (la superficie de un rectángulo o una pizza o una torta, la longitud de un segmento, el volumen de un cuerpo...), hallar los  $a$   $b$ -ésimos (es decir hallar la fracción  $b$   $a$ ) puede hacerse siempre (teóricamente: porque hallar realmente los  $\frac{423}{874}$  de una pizza sería concretamente imposible). Pierde sentido el caso en el que  $a > b$ , las llamadas fracciones impropias, para las cuales la definición (dividir la unidad en partes iguales y tomar  $a$  partes) pierde su significado intuitivo: ¿cómo se hace en efecto, para dividir una unidad en 4 partes y tomar... 5 Hay quien responde que, en tal caso, no hay una sola pizza, sino 2; pero entonces ¿la unidad es la pizza o son las pizzas? Una situación como esta no puede no generar confusión. A veces la unidad es 1, a veces es más de 1; en el caso de las fracciones impropias, las pizzas son 2 pero la unidad es una.

*Si el todo es una unidad discreta* (12 personas o 12 canicas o 12 juguetes), sigue sin tener sentido la fracción impropia, pero hay más: incluso las fracciones propias están en riesgo; encontrarlos  $a$   $b$ -ésimos depende de la relación entre 12 y  $b$ . Por ejemplo, se pueden hallar los  $\frac{3}{4}$  de 12 personas (se trata de 9 personas), pero es imposible darle sentido concreto a los  $\frac{3}{5}$ . Sería necesario entonces

distinguir: dada una unidad todo discreta, existen algunas fracciones que tienen un sentido concreto y otras que no lo tienen. Hay más. Si queremos hallar los  $\frac{6}{8}$  de 12 personas, a primera vista no se puede hacer debido a la imposibilidad de dividir 12 personas en 8 partes; pero un experto podría decir que la fracción  $\frac{6}{8}$  se puede escribir en su forma equivalente  $\frac{3}{4}$ , haciendo posible hallar los  $\frac{6}{8}$  de 12. Pero esta transición da por hecho un argumento que está en proceso de construcción; con frecuencia las construcciones de los dos conocimientos (fracción propia de un conjunto discreto y fracciones llamadas equivalentes) se sobreponen; el maestro cree poder basar un conocimiento sobre el otro, mientras el estudiante está construyendo los dos conocimientos contemporáneamente. Y esta sobreposición crea muchos problemas. (Fandiño, 2015, p.2)

❖ *La fracción como un cociente*

La escritura  $\frac{a}{b}$  fue propuesta en precedencia en los términos de parte/todo: dada una unidad, dividirla en  $b$  partes (iguales, congruentes, que puedan sobreponerse, consideradas en últimas intercambiables) y tomar  $a$ ; la unidad de partida podía ser continua, y por lo tanto producir pocos problemas; o también podía ser discreta, es decir un conjunto de  $c$  elementos, y por lo tanto producir problemas de “compatibilidad” entre  $b$  y  $c$ . Pero es posible ver la fracción  $\frac{a}{b}$  como una división no necesariamente efectuada sino simplemente indicada:  $a \div b$ ; en este caso la interpretación más intuitiva no es la parte/todo, sino la siguiente: tenemos  $a$  objetos y los dividimos en  $b$  partes. A veces, la operación de división indicada  $\frac{a}{b}$  es también efectuada; por ejemplo,  $\frac{3}{5}$  puede indicar una fracción parte/todo, una división indicada (3 objetos para distribuir entre 5 personas) pero también el cociente 0,6 si tal división es efectuada. Sólo que la escritura 0,6 no produce ya el efecto operatorio que producía la fracción  $\frac{3}{5}$  que la originó, esto es, por lo menos, dos sentidos distintos ( $\frac{1}{5}$  tres veces, o 3 objetos de distribuir en 5 personas). Parece entonces evidente que la misma escritura  $\frac{3}{5}$  está indicando situaciones que, a los ojos de quien aprende, pueden tener interpretaciones muy distintas. (Fandiño, 2015, p.5)

❖ *La fracción indica una razón*

A veces la fracción  $\frac{a}{b}$  se usa explícitamente para indicar la relación entre  $a$  y  $b$  y entonces se escribe  $a:b$ ; el signo “:” sustituye “-” no tanto y no sólo indicando la operación de división (indicada solamente o por efectuar) sino también al hacer explícito un sentido de relación entre dos magnitudes que

están entre ellas como  $a$  está a  $b$ . Así, si tenemos un segmento AB de 20 cm de largo y uno CD de 25, el primero son los  $\frac{4}{5}$  del segundo, lo que puede escribirse:  $AB = \frac{4}{5} CD$  o bien  $AB:CD=4:5$ . La escritura 4:5 indica la relación entre las longitudes de los dos segmentos. Nada impide pensar en ejemplos discretos, un conjunto P de 20 objetos y uno Q de 25 objetos; es obvio que la relación entre las cantidades de P y de Q sigue siendo de 4:5 que con frecuencia se lee “de 4 a 5”. Si se toma la longitud del segmento CD como unitaria o la cantidad de objetos del conjunto Q como unitaria, entonces la longitud de AB o la cantidad de objetos del conjunto P se puede expresar con la fracción  $\frac{4}{5}$ , restituyendo a esta escritura una interpretación bastante cercana a la parte/todo. (Fandiño, 2015, pp.5-6)

❖ *La fracción es un operador*

Con mucha frecuencia la fracción es considerada un operador multiplicativo, es más, este es uno de sus significados más usados en la escuela. Por ejemplo: «Encontrar los  $\frac{5}{4}$  de 20 peras» significa operar como sigue:  $(20 \div 5) \times 4$  peras; «Encontrar un segmento CD que sea los  $\frac{5}{4}$  de un segmento AB que mide 20 cm» lleva a decir que CD medirá 16 cm. Es comprensible que únicamente haciendo un esfuerzo se puede admitir que se aprovechó la definición inicial de fracción, si bien nos puede reconducir a ella. En el caso del segmento, por ejemplo, no basta tomar 5 partes “iguales” de AB, sino que es necesario conservar propiedades geométricas que se dan por hechas, por ejemplo, la adyacencia de los 5 segmentos en los que dividimos AB. El problema propuesto, entonces, no está bien planteado; la pregunta debería haber sido: «Encontrar la longitud de un segmento CD que...» porque estamos hablando de longitud y no de segmento. La fracción como operador, entonces, actúa sobre los números puros más que sobre los conjuntos o sobre los objetos; es, de hecho, una nueva operación que combina división y multiplicación. (Fandiño, 2015, pp.6-7)

❖ *la fracción en probabilidad*

Buscamos evaluar la probabilidad según la cual, lanzando dos dados, se obtiene un múltiplo de 4. Los casos posibles son 36, los eventos favorables son 9 (que salga 4, que se presenta en 3 casos; 8, que se presenta en 5 casos; 12, que se presenta en 1 caso). Entonces la probabilidad de ese evento se puede expresar con la escritura  $\frac{9}{36}$ , es decir el número de casos favorables al evento, con respecto al número de casos posibles.  $\frac{9}{36}$  expresa una medida, el grado de

posibilidad de satisfacción del evento, un límite para apostar, la probabilidad; dicha fracción es sí equivalente a  $\frac{1}{4}$ , pero sólo aritméticamente, porque intuitivamente esta transformación dice poco. Dice mucho más otra fracción equivalente:  $\frac{25}{100}$ , especialmente si la escribimos de una forma más común: 25%. (Fandiño, 2015, p.7)

❖ *La fracción en las puntuaciones*

La fracción en los puntajes Laura trata de darle al blanco y tiene a disposición 5 tiros; centra el objetivo 2 veces; descansa un poco y, en la segunda tanda, tiene a disposición 3 tiros; centrando el blanco otras 2 veces. Andrés centra el objetivo 3 veces de 5 en la primera tanda y en la segunda tanda sólo una vez. Entonces tanto Laura como Andrés dieron en el blanco 4 veces sobre 8 lanzamientos de que disponían.

Esta descripción, ¿le parece aceptable al lector? Debemos tener muchas dudas al aceptar esta descripción del juego de Laura y Andrés porque, aceptándose, nos encontramos frente a una “adición” entre fracciones estructurada así:  $\frac{2}{5} + \frac{2}{3} = \frac{4}{8}$ , bastante extravagante... y aun así  $\frac{4}{8}$  es equivalente a  $\frac{1}{2}$  y no se puede negar que Laura golpeó el blanco la mitad de las veces que lanzó... Las “fracciones” en los puntajes son un objeto matemático que tiene características propias, intuitivas, pero poco cercanas a la definición que fue dada al inicio. (Fandiño, 2015, p.8)

❖ *La fracción como número racional*

En este caso se da particular atención a cuestiones que tienen que ver con la operatividad: equivalencia entre fracciones, adiciones entre fracciones etc. El número racional 0,5, por ejemplo, no es otra cosa que la clase de equivalencia [(1; 2), (2; 4), (4; 8), ..., (3; 6), (6; 12), (9; 18), (5; 10), (10; 20) ...] formada por todos y sólo aquellas infinitas parejas ordenadas de números (a; b), tales que:  $a \in N, b \in N - \{0\}$  entre los cuales aparece el par (1,2) o bien, si se prefiere,  $b=2 \times a$ . Es fácil comprender que no podemos cargar, especialmente en un aula escolar, a ningún nivel, con este lastre; por lo cual se elige con frecuencia un representante de esta clase, la mayoría de las veces aquél “reducido a los términos mínimos”, o la “fracción irreducible”, en nuestro caso (1; 2), y se usa este al puesto de la clase de equivalencia. Es más, escribiendo directamente en forma fraccionaria  $\frac{1}{2}$ , arrastramos con nosotros la secuela infinita de las parejas - fracciones equivalentes. Por lo que, tanto 0,5 como  $\frac{1}{2}$ , se aceptan como representantes del mismo número racional, aun siendo originalmente, entes

esencialmente distintos. De otra parte, ¿Qué significa, entonces, operar entre racionales? (Fandiño, 2015, p.9)

❖ *La fracción como punto de una recta orientada*

No es extraño encontrar en los libros de texto o en las actividades de aula la siguiente propuesta: «Ubicar  $\frac{3}{4}$  en la recta numérica». Limitémonos a la semirrecta racional positiva  $r_{Q^a}$  para disminuir las complicaciones. Responder a esta pregunta significa evaluar aquella fracción como si fuera un número racional, aplicar la relación de orden en  $Q^a$  y diseñar un circulito o una muesca (que indicará dicha fracción) entre el origen (0) y la unidad (1) en una posición apropiada y oportuna. [Haríamos lo mismo si, en cambio de  $\frac{3}{4}$ , se propone ubicar el número decimal correspondiente 0,75]. En tal caso, la fracción es vista como un valor - punto sobre la recta orientada, mucho más cercana a ser un número racional que una fracción. Cuando escribimos, de hecho,  $\frac{3}{4} < \frac{6}{7}$ , no estamos evaluando el hecho de que si tomamos los  $\frac{3}{4}$  de la misma unidad - todo obtenemos menos que si tomamos los  $\frac{6}{7}$ , por el contrario, estamos tratando directamente las fracciones como números racionales. Si queremos disponer las dos fracciones sobre la recta numérica, sabemos que  $\frac{3}{4}$  estará antes de  $\frac{6}{7}$ . Para verificar la exactitud de lo que estamos diciendo y/o para disponer bien los puntos sobre la semirrecta, transformaremos las dos fracciones en otras equivalentes, pero más oportunas:  $\frac{21}{28}$  e  $\frac{28}{24}$ . Así todo resulta más evidente. La fracción indica en este caso una distancia, la distancia entre el origen y el punto - fracción. Obviamente se trata de una distancia relativa, dado que depende de la unidad de medida. (Fandiño, 2015, p.9)

❖ *La fracción como medida*

Sobre las botellas de vino con frecuencia se lee 0,75l, que indica una cantidad, una medida, en la unidad decimal litro. Cualquier persona está en capacidad de entender que se trata de  $\frac{3}{4}$  un litro. Sin embargo... ¿Se trata de una fracción en el sentido primitivo (una unidad-todo dividida en 4 partes iguales de las cuales se tomaron 3) o simplemente de un número para expresar una cantidad? Una cosa es tener una botella graduada de 1 litro y decidir llenar los  $\frac{3}{4}$ , y otra bien distinta es tener una botella de vino que ya tiene como medida 0,75. Decidimos comprar 2 lápices que cuestan 0,75€ cada uno. Es difícil pensar

en transformar este 0,75 en  $\frac{3}{4}$  de 1€, y sin embargo es así. El gasto será de 1,5€, sin necesidad de recurrir a las fracciones que complicaría inútilmente la cuestión. La cantidad de vino en la botella, el costo por un lápiz, son medidas; a veces tiene sentido pensarlas como números racionales, a veces como fracciones, pero en ningún caso es necesario o conviene hacer referencia a la definición original de fracción. Es mucho más espontáneo un uso directo de la medida, así como viene indicada. (Fandiño, 2015, p.9)

❖ *La fracción indicador de cantidad de elección*

Se quiere premiar los clientes del Gran Almacén y el director decide hacer un descuento, escogiendo casualmente los clientes: 1 cada 10; el primero en entrar recibe un bono, luego el 11-ésimo, luego el 21-ésimo y así sucesivamente. Por lo tanto, uno cada diez. Al final, ¿cuántos clientes habrá recibido el bono? Es obvio  $\frac{1}{10}$ . En tal caso, la fracción  $\frac{1}{10}$  significa más cosas: que el bono fue dado a  $\frac{1}{10}$  de los clientes del día (redondeando por defecto: si los clientes fueron 80, 7 recibieron el bono; si fueron 81 o 88, el bono lo reciben 8); pero  $\frac{1}{10}$  significa también, en este caso, “1 cada 10” que no es, estrictamente, la fracción que pretende dividir una unidad-todo en 10 partes iguales. (Fandiño, 2015, p.10)

❖ *La fracción como porcentaje*

Este punto ya lo mencioné a propósito de la probabilidad y por lo tanto lo trataré de forma breve. A veces es más fácil expresar 75% bajo la forma de fracción  $\frac{75}{100}$  o  $\frac{3}{4}$ , a veces conviene dejarlo indicado bajo forma de porcentaje, y otras veces también es preferible el número decimal 0,75. Sobre la botella de vino, serían ridículas las dos primeras escrituras y por lo tanto se privilegia la tercera. En las cosas que tienen que ver con la probabilidad, es más intuitivo expresar dichas medidas con una de las dos primeras escrituras. Si se obtiene un préstamo en el banco, el interés se expresa en porcentaje: 3,5%. Etcétera. En conclusión, aunque las escrituras matemáticas resultan formalmente equivalentes, no son del todo equi-significantes en la praxis cotidiana; lo que significa que hay significados distintos que cada uno de nosotros reconoce dentro de las distintas variedades de escrituras formales. (Fandiño, 2015, p.10)

❖ *La fracción en el lenguaje cotidiano*

Muchos de los investigadores que se ocupan de la didáctica de las fracciones actualmente se inclinan por un primer contacto “informal”, como es, después de todo, el estilo didáctico más difundido y generalizado hoy en día.

Puede por lo tanto ser de ayuda un párrafo en el cual se exploran distintos campos y distintos usos de las fracciones en la vida diaria; el estudiante debería controlar lingüística y cognitivamente estos usos y proponer algunos propios, hasta alcanzar una conceptualización estable y significativa del término; sobre esta conceptualización se podrá, en un segundo momento, construir un conocimiento sucesivo. Es posible tomar unos ejemplos en la lectura del reloj, en música, en la práctica cotidiana. (Fandiño, 2015, p.10)

Por otro lado, Pruzzo (2012) expresa que se le han atribuido varios conceptos a la definición de fracción lo cual ha conllevado a que:

En la actualidad, se ha concebido que para que el niño consiga una comprensión amplia del concepto de fracción se le deben plantear experiencias con la mayoría de las interpretaciones mencionadas (hace referencia a la fracción como razón y la fracción como operador). Además, dentro de cada una de ellas se introducen múltiples construcciones conceptuales. Así, por ejemplo, se enseña simultáneamente la fracción como relación parte-todo: a.- en cantidades continuas (entendidas como superficies: torta, campo, pizza, etc., pero también como líquidos: agua, leche, jugos; y en este sentido entra a jugar el concepto de medida de capacidad, pero no sólo usando la unidad convencional (litro), sino haciendo medir los líquidos con vasos u otros recipientes) y b.- en cantidades discretas, (como objetos, bolitas, caramelos, etc.). Pero, además, empleando también medidas de peso (1 Kg de papas, naranjas, etc.) (p. 6).

La compleja presentación de las fracciones se aumenta con esta enorme mezcla de conceptos, a la vez que desaparecen las antiguas categorías de números mixtos, fracciones propias e impropias porque se incluyen (todas juntas) como casos de fracciones. Además, se trabaja simultáneamente con números decimales, medidas de tiempo, capacidad, longitud, superficie, peso, volumen, etc.; las representaciones gráficas de las fracciones se complejizan con el uso de la recta numérica y con imágenes de figuras geométricas de todo tipo. Se les presenta también, la noción de fracción como cociente en contextos de reparto, en fin, una dispersión de casos, que complejiza la construcción del concepto, sin aportes a su consolidación. (p.6)

Esto permite ver que la fracción se presenta en diferentes conceptos teniendo en cuenta la concepción que se esté trabajando. De ahí la importancia de mencionar todas las concepciones que se tienen en cuanto a este y de ahí que se tendrán en cuenta para que al momento de dotar al docente del LIGG reconozca con qué concepción está trabajando.

### **Suma y resta de fracciones**

Se considera que antes de definir la suma y resta de fracciones se debe definir lo que es una suma y una resta de ahí que:

**La suma:** la suma es una de las operaciones aritméticas básicas por su naturalidad, consiste en una combinación de dos o más conjuntos de objetos (o números) con el fin de obtener otra cantidad final que representa la agrupación de estos conjuntos (o números) como una de las formas más básicas de contar. (Rueda, 2018, p.39)

**La resta:** La resta es una operación que conlleva a pensar en un cambio, en desagregar, quitar a una colección de objetos, algunos objetos, lo que genera una disminución (en el caso de los números naturales) de estos en la colección resultante. (Rueda, 2018, p.39)

Teniendo ya la definición de la suma y la resta de manera general podemos expresar como se da cada una de estas en los números fraccionarios. De ahí que se recalca que cuando se trabaja la suma y resta de las fracciones es importante tener en cuenta que estas se dan en dos formas, en fracciones homogéneas o con igual denominador o fracciones heterogéneas o con diferente denominador de ahí que:

#### **La suma y resta de fracciones homogéneas o con igual denominador**

“Para sumar o restar fracciones del mismo denominador, se suman o restan los numeradores y se deja el mismo denominador”. (Jiménez et al., 2006, P. 69)

$$\frac{a}{b} \pm \frac{c}{b} = \frac{a \pm c}{b}$$

#### **La suma y resta de fracciones heterogéneas o con diferente denominador**

Cuando se realiza la suma y resta de fracciones con diferente denominador es importante tener claro que se pueden dar en dos métodos diferentes la solución de este:

##### **Suma y resta de fracciones con distinto denominador por el método m.c.m de los denominadores**

En este caso, al tener diferentes denominadores, no es posible colocar el mismo denominador; por el contrario, se debe, en primer lugar, reducir al mínimo común múltiplo los denominadores, luego se multiplica el numerador del primer término con el denominador del segundo término, y el numerador del segundo término con el denominador del primer término. El resultado de operar aditivamente dos fracciones es otra fracción, por tanto los productos resultantes de multiplicar los numeradores con los denominadores se ubican en la fracción resultado en el lugar de los numeradores (parte superior de la fracción) en posición de sumar o restar según sea la operación a realizar, y el mínimo común múltiplo se coloca en la posición del denominador (parte inferior de la fracción), el resultado final de la suma será entonces el resultado de la suma o resta y el mínimo común múltiplo de los denominadores (Rueda, 2018, p.43)

##### **Multiplicar en las fracciones por los denominadores**

multiplicar los numeradores por los denominadores de cada una de las fracciones (numerador del primer término con el denominador del segundo término y viceversa), finalmente se debe simplificar la fracción obtenida. (Rueda, 2018, p.43)

Otro elemento que es importante considerar, es que al realizar estas operaciones se hacen uso de diferentes propiedades y que de acuerdo con Jiménez et al. (2006) no se cumplen en la resta.

### Propiedades de la suma de números fraccionarios

En este apartado se presentan las propiedades de la suma en los números fraccionarios dados por García y Martínez, pp. 77-78)

- a) **Propiedad uniforme:** La suma de dos números racionales no depende de las fracciones elegidas para representarlos; es decir la suma de dos fracciones y la suma de dos fracciones equivalentes a las anteriores son equivalentes

$$\text{Si } \frac{a}{b} = \frac{a'}{b'} \text{ y } \frac{c}{d} = \frac{c'}{d}$$

Entonces

$$\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{a'}{b'} + \frac{c'}{d}$$

- b) **Propiedad asociativa:** Dados tres números racionales  $\frac{a}{b}$ ,  $\frac{c}{d}$  y  $\frac{e}{f}$  tenemos que

$$\left(\frac{a}{b} + \frac{c}{d}\right) + \frac{e}{f} = \frac{a}{b} + \left(\frac{c}{d} + \frac{e}{f}\right)$$

- c) **Propiedad conmutativa:** Dados dos números racionales  $\frac{a}{b}$  y  $\frac{c}{d}$  tenemos que

$$\left(\frac{a}{b} + \frac{c}{d}\right) = \left(\frac{c}{d} + \frac{a}{b}\right)$$

- d) **Existencia del elemento neutro**

$$\exists x \in Q \text{ tal que } \forall r \in Q \text{ se verifica } x + r = r$$

### 2.3.3 Dificultades, obstáculos y errores

Primeramente, se definirán cada uno de los conceptos para después expresar los que se presentan en la enseñanza de las fracciones, siendo así que:

#### Dificultad:

Socas (1997) define una dificultad como todos esos factores externos que se le presentan a los estudiantes y que pueden llegar a limitarlo o afectarlo, parcial o totalmente su aprendizaje, es decir que están centradas en la manera en las que se le enseña al estudiante. Por otro lado,

Plaza et al. (2020) mencionan que cuando se habla de dificultad, se hace referencia a cuando una pequeña o grande cantidad en un grupo de estudiantes no han logrado completar de manera exitosa una actividad en la educación matemática y el nivel de dificultad esta enlazado de manera proporcional con la cantidad de procedimientos incorrectos que sean cometidos en esa actividad.

Socas (1997) reconoce diferentes tipos de dificultades, siendo estas:

- Dificultades asociadas a la complejidad de los objetos de las Matemáticas.
- Dificultades asociadas a los procesos de pensamiento matemático.
- Dificultades asociadas a los procesos de enseñanza desarrollados para el aprendizaje de las Matemáticas.
- Dificultades asociadas a los procesos de desarrollo cognitivo de los alumnos.
- Dificultades asociadas a actitudes afectivas y emocionales hacia las Matemáticas.

De igual forma Moreno (2011) como se citó en Plaza et al. (2020) menciona algunas dificultades que se presentan en el aprendizaje de las matemáticas como lo son la ausencia de metodologías adecuadas por parte del docente del área y falta de observación y detección temprana de disfunciones físicas (visión, audición y/o lenguaje) en los estudiantes.

#### **Obstáculo:**

De acuerdo con Socas (1997) son las dificultades que se han convertido en obstáculos para el estudiante y han producido que se estanque en aprendizajes, es decir que es un conocimiento que por varias circunstancias se ha ido convirtiendo en un obstáculo para su aprendizaje. De igual manera Andrade (2011), como se citó en Plaza et al., (2020) menciona que cuando una dificultad no se llega a convertirse en un obstáculo ya que no permite que se sigan generando nuevos conocimientos y estos obstáculos didácticos se pueden estudiar por medio de esos errores más comunes que cometen los estudiantes.

Siendo que Brousseau (1976) como se citó en Socas (1997) distingue tres diferentes obstáculos:

- De origen epistemológico, se les puede encontrar en la historia de los mismos conceptos, no quiere decir que se deben reproducir en el medio escolar las condiciones históricas donde se les ha vencido.
- De origen didáctico, resultado de elecciones didácticas que se hacen para establecer la situación de enseñanza.
- De origen ontogénico o psicogénico, debido a las características del desarrollo del niño. En esta investigación sólo se considerarán los obstáculos epistemológicos y didácticos.

#### **Errores:**

Por último, están los errores los cuales son originados por las dificultades y obstáculos y de acuerdo con Socas (1997) son esa evidencia de un conocimiento que ha sido mal aplicado y los cuales de acuerdo con Rico (1997) deben verse como un área de oportunidad. Por otro lado, Plaza et al. (2020) mencionan que los errores vienen siendo ese momento en el que un estudiante no puede efectuar una tarea que esté realizando en el contexto de educación matemática y que este es un proceso normal en el proceso de la realización de problemas y se presenta en varias ocasiones y da indicio de un problema cognitivo o una dificultad para procesar un concepto.

### **2.3.4 Dificultades, obstáculos y errores en el aprendizaje de las fracciones**

#### **Dificultades**

A lo largo del estudio de las fracciones, diferentes autores han reportado las dificultades que se presentan en el proceso de la enseñanza y aprendizaje del tema, a continuación, se enlistan las que se tendrán en cuenta para la selección de actividades y estructuración del LIGG, al ser las más recurrentes.

- Muchos autores coinciden que las dificultades de su aprendizaje se deben a las diversas representaciones (acepciones, interpretaciones, concepciones, constructos) que admite este concepto. Entre estas acepciones tenemos: la de parte todo (área), subconjunto (razón), reparto (división indicada), cociente, operador, número racional y decimal entre otros (Ríos 2007, p.127).
- En un estudio realizado se pudieron identificar que dos son las dificultades frecuentes en la enseñanza y aprendizaje de las fracciones, y que tienen que ver con considerar las partes como totalidad y el reconocimiento de las subdivisiones equivalentes. Concluye que se debe "... tener en cuenta que una de las dificultades relevantes para reconocer subdivisiones equivalentes puede ser que el significado de los números está conectado a cantidad de elementos, dado que los estudiantes tienen como referente el universo de los números naturales, y en la fracción para simbolizar cantidad hay que utilizar dos números que representan la relación entre la parte y el todo" (Martínez y Lascano 2001, p. 176).
- Respecto a la comprensión de la noción parte todo, las dificultades halladas tienen que ver con que los estudiantes, no pueden construir la representación elemental del número fraccionario (relación partes-todo), ni tampoco su expresión simbólica, en la que el denominador representa las partes en que está dividida la unidad y el numerador las partes que se toman (p. 7); parafraseando a la autora diríamos, mágicamente un chocolate se convertirá en ocho chocolates, una torta se convertirá en cuatro tortas. Mientras que, respecto a la comparación de fracciones, tienen dificultades en comparar, entre sí y con números naturales, fracciones a través de distintos procedimientos; y sumar y restar cantidades expresadas con fracciones utilizando distintos procedimientos y representaciones. (Pruzzo 2012, p. 9).

- Mateos (2008), identificó las siguientes dificultades en las operaciones con las fracciones:
  - a) Debido al conocimiento de los números naturales, no pueden diferenciar cuál de los números es más grande o dificultad en la comprensión de la expresión del número fraccionario.
  - b) Diferencia de los números naturales que tiene un antecedente y un subsecuente, mientras que las fracciones no lo tiene; característica que confunde al niño y que puede pensar ¿qué número sigue a  $1/3$ ?
  - c) En la resolución de problemas. Los contextos de los problemas y las exigencias del conocimiento previo dificultan la comprensión del problema y su respectiva solución. (p.196)

Por otro lado, Herreros-Torres et al. (2022) logran identificar que a los estudiantes al realizar operaciones con fracciones se les dificulta al momento de realizar las fracciones a la inversa, dar la condición de operador a otro cuando se trabaja la suma o resta de fracciones y realizar mal las operaciones.

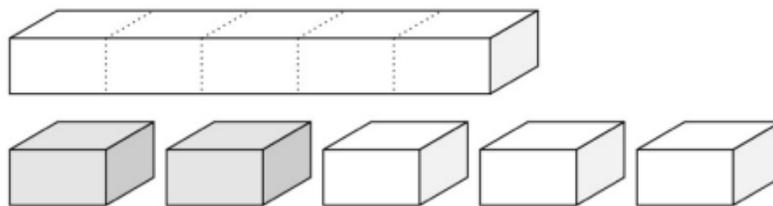
### Obstáculos

Cortina et al. (2013) Presentan que se dan unos obstáculos didácticos al momento de ver la fracción y que estas se pueden ver representados como tres imágenes que ellos consideran se han convertido en obstáculos en el aprendizaje de las fracciones:

- **La fracción como resultado de transformar un objeto.** De acuerdo con Freudenthal (1983) como se citó en Cortinas et al. (2013) en esta se ve al entero como un objeto que es fácil de dividir o partir y a la fracción se le ve como el producto que se origina al momento de dividir o partir ese entero. Esto se puede ver representado en la figura 8.

**Figura 8**

*representación de la fracción  $2/5$  como la transformación de un objeto*



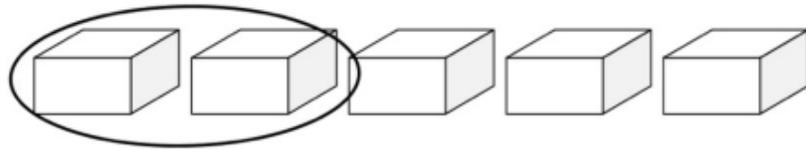
*Nota:* Tomado de Cortina et al. (2013, p.12)

- **la fracción como tantos de tantos.** De acuerdo con Gould, Outhred y Mitchelmore (2006) como se citó en Cortina et al. (2013) en esta se ve al

numerador y al denominador como la representación de un conteo como se puede evidenciar en la figura 9.

**Figura 9**

*Representación de la fracción  $2/5$  como tantos de tantos*

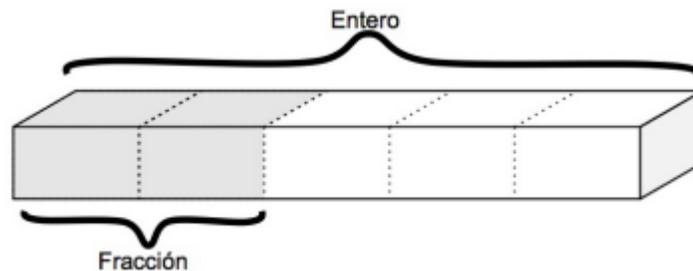


*Nota:* Tomado de Cortina et al. (2013, p.13)

- **la fracción como incluida en un entero:** Se concibe la fracción como algo que debe estar contenido dentro de un entero. Y es que de acuerdo con Thompson y Saldanha (2003) como se citó en Cortina et al. (2013) mencionan que cuando se concibe la fracción de esta manera se limitan el tipo de situaciones en las que pueden ser utilizadas como cantidades. Esto se puede ver representado en la figura 10

**Figura 10**

*Representación de la fracción  $2/5$  dentro de un entero*



*Nota:* Tomado de Cortina et al. (2013, p.15)

## **Errores**

Los errores ocurren como una manifestación de las dificultades y obstáculos que tienen los estudiantes frente al aprendizaje de un objeto matemático. De ahí que se presentarán algunos que se le suelen manifestar de manera más recurrente en el proceso de enseñanza y aprendizaje de las fracciones los cuales se tendrán en cuenta para la selección de las actividades. Siendo que los errores que son más recurrentes, expresados por Pruzzo (2012) son:

- a) **Las relaciones parte / todo** no lo concibe a partir de una unidad (todo) dividida en ocho partes sino de cuatro unidades divididas en dos partes (el alumno usa el esquema asimilador construido para los números naturales y contando las partes que quedan obtiene el ocho). El error, que consideramos inducido desde la enseñanza, ha consistido en no poder pensar un único todo (la unidad) dividido en ocho partes, del que se sacan tres partes. Nada más y nada menos, que el concepto básico de fracción: la relación partes-todo.
- b) **La comparación de fracciones** La comparación de fracciones entre sí, para establecer cuál es mayor, menor o igual a otra, (que activa la operación de seriar) figura entre los aprendizajes prioritarios establecidos por el CFE en 4° Año del primario. El 82% de alumnos de 1° Año no ha podido demostrar gráficamente la relación de comparación establecida entre dos fracciones. (pp. 7-9)
- c) Se categorizó los errores sobre las fracciones de la siguiente manera: la incomprensión del símbolo, tecnología (errada elección de la técnica), de técnica (errada ejecución de tareas), de teoría (deficiencia en el manejo de conceptos), debido a la incomprensión del ítem o pregunta, debido a la no especificidad de la respuesta (aún y cuando el proceso es correcto), y sintáctico. (Ríos 2011, p. 18).

Todo lo Antes descrito referente a las dificultades y errores que se presentan en el proceso de enseñanza y aprendizaje de las fracciones permite tener una visión más amplia en cuanto a esta problemática. De igual forma están las concepciones que se describen ya que como se menciona anteriormente, varios autores evidencian que esto es algo de lo que más se les dificulta a los docentes, contextualizarse en qué tipo de fracción está trabajando y esto va permitir ver si el docente tiene claro la concepción que está trabajando en el aula y podremos, de ahí que se ve la importancia que tiene el integrar actividades relacionadas con esto en el LIGG para trabajar en el aula.

## CAPÍTULO 3. METODOLOGÍA

En este apartado se encuentra el método de la investigación y el enfoque en el que se estará trabajando, también se presentan las técnicas e instrumentos con los que se recolectarán los datos durante todo el proceso y las fases que se seguirán en cada momento de la investigación.

### 3.1 Tipo de investigación

La presente investigación tiene un enfoque cualitativo, de acuerdo con los planteamientos de (Ñaupás et al., 2014, Hernández et al., 2014 y Bikner et al., 2015), puesto que en este enfoque busca describir, comprender, observar, interpretar analizar y explicar de una manera más amplia con fenómenos y acciones ya sean de un ser humano o un grupo social. Y en esta investigación se pretenden caracterizar los conocimientos pedagógicos tecnológicos de contenido de un docente de matemáticas de primero de secundaria al momento de hacer uso de un libro interactivo de GeoGebra para enseñar la suma y resta de fracciones.

A su vez según Hernández et al. (2014) esta investigación de corte exploratorio. Ya que en este método se busca examinar un problema de investigación que no se ha estudiado o ha sido poco estudiado. Y en nuestra investigación no se han documentado investigaciones en las que se relacionen los tres ejes principales de nuestra investigación, los conocimientos en tecnología del docente, el Libro Interactivo de GeoGebra y la enseñanza de la suma y resta de fracciones.

### 3.2 Población y muestra

**Población:** Docentes de matemáticas de primero de secundaria del estado de Zacatecas, México.

**Muestra:** Se trabajará con un estudio de caso (Stake, 2007), considerando como muestra un maestro de primero de secundaria de una institución pública de la ciudad de Zacatecas en el estado de Zacatecas, México; el cual cuenta con 10 años de experiencia como docente de matemáticas en secundaria y tiene conocimientos en el uso del recurso tecnológico GeoGebra. La muestra es no probabilística casual o accidental (Albert, 2006) ya que la selección depende de la disposición para trabajar en el estudio.

### 3.3 Técnicas

Las técnicas e instrumentos que se presentaran en esta sección fueron validados por juicio de expertos, siendo en específico dos expertas en el área de la investigación de matemática educativa, los conocimientos de contenido matemático y el uso de la tecnología en la educación matemática. Teniendo en cuenta esto las técnicas son:

#### 3.3.1 Análisis Documental

El análisis documental, de acuerdo con Quintana (2006) es un punto de partida en las investigaciones por donde se obtienen los documentos que le dan base a esta y dan una

orientación a la descripción de la problemática, marco teórico, entre otros del fenómeno que se está estudiando. De ahí que al hacer uso de esta técnica se pretende hacer una revisión de los antecedentes que presiden a esta investigación, los libros de texto y planes de clase de tal manera que se logre definir el objetivo que enmarcará el LIGG, y libros de texto para la enseñanza y aprendizaje de las operaciones básicas con fracciones, además de que será de apoyo para la determinación de los criterios que deben cumplir todas las actividades que harán parte del LIGG. Siendo así que esta técnica de investigación será de apoyo para el cumplimiento de los objetivos particulares 1 y 2.

Para lograrlo se tendrán en cuenta las acciones planteadas por Quintana (2006)

- **Rastrear e inventariar los documentos existentes.** En esta fase se rastrearán todos los documentos teniendo en cuenta el tema a trabajar de tal manera que se logren identificar los objetivos que presentan el currículo, planes de clase y libros de texto para el aprendizaje de las fracciones y operaciones con fracciones.
- **Clasificar y seleccionar los documentos identificados:** Se escogerán los documentos que son de utilidad para el objetivo que se debe cumplir el LIGG, además de identificar los criterios para seleccionar las actividades que harán parte del LIGG
- **Leer en profundidad el contenido de los documentos seleccionados para extraer elementos de análisis:** Se leerán los documentos de forma precisa de tal manera que se logre ver la información pertinente.
- **Leer en forma cruzada y comparativa los documentos en cuestión:** Se leen de forma cruzada los documentos de tal manera que se logren comparar las informaciones de tal manera que se logren determinar los criterios.

### 3.3.2 Observación no participante

De acuerdo con Martínez (2007) al momento de hacer la observación se ven las acciones del investigador que va adquiriendo de forma profunda de tal manera que logre interpretar la realidad y el objetivo que está siendo estudiado. Siendo así que Hernández et al. (2014) mencionan que la observación no participante se utiliza para identificar datos que son directos de ambiente y de los participantes en esta por lo cual es importante que el investigador logre captar información de forma verbal y no verbal.

Teniendo en cuenta lo antes mencionado se hace uso de esta técnica para identificar los conocimientos en el uso de recursos tecnológicos de los docentes de matemáticas para la enseñanza de las operaciones básicas con fracciones, específicamente al hacer uso de un libro interactivo de GeoGebra, esto por medio de la recolección de datos de las videograbaciones que se tomen de las sesiones que realice el docente. Posterior a la videograbación se realizará una transcripción de las sesiones (Anexo 4) y se organizarán los resultados obtenidos en episodios teniendo en cuenta la tabla dada por Sosa (2011) la cual se explicará más adelante, todo esto antes mencionado nos ayudara a cumplir con el objetivo particular 3.

### **3.3.3 Entrevista semiestructurada**

Se diseñó una entrevista semiestructurada (Hernández et al. 2014), con el fin de enriquecer la información obtenida en las observaciones de clase para identificar los conocimientos del docente sobre la enseñanza de las operaciones con fracciones, la tecnología que utiliza en el aula y la manera en la que aborda el tema (ver Anexo 2). Se hace a partir de una adaptación de las propuestas de Valbuena et al. (2020), Schmidt et al. (2009), Cabero et al. (2017) y Téliz, (2015; cómo se citó en Valbuena et al. 2020) para la entrevista 1 .

El cuestionario que se realizó para la primera entrevista previa a la aplicación (Ver anexo 2) Consta de 14 preguntas abiertas, en las que 5 de estas catorce preguntas tenían una escala de Likert en la que el docente se podía valorar el nivel en el que consideraba se encuentra según sus criterios y posterior a esto describir el por qué. Teniendo en cuenta esto la pregunta 1, 2 y 3 estaban enfocadas en conocer la formación del docente y su experiencia docente, la pregunta 7, 8 y 10 en identificar sus conocimientos en el contenido matemático, que en este caso en específico son las fracciones y todo lo que abarca la suma y resta de fracciones, la pregunta 6.3 busca conocer la manera en la que el docente evalúa a sus estudiantes, la pregunta 4 y 5 están realizadas para identificar el conocimiento del docente en el uso de recursos tecnológicos, la pregunta 6.1 en identificar el conocimiento tecnológico pedagógico, la pregunta 6.4 en ver que tanto conoce el docente de como relacionar el recurso tecnológico con el contenido matemático y por ultimo las preguntas 6.2, 6.3, 8 y 9 están realizadas con el fin de identificar el conocimiento pedagógico de contenido del docente.

Por otro lado, en la segunda entrevista posterior a la aplicación consta de 8 preguntas, las cuales fueron adaptadas de Castro y Gutiérrez (2021) y Schmidt et al. (2009 cómo se citó en Cabero et al. 2017), siendo que las preguntas 1,2 y 3 se realizaron con el fin de identificar el conocimiento tecnológico pedagógico de contenido del docente, las preguntas 4,5 y 6 se hicieron enfocadas en el conocimiento tecnológico pedagógico y las preguntas 7 y 8 para evidenciar el conocimiento tecnológico del contenido, todos estos posterior a la aplicación del LIGG y se pueda ver su experiencia al usar este y las sugerencias que puede brindar para mejorarlo.

Teniendo en cuenta todo lo antes descrito, esta entrevista semiestructurada ayuda a cumplir con el objetivo particular 4 y a su vez con el objetivo general de la investigación.

## **3.4 Fases de investigación**

Para esta investigación tendrán en cuenta las fases metodológicas dadas por Santos-Trigo y Reyes-Martínez (2014), las cuales servirán como una guía de los pasos que se irán siguiendo en cada momento de la investigación. Siendo que las tres primeras fases se centraran en la estructuración del LIGG y a su vez el seguimiento de los objetivos particulares 1 y 2, por otro lado, las fases 4 y 5 se relacionan con la aplicación y los resultados y conclusiones que nos permitirán cumplir con los objetivos particulares 3 y 4 y con el objetivo general de la presente investigación.

## **Fase 1: Comprensión del problema:**

En esta etapa se realiza un análisis documental de manera que identifiquen los objetivos del tema, actividades propuestas en libros de texto y dificultades asociadas al aprendizaje de las fracciones siendo que estas últimas se presentaran en la fase 2 en la determinación de los criterios.

Para tal efecto, se tuvieron en cuenta los documentos como los son los libros de texto de matemáticas y los documentos donde se plantean los objetivos generales esperados para el tema, dados por la Secretaría de Educación Pública de México (SEP) para identificar como se está trabajando el tema y qué objetivos se están teniendo en cuenta, de igual manera se hizo revisión de varios artículos de investigación para encontrar las dificultades presentes en la enseñanza de las fracciones.

A continuación, se detallan los resultados de esta revisión.

### ***Objetivos esperados para el aprendizaje de las fracciones en secundaria***

Estos objetivos son dados por la Secretaría de Educación Pública (SEP) en el documento de aprendizajes claves para la educación integral en el cual presentan plan y programas de estudio, orientaciones didácticas y sugerencias de evaluación. Siendo así que el objetivo que presentan para el aprendizaje de las operaciones básicas con fracciones está incluido en el plan de primero de secundaria de la siguiente manera:

**“Resuelve problemas de suma y resta con números enteros, fracciones y decimales positivos y negativos.”**

### **Actividades planteadas por el libro México**

En México la Comisión Nacional de Libros de Texto Gratuitos (CONALITEG) es un organismo público descentralizado de la Secretaría de Educación Pública (SEP) presenta varios libros, en los cuales las instituciones pueden seleccionar el que consideren más apropiado y hacer uso de este para las clases. En estos libros algo que se puede ver que tienen en común es que por lo general para introducir el tema es que parten de problemas o actividades y se le van haciendo preguntas relacionadas con el tema de tal manera que el estudiante a partir de estas actividades vaya comprendiendo el tema a trabajar, en algunos libros presentar definiciones. Sin embargo, para las operaciones básicas con fracciones es un tema que en los libros se presenta de manera conjunta con las operaciones de los enteros, como se observa en la figura 11, se revisó el libro que utiliza el docente en el aula donde se ve representado lo anteriormente dicho.

## Figura 11

Actividades para trabajar la suma y resta de fracciones

b) Caja B

- Esta caja debe contener cinco números con signo.
- Su saldo debe ser  $-3.5$ .
- Se debe poder sacar un  $+5$ .
- Escribe la operación y el resultado que corresponden a quitar  $+5$  al saldo original de la caja B. \_\_\_\_\_

c) Caja C

- Esta caja debe contener cinco números con signo.
- Su saldo debe ser  $-\frac{3}{4}$ .
- Se debe poder sacar un  $-\frac{1}{4}$ .
- Escribe la operación y el resultado que corresponden a quitar  $-\frac{1}{4}$  al saldo original de la caja C. \_\_\_\_\_

--- --

Nota: Tomado de libro Matemáticas 1. Secundaria. Conecta más. (2022, p.28)

### Fase 2: Exploración del modelo dinámico.

Considerando los resultados obtenidos de la fase anterior se realizará una revisión documental para el diseño del libro interactivo de GeoGebra para la enseñanza-aprendizaje de las operaciones de suma y resta con fracciones, partiendo de bases como el concepto mismo de la fracción, donde se seleccionarán actividades, videos, definiciones, entre otros. En esta fase estructuran los criterios con los cuales se van a seleccionar las actividades que hacen parte del libro y así como el diseño que va a seguir el libro.

Para la determinación de los criterios de estructuración del LIGG se consideraron las propuestas de diferentes autores (Pruzzo, 2012, Arce et al. 2018, Santos-Trigo y Camacho-Machín 2018 y López 2021) quedando la estructura de la siguiente manera:

- **Introducción.** En este apartado se dará una breve descripción de lo que se encontrará en el libro, se incluirá el objetivo que se espera cumplir y algunas recomendaciones para la elección de las actividades que hacen parte del libro.
- **Aprendizajes previos.** En esta etapa estarán todas las actividades referentes a temas previos que debe trabajar el estudiante antes de la suma y resta de fracciones (Arce et al., 2018 y López, 2021), siendo estos:

1. Concepto de fracción

2. Representaciones de las fracciones
  3. Fracciones equivalentes
  4. Simplificación de fracciones
- **Relación con el currículo de Secundaria:** Se tendrá en cuenta el objetivo planteado por la SEP (2017) para la enseñanza de la suma y resta de fracciones (López, 2021). También se centrará en trabajar el objetivo previsto para el aprendizaje de la suma y resta de fracciones siendo los capítulos de las actividades los siguientes:
    - Suma de fracciones
    - Resta de fracciones
    - Problemas de suma y resta de fracciones
  - Dificultades, obstáculos y errores que se presentan en la enseñanza de la suma y resta de fracciones.

En este apartado se concentran actividades en las que se refuerzan las dificultades encontradas, tomando para esta las dadas por Pruzzo (2012).

1. La definición parte todo de la fracción
  2. La comparación de las fracciones
- Resolución de problemas en la suma y resta de fracciones. En esta sección se concentrarán actividades en las que se trabaja con problemas presentados de forma dinámica.

Se recalca que cada una de las actividades seleccionadas tienen como propósito cumplir los objetivos propuestos por la SEP, esto ya que se tuvo en cuenta lo planteado.

### **Fase 3: Construcción de un modelo dinámico.**

En esta etapa se seleccionarán las actividades, definiciones y elementos de apoyo (videos, textos, entre otros) que se consideran cumplen con los objetivos definidos en el contexto mexicano que se expresaron anteriormente para de esta manera integrar actividades para un Libro Interactivo de GeoGebra.

El libro consta de 16 actividades en y 2 videos de complemento, además que todas las actividades cuentan con un formulario de Google de apoyo para el docente y pueda evaluar el aprendizaje de sus estudiantes por medio de algunas preguntas (ver anexo 1)

### **Libro Interactivo de GeoGebra para la enseñanza de la suma y resta de fracciones**

En esta parte, se diseñó un Libro Interactivo de GeoGebra, el cual está dividido en 5 partes y está disponible en el sitio web GeoGebra y se puede acceder a el por medio del siguiente link <https://www.geogebra.org/m/pzuq4xca>.

En este apartado se presentan de manera detallada los elementos que son considerados para la selección de actividades y estructuración del libro, a continuación, se describen y

ejemplifican algunas de las actividades contenidas en él. Es de aclarar que la totalidad de las actividades y su respectiva descripción están contenidas en el anexo 1 de este documento.

**La introducción:** En este apartado se menciona en qué se va a centrar el libro y el objetivo general al que pretende contribuir, así como un listado de los elementos que lo integran, como puede verse en la figura 12.

**Figura 12**

*Introducción del LIGG*



The screenshot shows the GeoGebra web interface. At the top left is the GeoGebra logo. At the top right is a button labeled 'ASIGNAR' and a vertical ellipsis menu icon. On the left side, there is a navigation menu with several items: 'Suma y resta de fracciones' (highlighted in purple), 'Aprendizajes Previos', 'Dificultades en la enseñanza y aprendizaje...', 'Actividades relacionadas con el currículo', and 'Metas e Institucionalización'. The main content area is titled 'Suma y resta de fracciones' and lists the author as 'ataveragamarra'. The text describes the book's content, mentioning various dynamic activities for students and teachers, and the goal of the book. Below the text is a colorful illustration of a table with various geometric shapes and fractions. At the bottom of the illustration, it says 'Tabla de contenidos'.

*Nota:* Tomado del LIGG diseñado para la suma y resta de fracciones

**Aprendizajes previos:** En esta sección se concentran diferentes actividades que se consideran permiten guiar al estudiante a recordar los saberes previos al tema a trabajar (ver figura 13), tales como la definición, concepción parte-todo, entre otras.

**Figura 13**

*Aprendizajes previos del LIGG*

## Aprendizajes Previos



*Nota:* Tomado del LIGG en el apartado de los aprendizajes previos

**Dificultades:** Esta sección presenta unas actividades en las cuales se trabaja con dos dificultades presentes en los estudiantes al momento de trabajar con fracciones (ver figura 14), la cuales que fueron consideradas para integrarse en el libro por su recurrencia.

### Figura 14

*Dificultades de las fracciones presentadas en el LIGG*

## Dificultades en la enseñanza y aprendizaje de las fracciones



*Nota:* Tomado del apartado de las dificultades en la enseñanza de las fracciones del LIGG

**Actividades relacionadas al currículo:** En esta clasificación se integran actividades que buscan trabajar con la suma y resta de las fracciones de manera individual (ver figura 15) y que son similares a las planteadas por el libro de texto y encaminadas a cubrir los objetivos del plan de estudios.

**Figura 15**

*Actividades de suma y resta de fracciones del LIGG*



*Nota:* Tomado del apartado de las actividades de la suma y resta de fracciones

**Retos e institucionalización:** Se presentan actividades en las que se da una breve explicación de cómo se realiza la suma y resta de las fracciones (ver figura 16), donde los estudiantes deben trabajar de manera conjunta estas operaciones, además se integran unos videos que se consideran pueden ayudar al docente con la institucionalización del tema que se está trabajando.

**Figura 16**

*Retos e institucionalización del LIGG*

## Retos e Institucionalización



*Nota:* Tomado del apartado de retos e institucionalización del LIGG

Cabe mencionar que las actividades fueron tomadas tal cual de la propuesta original y se reforzaron con formularios que permitirán al maestro conocer lo que los alumnos alcanzan a interpretar a partir del trabajo dinámico.

A continuación, se describen los criterios utilizados la selección de actividades que integran el LIGG, y se presenta un ejemplo. Para conocer los criterios puntuales correspondientes a cada actividad puede dirigirse al anexo 1 de este documento.

- **Objetivos y contenidos:** plantea de manera clara y diferenciada los objetivos y los contenidos didácticos, siempre teniendo en cuenta el producto final comunicativo en redes sociales.
- **Temporalización y grupo meta:** indica el grupo al que va dirigido (semipresencial/online, jóvenes/adultos, monolingüe/multilingüe, en inmersión/en su país, número de participantes) y la organización temporal de la actividad (número de horas).
- **Herramientas:** usa una sola herramienta digital, pero úsala bien y a fondo, no compliques innecesariamente los aspectos tecnológicos. Si ves que, para cumplir los objetivos didácticos, necesitas más de una aplicación intenta siempre que la dificultad técnica no entorpezca el aprendizaje.
- **Interacción:** la web social es una gran conversación, haz que tus alumnos participen en ella de manera natural. Crear espacios cerrados, como blogs de aulas o grupos de clase en Facebook, no socializa la participación. Escribir un comentario en un blog o participar en un grupo de Facebook ya existentes hace que los estudiantes entren en contacto con la lengua y sus hablantes de manera real.
- **Significatividad:** plantea una actividad comunicativa significativa. Antes de proponer la tarea final, pregúntate si a ti, como persona, no como profesor, te podría interesar lo que los alumnos van a crear. Si la respuesta es que no, busca otra opción.

- **Negociación:** da siempre la opción a los alumnos de participar tanto en la creación de contenidos como en la organización de la tarea. Si los estudiantes se implican en la toma de decisiones y en los temas a tratar el resultado será más satisfactorio.
- **Producto final comunicativo:** la actividad tendrá siempre un producto final de carácter comunicativo dentro de una conversación digital ya existente. Los alumnos deben tener la oportunidad de ser creativos y participativos, no solo de reproducir modelos de lengua. La Web es un ecosistema de comunicación, nuestros estudiantes tienen la oportunidad de moverse dentro de él.

### **Ejemplo de criterios utilizados en la sección de actividades previas**

En esta sección se concentran actividades que se centran en los conocimientos previos que los estudiantes deben tener para aprender la suma y resta de fracciones, tales como:

- Concepto de fracción
- Representación de las fracciones
- Equivalencia de las fracciones
- Simplificación y amplificación de las fracciones

### **Actividad 1: Uso de la torta de cumpleaños para introducir el tema de fracción**

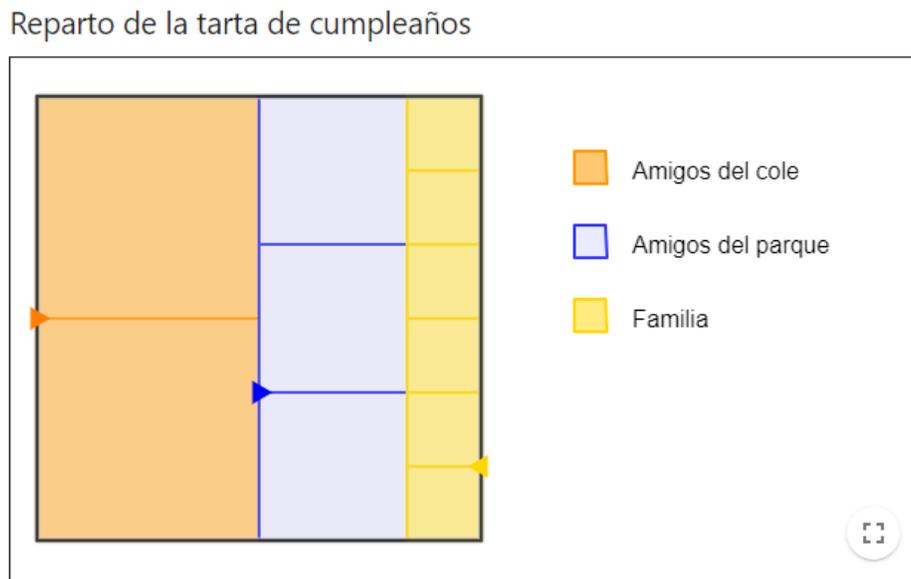
- 🚩 **Objetivo:** Que el estudiante identifique una fracción como parte de un todo, así como la equidistribución a través de la búsqueda de la mejor manera de particionar un espacio para 3 grupos.
- 🚩 **Temporalización y grupo meta:** Estudiantes de primer grado de secundaria. Se darán 10 minutos para realizar la actividad.
- 🚩 **Herramientas:** Tres flechas de diferentes colores y que tienen diferente representación según se muestran en el cuadro y le permiten al estudiante moverse hacia arriba o abajo y de esta manera ir dividiendo la figura.
- 🚩 **Interacción:** En el momento en el que el estudiante explora los repartos que puede hacer, al mover las flechas para dividir en más o menos porciones la torta y obtener la fracción.
- 🚩 **Significatividad:** Que los alumnos identifiquen que las partes iguales no siempre hacen un reparto equitativo y que existen diferentes formas de realizar un reparto.
- 🚩 **Negociación:** Proponen las siguientes preguntas para reflexionar lo que se ha hecho durante la repartición:
  - Según como se hagan los repartos, puede sobrar algo de tarta...
  - Busca repartos de distinto tipo en los que no sobre nada.
  - ¿Sabrías calcular qué porción de tarta sobra?

✚ **Producto final comunicativo:** Además de la interacción en la clase, otra alternativa es en base a las respuestas del alumno a una serie de preguntas planteadas a través de un formulario, en las que se trata de rescatar aspectos como la forma en la que puede relacionarlo con otros temas o en otros ámbitos de su vida cotidiana

- Formulario de Google: <https://forms.gle/eqMAFcfFv3DaneDs8>

### Figura 17

*Actividad 1: Uso de la torta de cumpleaños para introducir el tema de fracción*



*Nota:* Tomado de la actividad 1 del libro de GeoGebra (Javier Cayetano Rodríguez)

De esta manera quedan integradas todas las actividades en el libro, cada una considerando y documentando los elementos descritos en este ejemplo.

Posteriormente, para identificar los conocimientos del modelo TPACK que se ponen en juego por el docente de matemáticas en el aula, se creó una tabla (ver tabla 3), en la cual se especifica que cada actividad debe cumplirse ciertos conocimientos por parte del docente.

### Relación de las actividades con los conocimientos del modelo TPACK

Este apartado se realiza con el fin de ver cuáles conocimientos del modelo TPACK se pueden identificar en el docente, teniendo en cuenta las actividades del libro que él seleccione en las sesiones con sus alumnos y de esta manera cumplir con el objetivo 3 que es, identificar los conocimientos tecnológicos-pedagógicos del contenido que pone en juego el docente de matemáticas al hacer uso del LIGG desarrollado para la enseñanza la suma y resta de fracciones.

Cada actividad debe cumplir con ciertos conocimientos, resaltando que el Conocimiento del Contenido (CK), el Conocimiento Pedagógico y el Conocimiento Tecnológico (TK) debe estar presente en todas las actividades

- ❖ **Conocimiento tecnológico (TK):** El docente debe conocer el recurso tecnológico y comprender la actividad para enseñarle a los estudiantes y se dé una mayor comprensión de estos.
- ❖ **Conocimiento de Contenido (CK):** El docente debe tener un dominio del tema de la suma y resta de fracciones.
- ❖ **Conocimiento Pedagógico (PK):** El docente debe tener claro el método o la estrategia a utilizar en el aula.
- ❖ **Conocimiento Tecnológico Pedagógico (TPK):** Ya que es importante que el docente logre hacer uso de la actividad para resolver la actividad.
- ❖ **Conocimiento Tecnológico del Contenido (TCK):** Ya que el docente debe seleccionar de manera oportuna las actividades para la explicación del contenido matemático.
- ❖ **Conocimiento Pedagógico de Contenido (PCK):** El docente debe conocer que estrategias didácticas usar para guiar el aprendizaje de la suma y resta de fracciones.
- ❖ **Conocimiento tecnológico pedagógico del Contenido (TPACK):** Ya que con esta actividad final el docente debe lograr una mayor integración del tema que se está trabajando, teniendo en cuenta el contenido y como hace correcto uso del recurso tecnológico para enseñarlo.

**Tabla 3**

*Conocimientos que se potencian en el docente con las actividades planteadas en el LIGG*

Actividad	Conocimiento TPACK
Actividad 1,2,3,4,5,6,7,10,12,13 y 14	CK, PK, TK, TPK, PCK, TCK
Actividad 8,9, 11, 15, 16 y 17	CK, PK, TK, TPK, TCK, PCK, TPACK

*Nota: Elaboración Propia*

#### **Fase 4: Extensiones y conexiones.**

En esta fase se realiza primeramente una entrevista, con la finalidad de tener un acercamiento con el docente conocer un poco de los conocimientos del TPACK que él docente

considera se ponen en juego (ver anexo 2); para su análisis, se realiza la transcripción de esta (ver anexo 3). Primeramente, se realiza un acercamiento con el docente donde se le explica en qué consiste el libro y se muestran las actividades en conjunto con un documento donde se describen los criterios de selección antes mencionados; se realiza una entrevista semiestructurada para identificar el perfil del docente, esta cuenta con 10 preguntas unas abiertas, otras en escala de Likert y algunas relacionadas con el contenido matemático de tal manera que se logre identificar el perfil del docente de matemáticas.

Además, mediante la observación no participante de dos sesiones de trabajo, en donde interactúan el docente, los alumnos y la tecnología, se obtienen evidencias en video que posteriormente se transcriben (ver anexo 5) y se analizan para detectar los episodios en los que se puede determinar los conocimientos que se ponen en juego.

Por último, está la entrevista posterior a la aplicación, donde se buscan ver y analizar cosas que con la observación no se hayan podido alcanzar, descritos puntualmente en los anexos 2 y 4, respectivamente.

### **Fase 5: Resultados y conclusiones.**

En esta fase se hace un recuento de los resultados obtenidos en la etapa anterior, con la intención de describir los conocimientos del TPACK presentes al hacer uso del LIGG diseñado para el proceso de enseñanza-aprendizaje de las operaciones básicas con fracciones en primero de secundaria.

#### **Descripción de la aplicación**

Para la aplicación se siguieron los siguientes pasos

- **Entrevista previa a la aplicación:** Esta primera entrevista tuvo una duración de 22:45 minutos, para la cual se tenía un cuestionario de 10 preguntas en la cual las preguntas se centraron en conocer los tres principales conocimientos del docente del modelo, el conocimiento tecnológico, pedagógico y de contenido, además de conocer un poco acerca de su formación y experiencia como docente.
- **Aplicación del libro interactivo en clase.** La aplicación se dividió en dos sesiones, para cada una de ellas se dieron 45 minutos, es decir un total de 90 minutos, sin embargo, la hora que se nos asignó para las sesiones fue en la primera hora de clases de los alumnos, lo cual ocasionó que se perdieran varios minutos en cada sesión entre el ingreso y el encendido de los equipos. Sin embargo, ya estando en el salón los estudiantes escribieron de manera rápida el link del libro, ya que la institución no permitía descargar el software en los computadores y el docente logró hacer uso rápido de estas. Además, para explicar a sus estudiantes se apoyó en el video para una mayor visualización de lo que pretendía explicar.

#### **Primera sesión**

- ❖ **Lugar de la clase:** Centro de computo

- ❖ **Horario de clase:** Primera hora (7:00 am)
- ❖ **Duración:** 45 minutos con algunos problemas técnicos
- ❖ **Curso:** Matemáticas 1, Primero de secundaria
- ❖ **Total de estudiantes:** 30
- ❖ **Total de computadores:** 30
- ❖ **Computadores funcionando:** 26
- ❖ **Clase:** Suma y resta de fracciones
- ❖ **Material de apoyo:** Proyector de videos y una actividad del LIGG utilizados por el docente.

### Segunda sesión

- ❖ **Lugar de la clase:** Centro de computo
  - ❖ **Horario de clase:** Primera hora
  - ❖ **Duración:** 45 minutos con algunos problemas técnicos
  - ❖ **Curso:** Matemáticas I, Primero de secundaria
  - ❖ **Total estudiantes:** 32
  - ❖ **Total de computadores:** 30
  - ❖ **Computadores funcionando:** 26
  - ❖ **Tema:** Suma y resta de fracciones
  - ❖ **Material de apoyo:** Proyector de videos y cuatro actividades del LIGG utilizados por el docente.
- **Entrevista posterior a la aplicación:** Esta última entrevista se hace con el fin de conocer más a fondo los niveles de conocimientos del docente y se realiza como un momento final de la aplicación donde se agradece al docente por su participación en el proceso y se le comenta que una vez que concluya el análisis se le darán a conocer los resultados que se tengan de esta investigación para que sean de su conocimiento.

Para el análisis de las videograbaciones de las clases se realiza una adaptación de la estructura propuesta por Sosa (2011), lo cual nos permite identificar los conocimientos presentes en cada momento de la secuencia, presentada de esta manera:

**Episodio:** Actividad y pregunta

**Objetivo general:** Identificación de la intención del profesor para esa actividad en concreto.

**Evento desencadenante:** Es la situación que permite observar e identificar el

conocimiento del docente y el nivel en el que se encuentra

**Extracto:** Nomenclatura utilizada en la evidencia

**Evidencia:** Se hará referencia a la parte de la actividad o pregunta donde se puede lograr identificar el conocimiento que pone en juego el docente

**Conocimientos encontrados:** Los conocimientos que puso en juego el docente y pudieron ser evidenciados en las videograbaciones y respuestas dadas durante las entrevistas

**Justificación** Descripción de acciones llevada a cabo

## CAPÍTULO 4. ANÁLISIS DE RESULTADOS

En este capítulo se presentan los resultados que se obtuvieron de las dos entrevistas y de la videograbación que se dividió en dos sesiones lo cual nos da un mayor acercamiento para realizar el análisis de la investigación

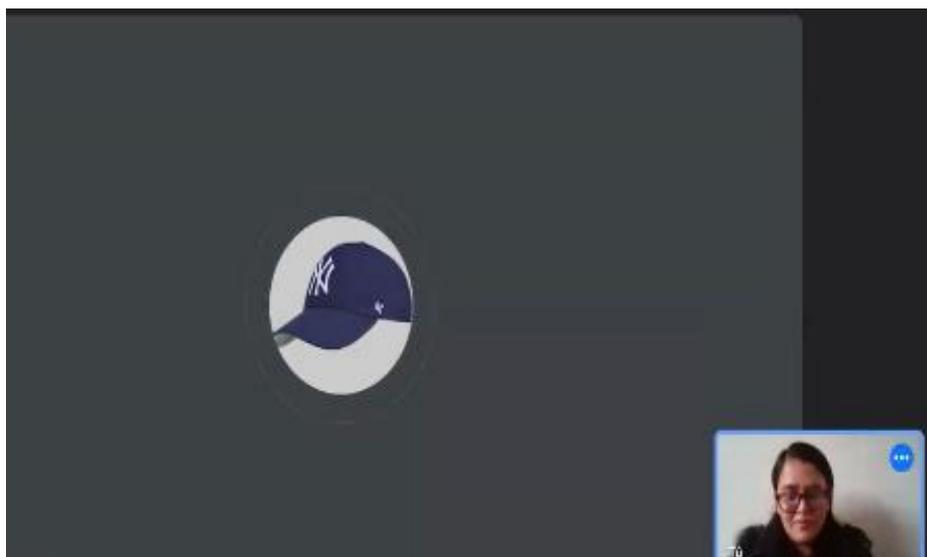
### 4.1 Resultados de entrevistas

#### 4.1.1 Resultados entrevista previa a la aplicación

En este apartado se encuentran los resultados que se obtuvieron de la primera entrevista que se le realizó al docente, la cual tenía como objetivo identificar en términos generales la presencia de los tres conocimientos del modelo TPACK, el tecnológico, pedagógico y de contenido. Antes de presentar los resultados de la entrevista en la figura 18 se muestra una evidencia de la realización de la entrevista previa.

#### Figura 18

*Evidencia de la entrevista previa a la aplicación*



*Nota:* Tomado de la videograbación de la entrevista previa a la aplicación

#### Conocimiento de Contenido (CK)

**Objetivo:** Identificar elementos del conocimiento de contenido en el docente

**Evento desencadenante:** Preguntas en relación con sus conocimientos en la suma y resta de fracciones

**Extracto:** P=Profesor, E: Entrevistador, P1...P8=Pregunta1 ... pregunta8

**Episodio:** P1, P2, P3, P7 y P8

**Evidencia:**

[...]

*E: ¿Cuál es su nivel de formación actual?*

*P: Tengo una licenciatura en informática*

*E: ¿Cuántos años de experiencia docente tiene?*

*P: Como docente ininterrumpida tengo diez años*

*E: ¿Practica la formación continua?*

*P: No, no he hecho de momento tengo intención de hacer una maestría*

[...]

*E: ¿Qué es para usted un número fraccionario?*

*P: Un es una cantidad dividida entre otra eso para mí es lo que representa una fracción, en cuántas partes voy a dividir una cantidad*

[...]

*E: Ok Muy bien profe Gracias ¿cuáles métodos usa usted en lo que son las fracciones heterogéneas?*

*P: Bueno yo conozco dos métodos que se utilizan y es el de multiplicar numerador por denominador y el del otro es Hallar el mínimo como múltiplo*

[...]

**Justificación:**

A través de las respuestas dadas por el docente logró encontrar que, si bien tiene una formación lejana a la docencia de las matemáticas, cuenta con 10 años de experiencia como docente de matemáticas, además de que tiene claro lo que es un número fraccionario, los métodos usados en la suma y resta de fracciones y algunas de las propiedades que se les enseña a los estudiantes de secundaria. Siendo así que el tiene el dominio necesario para impartir clases sobre las materias asignadas. (Cabero et al, 2017), resaltando que de acá se puede observar que tiene algunos de los conocimientos necesarios para enseñar la suma y resta de las fracciones.

**Conocimiento Pedagógico (PK)**

**Objetivo:** Identificar elementos del conocimiento pedagógico en el docente

**Evento desencadenante:** Preguntas con relación a los métodos de enseñanza, formas de evaluar y errores que cometen los estudiantes.

**Extracto:** P=Profesor, E: Entrevistador, P6.1...P10=Pregunta6.2 ... pregunta10

**Episodio:** P6.3

**Evidencia:**

[...]

*E: ¿Evalúa el aprendizaje del alumnado de diversas maneras?*

*P: [...] yo utilizo dos formas de evaluar [...] el examen y [...] las tareas en casa son las dos formas que yo evaluó*

[...]

**Justificación:**

El docente tiene claro la manera en la que evalúa a sus estudiantes, siendo estas el examen que les realiza del contenido que está enseñando y las tareas que les deja para realizar en casa.

## Conocimiento Tecnológico (TK)

**Objetivo:** Identificar elementos del conocimiento tecnológico en el docente

**Evento desencadenante:** Preguntas en relación con su formación y recursos tecnológicos utiliza

**Extracto:** P=Profesor, E: Entrevistador, P1...P6=Pregunta1 ... pregunta6

**Episodio:** P4 y P5

**Evidencia:**

[...]

*E: ¿Si se ha formado para la utilización de TIC en su práctica profesional?*

*P: Como tal a una formación académica como tal no, Aunque sí las utilizo [...] he tenido como ese aprendizaje ya de manera más informal*

[...]

*E: ¿Qué herramientas TIC maneja y para qué las usa?*

*P: [...] recursos visuales [...] videos de YouTube, ahora en la pandemia estuve elaborando algún material visual [...] uso GeoGebra [...] y bueno algunos editores de ecuaciones para para la formulación de ejercicios o de exámenes*

[...]

**Justificación:**

A través de las respuestas del profesor logró encontrar que, el docente comprende cómo usar varios recursos tecnológicos como lo son YouTube, GeoGebra y algunos softwares especializados, de igual forma reconoce que el uso de las TIC son un apoyo para los docentes en la educación. Por lo cual el docente tiene una asimilación de conocimientos tecnológicos (Flores, 2018)

**Conocimiento Tecnológico Pedagógico (TPK)**

**Objetivo:** Identificar elementos del conocimiento tecnológico pedagógico del docente

**Evento desencadenante:** Preguntas en relación con sus conocimientos en cuanto al LIGG y como llevarlo a la enseñanza de la suma y resta de fracciones

**Extracto:** P=Profesor, E: Entrevistador, P4...P6=Pregunta4 ... pregunta6

**Episodio:** P6.1

**Evidencia:**

[...]

*E: ¿Considera que las TIC que mejoran la atención de los estudiantes en el proceso de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas?*

[...]

*P: [...] Yo creo que es mucho lo que permiten las TIC [...] de los recursos pudiera decirle que muchísimos son los recursos tecnológicos que hay en cuanto a contenido de video y de apuntes en forma digital y creo que por eso es muy importante*

[...]

**Justificación:**

El docente se muestra positivo frente a las alternativas que dan el uso de las TIC para enseñar a los estudiantes, resaltando el uso de los contenidos visuales por medio de video como un recurso muy importante para utilizar para enseñar.

**Conocimiento Tecnológico de Contenido (TCK)**

**Objetivo:** Identificar elementos del conocimiento tecnológico de contenido del docente

**Evento desencadenante:** Preguntas en relación con sus conocimientos relacionados en el uso del LIGG para el contenido de la suma y resta de fracciones

**Extracto:** P=Profesor, E: Entrevistador, P6.4 = pregunta 6.4

**Episodio:** P6.4

**Evidencia:**

[...]

*E: ¿Conoce tecnologías que puede usar para comprender y elaborar contenidos sobre matemáticas?*

[...]

*P: Sí conozco algunas tecnologías [...] como las que mencione anteriormente [...] sí de hecho es el que me baso para elaborar los cuadernillos de trabajo de los exámenes y generar contenido vídeos visuales*

[...]

**Justificación:**

El docente muestra que tiene conocimiento de varios recursos como lo son GeoGebra y YouTube que son de apoyo para el realizar diferentes cuadernillos para enseñarle a sus estudiantes los diferentes contenidos.

**Conocimiento Pedagógico de Contenido(PCK)**

**Objetivo:** Identificar elementos del conocimiento tecnológico pedagógico del docente

**Evento desencadenante:** Preguntas en relación con su metodología de enseñanza en la suma y resta de fracciones

**Extracto:** P=Profesor, E: Entrevistador, p6.2...p9=Pregunta6.2... pregunta9

**Episodio:** P6.2, P6.5, P8 y P9

**Objetivo:** Identificar los elementos del Conocimiento Pedagógico de contenido del docente durante la sesión

**Evidencia:**

[...]

*E: ¿Qué propiedades (matemáticas) pone en juego para abordar el tema de operaciones con fracciones?*

[...]

*P: [...]la propiedad asociativa y la conmutativa Sí las abordo, pero ya sería como una manera muy general [...] solo les menciona como estas propiedades y así no cuando por ejemplo estamos haciendo algún tipo de operación sobre todo en la suma Pues sí se les menciona que eso es parte de la propiedad asociativa*

[...]

E: ¿Tiene varios métodos y estrategias para desarrollar su conocimiento sobre las operaciones con fracciones?

P:[...] sería muy difícil utilizar un solo método porque no es tan sencillo para los alumnos sobre todo en esta edad entender el concepto de fracción y partir de un solo método de enseñanza a veces limita el aprendizaje para muchos porque es bien sabido o es muy conocido que no todos los alumnos comprenden de la misma manera si tienen diferentes formas de aprendizaje [...] un método que utilizo mucho es el visual [...] con esto puedo dibujar figuras [...] un rectángulo [...] círculos [...] y tratar de hacerles comprender primero el concepto de fracción[...] luego de ahí parto en explicarles[...] los procesos[...] de suma, resta, multiplicación y división

[...]

E: ¿Es consciente de los aciertos y errores más comunes del alumnado en lo referente a comprensión de las operaciones con fracciones?

P: [...] se les dificulta mucho entender el concepto de una fracción [...] el nivel de conciencia que yo tengo de los errores que cometen los alumnos [...] porque sí detectó Cuál es el error el error principal [...]no entienden que es una fracción [...] a lo mejor no sé si sea una deficiencia en el proceso enseñanza aprendizaje de del nivel anterior del nivel de preparación anterior que es la primaria...pero sí veo yo ahí una deficiencia

[...]

E: Generalmente, ¿cómo aborda el tema de operaciones con fracciones?

P: [...]parto de una forma muy simple y sencilla, la suma de fracciones con el mismo denominador la resta de fracciones con el mismo denominador y siempre por pares [...] luego ya de ahí aumento la dificultad con el mismo tipo de fracciones para luego aumentar la dificultad ya no hacer fracciones con el mismo denominador

[...]

P: Bueno yo conozco dos métodos que se utilizan y es el de multiplicar numerador por denominador y el del otro es Hallar el mínimo como múltiplo [...] hago uso de la parte lúdica porque a ese método cruzado Pues aquí en México utilizamos este tipo de herramientas para tratar de captar la atención a los muchachos y yo les digo que es el método de la mariposa ,el método del corazón [...] que también por ahí algunos maestros lo mencionan y se les va agravando y dado que el proceso para la a resta es exactamente el mismo Sí con la diferencia del signo nada más algo les queda ahí sí y el método del mínimo común múltiplo lo utilizo y lo explico cuando son tres cuatro fracciones o más

[...]

E: Si a sus alumnos les presenta un problema como el siguiente, Juan planto árboles frutales en su finca. Del total de árboles planto  $\frac{4}{5}$  eran cerezos y  $\frac{1}{3}$  eran manzanos y  $\frac{1}{15}$  eran perales. Si entre cerezos y manzanos sembró 140 árboles ¿Cuántos perales sembró?

*Describe la manera en la que lo aborda y llega a la solución (resuelva el problema y describa la forma en la que lo aborda en clase)*

[...]

**P:** *Bueno aquí primero sería muy importante hacerle entender que es una suma de fracciones [...] claro utilizando los recursos gráficos del pizarrón*

[...]

### **Justificación**

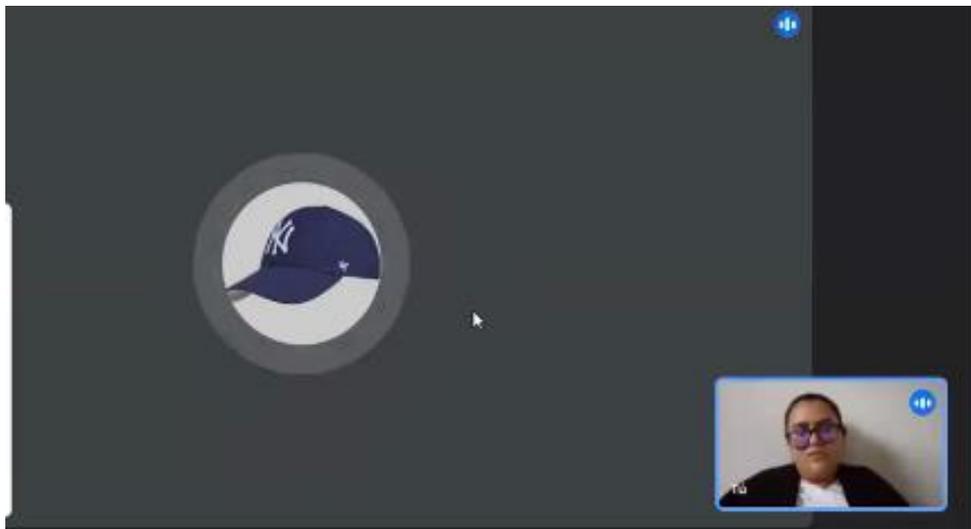
A través de las respuestas dadas por el docente logró encontrar que tiene varios métodos para enseñar la suma y resta de fracciones, es consciente de que lo que más se les dificulta a los estudiantes del contenido de fracciones es el concepto de esta, conoce los dos métodos a usar para enseñar la suma y resta de fracciones con diferente denominador y sabe en qué momento usar cada uno de estos métodos y tiene conocimiento de cómo a sus estudiantes se les facilita aprender partiendo de lo más fácil hasta lo más complejo. Lo cual nos muestra que el docente puede utilizar diversas metodologías de enseñanza. (Castro y Gutiérrez, 2021) teniendo claro en qué momento usar cada una de estas.

### **4.1.2 Resultados entrevista posterior a la aplicación**

Antes de la presentación de los resultados se muestra una evidencia de la realización de la entrevista posterior en la figura 19.

#### **Figura 19**

*Evidencia de la realización de la entrevista posterior a la aplicación*



*Nota:* Tomado de la videograbación de la entrevista posterior a la aplicación

## Conocimiento Tecnológico de Contenido (TCK)

**Objetivo:** Identificar elementos del conocimiento tecnológico de contenido del docente

**Evento desencadenante:** Preguntas en relación con sus conocimientos relacionados en el uso del LIGG para el contenido de la suma y resta de fracciones

**Extracto:** P=Profesor, E: Entrevistador, P7 y P8=Pregunta7 y pregunta8

**Episodio:** P7 y P8

**Evidencia:**

[...]

*E: ¿Qué criterios tendría en cuenta para diseñar una actividad o seleccionar una actividad que haga parte de un Libro Interactivo de GeoGebra de un contenido determinado de matemáticas?*

[...]

*P: [...] que ese contenido sea visual 100% y que ellos lo puedan manipular Sí en el caso en específico no sé de porcentajes de reglas de tres de variaciones o de ecuaciones en los despejes ecuaciones lineales en la graficación donde ellos puedan manipular las variables este que intervienen en los problemas y vean Cuál es el comportamiento en un momento dado [...] en el libro interactivo con fracciones ellos ponían números y les aparecía en el recurso visual o en la tecnología en el en el recurso tecnológico el impacto de esos cambios que ellos están manipulando con números en su momento [...] entonces yo también tendría cuenta eh los recursos visuales y la interacción de del muchacho con la actividad*

[...]

**Justificación:**

A través de las respuestas dadas por el docente logro encontrar que tiene claro las cosas que al estudiante se le pueden dificultar para aprender el contenido matemático y qué cosas tendría en cuenta para que el recurso sea un apoyo para el aprendizaje de este contenido, tales como que sea preciso, un lenguaje familiarizado con los estudiantes y 100% visual y que les permita a ellos manipular de una manera más clara el recurso. Además, considera el uso de la tecnología para comprender conceptos matemáticos (Castro y Gutiérrez, 2021), ya que muestra que piensa en una manera en la que le puede presentar el contenido a los estudiantes y les facilite la comprensión de este.

## Conocimiento Tecnológico Pedagógico (TPK)

**Objetivo:** Identificar elementos del conocimiento tecnológico pedagógico del docente

**Evento desencadenante:** Preguntas en relación con sus conocimientos en cuanto al LIGG y como llevarlo a la enseñanza de la suma y resta de fracciones

**Extracto:** P=Profesor, E: Entrevistador, P4...P6=Pregunta4 ... pregunta6

**Episodio:** P4, P5 y P6

**Evidencia:**

*E: ¿Puede elegir herramientas tecnológicas que mejoren el aprendizaje del alumnado para un contenido determinado? ¿Cómo?*

[...]

*P: Desde un enfoque práctico como así está diseñado el libro interactivo donde el alumno pueda comprender los conceptos*

[...]

*E: Al momento de la clase considera que ¿adopto un pensamiento crítico sobre la forma de utilizar el Libro Interactivo de GeoGebra en el aula? ¿Cómo se llevó a cabo este proceso?*

[...]

*P: Bueno un pensamiento crítico como tal no más bien de revisión y con mucho interés sobre el contenido que se estaba presentando y el enfoque que se le estaba dando a la forma de abordar una clase haciendo uso de la tecnología más que nada es eso tanto como un pensamiento crítico no le digo más bien como de interés o con una intención de descubrir nuevos métodos nuevas formas para transmitir los conocimientos*

[...]

*E: ¿En cuál apartado de las actividades considera que hacen falta actividades para complementar el Libro Interactivo de GeoGebra en la enseñanza de la suma y resta de fracciones? ¿Qué actividades sugiere?*

[...]

*P: Bueno tal vez en el apartado de la suma y resta tal vez ahí hacer igual que en la representación de o en la ubicación de fracciones en recta numérica más recursos visual y hacer más ejercicios pero que fueran más complementado en cuanto a la representación de las fracciones [...] otra tal vez ubicar también fracciones en la recta numérica pero con diferente denominador sí [...] entonces meter un poquito más de recurso enfocado a la suma y a la resta y a la ubicación de fracciones con diferente denominador en la recta numérica tal vez pudiera por ahí este complementarse un poquito más eso*

[...]

*E: ¿Qué criterios tendría en cuenta para la elección de una actividad que complemente el Libro Interactivo de GeoGebra para la enseñanza de la suma y resta de fracciones? Describa el proceso que llevaría a cabo para la búsqueda o diseño, y elección de las actividades*

[...]

*P: Estas actividades ya en GeoGebra como tal bueno los criterios básicamente yo creo que están establecidos en la práctica que usted hizo [...] al adolescente con el que estamos tratando se le dificulta mucho entender esa parte de las fracciones o sea ¿qué es una fracción?, ¿cómo la sumo? ¿qué representa en mi espacio en la vida cotidiana? ¿qué es lo que significa que yo me como un cuarto de una pizza? [...] entonces tendría algún material que fuera Claro que fuera preciso y con un lenguaje entendible para los niños*

*[...]*

**Justificación:**

A través de las respuestas dadas por el docente pudimos encontrar que tiene claro que el uso del LIGG puede favorecer el proceso de la enseñanza y aprendizaje de la suma y resta de fracciones teniendo claro cuál es el foco que se le quiere dar a este, siendo que en su mayoría da un apoyo visual para la parte de la representación gráfica de las fracciones.

De igual forma el docente expresa que este recurso le generó un interés por explorar nuevos métodos de enseñanza de este contenido diferentes a los que usa y que puede ser un complemento para enseñar y lograr identificar los recursos que hicieron falta en el LIGG y que pueden fortalecerlo.

Por lo cual teniendo en cuenta que el diseñar e implementar un adecuado proceso de enseñanza-aprendizaje involucrando el uso de tecnologías que favorezcan el desarrollo integral del estudiante (Castro y Gutiérrez, 2021), es un criterio en el que se puede ver al docente puesto que muestra que es necesario que se diseñen actividades.

**Conocimiento Tecnológico Pedagógico del Contenido (TPACK)**

**Objetivo:** Identificar elementos del conocimiento tecnológico pedagógico del contenido

**Evento desencadenante:** Preguntas en relación con sus conocimientos del LIGG, métodos de enseñanza y la suma y resta de fracciones

**Extracto:** P=Profesor, E: Entrevistador, P1... P3=Pregunta1...pregunta3

**Episodio:** P1, P2 y P3

**Evidencia:**

*[...]*

*E: En relación al diseño de la secuencia didáctica y los objetivos de enseñanza ¿tiene conocimiento, selecciona y hace uso de los recursos TIC? ¿cuáles apoyan su trabajo y que criterios utiliza?*

*P: Bueno pues se tenía que tomar en cuenta la facilidad la accesibilidad que tuvieran en la aplicación como tal para desarrollar los conceptos que nos permitieran transmitirle los conocimientos al alumno básicamente ese sería digamos que el requisito o el enfoque que estaría*

*buscando en una herramienta tecnológica para poder este desarrollar o para poder presentar ese tipo de herramientas en los salones de clase*

*[...]*

*P: básicamente el diseño de las secuencias didácticas como le había comentado nos tiene muy limitados porque la institución no tienen los recursos tecnológicos en las aulas [...] ahora si nos vamos con los recursos tecnológicos que cuenta el alumno bueno básicamente se basan en Buscar material visual video donde nosotros buscamos autores o buscamos personas que en su momento nosotros al estar preparando las clases nos topamos con ese tipo de material [...] y qué criterios utilizamos Pues básicamente eso que si un lenguaje Claro, lenguaje sencillo, entendible*

*[...]*

*E: ¿Considera que puede utilizar el Libro Interactivo de GeoGebra de tal manera que el alumnado comprenda el impacto del aprendizaje de las Matemáticas en su vida diaria?*

*[...]*

*P: Yo creo que el abanico de oportunidades en cuanto al libro interactivo es muy grande porque podemos nosotros hacer uso e implementar un una infinidad de temas y darles el enfoque que nosotros necesitamos o que nosotros detectemos como deficiencias en el proceso enseñanza aprendizaje [...] Creo yo que es muy importante darle repito el enfoque de que nosotros necesitamos en el aula para que el alumno desarrolle y comprenda los conocimientos que nosotros consideramos que son necesarios que adquiera y que desarrolle*

*P: [...] el alumno está muy ocupado en aprender y en asimilar este todo lo que está viviendo en este momento entonces tienen algo tienen algo de emociones de qué van a hacer en su vida o cómo utilizar los recursos en su vida y todo eso se basa en experiencias propias sí sin embargo yo puedo utilizar ese libro repito porque me pareció muy interesante ustedes en este caso usted el concepto de la del tema que querían tratar o que tratamos con los muchachos. Considero que es muy importante lo que ellos lo van a utilizar siempre y es bastante*

*[...]*

### **Justificación:**

A través de las respuestas dadas por el docente pudimos encontrar que toma un enfoque práctico para enseñar la suma y resta de fracciones haciendo uso del LIGG, tiene claro para el qué es indispensable que tenga un recurso tecnológico para enseñar un tema, siendo que, aunque la institución no cuenta con los recursos para siempre hacer uso de estos, busca recursos visuales como los son videos que tengan un lenguaje sencillo.

Además, que reconoce las oportunidades que brinda el LIGG para la enseñanza de las matemáticas y que es necesario que el docente le dé un enfoque teniendo en cuenta el contenido que se va a enseñar, siendo así que se debe tener claro lo que se quiere enseñar,

lo que se quiere que el estudiante aprenda y desarrolle y como el recurso puede llegar a ser un apoyo para lograr esto.

Teniendo en cuenta todo lo dicho anteriormente se considera que el docente utiliza la metodología y las herramientas tecnológicas adecuadas en función del contenido matemático a trabajar en el aula. (Castro y Gutiérrez, 2021).

## **4.2 Resultados de videograbaciones**

Durante las dos sesiones el docente logra hacer uso de 5 actividades del LIGG, siendo que selecciona para usar en el aula 4 actividades del apartado de aprendizajes previos (Actividad 1, 2, 3 y 4) y 1 actividad del apartado de las actividades centradas en la suma y resta de fracciones (Actividad 11) en el libro.

Para este análisis se tomarán las actividades del 1 al 5, sin tener en cuenta el orden del LIGG, sino el orden en el que las uso el docente, de ahí que en la sesión uno el docente hace uso de la actividad 1 del LIGG, siendo esta la 1. Para la sesión 2 el docente utilizo las 4 actividades restantes del LIGG siguiendo en el orden la actividad 2 del LIGG es la 2 que usa en el aula, la 3 del LIGG es la tercera que usa en el aula, la actividad 4 del LIGG es la 4 que usa del LIGG y la actividad 11 del LIGG es la actividad 5 que usa en el aula.

Teniendo en cuenta eso, ahora tenemos los resultados de cada sesión por actividad:

### **4.2.1. Resultados Sesión 1.**

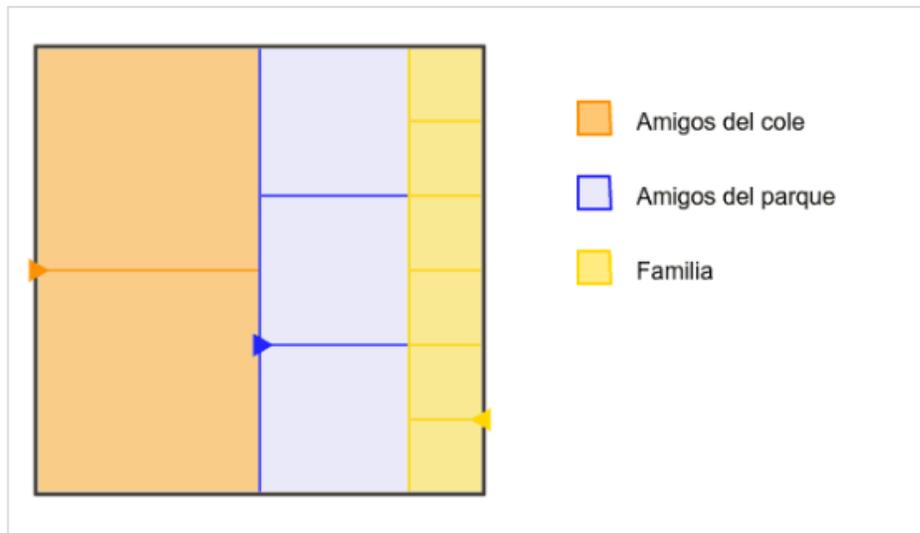
#### **Actividad 1**

Primeramente, se muestra en la figura 20 la actividad que fue utilizada por el docente y en la figura 21 se evidencia un momento en el que el docente está haciendo uso de la actividad para enseñar a sus estudiantes el contenido.

#### **Figura 20**

*Actividad 1 seleccionada para el trabajo en el aula*

## Reparto de la tarta de cumpleaños



*Nota:* Tomado de GeoGebra, realizado por Javier Cayetano Rodríguez

### **Figura 21**

*Momento en el que el docente hace uso de la actividad del LIGG*



*Nota:* Tomado de la videograbación en un momento en el que el docente hace uso de la actividad 1 del LIGG

**Evento desencadenante:** El docente parte de la actividad que se está proyectando para hacer preguntas a los estudiantes acerca de la fracción.

**Extracto:**

P = profesor

Es = estudiantes

E1 = estudiante uno, E2 = estudiante 2 y así sucesivamente.

// = acciones que suceden durante el diálogo.

**Episodio:** Actividad 1 del LIGG titulada uso de la torta de cumpleaños para introducir el tema de fracción (línea 1-150).

**Conocimiento de Contenido (CK)**

**Objetivo:** Identificar los elementos del conocimiento de Contenido del docente durante la sesión

**Evidencia:**

[...]

17 P: *Es la parte de un entero*

19 P: *Formado por un numerador y denominador, así se expresa*

20 *Así expresamos las fracciones, de las fracciones podemos entender*

21 *Primero partiendo de lo que es un todo una parte entera, de acuerdo*

22 *Entonces la fracción jóvenes sería por decirlo de alguna manera*

23 *Un pedacito de esa parte entera*

[...]

62 P: *No sé si Recuerden el concepto de fracciones equivalentes*

[...]

66 P: *¡Un valor igual! y eso ¿para qué no serviría en este caso?*

**Justificación**

El docente muestra un dominio del contenido que está enseñando, ya que durante la introducción del concepto de fracción se ve que tiene apropiación del contenido que está explicando y va hablando de otros conceptos que se trabajan en las fracciones. Siendo así, que el docente tiene el dominio necesario para impartir clases sobre las materias asignadas (Cabero et al, 2017).

**Conocimiento Pedagógico (PK)**

**Objetivo:** Identificar los elementos del conocimiento pedagógico del docente durante la sesión

**Evidencia:**

[...]

9            *Ok, vamos a ver el tema 1*

10           *Uso de una torta de cumpleaños para introducir el tema de fracción*

11           */El docente empieza a hacer uso de la actividad 1 del LIGG/*

12        P:    *Me gustaría que mencionen lo que recuerden del concepto fracción*

13           *¿Qué es una fracción? con sus palabras*

[..]

16        E1:   *Es la parte de un entero*

[...]

31        P:    *No son iguales verdad, pero son fracciones. Ahora*

32           *¿Cómo podemos entender el concepto de fracción viendo esa figura?*

33           *Con esa figura jóvenes, nosotros debemos de comprender u observando la ilustración que tienen ahí*

[...]

117           */el docente les pide a los estudiantes que trabajen en el cuaderno/*

118        P:    *Por favor saquen todos sus cuadernos*

119           *Con la imagen que está representada ahí sumen esas fracciones y me dicen si la suma les da uno*

[...]

**Justificación**

El docente usa diferentes estrategias para enseñar el concepto, haciendo uso de la actividad del LIGG, preguntando durante el proceso a los estudiantes del tema para que estén concentrados de lo que se está trabajando en clase y el trabajo en el cuaderno para resolver algunos ejercicios. De ahí que el docente puede utilizar diversas metodologías de enseñanza (Castro y Gutiérrez, 2021) ya que durante la actividad hace uso de varias metodologías para enseñar a los estudiantes.

**Conocimiento Tecnológico (TK)**

**Objetivo:** Identificar los elementos del conocimiento tecnológico del docente durante la sesión

**Evidencia:**

[...]

2 *Por favor escriban el enlace que escribiré en el tablero en sus computadores*

3 */El docente escribe el enlace del LIGG en el tablero/*

4 **P:** *Es un recurso tecnológico en el que usaremos las famosas TIC*

5 *Las tecnologías de la Información y Comunicación*

6 */El docente va pasando por el puesto de los estudiantes que tienen dificultades para escribir el link y los ayuda/*

[...]

39 */Él docente empieza a trabajar con la actividad 1/*

[...]

71 *los escucho vean en su pantalla por favor interactúen con ella*

72 *Si usted mueve esta flecha hacia arriba hacia abajo*

[...]

**Justificación**

El docente les explica a los estudiantes con qué van a trabajar el día de la sesión y les dice cómo deben escribir en su computadora el link del libro y va ayudando a los estudiantes que tienen dificultades para escribir el link, además, muestra un conocimiento en el uso de GeoGebra ya que las va manipulando e indica a los estudiantes cómo usar este recurso. Por lo tanto, el docente tiene una asimilación de conocimientos tecnológicos (Flores, 2018) ya que muestra que tiene algunos saberes en cuanto al uso del recurso.

**Conocimiento Tecnológico Pedagógico (TPK)**

**Objetivo:** Identificar los elementos del conocimiento Tecnológico Pedagógico del docente durante la sesión

**Evidencia:**

[...]

91 */El docente se mueve por el salón observando lo que trabajan los estudiantes/*

92 **P:** *¿Porque sí mueven las flechas hacia determinado sentido nos dice que sobra torta?  
¿Por qué será?*

93 *sobra algo, ahí nos dice ¿Pero por qué sobra? los escucho*

94 E5: *Porque estamos moviendo las flechas*

95 P: *Sí, pero ¿por qué sobra algo?*

96 */El docente empieza a manipular la actividad 1/*

97 *por ejemplo en esta parte si usted se fija el área o la fracción*

98 *las fracciones que le tocaban a la familia Ahora ya nada más son dos*

99 *el área que le tocaba los amigos del colegio está dividido en tres*

[...]

### **Justificación**

El docente muestra este conocimiento ya que involucra la actividad 1 del LIGG en su práctica docente y la usa como un medio para enseñarle a los estudiantes, pidiéndoles que la manipulen y vayan respondiendo ciertas preguntas que él les hace. De ahí que el docente puede llegar a implementar un adecuado proceso de enseñanza-aprendizaje involucrando el uso de tecnologías que favorezcan el desarrollo integral del estudiante (Castro y Gutiérrez, 2021), en este caso centrado más en la parte de la implementación de la actividad para enseñar a los estudiantes.

### **Conocimiento Tecnológico de Contenido (TCK)**

**Objetivo:** Identificar los elementos del conocimiento Tecnológico de Contenido del docente durante la sesión

#### **Evidencia:**

[...]

39 */Él docente empieza a trabajar con la actividad 1/*

40 P: *Bien, vamos a ver lo que dice ahí*

41 *Entonces, por su cumpleaños. Alicia va a dar una parte de su tarta a los amigos del cole, otra a los del parque y otra la deja para la familia. ¿Qué porción de tarta se lleva cada grupo?*

[...]

44 *Aquí dice que los amigos del cole se van a llevar la parte que yo veo como color naranja*

45 *Los amigos del parque lo que yo veo como un morado*

46 *Y la familia se queda con la parte amarilla*

47	<i>¿cómo le hacemos observando la Ilustración cómo nos ayudan este recurso a comprender el concepto de la suma y resta de fracciones?</i>
[...]	
80	<i>/Los estudiantes interactúan durante un tiempo con la actividad 1/</i>
81	<i>p: A ver, escucho sus conclusiones</i>
82	<i>podemos observar que mientras una un área crece la otra disminuye</i>
83	<i>Entonces cuando una fracción se hace más grande</i>
84	<i>Es: La otras se hacen más pequeñas</i>
85	<i>P: obligatoriamente tiene que hacerse más pequeñas</i>
86	<i>¿Por qué?</i>
87	<i>Porque no podemos nosotros perder de vista que la unidad es toda esta parte</i>
88	<i>De acuerdo</i>
89	<i>Y si le doy más porción a este, a este o a este los otros van a disminuir en consecuencia</i>
[...]	
<b>Justificación</b>	
El docente selecciona una actividad dinámica para introducir a los estudiantes el concepto de fracción partiendo de una situación cotidiana de tal manera que a los estudiantes se les facilite entender el concepto de fracción. Por lo tanto, el docente tiene un conocimiento en el uso de la tecnología para comprender conceptos matemáticos (Castro y Gutiérrez, 2021) ya que busca que con el uso de las actividades los estudiantes vayan comprendiendo el concepto que les está dando.	

## 4.2.2 Resultados sesión 2.

### Actividad 2

Primeramente, se presenta en la figura 22 la actividad del LIGG que el docente utilizó en la actividad 2 y en la figura 23 un momento en el que el docente ésta haciendo uso de esta en el aula.

#### Figura 22

*Actividad 2 utilizada por el docente en el aula*

# Concepto de fracción

Las fracciones forman el conjunto numérico de los números racionales  $\mathbb{Q}$ .

Los números enteros se pueden considerar fracciones de denominador 1.

$\mathbb{N}$

$\mathbb{Z}$

$\mathbb{Q}$

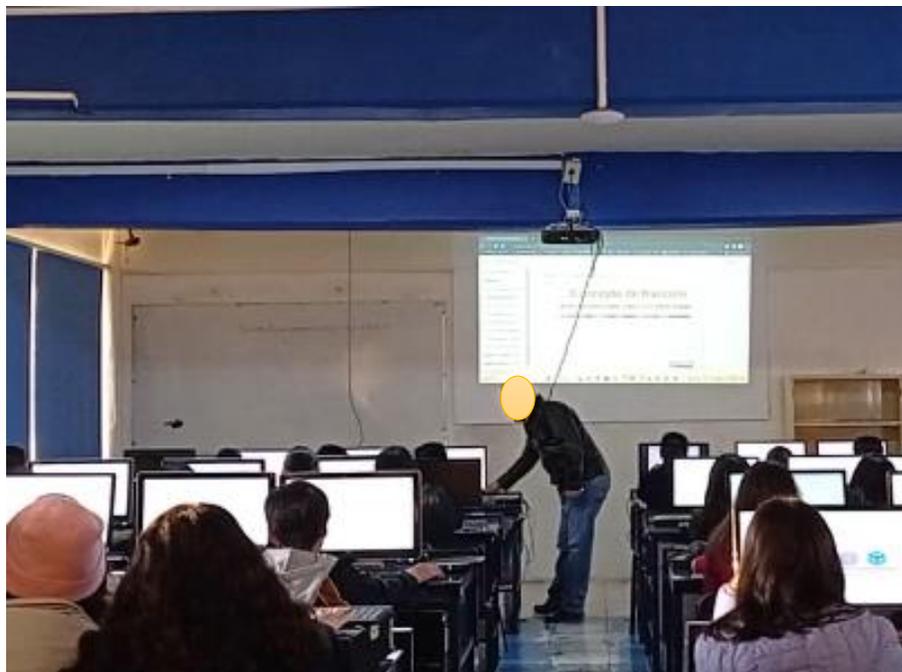
$\mathbb{R}$

Cuéntame

*Nota:* Tomado de GeoGebra, realizado por Álvaro Fernández y Pablo Triviño

**Figura 23**

*Momento en que el docente está haciendo uso de la actividad en el aula*



*Nota:* Tomado de la videograbación en un momento en el que el docente hace uso de la actividad 2 del LIGG

**Evento desencadenante:** El docente haciendo uso de la actividad institucionaliza el concepto de fracción

**Extracto:**

P = profesor

Es = estudiantes

E1 = estudiante uno, E2 = estudiante 2 y así sucesivamente.

// = acciones que suceden durante el diálogo.

**Episodio:** Actividad 2 del LIGG titulada concepto de fracción para completar la parte del concepto de fracción (Línea 151-225)

**Conocimiento de Contenido (CK)}**

**Objetivo:** Identificar los elementos del Conocimiento de Contenido del docente durante la sesión

**Evidencia:**

[...]

197 P: *Aquí nos dice que cualquier número entero lo podemos expresar como fracción*  
198 *Entonces, si tengo por ejemplo el número nueve*  
199 *es un número entero*  
200 *y yo lo puedo expresar como fracción poniéndole en el denominador el número uno*  
201 *eso también es una fracción de acuerdo jóvenes*

[...]

209 P: *¿La Z que conjunto de números representa?*

[...]

211 P: *los números enteros jóvenes, de acuerdo*

[...]

213 *La Q, aquí vemos la representación de los números racionales, de acuerdo*  
214 *Y la r no representa los números reales de acuerdo*

**Justificación**

El docente en esta actividad logra relacionar el concepto de fracción con conceptos trabajados previamente, en este caso el de los números enteros, buscando de esta manera enseñarle a sus estudiantes la relación que hay entre los conceptos que se trabajaron previamente y el que se está trabajando actualmente y no sientan que estos no tienen relación. Por lo cual se considera que tiene el dominio necesario para impartir clases sobre

las materias asignadas (Cabero et al, 2017), en específico en este caso en los saberes previos que debe tener en cuenta de las fracciones.

### Conocimiento Pedagógico (PK)

**Objetivo:** Identificar los elementos del Conocimiento Pedagógico del docente durante la sesión

**Evidencia:**

[...]

164 /El docente le pide a los estudiantes que se ubiquen en la actividad 2/

165 P: Ya todos están ahí nos vamos a donde dice concepto de fracción jóvenes

166 /El docente proyecta la actividad 2 para iniciar a trabajar y empieza a leer lo que se está presentando/

[...]

179 /El docente hace uso del tablero para continuar con la explicación/

[...]

183 Bueno es un tres, pero en fracciones¿ cómo lo identificamos?

184 ¿Cuál es la clasificación?

185 /Un estudiante levanta la mano y el docente le da la palabra/

186 E2: El numerador

187 P: el numerador nos dice el compañero

[...]

**Justificación**

El docente tiene claro los métodos a utilizar para enseñar y no solo hace uso de uno. El docente no solo usa el LIGG como apoyo, sino que es consciente que hay otras formas de acercarles el contenido al estudiante como lo es por medio de preguntas y que ellos vayan recordando conocimientos previos. Por lo cual se tiene que el docente puede utilizar diversas metodologías de enseñanza (Castro y Gutiérrez, 2021), ya que aunque se le está dando el recurso no solo hace uso de este, sino que mira varias alternativas para enseñar a sus estudiantes.

### Conocimiento Tecnológico (TK)

**Objetivo:** Identificar los elementos del Conocimiento Tecnológico del docente durante la sesión

**Evidencia:**

[...]

168 *Vamos a dar clic jóvenes, en el botón que dice Cuéntame*

169 */El profesor interactúa con la actividad y sigue leyendo lo que se presenta/*

[...]

174 *Bien seguimos, otra vez en el botón Cuéntame*

[...]

203 */El docente le da click al icono de la actividad para seguir con la siguiente sección/*

[...]

216 */El docente le da click para seguir con la siguiente parte de la actividad/*

[...]

220 */El docente le pide a uno de los estudiantes que está trabajando en grupo con computador para que interactúe el con las actividades que vayan realizando/*

221 */Desde este momento el docente no interactúa más en el computador con las actividades, solo lo que el estudiante va realizando y él va señalando en el proyector/*

[...]

### **Justificación**

El docente muestra un buen manejo de la actividad al saber que hacer en cada momento con ella. Aunque desde este momento el docente no manipula las actividades, sino que le va dando indicaciones a la estudiante para que vaya manipulando la actividad que estén trabajando en el momento. Por lo cual si se considera que el docente tiene una asimilación de conocimientos tecnológicos (Flores, 2018) ya que aunque desde este momento ya no usa el recurso si va haciendo indicaciones a la estudiante de cómo usarlos.

### **Conocimiento tecnológico pedagógico (TPK)**

**Objetivo:** Identificar los elementos del Conocimiento Tecnológico Pedagógico del docente durante la sesión

#### **Evidencia:**

[...]

208 */El docente empieza a señalar con un marcador la representación gráfica del conjunto de los números que está dada en la actividad y pregunta/*

209 P: *¿La Z que conjunto de números representa?*

210 */Los estudiantes no responden a la pregunta/*

211 *los números enteros jóvenes, de acuerdo*

212 */El docente sigue haciendo uso de la actividad proyectada y señala/*

213 *La Q, aquí vemos la representación de los números racionales, de acuerdo*  
214 *Y la r no representa los números reales de acuerdo*  
215 *Seguimos avanzando*  
216 */El docente le da click para seguir con la siguiente parte de la actividad/*

[...]

### **Justificación**

El docente usa la actividad como un método que le puede ayudar en cuanto a la presentación del concepto de fracción ya que, al presentar la definición, sus partes y cómo relacionarlas con otros conjuntos de números le ayuda en cuanto a la manera en la que se los presenta. De ahí que el docente puede elegir herramientas tecnológicas que mejoren los métodos de enseñanza para un contenido determinado (Castro y Gutiérrez, 2021).

### **Conocimiento tecnológico de contenido (TCK)**

**Objetivo:** Identificar los elementos del Conocimiento Tecnológico de Contenido del docente durante la sesión

**Evidencia:**

[...]

196 */El docente vuelve a leer lo que dice en la actividad 2/*  
197 P: *Aquí nos dice que cualquier número entero lo podemos expresar como fracción*  
198 *Entonces, si tengo por ejemplo el número nueve*  
199 *es un número entero*  
200 *y yo lo puedo expresar como fracción poniéndole en el denominador el número uno*  
201 *eso también es una fracción de acuerdo jóvenes*  
202 *hasta ahí va muy bien, seguimos*

[...]

208 */El docente empieza a señalar con un marcador la representación gráfica del conjunto de los números que está dada en la actividad y pregunta/*  
209 P: *¿La Z que conjunto de números representa?*  
210 */Los estudiantes no responden a la pregunta/*  
211 *los números enteros jóvenes, de acuerdo*  
212 */El docente sigue haciendo uso de la actividad proyectada y señala/*  
213 *La Q, aquí vemos la representación de los números racionales, de acuerdo*  
214 *Y la r no representa los números reales de acuerdo*  
215 *Seguimos avanzando*

216 /El docente le da click para seguir con la siguiente parte de la actividad/

[...]

### **Justificación**

El docente es consciente de que la actividad es un recurso que le ayuda a presentarles de una manera más fácil el concepto a los estudiantes, mostrándoles algunos conceptos previos como lo son los números enteros y como estos hacen parte de los fraccionarios, es por esto que se considera que el docente sabe usar la tecnología para comprender conceptos matemáticos (Castro y Gutiérrez, 2021).

## **Conocimiento Pedagógico de Contenido(PCK)**

**Objetivo:** Identificar los elementos del Conocimiento Pedagógico de contenido del docente durante la sesión

### **Evidencia:**

[...]

153 P: *Bien, ya sabemos que es una fracción jóvenes*  
154 *se refiere a una parte a una parte de un entero*  
155 *A eso se refiere una fracción*  
156 *dicho de una manera como usted lo conoce*  
157 *una fracción también la podemos representar como una división*  
158 *De acuerdo*  
159 *Se acuerdan del concepto de división*  
160 *Se acuerdan del concepto de cocientes, residuos, dividendos y divisores*  
161 *Es lo mismo*

[...]

179 /El docente hace uso del tablero para continuar con la explicación/  
180 P: *Sí las fracciones las podemos representar por ejemplo de esta manera*  
181 /El docente escribe una fracción en el tablero/  
182 *¿ Cómo se llama el número que está arriba?*  
183 *Bueno es un tres, pero en fracciones¿ cómo lo identificamos?*  
184 *¿Cuál es la clasificación?*  
185 /Un estudiante levanta la mano y el docente le da la palabra/  
186 E2: *El numerador*  
187 P: *el numerador nos dice el compañero*  
188 *¿ Y el de abajo?*

189 Es: Denominador

190 /El profesor reafirma lo dicho por los estudiantes/

[...]

### Justificación

El docente sabe en qué momento usar cada uno de los recurso que tiene, ya sea el recurso tecnológico, el tablero o preguntarle a los estudiantes, siendo esta ultima la que más usa, ya que siempre va preguntando a los estudiantes para que ellos le vayan dando respuesta de lo que están trabajando en el momento, de ahí que se tiene que el docente logra usar estrategias de enseñanza (aprendizaje cooperativo, aprendizaje basado en proyectos, evaluación formativa,...) para que el alumnado aprenda el contenido matemático (Castro y Gutiérrez, 2021).

### Actividad 3

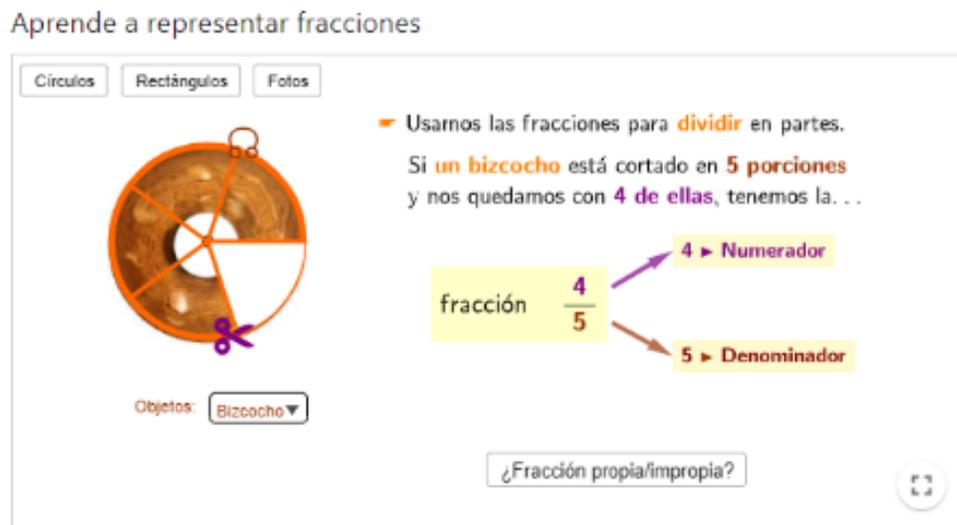
Primeramente, se presenta en la figura 24 la actividad del LIGG utilizada por el docente y en la figura 25 se muestra un momento en el que el docente está haciendo uso de esta actividad en el aula.

### Figura 24

Actividad 3 del LIGG utilizada por el docente

Aprende a representar fracciones

Círculos Rectángulos Fotos



Objetos: Bizcocho

fracción  $\frac{4}{5}$

4 ► Numerador

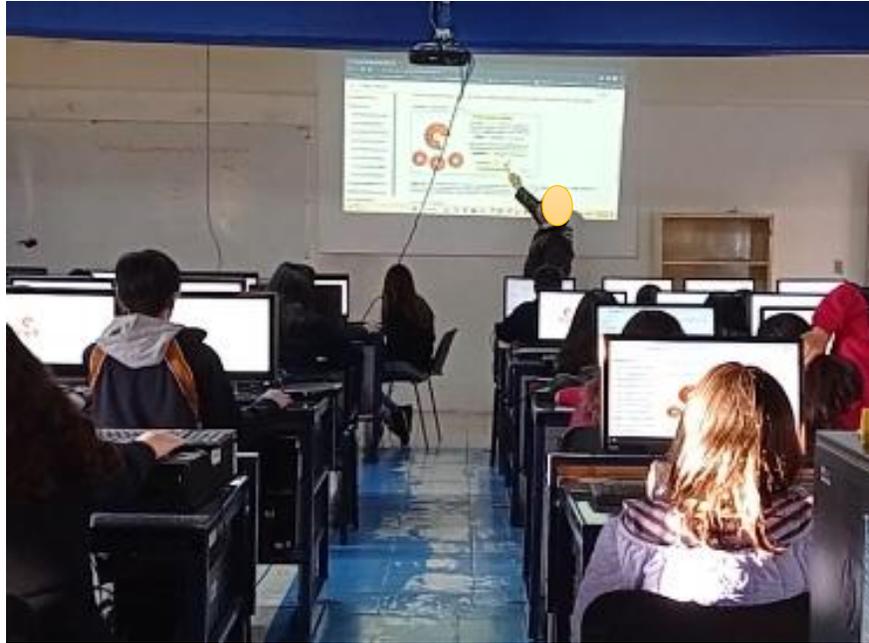
5 ► Denominador

¿Fracción propia/impropia?

Nota: Tomado de GeoGebra, realizado por Javier Cayetano Rodríguez, Proyecto CREA. Consejería de Educación y Empleo de la Junta de Extremadura (España)

*Figura 25*

*Momento en que el docente está haciendo uso de la actividad en el aula*



*Nota:* Tomado de la videograbación en un momento en el que el docente hace uso de la actividad 3 del LIGG

**Evento desencadenante:** El docente parte de la actividad para presentarles momentos de la vida cotidiana donde pueden usar las fracciones

**Extracto:**

P = profesor

Es = estudiantes

E1 = estudiante uno, E2 = estudiante 2 y así sucesivamente.

// = acciones que suceden durante el diálogo.

**Episodio:** Actividad 3 del LIGG titulada ¿Para qué se usan las fracciones? Para contextualizar a los estudiantes en actividades de la vida cotidiana (Línea 226-350)

**Conocimiento de Contenido (CK)**

**Objetivo:** Identificar los elementos del Conocimiento de Contenido del docente durante la sesión

**Evidencia:**

[...]

241 P: *la parte completa, el entero que es el pastel*

242 *se divide en pedacitos llamados fracciones*

243 *esas serían las fracciones*

244 *ahí nos dice seguramente ya conoces que las fracciones son números racionales*

245 *sirven para escribir divisiones*

[...]

291 P *¿el denominador es más grande que el numerador, en ese caso la fracción es propia o impropia?*

292 Es: *Impropia*

293 */El docente reafirma lo dicho por los estudiantes/*

[...]

330 P: *La respuesta a la pregunta que nos hace la compañera*

331 *De ¿cuál es una fracción mixta?*

332 *la fracción mixta es la que tiene una parte entera y una parte fraccionaria*

333 */El docente escribe una fracción mixta en el tablero y le señala a los estudiantes/*

334 P: *Esta es una fracción mixta de acuerdo jóvenes*

335 *Parte entera y parte fraccionaria*

[...]

**Justificación**

El docente es consciente de la importancia de contextualizar a los estudiantes las fracciones en situaciones de su vida cotidiana y de ahí parte para enseñar varios ejemplos de la fracción. Tiene el dominio necesario para impartir clases sobre las materias asignadas. (Cabero et al, 2017) ya que el docente muestra que tiene un conocimiento acerca de que es importante la parte fenomenológica en el contenido que está enseñando, es decir en contextualizar a los estudiantes

**Conocimiento Pedagógico (PK)**

**Objetivo:** Identificar los elementos del Conocimiento Pedagógico del docente durante la sesión

**Evidencia:**

227 P: *¿Para qué se usan las fracciones jóvenes?*

228 *Para un montón de cosas, los escucho*

[...]

317 *¿Alguien tiene alguna duda?*

318 E11: *Tengo la duda de las fracciones mixtas*

319 P: *Ok, las fracciones mixtas*

[...]

### **Justificación**

El docente logra por medio de ejemplos contextualizar a los estudiantes acerca de las fracciones. Puedo utilizar diversas metodologías de enseñanza. (Castro y Gutiérrez, 2021), ya que el docente muestra que una estrategia que utiliza para enseñar a los estudiantes es el contextualizar a los estudiantes las fracciones en situaciones de la vida cotidiana que se les pueden presentar.

## **Conocimiento Tecnológico (TK)**

**Objetivo:** Identificar los elementos del Conocimiento Tecnológico del docente durante la sesión

### **Evidencia:**

[...]

272 */El docente le pide a la estudiante que manipule la actividad desde el computador y él va señalando en el proyector/*

273 P: *Recorres hacia abajo por favor*

274 *Si quieres con las flechas Ándale muy bien ahí tenemos cómo se representa*

[...]

303 *Le das clic aquí por favor*

### **Justificación**

Aunque el docente no haga uso directo de la actividad si logra guiar a la estudiante para que haga uso de esta, por lo cual se considera que tiene una asimilación de conocimientos tecnológicos ( Flores, 2018)

## **Conocimiento tecnológico pedagógico (TPK)**

**Objetivo:** Identificar los elementos del Conocimiento Tecnológico Pedagógico del docente durante la sesión

### **Evidencia:**

[...]

275 /El docente se dirige a los estudiantes leyendo la actividad 3 en el proyector/

276 P: Muy bien, usamos las fracciones para dividir en partes

[...]

301 /El docente señala el proyector/

302 P: Vamos a ver qué nos dice la definición

303 Le das clic aquí por favor

304 ahí dice para tomar una parte

305 o sea el numerador propiamente dicho de un bizcocho

[...]

### Justificación

El docente logra usar la actividad como una herramienta para enseñar las fracciones propias e impropias. El docente no solo uso la actividad para enseñar las fracciones propias e impropias, sino que también logra identificarla como un punto de partida para contextualizar a los estudiantes en las fracciones de su vida cotidiana.

Por lo tanto, se considera que el docente puede elegir herramientas tecnológicas que mejoren los métodos de enseñanza para un contenido determinado (Castro y Gutiérrez, 2021). Ya que el docente muestra que puede usar las actividades no solo para el tema que está trabajando en el momento, sino que puede usarlas de apoyo para otra cosa que quiera explicarles a los estudiantes

### Conocimiento tecnológico de contenido (TCK)

**Objetivo:** Identificar los elementos del Conocimiento Tecnológico de Contenido del docente durante la sesión

**Evidencia:**

275 /El docente se dirige a los estudiantes leyendo la actividad 3 en el proyector/

276 P: Muy bien, usamos las fracciones para dividir en partes

277 Si un bizcocho

278 Así se llama en algunos lugares las donas nosotros conocemos como donas

279 También tenemos panes que se llaman bizcochos por ahí ¿verdad?

[...]

282 tenemos la fracción de

283 Es:  $\frac{4}{5}$

284 /El docente reafirma lo que le mencionan los estudiantes/

285 P: *Aquí nos maneja el concepto de fracción propia o impropia*  
 286 *Por favor alguien que nos ayude*  
 287 *¿Cómo identificamos cuando una fracción es propia o es impropia?*  
 288 *¿Qué quiere decir que una fracción sea propia o impropia? Los escucho*  
 289 */El docente señala a una estudiante/*  
 290 E8: *Pues, que el denominador es más grande que el numerador*  
 291 P *¿el denominador es más grande que el numerador, en ese caso la fracción es propia o impropia?*  
 292 Es: *Impropia*  
 293 */El docente reafirma lo dicho por los estudiantes/*

[...]

### **Justificación**

El docente usa la actividad para que los estudiantes logren comprender lo que es una fracción propia e impropia y que se les facilite la comprensión de estas y como diferenciar cuando se da una o la otra. De ahí que se considera que el docente usa la tecnología para comprender conceptos matemáticos (Castro y Gutiérrez, 2021)

## **Conocimiento Pedagógico de Contenido(PCK)**

**Objetivo:** Identificar los elementos del Conocimiento Pedagógico de contenido del docente durante la sesión

### **Evidencia:**

[...]

231 P: *Para representar una porción de algo*  
 232 *Alguien me puede dar un ejemplo de dónde usó en su vida cotidiana una fracción*  
 233 E4: *Cuando compramos*  
 234 P: *Cuando va a comprar medio kilo de algo*  
 235 *Medio kilo de tortillas, medio kilo de huevo*  
 236 *¿ Dónde más?*  
 237 *¿Dónde más usamos las fracciones en la vida cotidiana?*  
 238 E5: *Con los pasteles*  
 239 P: *Ahhhhh, cuando compramos pasteles nos dice la compañera*  
 240 *es cierto*

[...]

318 E11: *Tengo la duda de las fracciones mixtas*

- 319 P: *Ok, las fracciones mixtas*
- 320 *¿Algún compañero o compañera que nos ayude a saber que es una fracción mixta?*
- 321 */Una estudiante levanta la mano y el docente le da la palabra/*
- 322 P: *Te escucho*
- 323 E12: *Creo que es cuando tienes una fracción con el denominador mayor que el numerador*
- 324 P: *Ehhh, no*
- 325 */Otro estudiante levanta la mano y el docente le da la palabra/*
- 326 P: *Te escucho*
- 327 E13: *Es cuando la fracción tiene un entero y el número fraccionario*
- 328 P: *Ok, el compañero nos dio la respuesta*
- 329 */El docente regaña a unos estudiantes que estaban distraídos y prosigue con la clase/*

### **Justificación**

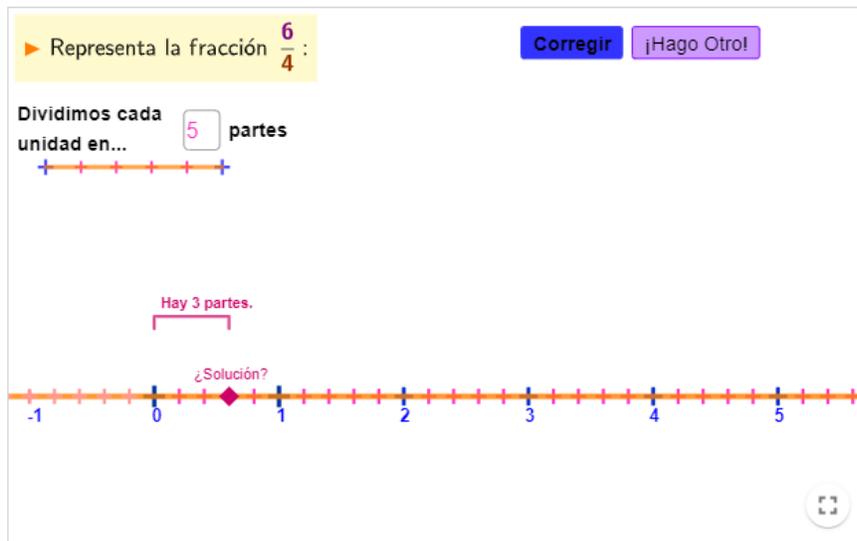
El docente busca contextualizar a los estudiantes en cuanto al cómo pueden identificar las fracciones en su vida cotidiana a partir de varias preguntas y representaciones, además que la pregunta a sus estudiantes en que tienen dudas acerca del tema y una estudiante menciona que sí y a partir de preguntas que les hace a los estudiantes acerca de las fracciones mixtas logra enseñarle a la estudiante. Por lo cual se considera que el docente usa estrategias de enseñanza (aprendizaje cooperativo, aprendizaje basado en proyectos, evaluación formativa,...) para que el alumnado aprenda el contenido matemático (Castro y Gutiérrez, 2021),

### **Actividad 4**

Primeramente, se presenta en la figura 26 la actividad del LIGG utilizada por el docente y en la figura 27 un momento en el que el docente está haciendo uso de ella para enseñar a sus estudiantes.

### **Figura 26**

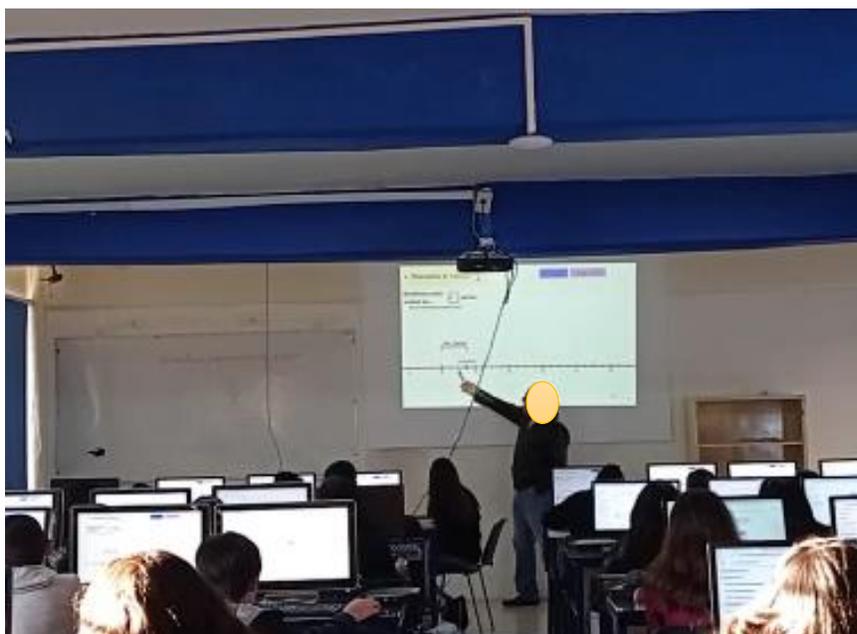
*Actividad 4 del LIGG utilizada por el docente*



*Nota:* Tomado de GeoGebra, realizado por Javier Cayetano Rodríguez, Proyecto CREA.  
 Consejería de Educación y Empleo de la Junta de Extremadura (España)

**Figura 27**

*Momento en el que el docente está haciendo uso de la actividad*



*Nota:* Tomado de la videograbación en un momento en el que el docente hace uso de la actividad 4 del LIGG

**Evento desencadenante:** El docente parte de la actividad que se está proyectando para enseñar cómo se representa la fracción en la recta numérica

**Extracto:**

P = profesor

Es = estudiantes

E1 = estudiante uno, E2 = estudiante 2 y así sucesivamente.

// = acciones que suceden durante el diálogo.

**Episodio:** Actividad 4 del LIGG titulada representa fracciones en la recta numérica para trabajar la representación de las fracciones en la recta numérica (Línea 351-381)

**Conocimiento de Contenido (CK)**

**Objetivo:** Identificar los elementos del Conocimiento de Contenido del docente durante la sesión

**Evidencia:**

[...]

357            *Ok, dice representa la fracción  $\frac{19}{4}$  en esta línea*

[...]

361    P:    *Sí pero dígame ve esta pantalla y dígame dónde pongo  $\frac{19}{4}$  en esta línea*

362            *Ahí nos dice en ¿cuántas partes tenemos que dividir la unidad?*

363            *Aquí tenemos el entero*

[...]

**Justificación**

El docente está trabajando la representación de las fracciones en la recta numérica, sin embargo, cuando se dirige a los estudiantes no les da el nombre de esta, sino que se refiere a ésta como una línea en dos ocasiones, lo cual puede ser por que se los quiere contextualizar a los estudiantes y no se puede evidenciar si tiene el conocimiento en cuanto a la representación de las fracciones en la recta numérica.

Por lo cual en cuanto a la representación de las fracciones en la recta numérica se considera que el docente presenta deficiencias en el lenguaje utilizado para impartir clases sobre las materias asignadas. (Cabero et al, 2017)

### Conocimiento Tecnológico (TK)

**Objetivo:** Identificar los elementos del Conocimiento Tecnológico del docente durante la sesión

**Evidencia:**

[...]

356 /Le indica a la estudiante que mueva la actividad desde el computador para seguir trabajando en esta/

[...]

367 /El docente le pide a la estudiante que está manipulando su computador que escriba las partes que le dijo la otra estudiante para ver la división de la unidad/

[...]

377 /Le pide a la estudiante que mueva el rombo hasta donde él está señalando en el proyector

378 P: lo recorres hasta acá por favor

379 háganlo con el mouse el rombo y te lo traes hasta acá, arrástralo

380 /La estudiante comete un error ya que no logró mover el rombo/

381 /El docente no corrige lo hecho por la estudiante y no muestra el resto de la unidad, sino que pasa a la actividad 5/

[...]

**Justificación**

En esta actividad el docente sigue indicando a la estudiante qué hacer en las actividades, sin embargo, comete un error y es que la estudiante se equivoca mientras está llevando a cabo las indicaciones del docente y éste no la corrige, sino que lo pasa por alto y sigue con la siguiente actividad.

Es por esto que se considera que en esta actividad el docente no evidenció la asimilación de conocimientos tecnológicos (Flores, 2018) al pasar de largo con los errores técnicos presentados en la intervención.

### Conocimiento tecnológico pedagógico (TPK)

**Objetivo:** Identificar los elementos del Conocimiento Tecnológico Pedagógico del docente durante la sesión

**Evidencia:**

[...]

359 E14: *Maestro nos aparece diferente*

*/El estudiante se refiere a que la actividad que se representa en su computador la fracción es diferente a la que presenta el docente pero el docente hace caso omiso a esto y prosigue con la que está el proyectando sin indicarles cómo pueden hacer el cambio para que se vea representada la misma fracción que él tiene/*

360

[...]

**Justificación**

En esta actividad el docente no logra llevar a cabo de la manera en la que esperaba la actividad, ya que al seleccionar la actividad y presentarla en el proyector no se percató que esta presenta diferentes números fraccionarios y al no tener conocimiento de cómo hacer el cambio solo les dice a los estudiantes que miren lo que él está representando mostrando así que se les va a dificultar a los estudiantes la comprensión de la representación de las fracciones en la recta numérica

Por lo cual se considera que el docente no logra implementar un adecuado proceso de enseñanza-aprendizaje involucrando el uso de tecnologías que favorezcan el desarrollo integral del estudiante (Castro y Gutiérrez, 2021) haciendo uso de esta actividad.

**Conocimiento tecnológico de contenido (TCK)**

**Objetivo:** Identificar los elementos del Conocimiento Tecnológico de Contenido del docente durante la sesión

**Evidencia:**

[...]

361 P: *Sí pero dígame ve esta pantalla y dígame dónde pongo  $\frac{19}{4}$  en esta línea*

362 *Ahí nos dice en ¿cuántas partes tenemos que dividir la unidad?*

363 *Aquí tenemos el entero*

364 */El docente señala la unidad que se está representando en la recta numérica/*

365 */Una estudiante levanta la mano y el docente le da la palabra/*

366 E15: *En 4 partes*

*/El docente le pide a la estudiante que está manipulando su computador que escriba las partes que le dijo la otra estudiante para ver la división de la unidad/*

368 P: *Ok, ya tenemos el entero dividido*

369            *¿En cuántas partes?*  
370            *Una, dos, tres y cuatro*  
[...]

### **Justificación**

El docente no logra que los estudiantes comprendan cómo se da la representación de las fracciones en la recta numérica ya que no culmina la actividad, por lo cual se considera que en esta actividad el docente no evidencia que logre usar la tecnología para comprender conceptos matemáticos (Castro y Gutiérrez, 2021).

### **Actividad 5**

Primeramente, se presenta la figura 28 de la actividad utilizada por el docente y la figura 29 que muestra un momento en el que el docente está haciendo uso de la actividad para enseñar.

#### **Figura 28**

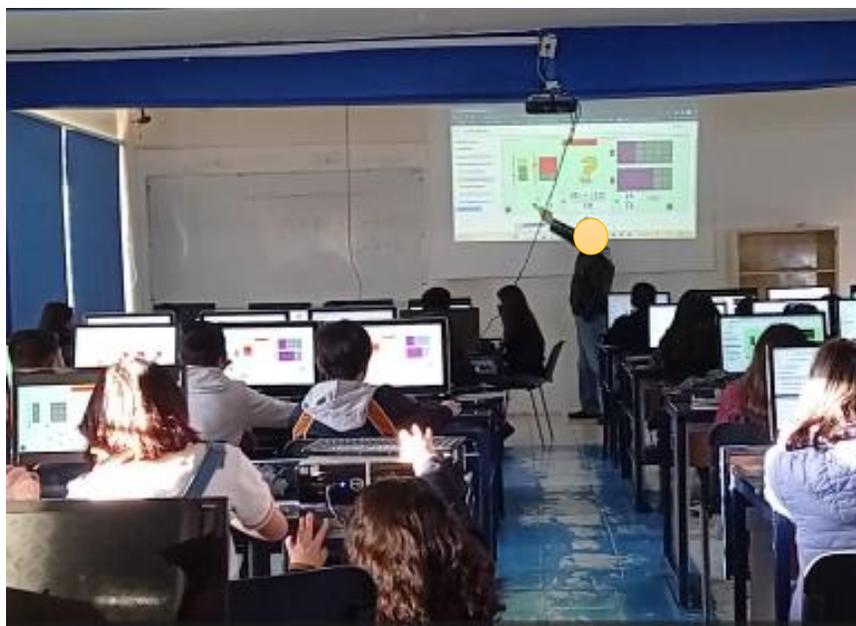
*Actividad 5 del LIGG utilizada por el docente*



*Nota: Tomado de GeoGebra, realizado por Camila Andrea Escobar*

#### **Figura 29**

*Momento en que el docente está haciendo uso de la actividad en el aula*



*Nota:* Tomado de la videograbación en un momento en el que el docente hace uso de la actividad 5 del LIGG

**Evento desencadenante:** El docente parte de la actividad que se está proyectando para trabajar la suma y resta de fracciones heterogéneas

**Extracto:**

P = profesor

Es = estudiantes

E1 = estudiante uno, E2 = estudiante 2 y así sucesivamente.

// = acciones que suceden durante el diálogo.

**Episodio:** Actividad 1 del LIGG titulada Uso de la torta de cumpleaños para introducir el tema de fracción (Línea 382-685)

**Conocimiento de Contenido (CK)**

**Evidencia:**

[...]

447

*Nada más la regla me dice*

448

*si el numerador se puede dividir por un número*

449

*el denominador tiene que poder dividirse exactamente entre el mismo número*

[...]

461	P:	<i>¿Cómo se llaman esos números que me dijeron?</i>
462	Es:	<i>Primos</i>
463	P:	<i>es correcto, los números primos jóvenes</i>
[...]		
469		<i>Si para simplificarla tenemos que buscar que tengan el mismo divisor y dividimos</i>
470		<i>Para amplificarla es con una multiplicación</i>
[...]		
472	P:	<i>Por ejemplo si yo quiero amplificar <math>\frac{10}{2}</math></i>
473		<i>Aquí la regla me dice solo multiplicamos por el número que tú quieras pero que sea el mismo en los dos</i>
474		<i>Vamos a ver por 4</i>
475		$\frac{10}{2} \times \frac{4}{4} = \frac{40}{8}$
[...]		
490		<i>Este es el método que se conoce como el método de la carita feliz</i>
491		<i>Se acuerdan que se los expliqué método de la carita feliz</i>
492		<i>Esto es cuando el denominador es diferente</i>
[...]		
577		<i>/El docente empieza a hallar el MCM en el tablero con ayuda de los estudiantes/</i>
[...]		
<b>Justificación</b>		
<p>El docente muestra que tiene conocimiento a los métodos que se usan para sumar fracciones homogéneas y heterogéneas ya que le va explicando al estudiante en cada momento los métodos y aunque los estudiantes se lo mencionen en un momento diferente les menciona que en ese caso que se está trabajando no se usa ese recurso pero que si se usa para otras fracciones mostrando así un dominio de estas.</p> <p>Por lo cual se considera que el docente tiene el dominio necesario para impartir clases sobre las materias asignadas. (Cabero et al, 2017), ya que tiene claro en qué momentos usar cada método para resolver la suma de fracciones</p>		

### Conocimiento Pedagógico (PK)

<b>Evidencia:</b>		
[...]		
384		<i>/El docente empieza a trabajar en el tablero/</i>

- 385 P: *Empiezo acá rápidamente*
- 386 *Al igual que los números enteros*
- 387 *Nosotros también podemos sumar, restar, multiplicar y dividir las fracciones*
- [...]
- /El docente interactúa con la actividad 5 para empezar a trabajar la suma de fracciones heterogéneas/*
- 481
- 482 P: *vamos a ver ahí en esa sección*
- 483 *todo mundo Póngase ahí, ahí está bien*
- [...]

### **Justificación**

El docente usa diferentes métodos para la enseñanza de la suma de fracciones y en todos muestra un buen manejo de estos para enseñar el tema teniendo en cuenta el momento en el que este, siendo que en unas ocasiones usa el tablero, en otras el recurso tecnológico y en su mayoría preguntas a los estudiantes. Esto muestra que el docente puede utilizar diversas metodologías de enseñanza. (Castro y Gutiérrez, 2021)

### **Conocimiento tecnológico (TK)**

#### **Evidencia:**

- 390 */El docente no logra leer bien la actividad que se está proyectando y le pide a la estudiante que lo mueva un poco y se acerca/*
- 391 */Se acerca a la estudiante y le indica cómo puede ir interactuando con la actividad/*
- [...]
- 484 */El docente le pide a la estudiante que mueva el cursor para formar las fracciones/*
- [...]
- /el docente le pide a la estudiante que está manipulando su computador que amplíe la actividad a pantalla completa para realizar el ejercicio/*
- 502
- [...]
- 538 */El docente le indica a la estudiante como va a escribir en el cuadro los resultados/*

#### **Justificación**

Aunque el docente no hace uso de manera directa de la actividad cuando va explicando y diciéndole a la estudiante que hacer si muestra un conocimiento de cómo usar el recurso por lo cual se considera que tiene una asimilación de conocimientos tecnológicos. (Flores, 2018)

## Conocimiento tecnológico pedagógico (TPK)

### Evidencia:

[...]

502 /el docente le pide a la estudiante que está manipulando su computador que amplíe la actividad a pantalla completa para realizar el ejercicio/

503 P: nos dice  $\frac{1}{3} + \frac{4}{6}$  tienen denominadores diferentes

504 Si se fijan aquí estoy multiplicando cruzado

505  $1 \times 6$  es igual a

506 Es: 6

507 P: ¿Qué signo hay aquí?

508 /El docente señala el signo que está entre las dos fracciones/

509 Es: Más

510 P: Ok,  $+(3 \times 4)$  es igual

511 Es: 12

512 P: Ok, aquí viene la carita feliz

513  $3 \times 6$  es igual a

514 Es: 18

515 P: Ya solo se suma, por lo que tiene la parte del numerador

516 12 más 6

517 Es: 18

518 P: Ok y tenemos 18 sobre 18 que es la fracción y eso cuánto nos da?

519 Es: 1

[...]

### Justificación

El docente logra usar la actividad como un apoyo para la suma de dos fracciones heterogéneas, pero identifica que para más de tres fracciones la actividad no es la correcta y que el libro no las trae en esa sección y decide hacer uso del tablero como apoyo para esto.

Lo cual muestra que el docente eligió una actividad que le ayuda con la suma de dos fracciones heterogéneas pero no con más de dos fracciones, aun así hace un correcto uso de estas por lo cual se considera que selecciona herramientas tecnológicas que mejoren los métodos de enseñanza para un contenido determinado (Castro y Gutiérrez, 2021)

## Conocimiento tecnológico de contenido (TCK)

**Evidencia:**

[...]

521 /El docente empieza a trabajar la suma de fracciones haciendo uso de la representación gráfica que se está proyectando/

522 P: ¿En cuántas partes está dividido el rectángulo A?

523 Es: 18

524 P: ¿Y en cuántas partes está dividido el rectángulo B?

525 Es: 18

526 P: ¿Cuántas partes tiene sombreadas el rectángulo A?

527 Es: 6

528 P: OK y ¿Cuántas partes tiene sombreadas el rectángulo B?

529 Es: 12

[...]

**Justificación**

El docente muestra que logra seleccionar esa actividad como un apoyo para enseñar la suma de dos fracciones heterogéneas y también logra usarlo como un recurso que le permite enseñar la suma de manera gráfica a sus estudiantes

De ahí que se considera que el docente usa la tecnología para comprender conceptos matemáticos (Castro y Gutiérrez, 2021), ya que la actividad que usa le ayuda a enseñar la suma de dos fracciones heterogéneas de dos maneras distintas

**Conocimiento Pedagógico de Contenido (PCK)**

**Objetivo:** Identificar los elementos del Conocimiento Pedagógico de contenido del docente durante la sesión

**Evidencia:**

[...]

556 /El profesor se percata que la actividad solo cuenta sumas de dos fracciones por lo cual empieza a trabajar en el tablero la parte de la suma con más de tres fracciones/

557 P: Entonces ya vieron el proceso de suma de dos fracciones

558 Pero ¿qué pasa cuando tenemos más de dos fracciones con diferente denominador?

559 ¿Qué sucede con los jóvenes?

560 ¿Qué sucede cuando tenemos suma o resta de más fracciones más de dos con diferente denominador?

561 ¿Cómo resolvemos ¿

562                    *Sí por ejemplo se me ocurre Qué pasa si tengo  $\frac{3}{4} + \frac{5}{2} + \frac{8}{3}$*   
 563                    *¿Cómo resuelvo?*

**Justificación**

Ya que aunque el docente se percata de que la actividad del LIGG que selecciono no le sirve de apoyo para enseñar la suma de más de dos fracciones heterogéneas no se detiene en la explicación sino que pasa a hacer uso del tablero como otro recurso para enseñarle a los estudiantes, de ahí que se considera que el docente usa estrategias de enseñanza (aprendizaje cooperativo, aprendizaje basado en proyectos, evaluación formativa,...) para que el alumnado aprenda el contenido matemático (Castro y Gutiérrez, 2021).

### 4.3 Análisis de resultados

#### 4.3.2 Descripción de los conocimientos y niveles

En la siguiente tabla se presenta el análisis de los niveles en los cuales se ubica el docente dados los resultados que se obtuvieron de las entrevistas y la aplicación en las dos sesiones lo cual nos permite cumplir el cuarto objetivo específico.

**Tabla 4**

*Análisis de los niveles de apropiación de los conocimientos del modelo TPACK*

Conocimiento	Criterios	Descripción	Niveles de Apropiación
<b>Conocimiento de Contenido (CK)</b>	CK1.1 El docente tiene un dominio sobre los conocimientos previos (fracción, representación de fracciones, fracciones propias e impropias, fracciones	Actividad 1 Tiene un conocimiento del concepto de fracción parte todo y para enseñarle a los estudiantes hace uso de un lenguaje cotidiano apoyándose en el problema que trabaja relacionándolo con el discurso matemático	<b>Integrador:</b> Relaciona el lenguaje cotidiano con su discurso matemático, utiliza algún método para la suma y resta de fracciones y hace alusión a algunos conceptos previos.

equivalentes, amplificación de fracciones) la suma y resta de fracciones, las propiedades de la suma y resta de fracciones y los distintos métodos para enseñar la suma y resta de fracciones

#### Actividad 2

El docente tiene un conocimiento de saberes previos a la fracción ya que logra relacionar los números enteros con los números fraccionarios, sabe cuáles son las partes en las que se divide una fracción y que esta también puede ser una división, haciendo uso siempre de un discurso matemático cuando habla de lo antes dicho

**Integrador:** Relaciona el lenguaje cotidiano con su discurso matemático, utiliza algún método para la suma y resta de fracciones y hace alusión a algunos conceptos previos.

#### Actividad 3

Con el fin de contextualizar a los estudiantes el tema que se está trabajando el docente usa un lenguaje cotidiano para que los estudiantes comprendan el concepto de fracción, además que muestra un conocimiento en las fracciones propias e impropias y las fracciones equivalentes

**Integrador:** Relaciona el lenguaje cotidiano con su discurso matemático, utiliza algún método para la suma y resta de fracciones y hace alusión a algunos conceptos previos.

#### Actividad 4

No muestra un conocimiento acerca de trabajar la representación de las fracciones en la recta numérica ya que usa un lenguaje cotidiano puesto que cuando habla de esta se refiere como una línea pudiendo generar un obstáculo a los

**Explorador:** Usa un lenguaje cotidiano y no matemático, solo hace uso de un método de solución para enseñar la suma y resta de fracciones, además que no tiene el dominio necesario sobre algunos conceptos previos.

	estudiantes al momento de trabajar esta representación
	<p>Actividad 5</p> <p>Tiene un conocimiento de los métodos que se trabajan en la suma y resta de fracciones y al momento de trabajarlo hace uso de un lenguaje matemático para dirigirse a los estudiantes</p> <p><b>Innovador:</b> Usa un lenguaje matemático para enseñar a los estudiantes los métodos de solución en la suma y resta de fracciones y sabe en qué momento utilizar los diferentes métodos para enseñar la suma y resta de fracciones, además que tiene un dominio sobre los conocimientos previos trabajados</p>
<p><b>Conocimiento Pedagógico (PK)</b></p> <p>PK1.1 El docente utiliza diferentes estrategias didácticas para enseñar a los estudiantes (partir de preguntas para que los estudiantes comprendan la actividad, usar diferentes herramientas del aula para enseñar el tema, partir de dudas de los estudiantes para concretar el tema a trabajar)</p>	<p>Actividad 1, 2</p> <p>Solo parte de preguntas para enseñar a los estudiantes</p> <p><b>Explorador:</b> Hace uso de un único método para enseñar a sus estudiantes</p> <hr/> <p>Actividad 3</p> <p>Hace una contextualización del tema que le está enseñando a los estudiantes y parte de preguntas que hacen los estudiantes para enseñar.</p> <p><b>Integrador:</b> Hace combinación de por lo menos dos estrategias diferentes para enseñar el tema</p> <hr/> <p>Actividad 5</p> <p>Tiene claro que método utilizar para enseñar los estudiantes la suma y resta de fracciones</p> <p><b>Integrador:</b> Hace combinación de por lo menos dos estrategias diferentes para enseñar el tema</p>

homogéneas y heterogéneas

<b>Conocimiento Tecnológico (TK)</b>	TK1.1 El docente comprende como manipular diferentes actividades del LIGG	Actividad 1 y 2	<b>Integrador:</b> Conoce la actividad que está utilizando y comprende como manipular esta en diferentes ocasiones.
		Manipula las dos actividades con facilidad, mostrando que comprende cómo utilizar estas	
		Actividad 3 y 5	<b>Integrador:</b> Conoce la actividad que está utilizando y comprende como manipular esta en diferentes ocasiones.
		Aunque el docente no manipula directamente la actividad logra dar indicaciones correctas a la estudiante para que haga la manipulación de esta.	
		Actividad 4	<b>Explorador:</b> Conoce la actividad que está utilizando, pero se le dificulta manipular esta y no corrige los errores que se cometen.
		Un momento la estudiante que está manipulando la actividad no logra hacer uso de esta y el docente no corrige el error que ella comete, solo lo omite y pasa a la siguiente actividad	
<b>Conocimiento Pedagógico de Contenido (PCK)</b>	PCK1.1 El docente utiliza diferentes estrategias didácticas para enseñar la suma y resta de las fracciones (Partir de preguntas	Actividad 1 y 2	<b>Explorador:</b> Solo utiliza una estrategia para enseñar los conceptos previos que trabaja en aula y la suma y resta de fracciones
		Solo parte de las preguntas que le hace a los estudiantes para enseñar el concepto de fracción y como estas están conformadas y como estas se relacionan con los números enteros	

<p>para enseñar la suma y resta de fracciones, utilizar el tablero como un recurso para enseñar la suma y resta de fracciones y usar la contextualización para trabajar el contenido)</p>	<p>Actividad 3</p> <p>Contextualiza a los estudiantes para que comprendan como podemos ver representadas las fracciones en la vida cotidiana y también hace uso del recurso y preguntas para enseñarles las fracciones propias e impropias a los estudiantes.</p> <p>Además que en un momento una estudiante le pregunta que es una fracción mixta y él no le da la respuesta de manera directa sino, que le pregunta a los compañeros y partiendo de esto le da las respuestas a los estudiantes</p>	<p><b>Integrador:</b> Utiliza dos estrategias para enseñar los conceptos previos que trabaja y la suma y resta de fracciones</p>
	<p>Actividad 5</p> <p>Tiene claro en qué momento utilizar cada recurso para enseñar la suma y resta de fracciones, siendo que en unos momentos utiliza la actividad y en otros hace uso del tablero, siempre mantiene a los estudiantes activos por medio de preguntas para que comprendan como se da la suma y resta de fracciones, además que tiene claro en qué</p>	<p><b>Integrador:</b> Utiliza dos estrategias para enseñar los conceptos previos que trabaja y la suma y resta de fracciones</p>

momento hacer uso de cada método para resolverlas.

<b>Conocimiento Tecnológico Pedagógico (TPK)</b>	<b>TPK1.1.</b>	El docente logra implementar de manera adecuada varias actividades del LIGG para enseñar conceptos previos (fracción, representación de fracciones, fracciones propias e impropias, fracciones equivalentes, amplificación de fracciones) y la suma y resta de fracciones	Actividad 1,2,3 y 5	<b>Integrador:</b> Introduce varias actividades del LIGG en su práctica y saca el mayor provecho de estas para enseñarle a sus estudiantes
			Actividad 4	<b>Explorador:</b> Pone en práctica actividades del LIGG con las cuales apenas se está familiarizando y se le dificulta enseñarles a los estudiantes haciendo uso de estas.
<b>Conocimiento Tecnológico de contenido (TCK)</b>	<b>TCK 1.1.</b>	El docente utiliza actividades del LIGG para guiar a los estudiantes a comprender varios conceptos previos (fracción, representación de fracciones,	Actividad 1	<b>Integrador:</b> Al utilizar la actividad del LIGG logra guiar a los estudiantes para que comprendan el concepto que se está enseñando.
			Haciendo uso del problema de la torta logra hacer una contextualización del concepto de fracción y la suma de las fracciones y que los estudiantes comprendan el concepto parte todo de la fracción.	

fracciones  
propias e  
impropias,  
fracciones  
equivalentes,  
amplificación de  
fracciones) y la  
suma y resta de  
fracciones y los  
métodos que se  
utilizan en la  
suma de  
fracciones  
homogéneas y  
heterogéneas.

#### Actividad 2

Haciendo uso de la actividad busca que los estudiantes comprendan el concepto de fracción, las partes de la fracción y relacionar esta con los números enteros.

**Integrador:** Al utilizar la actividad del LIGG logra guiar a los estudiantes para que comprendan el concepto que se está enseñando.

#### Actividad 3

En la actividad se da una representación de un biscocho para una fracción y parte de ahí para contextualizar a los estudiantes acerca de en qué cosas de su vida cotidiana pueden encontrar las fracciones, además que usa esta actividad para que logren identificar como están representadas las fracciones propias e impropias

**Integrador:** Al utilizar la actividad del LIGG logra guiar a los estudiantes para que comprendan el concepto que se está enseñando.

#### Actividad 4

No logra que los estudiantes comprendan como se representan las fracciones en la recta numérica ya que no hace un correcto uso de esta actividad

**Explorador:** Utiliza una actividad del LIGG, pero no logra llevar a los estudiantes a la comprensión del concepto que se está trabajando en el momento.

#### Actividad 5

El docente utiliza la actividad para que los estudiantes comprendan la suma y resta de fracciones heterogéneas

**Integrador:** Al utilizar la actividad del LIGG logra guiar a los estudiantes para que comprendan el concepto que se está enseñando.

			<p>haciendo uso de la multiplicación cruzada y también que logren comprender como se da esta suma haciendo uso de la representación gráfica de las fracciones</p>	
<p><b>Conocimiento Tecnológico Pedagógico de Contenido (TPACK)</b></p>	<p><b>TPACK 1.1</b> El docente utiliza diferentes estrategias para enseñar, escoge las actividades del LIGG a utilizar tomando en consideración el contenido que está enseñando (fracción, representación de fracciones, fracciones propias e impropias, fracciones equivalentes, amplificación de fracciones) y la suma y resta de fracciones</p>	<p>Actividad 1, 2 y 3</p>	<p>Tiene claro la estrategia a utilizar para enseñar a los estudiantes haciendo uso de estas actividades, no solo centrándose en usar estas como un recurso más sino como un medio de apoyo que le ayuda a que los estudiantes comprendan el tema que él está trabajando en el momento de cada actividad</p>	<p><b>Integrador:</b> El docente utiliza diferentes estrategias para enseñar el contenido de suma y resta de fracciones, siendo el uso de algunas actividades del LIGG utilizadas para enseñar este contenido</p>
		<p>Actividad 5</p>	<p>El docente tiene claro que para enseñar los diferentes métodos de la suma y resta de fracciones homogéneas y heterogéneas no solo debe hacer uso de la actividad como un medio para enseñar a los estudiantes, sino que este es un apoyo más, por lo cual también se apoya en preguntas a los estudiantes y uso del tablero para enseñar a los estudiantes.</p>	<p><b>Innovador:</b> El docente logra combinar adecuadamente las estrategias utilizadas para enseñar, las actividades que utiliza del LIGG en consideración del contenido que esta enseñado, en este contexto la suma y resta de fracciones</p>

*Nota:* Elaboración Propia, se presentan la descripción de los conocimientos en relación a los niveles de apropiación

A continuación, se presenta una quinta tabla donde se ve la relación de las preguntas de la entrevista en conjunto con los criterios tomados del modelo TPACK y la ubicación en los conocimientos.

**Tabla 5**  
Análisis de las preguntas en relación con los criterios del modelo TPACK

Conocimiento	Criterios	Descripción
<b>Conocimiento de Contenido (CK)</b>	<b>CK1.</b> Tiene el dominio necesario para impartir clases sobre las materias asignadas. (Sumba et al, 2009)	P1, P2, P3 E1 El docente tiene una formación en licenciatura en informática y 10 años de experiencia docente
		P8 E1 El docente muestra un conocimiento de que es una fracción pero aun así le hace falta un poco más de conocimiento en cuanto a que es la fracción
		P10 E1 No resuelve el ejercicio solo explica cómo se lo enseñaría a los estudiantes
<b>Conocimiento Pedagógico (PK)</b>	<b>PK1.</b> Puedo utilizar diversas metodologías de enseñanza. (Castro y Gutiérrez, 2021)	P6.3 E1 El docente solo tiene dos maneras de evaluar a los estudiantes
<b>Conocimiento Tecnológico (TK)</b>	<b>TK1.</b> Asimilación de conocimientos tecnológicos. (Flores, 2018)	E1 (P4 y P5) El docente menciona que usa recursos tecnológicos como YouTube y GeoGebra, además que ha recibido una formación informal en el uso de la tecnología para enseñar

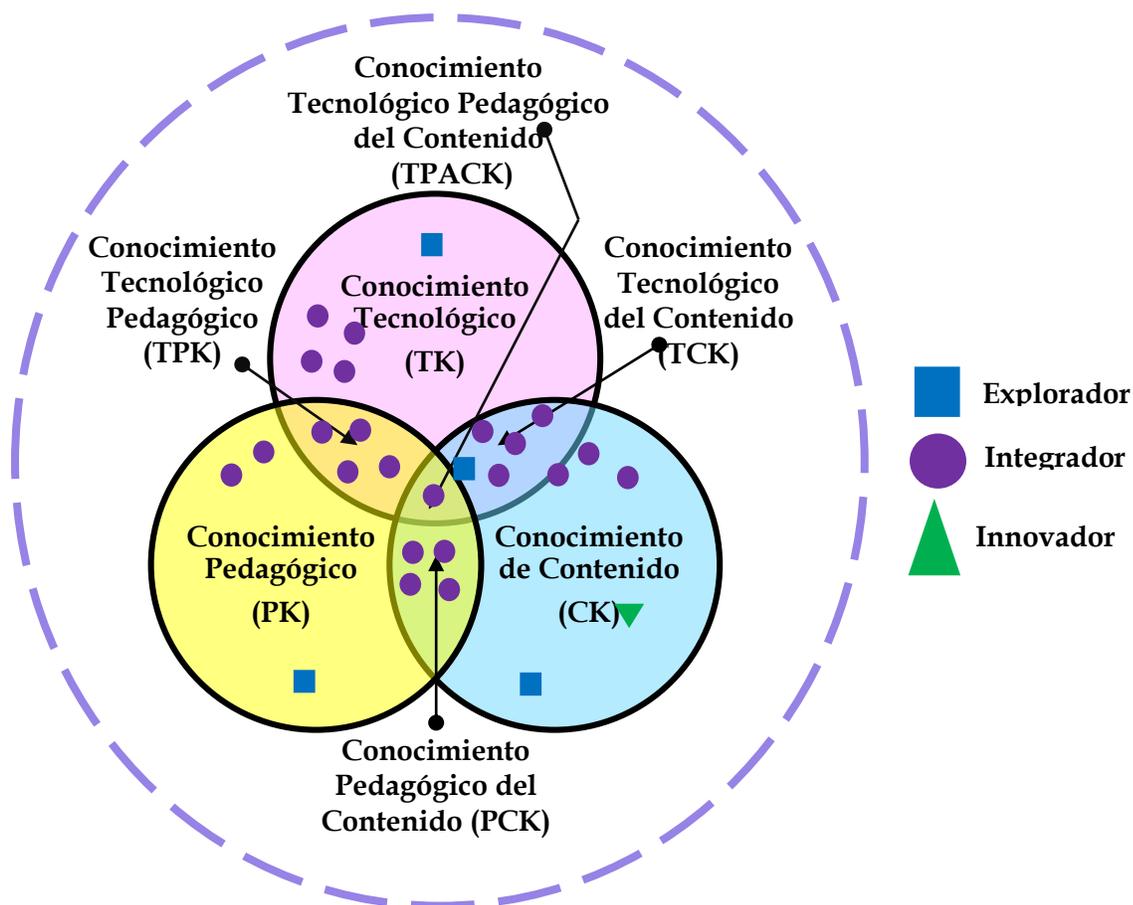
<b>Conocimiento Pedagógico de Contenido (PCK)</b>	<b>PCK1.</b> Uso estrategias de enseñanza (aprendizaje cooperativo, aprendizaje basado en proyectos, evaluación formativa) para que el alumnado aprenda el contenido matemático(Castro y Gutiérrez, 2021)	E1 (P6.2) El docente menciona que parte de lo más sencillo para enseñar a los estudiantes y tiene claro los métodos a usar para enseñar la suma y resta de fracciones
		E1(P6.5) El docente menciona que es consciente de los errores que cometen los estudiantes, mencionando que el más difícil es la comprensión de la definición de la fracción
		E1 (P9) El docente muestra con claridad la manera en la que les enseña la suma y resta de fracciones a los estudiantes
<b>Conocimiento Tecnológico Pedagógico (TPK)</b>	<b>TPK1.</b> Implementar un adecuado proceso de enseñanza-aprendizaje involucrando el uso de tecnologías que favorezcan el desarrollo integral del estudiante (Castro y Gutiérrez, 2021),	E1 (P6.1) El docente expresa que existen varios recursos de video que pueden usarse en las clases las cuales con muy importantes
		E2 (P4) El docente toma un enfoque práctico para escoger las actividades de tal manera que el estudiante se le facilite comprender el contenido que se está trabajando
		E2 (P1) El docente menciona que para que para seleccionar las actividades tendría en cuenta un enfoque practico
<b>Conocimiento Tecnológico de contenido (TCK)</b>	<b>TCK1.</b> Uso de la tecnología para comprender conceptos matemáticos (Castro y Gutiérrez, 2021),	E1 (P6.4) El docente menciona que conoce YouTube y GeoGebra para enseñar temas de matemáticas
		E2(P8) El docente menciona que para el diseñar o seleccionar las actividades deben ser 100 % visual

<b>Conocimiento Tecnológico Pedagógico de Contenido (TPACK)</b>	<b>TPACK1.</b> Utilizo la metodología y las herramientas tecnológicas adecuadas en función del contenido matemático a trabajar en el aula. (Castro y Gutiérrez, 2021),	E2 (P2) El docente busca que las actividades tengan una accesibilidad para los estudiantes y así poder hacer un correcto uso de este recurso
---	--	---

A continuación, se muestra una representación más concreta en la figura 30 de cómo se da la relación de los conocimientos del TPACK en con los niveles de apropiación dados en la tabla 4.

**Figura 30**

*Relación gráfica de los conocimientos del TPACK y los niveles MEN*



*Nota:* Elaboración propia a partir de Misra y Koheller (2006) y MEN (2014) donde se muestran los niveles en los que se ubica el docente en cada conocimiento.

### 4.3.3 Caracterización de los conocimientos en niveles

En este apartado se presenta la caracterización de los conocimientos del modelo TPACK en los niveles de apropiación lo cual nos permite cumplir con el objetivo general.

- *El conocimiento del contenido (CK)*

Tomando como base el criterio de que el docente tiene el dominio necesario para impartir clases sobre las materias asignadas ( Sumba et al., 2009) y los niveles de apropiación dados por el MEN (2014), el docente tiene un nivel integrador del conocimiento de contenido en el aula ya que durante las sesiones muestra que sabe de varios conceptos previos que se deben trabajar antes de la suma y resta de fracciones como lo son, las fracciones equivalentes, las fracciones propias e impropias, la relación de las fracciones con los números enteros, mostrando que tiene un conocimiento en cuanto a la fenomenología de las fracciones, específicamente la contextualización de las fracciones a los estudiantes en situaciones de su vida cotidiana y trabajar el contenido central de las sesiones que fue la suma y resta de fracciones, resaltando su conocimiento de todos los métodos que se trabajan de la suma y resta de fracciones.

Siendo que el docente durante las sesiones logró trabajar la suma de las fracciones muestra que tiene un gran conocimiento en cuanto a la suma de las fracciones mostrando un nivel innovador en este contenido, esto ya que conoce todos los métodos que se usan en secundaria para enseñar la suma de fracciones homogéneas y heterogéneas, además de que sabe en qué momento debe usar cada uno de estos métodos, ya que logra enseñar este tema a los estudiantes, además de que cuando trabaja este tema hace siempre uso de un lenguaje matemático con los estudiantes.

Mostrando así que, aunque su formación es de licenciado en informática, sus más de 10 años de experiencia como docente de matemáticas en secundaria le han permitido adquirir conocimientos en cuanto al tema de fracción y los diferentes subtemas que se trabajan en este tema.

Sin embargo, en cuanto a la conceptualización del concepto de fracción se presenta que el docente en un momento no logra delimitar con qué concepto de fracción está trabajando con los estudiantes, ya que, aunque en la entrevista muestra que trabaja con los estudiantes la concepción de fracción concepto parte-todo y en la actividad 1 del LIGG que trabaja con los estudiantes hace uso de este concepto, al pasar a la actividad 2 hay un momento donde esta habla de una fracción como un cociente pero el docente no les explica a los estudiantes que se está hablando de dos concepciones diferentes de la fracción, lo cual tiene similitud con lo identificado por (Martínez y Lascano, 2001; Elena y Álvarez, 2010; Fazio y Siegler, 2011;

Gómez-Rodríguez, 2019, como se citó en Parra y Carmona, 2021) en cuanto a que en la actualidad se sigue presentando una falta de conocimiento parte-todo.

Y esto se puede deber a lo que presenta Fandiño (2015) acerca de las concepciones que hay alrededor de las fracciones lo cual puede llegar a generar confusiones al momento de enseñar. Reforzando así lo dicho por Valenzuela et al. (2017) en cuanto a que los docentes no logran contextualizar el concepto de fracción que están trabajando debido a que no comprenden las diferentes concepciones que hay en cuanto a este concepto.

Ya entrando en la representación de las fracciones, el docente presenta una confusión al momento de trabajar la representación de la fracción en la recta numérica, ya que al mencionar la recta numérica no menciona su nombre a los estudiantes, sino que se refiere a esta como una "línea", sin embargo, cuando está trabajando la representación de las fracciones haciendo uso de la forma circular y rectangular si logra hacer un correcto uso de estas siendo que incluso les enseña a los estudiantes cómo pueden realizar la suma de las fracciones haciendo uso de la última, lo cual puede llevar a que debido a esto sus estudiantes presenten dificultades para comprender la representación de las fracciones en la recta numérica tal cual como identifico Valenzuela et al. (2017).

- *El conocimiento Pedagógico (PK)*

Tomando como base el criterio de que el docente puede utilizar diversas metodologías de enseñanza (Castro y Gutiérrez, 2021) y los niveles de apropiación dados por el MEN (2014), el docente se ubica en un nivel integrador en cuanto al conocimiento pedagógico ya que muestra un conocimiento profundo en cuanto a las diferentes estrategias que emplea para el proceso de enseñanza y aprendizaje. Siendo la estrategia más utilizada por el docente el hacer a los estudiantes partícipes de la clase por medio de preguntas que les iba realizando en todo momento y que para cada momento de cada ejercicio que realizará se apoyaba en ellos para resolverlo, si ellos no le daban respuesta de lo que preguntaba, no avanzaba, sino que seguía haciendo preguntas hasta que ellos lograran entender lo que les estaba preguntando.

Otro recurso en el que el docente se apoya es en el tablero para enseñar a los estudiantes, haciendo un correcto uso de este en los momentos que considera necesario y que puede ayudar a que los estudiantes comprendan el contenido que se está trabajando, de igual forma está el hecho de que busca contextualizar a los estudiantes a situaciones de la vida cotidiana el tema que está trabajando con los estudiantes. Por otro lado, está la manera en la que evalúa a sus estudiantes, él tiene claro la manera en la que lo realiza de acuerdo con lo que comenta en la entrevista, siendo estas el examen y las tareas que le deja a los estudiantes.

Todo esto antes mencionado tiene similitud con lo mencionado por Prada et al. (2019) en cuanto a que para que se dé una buena práctica es el uso de una buena estrategia didáctica y un diseño de una propuesta y evaluación del tema. Esto ya que el docente tiene claro en qué momento utilizar cada estrategia o recurso para enseñar a sus estudiantes y los métodos para evaluarlos.

- ***El conocimiento Tecnológico (TK)***

Tomando como base el criterio de que el docente tiene una asimilación de conocimientos tecnológicos (Flores et al., 2018) y los niveles de apropiación dados por el MEN (2014), el docente se encuentra en un nivel integrador del conocimiento tecnológico puesto que conoce varios recursos tecnológicos como lo son YouTube y GeoGebra, los cuales sabe manipular, el primero para la búsqueda de videos interactivos y el segundo en el desarrollo de las actividades, esto de acuerdo a lo que nos menciona en su entrevista y pudimos ver la manipulación en clase, ya en las secciones, lo que muestra que sí tiene un conocimiento de estas y la manera de manipularlas para que se pueda realizar la actividad ya sea él quien esté manipulando la actividad o sea un estudiante quien lo esté haciendo logrando de esta manera integrar de una manera adecuada 4 actividades en el aula.

Sin embargo, en la actividad 4 el docente presentó una dificultad para explicarle a la estudiante que estaba manipulando la actividad por él, ella cometió un error y el docente no supo cómo actuar en el momento, lo cual se pudo deber a que no conocía del todo cómo manipular esta actividad, siendo así que esta fue la única actividad de las 5 actividades que utilizó en el aula que no logró integrar por completo.

Esto tiene relación con lo dicho por Sumba et al (2020) ya que el docente muestra que tiene un dominio en cuanto al uso de recursos tecnológicos, en específico en esta sesión en el uso del LIGG de GeoGebra tal como el menciona en la entrevista que sabe utilizar diferentes herramientas de este recurso.

- ***Conocimiento Pedagógico de Contenido (PCK)***

Tomando como base el criterio en cuanto a que el docente tiene un uso estrategias de enseñanza (aprendizaje cooperativo, aprendizaje basado en proyectos, evaluación formativa,...) para que el alumnado aprenda el contenido matemático(Castro y Gutiérrez, 2021) y los niveles de apropiación dados por el MEN (2014), el docente se encuentra en un nivel integrador en cuanto al conocimiento pedagógico de contenido ya que muestra una comprensión de cómo transformar su conocimiento en el tema de fracciones y de la suma de fracciones para enseñarle a los estudiantes. Esto es muestra de que el docente logra entender el concepto previo que está trabajando en cada momento de las sesiones (el concepto parte-todo de fracción, las fracciones equivalentes, fracciones propias e impropias) y trabajar la suma de fracciones con los estudiantes.

Por medio del uso de diferentes estrategias para enseñar a sus estudiantes, tales como que siempre busca que estén activos por medio de preguntas, parte de inquietudes de algunos estudiantes y con ayuda de otros ayuda a resolver estas dudas, busca que los estudiantes comprendan más el tema contextualizando el concepto de fracción con situaciones de la vida cotidiana y haciendo uso de diferentes recursos según consideraba estos le ayudaban en cada momento de la clase.

Esto también se evidencia en las respuestas dadas de la entrevista ya que el menciona que los estudiantes tienen dificultades para la comprensión del concepto de fracción y por esto se ayuda mucho en recursos visuales para enseñar el tema, esto ya sea haciendo uso del tablero o del recurso tecnológico, además que menciona que para enseñar la suma y resta de fracciones busca partir de lo más simple hasta llegar a lo más complejo para enseñar la suma y resta de fracciones, lo cual también se ve evidenciado en la sesión ya que inicia enseñando a los estudiantes la suma de fracciones partiendo de las más sencillas y va a aumentando la complejidad sabiendo en qué momento debe utilizar cada uno de los métodos, mostrando así que conoce a sus estudiantes.

Sin embargo, hay momentos en los que comete errores, ya que se centra en hacer uso sólo de las preguntas para los estudiantes y puede que se les dificulte más enseñarles el tema, de igual forma trabajando la representación de las fracciones en la recta numérica comete algunos errores ya que no usa el recurso de una manera indicada para enseñar sino más como un instrumento.

Esto muestra que de acuerdo con lo dicho por Parra y Conde (2020) de que es importante que en la educación matemática el docente tenga claro su conocimiento del contenido matemático y del contenido pedagógico, los cuales deben ir un poco más allá logrando introducir en sus métodos de enseñanza de una manera adecuada los recursos tecnológicos y sabiendo en qué momento utilizar cada uno de estos.

- ***Conocimiento Tecnológico de Contenido (TCK)***

Tomando como base el criterio de que el docente tiene un uso de la tecnología para comprender conceptos matemáticos (Castro y Gutiérrez, 2021) y los niveles de apropiación dados por el MEN (2014), el docente se encuentra en un nivel integrador en el conocimiento tecnológico de contenido ya que logra que en 4 de las 5 actividades del LIGG logren apoyar y no limitar la enseñanza de los conceptos previos (el concepto parte- todo de fracción, las fracciones equivalentes, fracciones propias e impropias) y la suma de fracciones. Esto ya que el docente muestra que no solo tiene un dominio sobre el contenido que está enseñando en cada momento de las sesiones, sino que también tiene un entendimiento de cómo trabajar estos temas haciendo uso de las actividades presentadas en el LIGG. Es decir que en mayor parte él comprende que actividad del libro es apropiada para abordar el tema que está enseñando y como el contenido que esté enseñando y la actividad del LIGG que está utilizando puedan hacer cambios del uno hacia el otro.

Lo dicho anteriormente se puede relacionar lo que mencionan Santos-Trigo y Camacho-Machín (2018) en cuanto que, al docente al hacer uso de recursos digitales para enseñar a los estudiantes, le permite que él se apropie más en cuanto al uso de estas y que de esta manera no solo busque guiar a sus estudiantes en el aprendizaje del contenido, sino que también logre crear nuevas maneras de evaluar a los estudiantes y guiarlos a trabajar en la resolución de problemas.

- ***Conocimiento Tecnológico Pedagógico (TPK)***

Tomando como base el criterio en cuanto a que el docente puede implementar un adecuado proceso de enseñanza-aprendizaje involucrando el uso de tecnologías que favorezcan el desarrollo integral del estudiante (Castro y Gutiérrez, 2021) y los niveles de apropiación dados por el MEN (2014), se considera que el docente se encuentra en un nivel integrador en este conocimiento ya que muestra que comprende cómo usar las actividades del LIGG de tal manera que sean un apoyo que le permitan hacer un cambio en la manera en la que está enseñando, Mostrando que comprende en qué momento de la clase estas actividades pueden ser usadas como un medio para enseñar y que realmente le ayuden a enseñar los conceptos previos (el concepto parte- todo de fracción, las fracciones equivalentes, fracciones propias e impropias) y la suma de fracciones.

Uno de los momentos donde más se evidencia es cuando les está enseñando a los estudiantes la suma de las fracciones y selecciona una actividad, la cual va a ser un apoyo para enseñarles a los estudiantes la suma de dos fracciones heterogéneas por el método de multiplicación en cruz y haciendo uso del método gráfico. Siendo que les enseña este método a los estudiantes y ve que la actividad no lo apoya para enseñar la suma homogénea y con más de tres fracciones heterogéneas por el método M.C.M y el hace uso de otros recursos para enseñar.

Esto antes descrito concuerda con lo dicho por diversos autores (Llinares, 2012; Pochulu et al., 2016, como se citó en Valbuena et al., 2021) en cuanto a la importancia que tiene que el docente tenga un conocimiento adecuado para el uso pedagógico de los recursos tecnológicos y lo vean como un recurso mediador en el proceso de enseñanza y aprendizaje y no como un instrumento más a usar en la clase.

Sin embargo, en la actividad 4 el docente no logra hacer un cambio en la manera en la que enseña haciendo uso de esta actividad, sino que se le dificulta un poco enseñar con esta, incluso omitiendo los cuestionamientos que le hacen los estudiantes respecto a la actividad y omitiendo errores que cometen los estudiantes llegando a no completar el proceso de enseñanza de la representación de fracciones en la recta numérica lo cual también tiene similitud con lo dicho por Santillán (2010, como se citó en Prada et al., 2019), que aunque los docentes integren en sus prácticas pedagógicas algunos recursos tecnológicos aún se les dificulta tener ideas claras y definidas en cuanto a cómo usar estos recursos para enseñar.

- ***Conocimiento Tecnológico Pedagógico de Contenido (TPACK)***

Tomando como base el criterio en cuanto a que el docente utiliza la metodología y las herramientas tecnológicas adecuadas en función del contenido matemático a trabajar en el aula (Castro y Gutiérrez, 2021), y los niveles de apropiación dados por el MEN (2014), el docente se encuentra en un nivel integrador del conocimiento tecnológico pedagógico del contenido esto ya que, al hacer la interrelación entre los tres conocimientos CK, PK Y TK, que a la vez se interrelacionan dos a dos dando los conocimientos PCK, TCK Y TPK para a su vez la interrelación nos da el TPACK y en la interrelación de todos estos, tal como se ve en la figura 30, se puede ver que se va dando en cada interrelación el nivel integrador.

Lo cual ya viendo de manera conjunta durante todas las dos sesiones nos permite ver que el docente busca que se dé una enseñanza significativa de la suma y resta de fracciones haciendo uso del LIGG. Esto ya que el docente muestra que comprende cómo usar 4 de las 5 actividades del LIGG de tal manera que logra enseñarles a los estudiantes los conceptos previos (el concepto parte-todo de fracción, las fracciones equivalentes, fracciones propias e impropias) y la suma de fracciones. Esto se relaciona con algunas respuestas dadas por el docente donde menciona que él busca que las actividades que le presente a los estudiantes sean prácticas y les permitan a ellos manipular y esto se logró evidenciar en las actividades que seleccionó ya que en su mayoría de estas se tenían que manipular para obtener los resultados. Mostrando así que él usa las actividades como un recurso pedagógico para enseñar a sus estudiantes.

Todo esto tiene relación con lo dicho por Cabero et al. (2017) ya que en este modelo se quiere que el docente logre hacer la interrelación entre los conocimientos tecnológicos, de contenido y pedagógicos que tiene para que de esta manera pueda crear entornos que permitan brindar un proceso de enseñanza y aprendizaje que sean enriquecedores. De igual forma se relaciona con lo dicho por Valbuena et al. (2021) en cuanto a que el docente debe utilizar los recursos tecnológicos como un apoyo desde lo pedagógico y didáctico durante todo el proceso y esto puede hacerlo el apropiándose de estos recursos, tal como se vio con el docente ya que el logro usar el LIGG como un apoyo para enseñar a sus estudiantes la suma de fracciones.

De igual forma es importante mencionar lo dicho por Parra y Conde (2020) en cuanto a lo importante que es que en un contexto educativo el docente pueda determinar cuál recurso tecnológico es efectivo para enseñar un contenido en particular, lo cual el docente durante las sesiones muestra que logra hacer una elección efectiva en la mayoría de los casos de las actividades del LIGG para enseñar cada uno de los contenidos a los estudiantes.

Partiendo de todo lo anteriormente dicho se tiene que, todos los conocimientos se lograron identificar en el docente. Partiendo del CK, el cual se evidencio en las 5 actividades, se presentaron tanto en los conceptos previos (el concepto parte-todo de fracción, las fracciones equivalentes, fracciones propias e impropias) en los cuales muestra que tiene saberes en cuanto a estos contenidos y la suma de fracciones, el cual fue la única parte de la suma y resta que logró trabajar en el aula; muestra un gran conocimiento de la suma de fracciones, ya que conoce los métodos que se usan para esta, contextualiza a los estudiantes para una mayor comprensión y sabe en qué momento utilizar cada uno de los métodos.

Hablando del PK, este conocimiento se logró identificar en 4 de las 5 actividades ya que, aunque el docente si muestra que conoce y utiliza diferentes estrategias para enseñar a sus estudiantes, como lo es la más utilizada por el que es partir siempre de preguntas y hacer partícipes a los estudiantes y buscar contextualizar a los estudiantes para una mayor comprensión hay un momento donde no se logra evidenciar este conocimiento en el docente en la actividad 4. Esto de igual manera pasa en los dos conocimientos donde se da la interrelación con otro conocimiento, el PCK y el TPK, los cuales solo se logran evidenciar en 4 de las 5 actividades.

Ya hablando del TK el docente muestra que, si tiene conocimiento en el uso de recursos tecnológicos, en específico en el uso de GeoGebra, el cual se logra evidenciar en todas las actividades al momento de manipular estas o dar indicaciones para la manipulación de estas. En cuanto al TCK también se logra identificar en las 5 actividades ya que el docente muestra que logra usar este recurso como un medio para guiar a sus estudiantes en el contenido que está enseñando en el momento.

Por último, también se logra identificar el TPACK en el docente ya que logra usar diferentes estrategias de enseñanza haciendo uso de las actividades del LIGG para enseñar el contenido que estuviera dando en el momento.

## CAPÍTULO 5. CONCLUSIONES

En este capítulo se encuentran las conclusiones de la investigación, donde se da respuesta a la pregunta de la investigación, se describe el cumplimiento de los objetivos, las limitaciones que se tuvieron durante la investigación, los aportes de nuestra investigación a futuras investigaciones, las recomendaciones y una reflexión final del aporte de esta investigación en mi práctica como docente.

### 5.1 Conclusiones entorno a la investigación

Partiendo de los objetivos específicos de la investigación, los dos primeros objetivos se centran en la determinación de los criterios para estructurar el libro y seleccionar las actividades que lo integran; para ello iniciando con el análisis documental que se realizó, se definieron el objetivo del libro para la enseñanza de la suma y resta de fracciones en primero de secundaria y los criterios que debía cumplir cada actividad para ser parte de éste, dando como resultado un total de 17 actividades y sus respectivos cuestionarios, así como 2 vídeos de apoyo. Siguiendo en este orden de ideas, ya estructurado el LIGG, se realizó una validación de este para ver su efectividad y que las actividades seleccionadas cumplieran con lo que se esperaba.

Ya entrando en los dos últimos objetivos específicos, que se centran en identificar los conocimientos del TPACK que se evidenciaban durante las sesiones y posterior a esto describir los niveles de apropiación de los conocimientos. Todos los conocimientos principales del modelo TPACK, el CK, PK y TK se lograron identificar en las sesiones, lo cual también permitió que la interrelación de estos conocimientos también se pudiera observar, siendo los que más se presentaron el TCK y TPK ya que el PCK en un momento de las sesiones no se logró evidenciar, todo esto también nos permitió ver el conocimiento TPACK en varios momentos de la sesión.

Por otro lado, siguiendo con el último objetivo específico, por medio de una tabla, se propone la relación de los criterios del modelo TPACK y los niveles de apropiación MEN, la cual es la base para la caracterización de los conocimientos que permiten evidenciar el nivel de apropiación que se identifica en cada una de las actividades realizadas.

De ahí que se logró el objetivo general que era caracterizar los conocimientos del TPACK del docente de matemáticas al hacer uso de un libro interactivo de GeoGebra (LIGG) desarrollado para la enseñanza de la suma y resta de fracciones; ya que se logró identificar que todos los conocimientos del TPACK se presentan en una clase con uso de un LIGG y además que el nivel que más se presenta fue el integrador, seguido del explorador, y por último, el innovador que solo se logró evidenciar el conocimiento CK y el TPACK, lo cual da respuesta a la pregunta de investigación que nos planteamos.

Por otro lado, hablando acerca de la problemática que se trabajó en la presente investigación se puede evidenciar que sí hubo una apropiación del uso de recursos tecnológicos en el docente, lo cual difiere un poco de lo dicho por Valbuena Et al. (2021) en

cuanto a que los docentes no tienen una apropiación de las TIC al momento de hacer uso de estas en el aula. De igual forma podemos ver que sí hay un desarrollo de los conocimientos del modelo TPACK en el docente, esto ya que actualmente se encuentra en un nivel integrador en todos los conocimientos y es mínimamente diferente a lo identificado por Cabero et al. (2017) respecto a que no hay crecimiento en la interrelación de los conocimientos del modelo.

Sin embargo, aunque en este trabajo se evidencia una apropiación de las TIC y un desarrollo en los conocimientos del modelo TPACK en los momentos en que un docente puede hacer un uso un recurso tecnológico en el aula como un apoyo para sus estrategias en la enseñanza, se considera que es necesario que se siga investigando en torno a esta problemática, ya que en esta investigación se dotó al docente del LIGG para la enseñanza de la suma y resta de fracciones y de un acercamiento previo al mismo con la finalidad de que pudiera verlo como un medio para enseñar a sus estudiantes en el aula; recursos que fueron la base para que al momento de la aplicación, el docente se mostrara con mucha confianza al usarlo, todo esto con el fin de que no se presentará lo expresado por Prada et al. (2021) con relación a que los docentes no logran usar los recursos tecnológicos, ya que no se les explica con claridad cómo usar estos en el aula, contribuyendo así a que se presentara una mayor apropiación del docente en el uso del LIGG y mostrara un nivel intermedio de los conocimientos.

Por otro lado, referente a el conocimiento de contenido, hablando específicamente de la enseñanza de las fracciones se evidencia que aún siguen presentes las dificultades expresadas por Valenzuela et al. (2016), Cuevas et al. (2016) y Parra y Carmona-Ramírez (2021) referente a que a los docentes para determinar el contexto en el que está trabajando el término de fracción, ya que aunque si se ve un gran conocimiento en cuanto al tema de fracción y la suma y resta de fracciones si se pudo ver un momento en el que el docente utiliza dos concepciones de fracción dadas por Fandiño (2015) esto puesto que el docente tiene claro el concepto de fracción Parte-Todo y logra explicárselo a los estudiantes pero hay un momento en el que trabaja los dos de manera conjunta, lo cual permite ver que esta es una dificultad en el proceso de enseñanza y aprendizaje de las fracciones que sigue presentándose en las aulas y que es fundamental que se sigan realizando investigaciones en torno de esta problemática.

## **5.2 Consideraciones para futuras investigaciones**

La primera consideración que emana de este trabajo es que se recomienda que se sigan realizando investigaciones en las que se analicen los conocimientos del modelo TPACK del docente de matemáticas en el aula al momento de hacer uso de un recurso tecnológico.

De igual forma se recomienda que para sacar mayor provecho a la aplicación del LIGG, se den entre 5 y 6 sesiones para lograr un óptimo proceso de enseñanza y a aprendizaje de la suma y resta de fracciones; y que en estas sesiones se tengan en cuenta todos los momentos técnicos que se deben realizar antes de la aplicación como el encender los computadores del centro de cómputo e introducir el link del LIGG y se permitan más tiempos en las sesiones previendo que el hacer esto se llevan algunos minutos que pueden ser mayormente aprovechados para dar la clase.

De igual manera se aconseja que para futuras investigaciones se realice un análisis de las planeaciones o secuencias didácticas que realiza el docente haciendo uso del LIGG u otro recurso tecnológico y así todo el proceso, seguido de la aplicación y evidenciar si realmente cumple con lo estipulado en la planeación o qué cambios realiza durante el proceso y tratar de ver por qué se pueden dar estos, además de apoyarse en entrevistas en las que se les pregunte acerca de la selección de ciertas actividades y reorganización que se fue dando durante las sesiones, de tal manera que el docente pueda reflexionar y se pueda ver un análisis más profundo de los conocimientos del modelo TPACK.

Por otro lado, que se logre realizar un taller en el que se pueda hacer todo lo antes hecho en esta investigación y ver si el hacer un taller en el que se les enseñe a los docentes cómo diseñar o estructurar un LIGG puede ayudar a que se presenten más niveles innovadores y menos exploradores. También se podría trabajar con varios de ellos para así comparar los conocimientos y niveles en los que se encuentran. Cabe mencionar que se está trabajando actualmente en este sentido.

De ahí que en este taller se lleven a cabo todas las pautas que se construyeron y los elementos que son fundamentales como el saber cómo estructurar el libro, tener claridad en cuanto a que se debe tener en cuenta para seleccionar las actividades que van a ser parte del LIGG. En este se partirá de un diagnóstico para conocer todos los conocimientos que puede tener el docente en cuanto al uso de recursos tecnológicos, centrando la atención en GeoGebra; para ello se propone la reestructuración de la entrevista inicial como se describe en el anexo 6 de este documento.

### **5.3 Aportes de la investigación**

El principal aporte que brinda la presente investigación es al modelo TPACK, esto ya que, en la revisión de antecedentes, se logró identificar que para evidenciar los conocimientos del modelo TPACK se realizaba por medio de entrevistas y cuestionarios, de ahí que se vio que hay muy pocas investigaciones en cuanto a la observación del docente en el aula para reconocer estos conocimientos. De ahí que se da un aporte al modelo al ser el foco principal para identificar los conocimientos del docente frente a grupo por medio de la observación no participante y usar como apoyo la entrevista semiestructurada.

Otro elemento significativo es la forma de caracterizar los conocimientos TPACK teniendo en cuenta los niveles de apropiación dados por el MEN, lo cual se realizó con el apoyo de una tabla de elaboración propia donde se relacionaron ambos elementos con base en los criterios que fueron dados por autores vinculados con el modelo a los que se incorporaron descriptores que permitieron establecer la relación, siendo esta tabla otro aporte que se brinda en la presente investigación.

Por último, para esta investigación se creó el LIGG para la enseñanza de la suma y resta de fracciones en primero de secundaria, esto ya que, aunque en la revisión se pudieron identificar algunos libros centrados en la enseñanza de las fracciones, no se pudieron evidenciar unos en los que solo se centre la suma y resta de fracciones. Además, que muy pocos

autores han expresado la estructura que deben tener un LIGG y no se encuentran reportes de los criterios que se deben tener en cuenta para la selección de las actividades, lo cual es otro aporte. Ya que tanto el LIGG como las actividades que hacen parte de este se seleccionaron teniendo en cuenta ciertos criterios que todas debían cumplir para ser parte de este y que se pudiera ver que el LIGG fue realizado teniendo en cuenta esto.

De ahí que otro aporte que se brinda es la reestructuración de los cuestionarios del LIGG de tal manera que nos permita identificar los conocimientos del modelo TPACK de los docentes durante el taller que se estructurará teniendo en cuenta todas las recomendaciones realizadas por diferentes revisores.

#### **5.4 Reflexión sobre mi práctica docente.**

Desde mi formación en pregrado sentí interés por el uso de la tecnología en la enseñanza de las matemáticas, esto conllevó a que en mi investigación de tesis de pregrado se centrará en la enseñanza de las matemáticas haciendo uso de la tecnología lo cual hizo que mi interés en esta línea de la investigación creciera. Por lo cual en la maestría decidí seguir investigando en esta línea ya que me permitiría conocer más acerca de cómo puedo llevar al aula recursos tecnológicos para enseñar, pero no como un instrumento más, sino como un medio que puede utilizarse para enseñar a los estudiantes diferentes contenidos matemáticos. Siendo que durante todo este proceso de investigación pude aprender mucho acerca de esto.

Lo primero fue que pude conocer más el recurso GeoGebra y ver que tiene más potencialidades que puede utilizarse para mejorar mi práctica, esto ya que previo a la investigación no sabía que en GeoGebra se podían hacer Libros Interactivos del contenido que uno quiera para enseñar a los estudiantes. Y gracias a la investigación al momento en el que vaya a realizar otro libro de un contenido en específico no escogeré actividades al azar, sino que buscaré que estas cumplan con ciertos criterios que realmente me permitan cumplir el objetivo que me plantee de aprendizaje.

También me queda claro que aún me hace falta mucho por aprender de este recurso en cuanto al diseño de actividades, ya que, aunque si tengo conocimientos de cómo crear algunas actividades, si surgió mi interés por seguirme formando en el uso de GeoGebra para crear diferentes actividades, libros y demás recursos que brinde GeoGebra que aún no se utilizar a profundidad.

Esto ya sea por medio de talleres, conferencias u otros recursos, de tal manera que esté en una formación continuada que me permita seguir aprendiendo cada vez más acerca de este recurso y otros recursos tecnológicos que pueda yo utilizar en el aula para enseñar a mis estudiantes.

De igual forma gracias al modelo TPACK aprendí más acerca de la enseñanza haciendo uso de la tecnología y de lo importante que es que se realicen investigaciones desde la perspectiva del docente ya que muchas veces cuando se observan investigaciones en las que se hace uso de un recurso tecnológico se centran en el aprendizaje de los estudiantes y no se ve la

importancia de analizar los conocimientos que tiene el docente. Lo cual ayudó mucho en mi práctica ya que pude conocer más acerca de los conocimientos que se presentan en este modelo y de las interrelaciones de estos conocimientos y de cómo yo, como docente, no debo dejarlos a un lado al momento de querer usar un recurso tecnológico en mi aula de clase, sino que deben ir de la mano y así se me pueda facilitar la comprensión de cómo usar este recurso como un medio que me ayude a dar una enseñanza significativa para mis estudiantes.

En conclusión, esta investigación además de que me ayudó a conocer más acerca de un modelo que no conocía hasta el ingreso a la maestría, también me permitió apropiarme más de este y me generó un mayor interés por seguir investigaciones bajo este modelo que me permitan seguir creciendo como docente.

Por otro lado, hablando un poco referente a los aprendizajes que tuve durante todo mi proceso de formación en la maestría, siento que todo este aprendizaje inicio desde el curso propedéutico que se tuvo para el ingreso de esta. Ya que en los diferentes cursos fui aprendiendo cosas como los modelos que hay en investigación matemática ya que, aunque en mi formación profesional conocía algunos, aun me faltaba conocer más acerca de estos, también aprendí que, aunque tuve una formación en cuanto a un conocimiento de contenido matemático aun me faltaban unas cosas para mejorar este.

Ya estando en la maestría pude aprender más de diferentes teorías y modelos de investigación y acá fue donde conocí el modelo TPACK y surgió parte de mi interés en realizar investigaciones y conocer más acerca de este modelo. De igual forma otro modelo que conocí en la maestría y me llamo mucho la atención fue el modelo del MTSK (Conocimiento Especializado del Profesor de Matemáticas) y el cual pude trabajar durante un semestre y considere fue poco para todo lo que nos brinda este modelo y dejó en mí el interés por seguir conociendo más este modelo y de pronto en un futuro realizar investigaciones bajo este modelo.

Algo que también aprendí durante todos estos semestres de mi maestría fue la importancia de la reflexión y de que no debo realizarla sobre mi practica así porque si, sino que debo llevar un proceso profundo para realmente lograr cambios en mí de manera significativa y que no solo se quede en pensamientos. De igual forma siento que pude fortalecer mi conocimiento pedagógico y didáctico ya que durante mi formación profesional aprendí más del conocimiento matemático, pero no tanto de cómo llevar al aula todos esos conocimientos que tengo y de lo importante que es que yo conozca a mis estudiantes para lograr una enseñanza efectiva.

Otra cosa que aprendí fue que me gusta usar mucho los recursos didácticos para enseñar, ya sean recurso físicos o tecnológicos, además que al momento de querer usar uno de estos recursos debo tener claro el fin con el que voy a usar este recurso y no solo usarlo por que sí.

Para finalizar durante esta maestría sentí un contraste con lo que aprendí durante mi formación en Colombia, ya que en Colombia sentí que tuve mayores aprendizajes teóricos y

no tanto prácticos y acá estos iban más de la mano ya que siempre se busca relacionar lo que realizábamos en nuestra practica con diversos autores que nos permitían reflexionar verdaderamente sobre nuestra práctica. Siendo así que acá pude aprender más sobre mi práctica docente y reforzar mis conocimientos que traía de mi formación profesional.

## REFERENCIAS

- Albert, M. (2006). *La investigación educativa. Claves teóricas*. Editorial McGraw-Hill.
- Arce, M, Conejo, L, Ortega T y Pecharromás, C. (2015). *Integración de “libros GeoGebra” en el aprendizaje de conceptos geométricos en el grado de Educación Primaria*. En Consejería de Educación de la Junta de Castilla y León. (Ed.), Congreso: Las nuevas metodologías en la enseñanza y el aprendizaje de las Matemáticas”. (pp. 297-308). Lugar: Academia de Artillería de Segovia. <http://uvadoc.uva.es/handle/10324/11856>
- Area Moreira, M. (2017). La metamorfosis digital del material didáctico tras el paréntesis Gutenberg / The digital metamorphosis of didactic material after the parenthesis Gutenberg. *Revista Latinoamericana De Tecnología Educativa - RELATEC*, 16(2), 13-28. <https://doi.org/10.17398/1695-288X.16.2.13>
- Azamar Alonso, A., (2016). La integración de la tecnología al Sistema Educativo Mexicano: Sin plan ni rumbo. *Rencuentro. Análisis de Problemas Universitarios*, (72), 11-25. <https://reencuentro.xoc.uam.mx/index.php/reencuentro/article/view/903>
- Bello, I. (1999). *Álgebra elemental*. (E. Alatorre, Trad.). México: International Thomson Editores. (Versión original publicada en 1998)
- Bikner-Ahsbahs, A., Knipping, C., Presmeg, N. (2015) *Approaches to Qualitative Research in Mathematics Education: Examples of methodology and methods*. *Research in mathematics education*. Gabriele Kaiser, University of Hamburg, Hamburg, Germany, Bharath Sriraman, The University of Montana, Missoula, USA.
- Bolaños, C., y Ruiz-Hidalgo, J. (2018). Demostrando con GeoGebra. *Números. Revista de Didáctica de las Matemáticas*, 99, 153-171. <http://www.sinewton.org/numeros/>
- Cabero, J., Marín, V. y Castaño, C. (2015). Validación de la aplicación del modelo TPACK para la formación del profesorado en TIC. *@tic revista d'innovació educativa*. No. 14, 13-22.
- Cabero, J., Roig- Vila, R. y Mengual, S. (2017). Conocimientos tecnológicos, pedagógicos y disciplinares de los futuros docentes según el modelo TPACK. *Digital Education Review*, 32, 85-96. <https://doi.org/10.1344/der.2017.32.73-84>
- Castro Sierra, F. A., y Gutierrez-Santiuste, E. (2021). Cuestionario sobre conocimientos del profesorado universitario de matemáticas para la integración tecnológica. *Revista Fuentes*, 23(2). <https://doi.org/10.12795/revistafuentes.2021.12792>
- Cortina, J. L., Zuñiga, C. y Visnovska, J. (2013). La equipartición como obstáculo didáctico en la enseñanza de las fracciones. *Educación Matemática*, 25(2), 7-29
- Cuevas, O., Valenzuela, E., Osorio, M., y Trujillo, E. (2016). Secuencia didáctica para el autoaprendizaje de la simplificación de fracciones con uso de tecnología en estudiantes universitarios. *Unión. Revista Iberoamericana de Educación Matemática*, 12(45), 162-183. <https://union.fespm.es/index.php/UNION/article/view/584>

- Díaz Pinzón, J. (2016). Aplicación PhET: estrategia de enseñanza-aprendizaje de fracciones equivalentes. *Revista Criterios*, 23(1), 111-123.
- DNP. (2016). *Evaluación de impacto del plan Vive Digital*. Obtenido de Departamento Nacional de Planeación:  
[https://colaboracion.dnp.gov.co/CDT/Sinergia/Documentos/Plan\\_Vive\\_Digital.pdf](https://colaboracion.dnp.gov.co/CDT/Sinergia/Documentos/Plan_Vive_Digital.pdf)
- Fandiño Pinilla M. I. (2015). Las fracciones: aspectos conceptuales y didácticos. Capítulo 2 del libro: L. A. Hernández Rebollar, J. A. Juárez López, J. Slisko Ignjatov (Eds.) (2015). *Tendencias en la educación matemática basada en la investigación. Volumen 1. Puebla (México)* Pagg. 25-38.: BUAP Benemérita Universidad Autónoma de Puebla (Facultad de Ciencias Físico Matemáticas).
- Fiallo, J. E. (2015). Acerca de la investigación en Educación Matemática desde las tecnologías de la información y la comunicación. *Actualidades Pedagógicas*, 69-83. <https://doi.org/10.19052/a.3436>
- Flores, F. A. S., Ortiz, M. C., y Buontempo, M. P. (2018). TPACK: un modelo para analizar prácticas docentes universitarias. El caso de una docente experta. *REDU. Revista de Docencia Universitaria*, 2018, 16(1), 119-13. <https://doi.org/10.4995/redu.2018.8804>
- Freudenthal, H. (1983) *Didactical Phenomenology of Mathematical Structures*. Dordrecht: Reidel. Traducción de Luis Puig, publicada en Fenomenología didáctica de las estructuras matemáticas. México: CINVESTAV, 2001. <https://www.uv.es/puigl/cap5fracciones.pdf>
- García R. y Martínez S. (1977). *Matemática Básica Elemental*. Editorial: Madrid
- GeoGebra (21 de septiembre de 2022) *Editor de GeoGebraBook -el Libro GeoGebra*. GeoGebra. [https://wiki.geogebra.org/es/Creando\\_un\\_Libro\\_GeoGebra](https://wiki.geogebra.org/es/Creando_un_Libro_GeoGebra)
- George, C. E. (2020). Reducción de obstáculos de aprendizaje en matemáticas con el uso de las TIC. *IE Revista de Investigación Educativa de la REDIECH*, 11, 1-16. [https://doi.org/10.33010/ie\\_rie\\_rediech.v11i0.697](https://doi.org/10.33010/ie_rie_rediech.v11i0.697)
- Hernández Hechavarría, C. M., Arteaga Valdés, E., & del Sol Martínez, J. L. (2021). Utilización de los materiales didácticos digitales con el GeoGebra en la Enseñanza de la Matemática. *Revista Conrado*, 17(79), 7-14. <https://conrado.ucf.edu.cu/index.php/conrado/article/view/1689>
- Hernández, R.; Fernández, C. y Baptista, P. (2014). *Metodología de la Investigación*. 6ª Edición. México: McGRAW-HILL e Interamericana Editores S.A.
- Herrera, F. (2011). Aprendizaje en red y actividades digitales significativas. *Revista para la promoción y apoyo a la enseñanza del español*, (28), 4-7.
- Herreros-Torres, D., Sanz, M. T., & Gómez-Ferragud, C. B. (2022). Dificultades con la Fracción como Operador en Discentes de Sexto Curso de Educación Primaria. *Bolema: Boletim de Educação Matemática*, 36, 728-752. <https://doi.org/10.1590/1980-4415v36n73a06>
- Hurtado, M. (2012). *Una propuesta para la enseñanza de fracciones en el grado sexto*. [Tesis de Maestría, Universidad Nacional de Colombia]

- Jiménez García, J. G., y Jiménez Izquierdo, S (2017). GeoGebra, una propuesta para innovar el proceso enseñanza-aprendizaje en matemáticas. *Revista electrónica sobre tecnología, educación y sociedad*, 4(7). <https://www.ctes.org.mx/index.php/ctes/article/view/654>
- Jiménez, J., Teshiba, M., Romo, J., Álvarez, M., Villafania, P., Hernández, F., Galindo, J., Sedano, J. y Serrano, B. (2006). *Matemáticas 1 Aritmética y Pre álgebra*. México: Umbra
- Koehler, M. y Mishra, P. (2009). What is technological pedagogical content knowledge? *Contemporary Issues in Technology and Teacher Education*, 9(1), 60-70.
- López, A. (2021). *Teoremas clásicos de Geometría haciendo uso de un libro interactivo de GeoGebra, para la formación de profesores de Educación Secundaria*. [Universidad de la Laguna]. <http://riull.ull.es/xmlui/handle/915/24101>
- Martínez, C. y Lascano, M. (2001) Acerca de dificultades para la enseñanza y el aprendizaje de las fracciones. *Revista EMA. Bogotá, Colombia*. 6(2), 159-179. <http://funes.uniandes.edu.co/1127/1/75>
- Martínez, L. (2007). La observación y el diario de campo en la definición de un tema de investigación. *Revista perfiles libertadores*, 4(80), 73-80.
- Mateos, T.G. (2008) Una aproximación a las dificultades en el aprendizaje de las matemáticas. un punto de vista psicogenético. *Revista Ethos Educativo*. 41, 194-208.
- MEN. (11 de marzo de 2013). Competencias TIC para el desarrollo profesional docente. Obtenido de Ministerio de Educación Nacional: [https://www.mineducacion.gov.co/1759/articles-339097\\_archivo\\_pdf\\_competencias\\_tic.pdf](https://www.mineducacion.gov.co/1759/articles-339097_archivo_pdf_competencias_tic.pdf)
- MEN. (octubre de 2017). *Plan Nacional Decenal de Educación 2016-2026*. Obtenido de Ministerio de Educación Nacional: [https://www.mineducacion.gov.co/1759/articles-392871\\_recurso\\_1.pdf](https://www.mineducacion.gov.co/1759/articles-392871_recurso_1.pdf)
- Merlano, D., Valbuena, S. y Conde, R. (2022). Conocimiento de contenido tecnológico y pedagógico (TPACK) y creencias sobre las TIC de profesores de matemáticas en formación inicial. *Revista Hamut'ay*, 9 (1). 12-23. <http://dx.doi.org/10.21503/hamu.v9i1.2372>
- Mishra, P. y Koehler, M. (2006). Technological pedagogical content knowledge: A framework for integrating technology in teacher knowledge. *Teachers College Record*, 108(6), 1017-1054.
- Moreno, D. (8 de agosto de 2018). *Historia de la tecnología aplicada a la educación*. WebWork. <https://www.webwork.com.ar/blog/historia-de-la-tecnologia-aplicada-a-la-educacion.html>
- Navarrete, Z., Manzanilla, H., y Ocaña-Pérez, L. (2021). La educación después de la pandemia: propuesta de implementación de un modelo de Educación Básica a Distancia. *Diálogos sobre educación. Temas actuales en investigación educativa*, 12(22). <https://doi.org/10.32870/dse.v0i22.920>
- Navarrete, Z., y Manzanilla, H. M. (2017). Panorama de la educación a distancia en México. *Revista Latinoamericana de Estudios Educativos*, 13(1), 65-82. [http://190.15.17.25/latinoamericana/downloads/Latinoamericana13\(1\)\\_4.pdf](http://190.15.17.25/latinoamericana/downloads/Latinoamericana13(1)_4.pdf)

- Ñaupas, H., Mejía, E., Novoa, E., N., y Villagómez, A. (Ed. 4) (2014). *Metodología de la investigación cuantitativa-cualitativa y redacción de la tesis*. Ediciones de la U.
- Padilla, I., y Conde-Carmona, R. (2020). Uso y formación en TIC en profesores de matemáticas: un análisis cualitativo. *Revista Virtual Universidad Católica del Norte* (60), 116-136. <https://www.doi.org/10.35575/rvucn.n60a7>
- Paniagua, E. (2022). Aula invertida, TPACK y TAC: un camino hacia el aprendizaje. *Cuaderno de Pedagogía Universitaria*, 19(37), 99-114. <https://doi.org/10.29197/cpu.v19i37.452>
- Parra, D. y H. Carmona-Ramírez, L. (2021). Implementación de un método gráfico para la enseñanza de las fracciones. *Números: revista de didáctica de las matemáticas*. <https://hdl.handle.net/11162/219847>
- Plaza, Luis; González, José y Vasyunkina, Olena (2020). *Obstáculos en la enseñanza – aprendizaje de la matemática. Revisión sistemática*. En Balda, Paola; Parra, Mónica Marcela; Sostenes, Horacio (Eds.), *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa* (pp. 295-304). México, DF: Comité Latinoamericano de Matemática Educativa
- Prada, R., Aloiso, A., y Hernández, C. (2019). Usos y efectos de la implementación de una plataforma digital en el proceso de enseñanza de futuros docentes en matemáticas. *Revista Virtual Universidad Católica del Norte*, 57(57 (2019)), 137-156. <https://doi.org/10.35575/rvucn.n57a10>
- Pruzzo, V. (2012) Las fracciones: ¿problema de aprendizaje o problemas de la enseñanza? *Revista Pilquen Sección Psicopedagogía*. 14(8), 1-14.
- Quintana, A. (2006). *Metodología de Investigación Científica Cualitativa*. Montgomery, W (Ed.), *Psicología: Tópicos de actualidad*. (pp. 47-84). Universidad Nacional Mayor de San Marcos.
- Revuelta, M. J. C., Fernández, L. G., Vaca, E. A., Gómez, V. E., & Gómez, R. B. (2020). Potencialidades de las TIC y su papel fomentando la creatividad: percepciones del profesorado. *RIED. Revista Iberoamericana de Educación a Distancia*, 23(2), 287-306. <https://doi.org/10.5944/ried.23.2.26247>
- Rico, M. (1997). Reivindicación del Error en el Aprendizaje de las Matemáticas. *Épsilon* (38), 185-198.
- Ríos, Y. (2007) Una ingeniería didáctica aplicada sobre fracciones. *Revista Omnia. Universidad de Zulia, Venezuela*. 13(02), 120-157. <https://www.redalyc.org/pdf/737/73713207.pdf>
- Ríos, Y. (2011) Concepciones sobre las fracciones en docentes en formación en el área de Matemática. *Revista Omnia. Universidad del Zulia. Venezuela*. 17(1), 11-13. <https://www.redalyc.org/pdf/737/73718406002.pdf>
- Rojano Ceballos, M. (2003). Incorporación de entornos tecnológicos de aprendizaje a la cultura escolar: proyecto de innovación educativa en matemáticas y ciencias en escuelas secundarias públicas de México. *Revista Iberoamericana de Educación*. Obtenido de <http://hdl.handle.net/11162/21544>

- Rueda, N. (2018). *Algunas dificultades que presentan los estudiantes de séptimo para sumar y restar fracciones. Una mirada desde la modelación matemática*. [Tesis de Maestría, Universidad Nacional de Colombia]. <https://repositorio.unal.edu.co/handle/unal/64081>.
- Salas Rueda (2018). Uso del servicio en la nube GeoGebra durante el proceso enseñanza-aprendizaje sobre las matemáticas. *RIDE. Revista Iberoamericana para la Investigación y el Desarrollo. Educativo*, vol. 8, núm. 16, pp. 23-52. <http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=498159332002>
- Santillán, F. (2010). Cambios en la práctica pedagógica de los docentes para el logro de aprendizajes efectivos. *Educación y Humanismo*, 12(19), 46-72. <http://revistas.unisimon.edu.co/index.php/educacion/article/view/2081>
- Santos-Trigo, M. y Reyes-Martínez, I. (2014). The coordinated use of digital technology in learning environments. In L. Uden et al. (Eds.), *Learning Technology for Education in Cloud* (pp. 61-71). Communication in Computer and Information Science, 446. NY: Springer.
- Santos-Trigo, M., y Machín, M. (2018). La resolución de problemas matemáticos y el uso de tecnología digital en el diseño de libros interactivos. *Educatio Siglo XXI*, 36(3 Nov-Feb 1), 21-40 <http://dx.doi.org/10.6018/j/349451>
- Schmidt, D., Baran, E., Thompson, A., Mishra, P., Koehler, M., y Shin, T. (2009). Technological pedagogical content knowledge (TPACK) the development and validation of an assessment instrument for preservice teachers. *Journal of research on Technology in Education*, 42 (2), 123-149.
- Secretaría de Educación Pública -SEP- (2017). Aprendizajes clave para la educación integral. [https://www.planyprogramasdestudio.sep.gob.mx/descargables/APRENDIZAJES\\_CLAVE\\_PARA\\_LA\\_EDUCACION\\_INTEGRAL.pdf](https://www.planyprogramasdestudio.sep.gob.mx/descargables/APRENDIZAJES_CLAVE_PARA_LA_EDUCACION_INTEGRAL.pdf)
- Socas, M. (1997). Dificultades, obstáculos y errores en el aprendizaje de las matemáticas en la Educación Secundaria. En L. Rico (Ed), *La educación matemática en la enseñanza secundaria* (pp.124-154).
- Sosa Guerrero, L. (2011). *Conocimiento matemático para la enseñanza en bachillerato: un estudio de dos casos*. [Tesis de Doctorado. Huelva: Universidad de Huelva].
- Stake, R. (2007). *Investigación con estudio de casos* (Cuarta ed.). Madrid: Ediciones Morata.
- Sumba, N., Cueva, J. M., Conde, E., y Mármo, M. (2020). Enseñanza superior en el Ecuador en tiempos de COVID 19 en el marco del modelo TPACK. *Revista San Gregorio*, (43), 171-186.
- Valbuena, S., Rodríguez, D., y Tavera, A. (2021). Perfiles de competencias TIC en la práctica educativa ante el reto de la enseñanza remota. *Sophia*, 2, 1-13. <http://dx.doi.org/10.18634/sophiaj>
- Valenzuela, C., Figueras, O., Arnau, D., y Gutiérrez-Soto, J. (2016). Hacia un modelo de enseñanza para las fracciones basado en el uso de applets. *Edma 0-6: Educación Matemática en la Infancia*, 5(2), 1-20. <https://www.edma0-6.es/index.php/edma0-6/article/view/1>

## Anexos

### Anexo 1. Libro Interactivo de GeoGebra

(Link del Libro: <https://www.geogebra.org/m/pzuq4xca>)

#### El libro se divide en 5 partes

**La introducción:** En este apartado se menciona en que se va a centrar el libro y el objetivo general que se tendrá en cuenta a llegar.

**Aprendizajes previos:** Se tendrán en cuenta diferentes actividades que se consideran permiten guiar al estudiante a recordar los saberes previos al tema a trabajar. Estas se pueden ver en la figura 31, figura 32, figura 33, figura 34, figura 35, figura 36 y figura 37.

**Dificultades:** Se presentan unas actividades en las cuales se trabajan dos dificultades en las cuales los estudiantes presentan dificultades para el aprendizaje de las fracciones. Estas actividades se pueden ver representadas en la figura 38 y figura 39.

**Actividades relacionadas al currículo:** En estas se busca trabajar con la suma y resta de las fracciones de manera individual para tener al final ciertas actividades en las que se trabajan los problemas relacionados con la suma y la resta de las fracciones. Estas actividades se pueden ver representadas en la figura 40, figura 41, figura 42, figura 43 y figura 44.

**Retos e institucionalización:** Se presentan actividades en las que se da una breve explicación de cómo se da la suma y resta de las fracciones donde los estudiantes deben trabajar de manera conjunta la suma y resta de estas, por último, se presentan unos videos que se consideran pueden ayudar al docente con la institucionalización del tema que se está trabajando. Estas actividades se pueden ver representadas en la figura 45, figura 46 y figura 47.

**Se resalta que las actividades fueron tomadas tal cual como el autor original las realizo, el único cambio realizado fue el del título de esta y el anexo de los Formularios de Google**

A continuación, en el documento se describe cada una de las actividades que hacen parte del libro y se justifica por qué se consideraron de acuerdo a los criterios tenidos en cuenta para su selección

#### Actividades previas

En esta sección se concentran actividades que se centran en los conocimientos previos que los estudiantes deben tener para aprender la suma y resta de fracciones, tales como:

- Concepto de fracción
- Representación de las fracciones
- Equivalencia de las fracciones
- Simplificación y amplificación de las fracciones

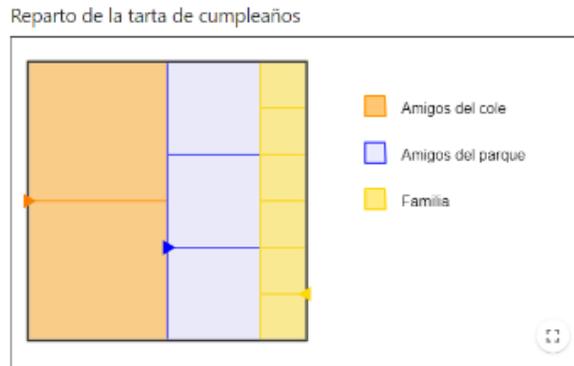
#### Actividad 1: Uso de la torta de cumpleaños para introducir el tema de fracción

- ✚ **Objetivo:** Que el estudiante identifique una fracción como parte de un todo, así como la equidistribución a través de la búsqueda de la mejor manera de particionar un espacio en para 3 grupos
- ✚ **Temporalización y grupo meta:** Estudiantes de primer grado de secundaria. Se darán 10 minutos para realizar la actividad
- ✚ **Herramientas:** Tres flechas de diferentes colores y que tienen diferente representación según se muestran en el cuadro y le permiten al estudiante moverse hacia arriba o abajo y de esta manera ir dividiendo la figura.
- ✚ **Interacción:** en el momento en el que el estudiante explora los repartos que puede hacer al mover las flechas para dividir en más o menos porciones la torta y obtener la fracción
- ✚ **Significatividad:** Que los alumnos identifiquen que las partes iguales no siempre hacen un reparto equitativo y que existen diferentes formas de realizar un reparto
- ✚ **Negociación:** proponen las siguientes preguntas para reflexionar lo que se ha hecho durante la repartición:
- ✚ **Reflexiona**
- ✚ Según como se hagan los repartos, puede sobrar algo de tarta...
- ✚ Busca repartos de distinto tipo en los que no sobre nada.
- ✚ ¿Sabrías calcular qué porción de tarta sobra?
- ✚ **Producto final comunicativo:** Se obtiene a través de las respuestas del alumno a una serie de preguntas planteadas a través de un formulario, en las que se trata de rescatar aspectos como la forma en la que puede relacionarlo con otros temas o en otros ámbitos de su vida cotidiana

**Formulario de Google:** <https://forms.gle/eqMAFcfFv3DaneDs8>

### Figura 31

*Actividad 1: Uso de la torta de cumpleaños para introducir el tema de fracción*



*Nota:* Tomado de GeoGebra, realizado por Javier Cayetano Rodríguez

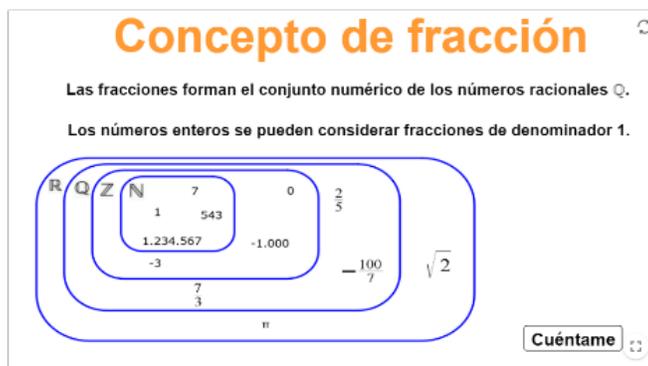
## Actividad 2 Concepto de fracción

- ✚ **Objetivo:** Partir de la descripción y ejemplificación del concepto para identificar fracciones en un contexto gráfico
- ✚ **Temporalización y grupo meta:** Estudiantes de primer grado de secundaria Se darán 10 minutos para realizar la actividad
- ✚ **Herramientas:** Un botón que permite avanzar en cada una de las descripciones teóricas, una representación gráfica de un todo, particionado y coloreado del que deberán identificarse el numerador y denominador correspondiente mediante casillas de entrada en las que el alumno escribe su respuesta
- ✚ **Interacción:** Al presionar los botones, el alumno avanza en el contenido teórico; al llegar a la parte práctica, esos botones le permiten validar su respuesta.
- ✚ **Significatividad:** El estudiante puede ver la conceptualización del tema de fracción de una manera más dinámica y podrá realizar ciertos ejercicios para practicar la comprensión de esta.
- ✚ **Negociación:** Al momento de validar su respuesta le muestra la opción de continuar con otro ejercicio, al tiempo que con cada respuesta correcta va llenando otro elemento que le permitirá obtener medallas.
- ✚ gráficamente es la que estas tu representando de manera simbólica?
- ✚ **Producto final comunicativo:** Se obtiene a través de las respuestas del alumno a una serie de preguntas planteadas a través de un formulario, en las que se trata de rescatar aspectos como la forma en la que puede relacionarlo con otros temas o en otros ámbitos de su vida cotidiana

**Formulario de Google:** <https://forms.gle/1k57KtuuyrEeE7E88>

Figura 32

Actividad 2: Concepto de fracción



Nota: Tomado de GeoGebra, realizado por Álvaro Fernández y Pablo Triviño

Actividad 3 ¿Para qué se usan las fracciones?

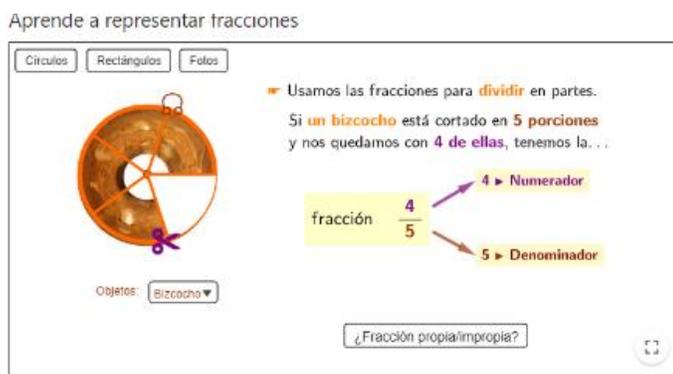
- ✚ **Objetivo:** El estudiante tenga un mayor reconocimiento de las fracciones, identificando el numerador, el denominador y si está trabajando con fracción propia o impropia
- ✚ **Temporalización y grupo meta:** Estudiantes de primer grado de secundaria. Se darán 10 minutos para realizar la actividad
- ✚ **Herramientas:** dos símbolos que al moverlos le permiten formar la fracción, representando uno el numerador y el otro el denominador. Hay tres maneras en las que puede observar cómo se representa la fracción
- ✚ **Interacción:** Al inicio de la actividad se le da una introducción al estudiante de lo que va a encontrar en la actividad y este debe ir moviendo los símbolos para formar las fracciones. Además, que tiene diferentes maneras en las que lo puede representar
- ✚ **Significatividad:** Ya el estudiante empieza a trabajar conceptos más profundos de la fracción, como lo son las partes en las que se conforma ya que él es quien decide en que partes divide y cuantas tomas para así conocer más el numerador y el denominador. También permite que el estudiante recuerde cuando una fracción es propia y cuando es impropia a partir de unos significados y ejemplos dados en la actividad
- ✚ **Negociación:** Al estudiante realizar los movimientos y formar la fracción de manera gráfica esta le da la fracción de una forma simbólica mostrando cual es el numerador y el denominador, permitiendo así que el estudiante tenga una mayor comprensión de estos. También se le da el concepto de fracción propia e impropia para que el estudiante logre identificar qué tipo de fracción está formando

- ✚ **Producto final comunicativo:** Se obtiene a través de las respuestas del alumno a una serie de preguntas planteadas a través de un formulario, en las que se trata de rescatar aspectos como la forma en la que puede relacionarlo con otros temas o en otros ámbitos de su vida cotidiana

**Formulario de Google:** <https://forms.gle/YyoiK1ubzUuM48cR6>

**Figura 33**

*Actividad 3: ¿Para qué se usan las fracciones?*



*Nota:* Tomado de GeoGebra, realizado por Javier Cayetano Rodríguez, Proyecto CREA. Consejería de Educación y Empleo de la Junta de Extremadura (España)

#### **Actividad 4: Representa fracciones en la recta numérica**

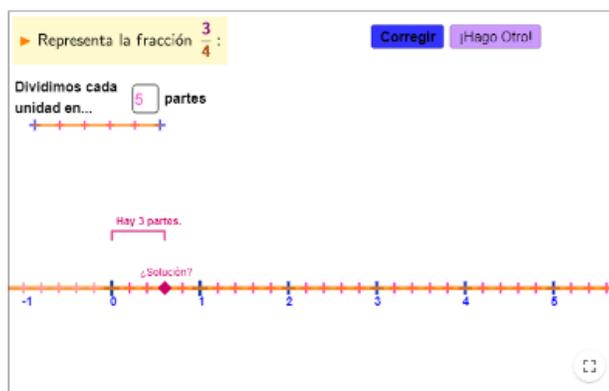
- ✚ **Objetivo:** El estudiante realice la representación de la fracción en la recta numérica identificando el numerador y denominador para identificar como representar una fracción en la recta numerada
- ✚ **Temporalización y grupo meta:** Estudiantes de primer grado de secundaria. Se darán 10 minutos para realizar la actividad
- ✚ **Herramientas:** Al estudiante se le dará una fracción y un recuadro donde puede escribir en cuantas partes considera se divide la unidad, un cuadro que le permitirá desplazarse para definir donde está la fracción representada y después podrá dar en la opción de corregir y arrojar si es correcto o no lo realizado por el estudiante
- ✚ **Interacción:** al darle la fracción al estudiante este debe identificar el denominador para saber en cuantas partes se debe dividir la unidad y desplazar el recuadro para formar la fracción para que posteriormente le dé en corregir y se le diga si la fracción representada es la correcta o no y de esta manera vaya subiendo puntos

- ✚ **Significatividad:** Se le presenta de una manera más dinámica y comprensible para el estudiante como se da la representación de la fracción en la recta numérica ya que se le da la fracción al estudiante y este con la ayuda de la applets quien le va mostrando cuantas partes va tomando y al ser más preciso permite al estudiante lograr una mayor comprensión de la representación
- ✚ **Negociación:** En el momento en el que estudiante debe comprender cuál es el numerador y el denominador para escribir en cuantas partes se divide la unidad y cuantas debe tomar, teniendo en cuenta la fracción que se le está dando para así lograr representar de manera correcta la fracción
- ✚ **Producto final comunicativo:** Se obtiene a través de las respuestas del alumno a una serie de preguntas planteadas a través de un formulario, en las que se trata de rescatar aspectos como la forma en la que puede relacionarlo con otros temas o en otros ámbitos de su vida cotidiana

**Formulario de Google:** <https://forms.gle/mLZM3QwupKpa3F4j9>

**Figura 34**

*Actividad 4: Representa fracciones en la recta numérica*



*Nota:* Tomado de GeoGebra, realizado por Javier Cayetano Rodríguez, Proyecto CREA. Consejería de Educación y Empleo de la Junta de Extremadura (España)

#### **Actividad 5: Diferentes formas de representar las Fracciones**

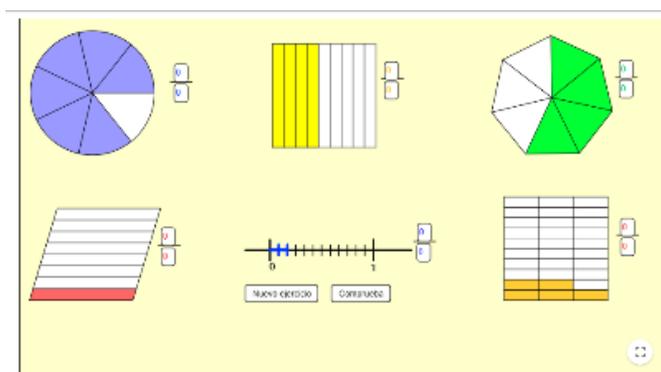
- ✚ **Objetivo:** El estudiante logre identificar que hay diferentes maneras en las que puede representar una fracción a partir de las diferentes representaciones que se presentan en la actividad
- ✚ **Temporalización y grupo meta:** Estudiantes de primer grado de secundaria. Se darán 10 minutos para realizar la actividad

- ✚ **Herramientas:** Se tienen 6 diferentes maneras en las que se puede dar la representación gráfica de la fracción y el estudiante tiene dos botones de nuevo ejercicio y de corregir, los cuales le permitirán realizar el ejercicio en las casillas al lado de cada representación
- ✚ **Interacción:** El estudiante tendrá 6 maneras en las que se representan las fracciones, debe escribir al lado que fracción representa cada una y darle en corregir para ver si es correcto y así realizarlo por unas 3 veces para ver cómo se pueden dar las representaciones.
- ✚ **Significatividad:** El estudiante puede ver que las fracciones tienen diferentes maneras de representarse teniendo en cuenta las figuras geométricas y la recta numérica y que no es solo la que comúnmente se enseña, que es la circular y rectangular.
- ✚ **Negociación:** Al estudiante mirar cada fracción y reconocer cual es la que se está representando poder observar que él puede representar de diferentes maneras una fracción
- ✚ **Producto final comunicativo:** Se obtiene a través de las respuestas del alumno a una serie de preguntas planteadas a través de un formulario, en las que se trata de rescatar aspectos como la forma en la que puede relacionarlo con otros temas o en otros ámbitos de su vida cotidiana

**Formulario de Google:** <https://forms.gle/6EzDCavMTHnUPfCk8>

**Figura 35**

*Actividad 5: Diferentes formas de representar las Fracciones*



*Nota:* Tomado de GeoGebra, realizado por Javier Cayetano Rodríguez, Proyecto CREA. Consejería de Educación y Empleo de la Junta de Extremadura (España)

### **Actividad 6: Fracciones Equivalentes**

- ✚ **Objetivo:** Los estudiantes por medio de tres diferentes procesos que se dan puede comprender cuando una fracción es equivalente a otra o no
- ✚ **Temporalización y grupo meta:** Estudiantes de primer grado de secundaria. Se darán 15 minutos para realizar la actividad
- ✚ **Herramientas:** Se tienen tres botones que muestran tres maneras en las que se puede comprobar cuando dos o más fracciones son equivalentes, el estudiante puede escoger diferentes fracciones para ver si se da o no la equivalencia
- ✚ **Interacción:** Se da en el momento en que al estudiante se le da una fracción y se le pide que diga a cuál de las otras dos que están dadas es equivalente, de ahí que el estudiante puede observar cómo están representadas y después de que tome la decisión se le da la respuesta correcta
- ✚ **Significatividad:** Se le está enseñando al estudiante las diferentes maneras en las que puede identificar la equivalencia de fracciones y aunque se parte de la representación gráfica se le hace la pregunta de cómo haría para identificar como se da la equivalencia sin usar el método gráfico.
- ✚ **Negociación:** El estudiante esta interactuando con la actividad para identificar como se da la equivalencia entre las fracciones y aprender que esta se puede dar sin hacer uso del método gráfico, sino de otros como la simplificación, la multiplicación y los números decimales.
- ✚ **Producto final comunicativo:** Se obtiene a través de las respuestas del alumno a una serie de preguntas planteadas a través de un formulario, en las que se trata de rescatar aspectos como la forma en la que puede relacionarlo con otros temas o en otros ámbitos de su vida cotidiana

**Formulario de Google:** <https://forms.gle/qHwLFhPXYof27QNZA>

**Figura 36**

*Actividad 6: Fracciones equivalentes*

Aprendemos a comprobar si son equivalentes

★ ¿Es  $\frac{9}{6}$  es equivalente a  $\frac{4}{3}$  o a  $\frac{3}{2}$ ?

Otro Ejemplo

Multiplicando en Cruz    Simplificando    Con Decimales

$\frac{9}{6}$   $\frac{4}{3}$   $\frac{3}{2}$

**Solución**

$\frac{9}{6} \cdot \frac{4}{3} = \frac{9 \cdot 4}{6 \cdot 3} = \frac{36}{18} = 2$  ;  $\frac{9}{6} \cdot \frac{3}{2} = \frac{9 \cdot 3}{6 \cdot 2} = \frac{27}{12} = 2.25$

Con la **representación gráfica** es fácil averiguarlo. Pero no siempre tenemos los dibujos, así que... ¿Cómo se resuelve **sin el dibujo**?

Nota: Tomado de GeoGebra, realizado por Javier Cayetano Rodríguez

### Actividad 7: Amplificación y Simplificación. Fracción irreducible

- ✚ **Objetivo:** El estudiante formará una fracción y podrá seleccionar si quiere ver cómo amplificar la fracción y como simplificarla para comprender como se da esto en la fracción
- ✚ **Temporalización y grupo meta:** Estudiantes de primer grado de secundaria. Se darán 15 minutos para realizar la actividad
- ✚ **Herramientas:** Primero se dará una introducción donde se explica cómo simplificar y amplificar una fracción. Ya como tal en la actividad el estudiante debe formar una fracción según diga el docente y así debe ver cuando esta se simplifica y cuando amplifica y por qué una fracción puede ser irreducible
- ✚ **Interacción:** Al momento del estudiante representar la fracción que le dicta el docente puede ver la explicación de cómo realizar la amplificación y simplificación de esta.
- ✚ **Significatividad:**
- ✚ **Negociación:** Se da cuando el estudiante compara una fracción en su amplificación y simplificación y puede ver cómo es que se da cada una de estas
- ✚ **Producto final comunicativo:** Se obtiene a través de las respuestas del alumno a una serie de preguntas planteadas a través de un formulario, en las que se trata de rescatar aspectos como la forma en la que puede relacionarlo con otros temas o en otros ámbitos de su vida cotidiana

Formulario de Google: <https://forms.gle/sM1SEiV8GvUL2aag9>

Figura 37

Actividad 7: Amplificación y simplificación de fracciones

The image shows a GeoGebra interface for fraction operations. At the top, there are two buttons: "Amplificar" and "Simplificar". Below them is a circular fraction model with a central point and a radius, showing a fraction being manipulated. To the right, there is a text box titled "¿Qué significa...?" with the following content:

Al amplificar o simplificar obtenemos una **fracción equivalente** (mismo número).

**Amplificar** ⇒ con números más grandes

**Simplificar** ⇒ con números más pequeños.

Below this text, there is a diagram showing the conversion of the fraction  $\frac{4}{6}$  to  $\frac{12}{18}$ . A green arrow labeled "Amplificar (.3)" points from  $\frac{4}{6}$  to  $\frac{12}{18}$ . A purple arrow labeled "Simplificar (.3)" points from  $\frac{12}{18}$  back to  $\frac{4}{6}$ .

At the bottom left, there is a text box that says "Pulsa los botones para ver qué ocurre en cada caso".

*Nota:* Tomado de GeoGebra, realizado por Javier Cayetano Rodríguez

### **Dificultades en la enseñanza de la suma y resta de fracciones**

En este apartado se presentan dos actividades en las que se tratan dos dificultades que son muy comunes al momento de enseñar las fracciones que son la definición parte todo y la comparación de fracciones.

#### **Actividad 8: Fracciones parte-todo**

- ✚ **Objetivo:** El estudiante observando el video, respondiendo las diferentes preguntas y haciendo uso de la applets de la representación de la fracción pueda comprender la fracción como parte-todo
- ✚ **Temporalización y grupo meta:** Estudiantes de primer grado de secundaria Se darán 15 minutos para realizar la actividad
- ✚ **Herramientas:** Un video de YouTube que explica la fracción como parte todo, para después responder las preguntas que se le presentan y por último tienen una actividad dinámica donde se les pide que representen la fracción dada
- ✚ **Interacción:** El estudiante primero observará un video en el que se le explicará que es una fracción de acuerdo a la concepción parte-todo, de ahí se le dan unas preguntas que debe responder en cuanto al video y ya por último se le presenta una actividad de GeoGebra en la que se le da una representación simbólica de la fracción y él debe identificar en cuantas partes debe dividir la fracción y cuántas partes tomar para que de esta manera se pueda evaluar si el estudiante comprendió lo antes visto ya para al final presentarle una situación problema que debe resolver
- ✚ **Significatividad:** El hecho de que como se busca que esta actividad ayude con la dificultad en cuanto a la definición parte todo, no solo se le presenta a los estudiantes una actividad, sino que se parte de un video donde dan la definición y posteriormente esta la actividad para que el estudiante realice lo antes descrito y el mismo pueda ir viendo cómo se da la fracción como parte -todo
- ✚ **Negociación:** Durante todo el proceso, desde que el estudiante inicia a ver el video para posteriormente responder las preguntas y realizar las preguntas donde el moviendo los símbolos debe representar gráficamente la fracción que se le está dando de manera simbólica
- ✚ **Producto final comunicativo:** Se obtiene a través de las respuestas del alumno a una serie de preguntas planteadas a través de un formulario, en las que se trata de rescatar aspectos como la forma en la que puede relacionarlo con otros temas o en otros ámbitos de su vida cotidiana

**Formulario de Google:** <https://forms.gle/izXErYpgy2Gz7oKb6>

Figura 38

Actividad 8: Fracción como parte-todo



Nota: Tomado de GeoGebra, realizado por Diana Carretero Sanz, Javier Cayetano Rodríguez

#### Actividad 9: Orden de Números Fraccionarios.

- ✚ **Objetivo:** Por medio de ejemplos, una explicación y resolviendo los ejercicios de diferentes maneras el estudiante pueda identificar cuando en las fracciones uno es mayor que otra.
- ✚ **Temporalización y grupo meta:** Estudiantes de primer grado de secundaria. Se darán 20 minutos para realizar la actividad
- ✚ **Herramientas:** Se presenta una explicación y un ejemplo de cómo el estudiante puede identificar que una fracción es mayor que otra para posteriormente presentar la actividad en la cual el estudiante a partir de diferentes ejercicios puede observar por medio de diferentes representaciones y procedimientos lograr comparar las fracciones.
- ✚ **Interacción:** Se le dan tres fracciones diferentes al estudiante y se le pedirá que las ordene de mayor a menor o viceversa de tal manera que él vaya identificando como se da el orden de estas teniendo en cuenta lo explicado previamente en la app. Ya cuando las realice puede ver el resultado y corregir y se le explica por qué el orden de las fracciones.
- ✚ **Significatividad:** El estudiante a partir de la interacción con las fracciones y la explicación que se le va dando puede aprender cómo se da el orden de las fracciones apoyándose en diferentes representaciones y procedimientos y de esta forma realizar el proceso de la manera en la que se sienta mejor y más seguro de llevarlo a cabo
- ✚ **Negociación:** La negociación se da en el momento en el que estudiante debe ordenar las fracciones ya que debe identificar cual es el orden correcto de estas y el docente puede guiarlo a raves de preguntas a que se le facilite la comprensión.

- ✚ **Producto final comunicativo:** Se obtiene a través de las respuestas del alumno a una serie de preguntas planteadas a través de un formulario, en las que se trata de rescatar aspectos como la forma en la que puede relacionarlo con otros temas o en otros ámbitos de su vida cotidiana

**Formulario de Google:** <https://forms.gle/pv2Ld8KBUD1Rn2LM7>

**Figura 39**

*Actividad 9: Comparación de fracciones*



*Nota:* Tomado de GeoGebra, realizado por Javier Cayetano Rodríguez

### Actividades relacionadas con el currículo

En las actividades siguientes se busca tratar ya el tema central del libro que es la suma y resta de las fracciones

#### Actividad 10: suma de fracciones

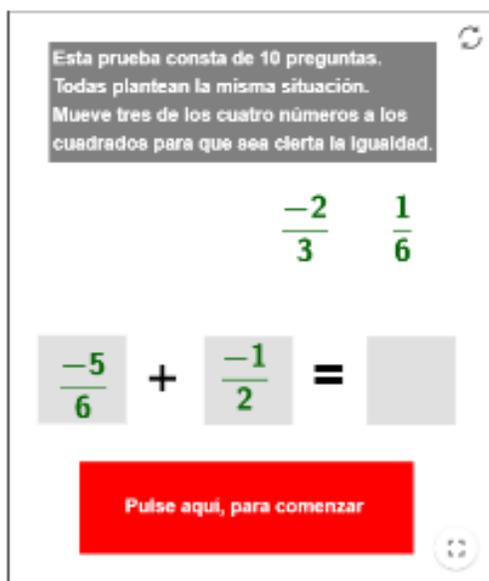
- ✚ **Objetivo:** Los estudiantes deben ubicar en las casillas las fracciones para realizar la suma de estas y corroborar o corregir si es correcto o no el proceso al realizar las operaciones.
- ✚ **Temporalización y grupo meta:** Estudiantes de primer grado de secundaria. Se darán 20 minutos para realizar la actividad
- ✚ **Herramientas:** Se les brinda una pequeña explicación de lo que van a realizar en la suma de las fracciones y deben mover las fracciones en las casillas según consideren se puede realizar la suma de manera correcta
- ✚ **Interacción:** Se dan 4 números fraccionarios a los estudiantes y ellos deben realizar la suma de tal manera que identifiquen cuales son los dos sumandos y cual viene siendo el resultado de la suma

- ✚ **Significatividad:** Los estudiantes pueden ir resolviendo ellos la suma de las fracciones y en sus cuadernos hallar el mínimo común múltiplo para que las que son heterogéneas
- ✚ **Negociación:** Al momento en el que el estudiante tiene que decidir cuáles son los sumandos de la operación y cual viene siendo el resultado, teniendo ya en cuenta si las fracciones son homogéneas o heterogéneas
- ✚ **Producto final comunicativo:** Se obtiene a través de las respuestas del alumno a una serie de preguntas planteadas a través de un formulario, en las que se trata de rescatar aspectos como la forma en la que puede relacionarlo con otros temas o en otros ámbitos de su vida cotidiana

**Formulario de Google:** <https://forms.gle/DtohZw2JoC8feLDr7>

**Figura 40**

*Actividad 10: Suma de fracciones*



*Nota:* Tomado de GeoGebra, realizado por Leopoldo Aranda Murcia

#### **Actividad 11: suma de fracciones**

- ✚ **Objetivo:** Por medio de diferentes representaciones y ejercicios los estudiantes van comprendiendo la suma y resta de fracciones homogéneas y heterogéneas
- ✚ **Temporalización y grupo meta:** Estudiantes de primer grado de secundaria. Se darán 30 minutos para realizar la actividad

- Herramientas:** Se da una applets donde los estudiantes inician con una flecha que los va guiando durante todo el recorrido, en algunas partes se da una representación gráfica de las fracciones y la suma de estas y en otras haciendo uso de la manera simbólica así hasta llegar a la conceptualización
- Interacción:** En esta actividad se parte de algo sencillo como lo es como se da la representación de las fracciones donde el estudiante a partir del deslizador puede ir viendo cómo se da esto. Posteriormente se trabaja las sumas de las fracciones con las representaciones previamente descritas en las anteriores actividades. Para después darle unos ejercicios a los estudiantes en los que deben resolver la suma que se les da para al final darles cómo se da la definición de la suma de fracciones heterogéneas.
- Significatividad:** Se trabajan las diferentes formas de representación que se realizaron antes para la suma de las fracciones. Además de que se le permite con el uso del deslizador por parte del estudiante y que él vaya realizando la suma de los valores que se le dan de manera heterogénea. Además, que ya no solo se queda en una actividad, sino que se la da un concepto y ejemplo de cómo puede realizar la suma de fracciones heterogéneas.
- Negociación:** El estudiante trabaja de manera conjunta las formas en las que puede realizar la suma de las fracciones y reflexionar en cuanto a que método se siente más cómodo para la realización de esta haciendo uso del recurso y el docente puede guiar a que con esta actividad al estudiante se le facilite comprender la suma de fracciones.
- Producto final comunicativo:** Se obtiene a través de las respuestas del alumno a una serie de preguntas planteadas a través de un formulario, en las que se trata de rescatar aspectos como la forma en la que puede relacionarlo con otros temas o en otros ámbitos de su vida cotidiana

**Formulario de Google:** <https://forms.gle/DtohZw2Joc8feLDr7>

**Figura 41**

*Actividad 11: Suma de fracciones homogéneas y heterogéneas*

¡CONJETUREMOS!

$\frac{2}{3} + \frac{2}{6} = \frac{(12) + (6)}{18} = \frac{18}{18}$

PISTA

*Nota:* Tomado de GeoGebra, realizado por Camila Andrea Escobar

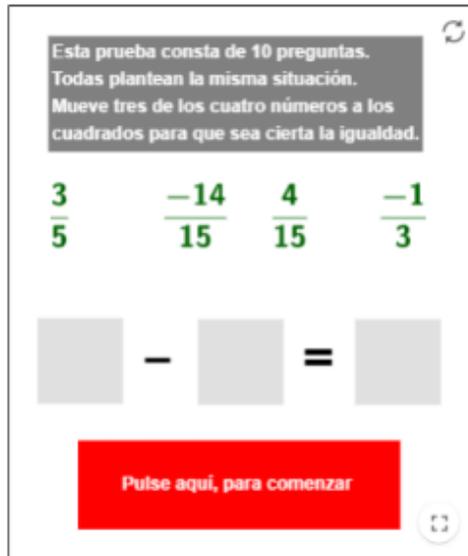
### **Actividad 12: Resta de fracciones**

- ✚ **Objetivo:** Los estudiantes deben ubicar en las casillas las fracciones para realizar la resta de estas y corroborar o corregir si es correcto o no el proceso al realizar las operaciones.
- ✚ **Temporalización y grupo meta:** Estudiantes de primer grado de secundaria Se darán 25 minutos para realizar la actividad
- ✚ **Herramientas:** Se les brinda una pequeña explicación de lo que van a realizar en la suma de las fracciones y deben mover las fracciones en las casillas según consideren se puede realizar la resta de manera correcta
- ✚ **Interacción:** A los estudiantes se les dan diferentes fracciones y debe identificar cuáles de esas son dos las operaciones y el resultado de estas para después comprobar si el resultado está correcto
- ✚ **Significatividad:** El estudiante debe analizar más cómo se da la resta de fracciones ya que no se le esa dando una representación gráfica sino, que él debe identificar cuáles son los operados y cuales los resultados
- ✚ **Negociación:** El docente a partir de preguntas o realizaciones de actividades en el tablero puede ayudar a que en un principio el estudiante tenga una guía de cómo puede realizar estas operaciones
- ✚ **Producto final comunicativo:** Se obtiene a través de las respuestas del alumno a una serie de preguntas planteadas a través de un formulario, en las que se trata de rescatar aspectos como la forma en la que puede relacionarlo con otros temas o en otros ámbitos de su vida cotidiana

**Formulario de Google:** <https://forms.gle/DLCM9bPe6q8A9Vx98>

### **Figura 42**

*Actividad 12: resta de fracciones*



*Nota:* Tomado de GeoGebra, realizado por jefedo61

### Actividad 13: Problemas de suma de fracciones

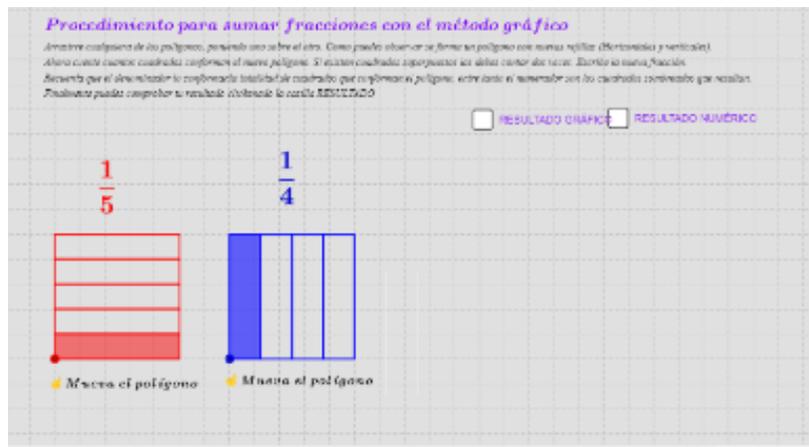
- ✚ **Objetivo:** El estudiante haciendo uso de la applet puede realizar la suma de manera gráfica de las fracciones y tener una mayor comprensión de cómo se da la suma de las fracciones en problemas contextualizados
- ✚ **Temporalización y grupo meta:** Estudiantes de primer grado de secundaria. Se darán 30 minutos para realizar la actividad
- ✚ **Herramientas:** El estudiante tiene 3 problemas, según el problema que este resolviendo debe escribir en las casillas las fracciones y cada una de esta dará una representación de la fracción para después seguir la explicación dada por la actividad para realizar la suma
- ✚ **Interacción:** Se les dan unos problemas a los estudiantes y ellos deben poner las fracciones en las casillas de tal manera que se le presenten de una forma gráfica las fracciones y de esta así pueda resolver la operación
- ✚ **Significatividad:** Los estudiantes tendrán una mayor interacción y no será solo que se les presente el problema, sino que ellos a partir de los que resuelven de manera gráfica logran pasar a la forma aritmética.
- ✚ **Negociación:** El estudiante al momento de unir las figuras puede resolver contando las casillas como se da la suma de las fracciones, ayudándolo esto a que comprenda de una manera más amplia como se da este proceso
- ✚ **Producto final comunicativo:** Se obtiene a través de las respuestas del alumno a una serie de preguntas planteadas a través de un formulario, en las que se trata de rescatar

aspectos como la forma en la que puede relacionarlo con otros temas o en otros ámbitos de su vida cotidiana

Formulario de Google: <https://forms.gle/DLCM9bPe6q8A9Vx98>

Figura 43

Actividad 13: Problemas de suma de fracciones



Nota: Tomado de GeoGebra, realizado por Luis Hernando Carmona Ramírez

#### Actividad 14: Problemas de resta de fracciones

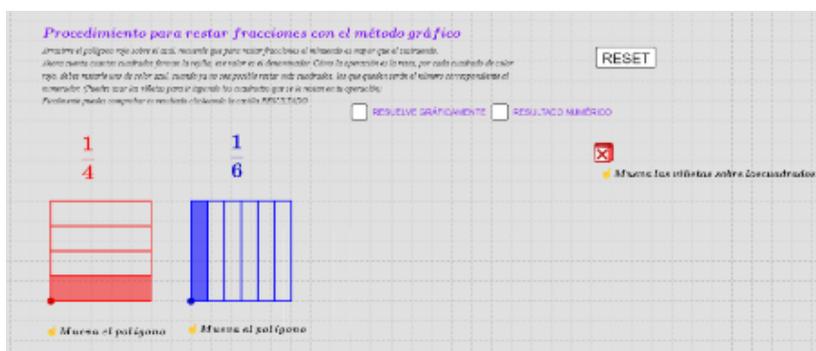
- 🚩 **Objetivo:** El estudiante haciendo uso de la applet puede realizar la resta de manera gráfica de las fracciones y tener una mayor comprensión de cómo se da la resta de las fracciones en problemas contextualizados
- 🚩 **Temporalización y grupo meta:** Estudiantes de primer grado de secundaria. Se darán 30 minutos para realizar la actividad
- 🚩 **Herramientas:** El estudiante tiene 3 problemas, según el problema que este resolviendo debe escribir en las casillas las fracciones y cada una de esta dará una representación de la fracción para después seguir la explicación dada por la actividad para realizar la resta
- 🚩 **Interacción:** Se les dan unos problemas a los estudiantes y ellos deben poner las fracciones en las casillas de tal manera que se le presenten de una forma gráfica las fracciones y de esta así pueda resolver la operación
- 🚩 **Significatividad:** Los estudiantes tendrán una mayor interacción y no será solo que se les presente el problema, sino que ellos a partir de los que resuelven de manera gráfica logran pasar a la forma aritmética.

- ✚ **Negociación:** El estudiante al momento de unir las figuras puede resolver contando las casillas como se da la resta de las fracciones, ayudándolo esto a que comprenda de una manera más amplia como se da este proceso
- ✚ **Producto final comunicativo:** Se obtiene a través de las respuestas del alumno a una serie de preguntas planteadas a través de un formulario, en las que se trata de rescatar aspectos como la forma en la que puede relacionarlo con otros temas o en otros ámbitos de su vida cotidiana

**Formulario de Google:**

**Figura 44**

*Actividad 14: Problemas de resta de fracciones*



*Nota:* Tomado de GeoGebra, realizado por Luis Hernando Carmona Ramírez

### **Actividad 15: Suma y resta de fracciones: Carrera con fracciones**

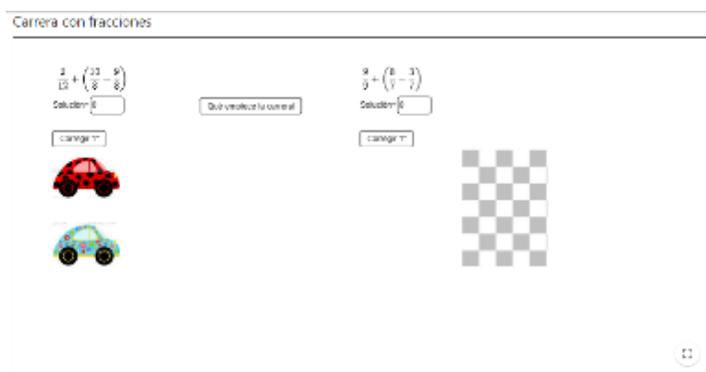
- ✚ **Objetivo:** El estudiante debe realizar las operaciones que se le presentan de tal manera que logren llevar a cabo la carrera de autos llegando a la meta resolviendo los ejercicios.
- ✚ **Temporalización y grupo meta:** Estudiantes de primer grado de secundaria. Se darán 30 minutos para realizar la actividad
- ✚ **Herramientas:** Se van dando diferentes operaciones en las que se trabaja de manera conjunta la suma y resta de fracciones y teniendo en cuenta el equipo se dará la operación y deben ir corrigiendo para ver si se avanza en la carrera con cada operación
- ✚ **Interacción:** El estudiante tiene una operación con fracciones las cuales debe resolver si quiere que el auto se mueva y de esta manera llegar a la meta y ganar la carrera
- ✚ **Significatividad:** El estudiante va resolviendo los ejercicios y va avanzando lo cual permite ver que tiene una comprensión de realizar la suma y resta de las fracciones

- ✚ **Negociación:** al momento en el que el estudiante debe resolverlos ejercicios y escribir la respuesta que él considera es correcta posterior a la operación y hacer avanzar el auto
- ✚ **Producto final comunicativo:** Se obtiene a través de las respuestas del alumno a una serie de preguntas planteadas a través de un formulario, en las que se trata de rescatar aspectos como la forma en la que puede relacionarlo con otros temas o en otros ámbitos de su vida cotidiana

**Formulario de Google:**

**Figura 45**

*Actividad 15: Suma y resta de fracciones: Carrera con fracciones*



*Nota:* Tomado de GeoGebra, realizado por Sergio Arroyo

**Actividad 16: Suma y resta de fracciones: Arte abstracto**

- ✚ **Objetivo:** El estudiante realiza la suma o resta para identificar qué color debe pintar cada parte de la figura y así completar toda la figura con los colores correctos
- ✚ **Temporalización y grupo meta:** Estudiantes de primer grado de secundaria. Se darán 30 minutos para realizar la actividad
- ✚ **Herramientas:** El estudiante tiene varias fracciones y debe resolverlas y cada parte de la figura debe darle click hasta obtener el color que espera
- ✚ **Interacción:** El estudiante resuelve las fracciones que se le presentan ya sea de suma, resta o las dos de manera conjunta y de esta manera identificar que fracción representa cada color para posteriormente ir coloreando cada parte de la fracción teniendo en cuenta lo anterior y luego corregir para ver si se está en lo correcto o no.
- ✚ **Significatividad:** Los estudiantes van resolviendo las operaciones y después colorean la parte de la figura teniendo en cuenta el resultado, siendo así que se siente con una mayor contextualización al trabajar la suma y resta de fracciones

- ✚ **Negociación:** En el momento en el que el estudiante resuelve la operación y obtiene la fracción y logra relacionarla con un color para posteriormente pintar la parte de la figura, realizando esto con todas las fracciones.
- ✚ **Producto final comunicativo:** Se obtiene a través de las respuestas del alumno a una serie de preguntas planteadas a través de un formulario, en las que se trata de rescatar aspectos como la forma en la que puede relacionarlo con otros temas o en otros ámbitos de su vida cotidiana

**Formulario de Google:**

**Figura 46**

*Actividad 16: Suma y resta de fracciones: Arte abstracto*

Color	Fracción
AMARILLO	$\frac{7}{2}$
ROSA	$\frac{17}{12}$
CELESTE	$-\frac{25}{12}$
ROJO	$-\frac{13}{3}$
VERDE	$\frac{73}{30}$
AZUL	$\frac{151}{60}$

1	$\frac{2}{2} + \frac{2}{6} + \frac{3}{4}$
2	$\frac{8}{5} + \frac{5}{6} - \frac{2}{5}$
3	$\frac{3}{4} - \frac{4}{2} + \frac{8}{2}$
4	$\frac{4}{7} - \frac{7}{3} - \frac{8}{3}$
5	$-\frac{7}{9} + \frac{9}{4} + \frac{5}{3}$
6	$-\frac{3}{4} + \frac{4}{3} - \frac{8}{3}$

*Nota:* Tomado de GeoGebra, realizado por Matematicaula

### Actividad 17: Suma y resta de fracciones

- ✚ **Objetivo:** Se espera lograr la institucionalización de la suma y la resta de las fracciones, ya que se le presenta al estudiante ya de manera conjunta la representación gráfica y simbólica para resolver estas, para posteriormente darle un ejercicio
- ✚ **Temporalización y grupo meta:** Estudiantes de primer grado de secundaria. Se darán 20 minutos para realizar la actividad
- ✚ **Herramientas:** Se tiene un esquema donde se dan las operaciones con fracciones, pero solo se centrarán en la de suma y resta de fracciones, donde al darle siguiente el estudiante puede ir viendo cómo se da cada una de manera homogénea y heterogénea
- ✚ **Interacción:** Se da en el momento en el que el estudiante da clic y se dirige a observar la explicación de cómo se da cada proceso en la suma y resta de fracciones.
- ✚ **Significatividad:** El estudiante puede ir viendo el esquema y darle clic en la operación que quiere aprender primero y esto le muestra cómo se da cada proceso de manera

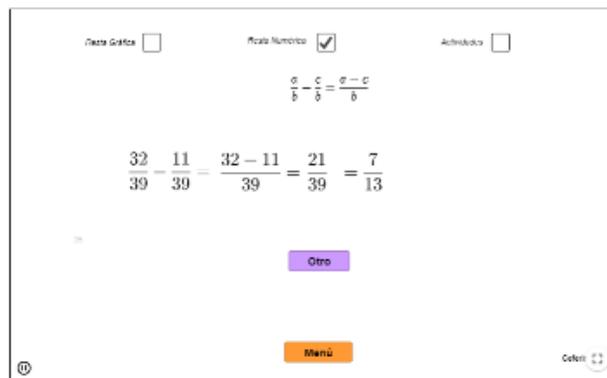
homogénea y heterogénea permitiendo así que el estudiante pueda ver en una sola actividad la diferencia que hay entre estas y el proceso que debe llevar a cabo para resolver los ejercicios

- ✚ **Negociación:** En el momento en el que el estudiante logra identificar como se da el proceso de la suma y resta de fracciones de manera homogénea y heterogénea y como esto puede ayudar a que ellos diferencien estas
- ✚ **Producto final comunicativo:** Se obtiene a través de las respuestas del alumno a una serie de preguntas planteadas a través de un formulario, en las que se trata de rescatar aspectos como la forma en la que puede relacionarlo con otros temas o en otros ámbitos de su vida cotidiana

### Formulario de Google:

Figura 47

Actividad 17: Suma y resta de fracciones



Nota: Tomado de GeoGebra, realizado por Ceferino A.

## Anexo 2. Permiso para la aplicación del LIGG en una institución educativa



Zacatecas, Zacatecas, a 16 de noviembre de 2022  
**Asunto: Solicitud de Permiso para realizar aplicación de Secuencia Didáctica para el tema de Suma y Resta de Fracciones**

**Dra. María Ortiz López**  
Directora Unidad Académica Secundaria UAZ  
**Presente.**

Por medio de la presente nos dirigimos a usted para solicitarle de la manera más atenta, su apoyo para realizar la aplicación de una Secuencia Didáctica por parte de la alumna **Andrea Viviana Tavera Gamarra**, estudiante de la Maestría en Matemática Educativa de la Unidad Académica de Matemáticas, UAZ, con el objetivo de documentar su trabajo de tesis.

La investigación lleva por título **CONOCIMIENTOS TECNOLÓGICOS PEDAGÓGICOS DE CONTENIDO AL USAR UN LIBRO INTERACTIVO DE GEOGEBRA PARA ENSEÑAR LA SUMA Y RESTA DE FRACCIONES.**

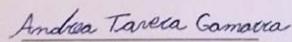
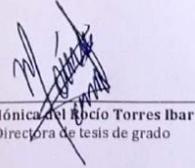
Nuestra solicitud requiere de un maestro de la materia de matemáticas que acceda a conocer un Libro Interactivo de GeoGebra creado para la *Enseñanza del tema de Suma y resta de Fracciones en primer grado de secundaria* y que posteriormente permita la observación y videograbación y/o toma de fotografías y audios, con la implementación de este recurso en una o dos sesiones con sus alumnos en un área de cómputo.

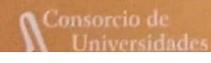
La finalidad de nuestro estudio es analizar la forma en la que el docente interactúa con el recurso tecnológico, el grupo y el contenido matemático, pues nuestra hipótesis es que este tipo de recursos contribuye favorablemente en la impartición de este tópico.

Las evidencias recabadas serán manejadas de forma anónima y con toda ética profesional, únicamente como descripción de los resultados de la tesis de Maestría en Matemática Educativa con Orientación en el Nivel Secundaria, por lo que no se utilizarán nombres, rostros ni cualquier otro aspecto que comprometa la integridad del docente o sus alumnos.

Concedores de su alto espíritu de colaboración y compromiso, así como de su calidad profesional y personal, quedamos en espera de una respuesta favorable a esta solicitud y nos despedimos de usted enviándole un cordial saludo, quedando a su disposición para cualquier aclaración al respecto.

Atentamente

 Andrea Viviana Tavera Gamarra Estudiante de la MME de la UAZ	 MTI. Mónica del Rocío Torres Ibarra Directora de tesis de grado	 M. en C. Nancy J. Calvillo Guevara Responsable del Programa de Maestría en Matemática Educativa, UAZ
--	---	---



Consorcio de Universidades

**UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE ZACATECAS "FRANCISCO GARCÍA SALINAS"**  
Unidad Académica de Matemáticas

c.c.p. Archivo

### Anexo 3. Entrevistas

#### Cuestionario de entrevista previa a la aplicación

##### Saludo Cordial

Estimado docente agradezco el tiempo que dedica a responder el presente cuestionario, el cual le llevará aproximadamente 20 minutos, tiene como objetivo conocer su formación docente y sus conocimientos en el uso de los recursos tecnológicos para la enseñanza de las matemáticas.

1. ¿Cuál es su nivel de formación actual?
2. ¿Cuántos años de experiencia docente tiene?
3. ¿Practica la formación continua?
4. ¿Si se ha formado para la utilización de TIC en su práctica profesional?
5. ¿Qué herramientas TIC maneja y para qué las usa?
6. En una escala de 1 a 5, (1 es nada, 2 es poco, 3 es algo, 4 es suficiente y 5 es mucho) seleccione lo que mejor lo describe en cada pregunta, posteriormente describa la razón de su elección:

Pregunta	1	2	3	4	5	Descripción
¿Considera que las TIC que mejoran la atención de los estudiantes en el proceso de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas?						
¿Tiene varios métodos y estrategias para desarrollar su conocimiento sobre las operaciones con fracciones?						
¿Evalúa el aprendizaje del alumnado de diversas maneras?						
¿Conoce tecnologías que puede usar para comprender y elaborar contenidos sobre matemáticas?						
¿Es consciente de los aciertos y errores más comunes del alumnado en lo referente a comprensión de las operaciones con fracciones?						

7. ¿Qué es para usted un número fraccionario?
8. ¿Qué propiedades (matemáticas) pone en juego para abordar el tema de operaciones con fracciones?
9. Generalmente, ¿cómo aborda el tema de operaciones con fracciones?

10. Si a sus alumnos les presenta un problema como el siguiente,

Juan planto árboles frutales en su finca. Del total de árboles planto  $\frac{4}{5}$  eran cerezos y  $\frac{1}{3}$  eran manzanos y  $\frac{1}{15}$  eran perales. Si entre cerezos y manzanos sembró 140 árboles ¿Cuántos perales sembró?

Describe la manera en la que lo aborda y llega a la solución (resuelva el problema y describa la forma en la que lo aborda en clase)

## **Cuestionario de la entrevista posterior a la aplicación**

Este segundo cuestionario que se presenta se realizara de manera opcional como apoyo para la observación no participante que se realizara al docente en cuanto a propuestas que él puede dar para la mejora del recurso tecnológico que se le proporciona. En las cuales las preguntas fueron adaptadas de (Castro y Gutiérrez, 2021 y Schmidt et al. 2009; cómo se citó en Cabero et al. 2017)

### **Saludo Cordial**

Estimado docente agradezco el tiempo que dedica a responder el presente cuestionario, el cual se tiene pensado para responder en aproximadamente 20 minutos, el cual tiene como objetivo conocer más afondo sus conocimientos en cuanto al uso de los recursos tecnológicos para la enseñanza de los contenidos matemáticos posterior a la aplicación de Libro Interactivo de GeoGebra en el Aula. Las presentes preguntas fueron adaptadas de varios autores

1. ¿Puede elegir herramientas tecnológicas que mejoren el aprendizaje del alumnado para un contenido determinado? ¿Cómo?
2. En relación al diseño de la secuencia didáctica y los objetivos de enseñanza ¿tiene conocimiento, selecciona y hace uso de los recursos TIC? ¿cuáles apoyan su trabajo y que criterios utiliza?
3. ¿Considera que puede utilizar el Libro Interactivo de GeoGebra de tal manera que el alumnado comprenda el impacto del aprendizaje de las Matemáticas en su vida diaria?
4. ¿Considera que puede realizar una secuencia didáctica haciendo uso de la mayoría de las actividades que hacen parte del Libro Interactivo de GeoGebra para la enseñanza de la suma y resta de fracciones?
5. Al momento de la clase considera que ¿adopto un pensamiento crítico sobre la forma de utilizar el Libro Interactivo de GeoGebra en el aula? ¿Cómo se llevó a cabo este proceso?
6. ¿En cuál apartado de las actividades considera que hacen falta actividades para complementar el Libro Interactivo de GeoGebra en la enseñanza de la suma y resta de fracciones? ¿Qué actividades sugiere?
7. ¿Qué criterios tendría en cuenta para la elección de una actividad que complemente el Libro Interactivo de GeoGebra para la enseñanza de la suma y resta de fracciones? Describa el proceso que llevaría a cabo para la búsqueda o diseño, y elección de las actividades
8. ¿Qué criterios tendría en cuenta para diseñar una actividad o seleccionar una actividad que haga parte de un Libro Interactivo de GeoGebra de un contenido determinado de matemáticas?

## **Anexo 4. Transcripción de entrevistas.**

### **Entrevista previa a la aplicación**

#### **Nomenclatura**

*Entrevistador: E*

*Profesor: P*

*E:* Buenas tardes Maestro, espero se encuentre bien, como ya le comenté esto tiene como objetivo conocer su formación docente y los conocimientos que tienen en cuanto al uso de los recursos tecnológicos Entonces lo primero es ¿Cuál es su nivel de formación actual?

*P:* Tengo una licenciatura en informática

*E:* Ok una licenciatura en informática y ¿cuántos años de experiencia tiene como docente?

*P:* Como docente ininterrumpida tengo diez años

*E:* Ok Y usted ¿practica la formación continuada? es decir que desde su formación en de la licenciatura realizados ciertos cursos para seguir en su formación

*P:* No, no he hecho de momento tengo intención de hacer una maestría

*E:* Ok tiene intención de realizar una maestría y bueno la otra vez si ¿se ha formado en el uso de las TIC para su práctica?

*P:* Como tal a una formación académica como tal no, Aunque sí las utilizo

*E:* Ok Si las hace de manera informal

*P:* Sí, sí he tenido como ese aprendizaje ya de manera más informal

*E:* Como que herramientas entonces maneja usted así que ha aprendido a lo largo de su práctica en el uso con el uso de las TIC

*P:* Pues lo que viene siendo recursos visuales Como algunos videos de YouTube, ahora en la pandemia estuve elaborando algún material visual también estuve haciendo videos para reforzar el aprendizaje de los alumnos y le comentaba GeoGebra hay una página que se me olvida ahora también es en línea Ay no se me fue el nombre sí creo que es grapable algo así sí. Esas son las que utilizo mucho y bueno algunos editores de ecuaciones para para la formulación de ejercicios o de exámenes

*E:* profesor Entonces sí tiene conocimiento en el uso de las TIC para su práctica profesional

*P:* yo he tratado de Buscar el apoyo de ese tipo de herramientas para facilitar y reforzar el proceso enseñanza aprendizaje con los muchachos

*E:* sí ok Y por ejemplo ya después de la pandemia que tanto ha utilizado usted esos recursos ya en la secundaria con los estudiantes. Sí Bueno tengo conocimiento que a veces es muy difícil el acceso al centro de cómputo y todo eso, pero si de pronto de alguna otra manera de pronto dejándoles un vídeo en clase

*P:* o así se dificulta ese proceso en las instalaciones de la de la escuela donde estamos laborando porque no hay los recursos tecnológicos el centro de cómputo si bien es cierto renovar en el equipo lo utilizan única y exclusivamente para clases de lo que viene siendo la herramienta o la enseñanza de las tecnologías entonces este para nosotros docentes de otras áreas de otras academias es un poco complejo hacer uso del centro de cómputo aparte que las computadoras no tienen instaladas las herramientas necesarias tendríamos que hacer la instalación o la búsqueda y la instalación del Software necesario pero los que están en línea bueno, los videos este pues no requieren de mayor proceso más de que abrir la página y buscar los recursos pero sí se dificulta y en los salones de clase pues no tenemos la tecnología como tal

*E:* Sí eso es muy cierto eso es verdad, hoy en día es uno de los cosas que más dificultan a los docentes usar los recursos que es más que todo la infraestructura de la institución Entonces ya como haciendo ya estas preguntas tienen son como un tipo de escala Likert Entonces como le digo en una escala del 1 al 5 donde uno es nada dos es poco tres es algo 4 es suficiente y 5 es mucho usted me va a mencionar lo que mejor lo describe en cada pregunta y después me describe cómo por qué considera cada cuestión entonces en la primera es ¿considera que las TIC mejoran la atención de los estudiantes en el proceso de la enseñanza de aprendizaje de las matemáticas?

*P:* yo creo que ahí sería el número cinco, Yo creo que es mucho lo que permiten las TIC

*E:* OK Y ¿por qué considera que es grande la que las TIC mejoran la parte de la enseñanza del aprendizaje?

*P:* por varios factores a los alumnos no les resulta tan atractivo estar viendo un docente hable hablando explicando en un salón de clases se distraen muy fácilmente el uso de recursos tecnológicos como la computadora o tabletas etcétera les llama la mucho la atención Sí aparte de los recursos pudiera decirle que muchísimos son muchos los recursos tecnológicos que hay en cuanto a contenido de video y de apuntes en forma digital Yo creo que por eso es muy importante

*E:* Sí en verdad siempre hoy actualmente el uso de los recursos tecnológicos es muy importante más que todo por cómo se está dando el rumbo de la sociedad que es más que todo por los niños más que todos los jóvenes en cuanto al uso de la tecnología y uno como docente también tiene que irse actualizando en ese en ese ámbito

*E:* Entonces como otra es ya que tengo es que si ¿tiene varios métodos y estrategias para desarrollar el conocimiento sobre las operaciones de fracciones o desempeña uno solo?

*P:* como tal en este aspecto sería muy difícil utilizar un solo método porque no es tan sencillo para los alumnos sobre todo en esta edad entender el concepto de fracción y partir de un solo método de enseñanza a veces limita el aprendizaje para muchos porque es bien sabido o es muy conocido que no todos los alumnos comprenden de la misma manera si tienen diferentes formas de aprendizaje Entonces los métodos que utilizo mucho es el visual Sí a qué me refiero con esto bueno dibujar figuras sean ninguna línea recta sea un rectángulo sean círculos lo que

sea y tratar de hacerles comprender primero el concepto de fracción sí que viene siendo una fracción luego de ahí parto en explicarles Bueno enseñarles también con ese mismos métodos lo que viene siendo los procesos o este las operaciones Mejor dicho de suma resta multiplicación división y ya de ahí me derivo en muchas otras este cosas que salen del mismo tema de las fracciones

*E:* sí ok sí en verdad algo usted menciona siempre es más que todo en este tema las fracciones que muchas veces se dificulta para los estudiantes realizar diferentes métodos entonces teniendo en cuenta lo que usted me está mencionando pensaría que usted estaría también en un en un nivel 5 aquí en este en cuanto al uso de las estrategias

*E:* y ahora en cuanto así ¿usted evalúa el aprendizaje de los estudiantes de diversas maneras?, con eso me refiero de pronto si no solo realiza lo que uno comúnmente hace que es el examen, sino que realiza otras otro tipo de actividades como en cual se parece que usted pronto se ubicaría

*P:* yo creo que ahí me ubicaría en el número tres Sí bueno entendiendo que entre más métodos o entre más formas utilice para evaluar Pues sería el número cinco, pero yo utilizo dos formas de evaluar nada más una es el examen y la otra son las tareas en casa son las dos formas que yo evalúo serían las dos

*E:* otra es ¿conoce las tecnologías que puede usar para comprender y elaborar los contenidos sobre matemáticas?

*P:* Sí conozco algunas entonces pues yo creo que de ahí yo caería en el número cuatro

*E:* ok Y bueno ya ahorita anteriormente Sí ya me mencionó varias como era GeoGebra uso de videos también Sí ya los Editores un editor de el editor de ecuaciones que trae Microsoft

*P:* sí de hecho es el que me baso para elaborar los cuadernillos de trabajo de los exámenes y ese también lo utilizo mucho para para generar contenido vídeos visuales en los tiempos

*E:* sí Oca muchas gracias profesor entonces la otra que tengo ahora ¿es consciente de los aciertos y errores que son más comunes del alumnado en lo referente a la comprensión de las operaciones con fracciones? de pronto esos errores que de pronto usted ha notado ya como tal en su práctica docente que usted ve que de pronto Los estudiantes se equivocan mucho en ciertas al momento hacer ciertas operaciones o identificar las fracciones no sé si de pronto ha podido ver eso ya más durante su dentro de su práctica con usted anterior

*P:* bueno evidentemente se les dificulta mucho entender el concepto de una fracción Sí yo creo que ahí bueno no sé o sea el nivel de conciencia que yo tengo de los errores que cometen los alumnos yo creo que me voy hasta el número cinco porque sí detectó Cuál es el error el error principal es que yo no entienden que es una fracción sí Y por qué sucede eso porque no les cabe en su entendimiento por a lo mejor no sé si sea una deficiencia en el proceso enseñanza aprendizaje de del nivel anterior del nivel de preparación anterior que es la primaria Sí pero sí veo yo ahí un una deficiencia una deficiencia en cuanto a la comprensión Sí y los errores más

comunes que ellos cometen es que lo más que detectan depresiones es un medio los medios nada más ya si les hablamos de tercios quintos ya no

*E:* Sí es verdad de hecho en la revisión de los documentos de mi investigación si logro identificar que en la enseñanza de las Matemáticas como tal lo que es el proceso de enseñanza y aprendizaje las fracciones es de lo que más se le dificulta muchas veces tanto a los docentes como a los estudiantes siempre es algo que es bastante tedioso más que todo por eso que usted menciona que los estudiantes se le dificulta más que todo es la comprensión de ese concepto que uno le da a ellos de fracción siempre está presente sí Yo me acuerdo cuando De hecho cuando yo estaba estudiando y cuando empezaban los ejercicios ya con fracciones uno era señor si eso es muy cierto no sé sofoca mucho cuando tienen que trabajar con números fraccionarios.

*E:* Esta pregunta ya son un poquito más que vengo centrada en el tema que vamos a trabajar y es por ejemplo ¿qué es para usted un número fraccionario?

*P:* hablando en términos generales así muy muy breve es una cantidad dividida entre otra eso para mí es lo que representa una presión sí En cuántas partes voy a dividir una cantidad

*E:* Y bueno ya la otra es ¿Qué propiedades (matemáticas) pone en juego para abordar el tema de operaciones con fracciones? sí o sea las propiedades que uno comúnmente conoce como es la asociativa la conmutativa no sé si usted al momento de dar el tema de fracciones las aborda con los estudiantes o de pronto bueno que yo estuve viendo en el en el documento de la Secretaría de Educación Pública y no se trata mucho como tal en primera de secundaria la parte de las de las propiedades entonces quería saber un poco a ver si de pronto usted si las abordaba en primero de secundaria con los estudiantes o no

*P:* Ah bueno Sí En ocasiones es necesario explicarle al muchacho lo que es la propiedad asociativa la conmutativa Sí las abordo Eh sí aborda, pero ya sería como una manera muy general o si logras entrarla de pronto al estudiante que le explica varios ejercicios o solo les menciona como estas propiedades y así no cuando por ejemplo estamos haciendo algún tipo de operación sobre todo en la suma Pues sí se les menciona que eso es parte de la propiedad asociativa

*E:* ok Bueno ya Bueno ya las últimas dos el número nueve es Generalmente ¿usted como aborda el tema de lo que es la suma y resta de fracciones ya con sus estudiantes?

*P:* la suma y resta de fracciones con ellos sí como por lo general cómo llega, parto de una forma muy simple y sencilla la suma de fracciones con el mismo denominador la resta de fracciones con el mismo denominador y siempre por pares empiezo por un par Bueno un medio más tres medios Sí por ejemplo sí o cinco medios menos dos medios o menos tres medios y luego ya de ahí aumento la dificultad con mismo número con el mismo tipo de fracciones para luego aumentar la dificultad ya no hacer fracciones con el mismo denominador Sí esa es la forma en que los abordo con Los alumnos.

*E:* Ok Muy bien profe Gracias cuáles métodos usa usted en lo que son las fracciones heterogéneas

*P:* Bueno yo conozco dos métodos que se utilizan y es el de multiplicar numerador por denominador y el del otro es Hallar el mínimo como múltiplo

*E:* En este caso usted habla de dos métodos ¿Cuál de los dos prefiere usted utilizar al momento enseñar a los estudiantes?

*P:* Cuando son dos nada más cruzado incluso este hace uso de del recurso o vaya hago uso de la parte lúdica porque a ese método Pues aquí en México utilizamos este tipo de herramientas para tratar de captar la atención a los muchachos y yo les digo que es el método de la mariposa ,el método del corazón, el método de la carita feliz, el método del abrazo del muerto que también por ahí algunos maestros lo mencionan y se les va agravando y dado que el proceso para la a resta es exactamente el mismo Sí con la diferencia del signo nada más algo les queda ahí sí y el método del mínimo común múltiplo lo utilizo y lo explico cuando son tres cuatro fracciones o más

*E:* Ah ok, Pero sigo si utilizan los dos ok profesor listo Bueno ya la última como tal si es como un pequeño problema que le presento Si a sus alumnos les presenta un problema como el siguiente, Juan planto árboles frutales en su finca. Del total de árboles planto  $\frac{4}{5}$  eran cerezos y  $\frac{1}{3}$  eran manzanos y  $\frac{1}{15}$  eran perales. Si entre cerezos y manzanos sembró 140 árboles ¿Cuántos perales sembró? Describa la manera en la que lo aborda y llega a la solución (resuelva el problema y describa la forma en la que lo aborda en clase)

*P:* Bueno aquí primero sería muy importante hacerle entender que es una suma de fracciones Sí este para ver cuánto fue lo que se ocupó de una parte entera Sí y luego ver sacar las partes que corresponden a los 140 sí que es el total de árboles en terceros y manzanas que está sembrando esta persona verdad sí básicamente así se los presentaré a los muchachos

*E:* ok Entonces sería así de esa manera

*P:* así es Ok claro utilizando los recursos gráficos del pizarrón

## **Entrevista posterior a la aplicación**

### ***Nomenclatura***

*Entrevistador: E*

*Profesor: P*

### ***Introducción***

*E:* Hola buenas tardes maestro cómo está

*P:* bien gracias a Dios

*E:* como lo había comentado el último día que nos vimos era como para realizar ya una última entrevista entonces nuevamente Le recuerdo que voy a hacer una grabación de la reunión, Pero va a ser todo totalmente anónimo en ningún lado aparecerá su nombre ni nada entonces voy a grabar y empiezo un momento a compartir ya la pantalla para empezar como tal con la entrevista ok me confirma si ya si ya logra ver la el Word.

*E:* primero que todo le agradezco el tiempo que dedica para responder esta entrevista que le voy a realizar la cual tenemos un tiempo estimado más o menos de 20 minutos y tiene como objetivo conocer un poco más a fondo esos conocimientos suyos en cuanto al uso de los recursos tecnológicos para la enseñanza de los contenidos matemáticos ya posterior a la aplicación con el uso del libro interactivo de GeoGebra

*E:* entonces una primera pregunta que tengo es que si usted ¿puede elegir herramientas tecnológicas que mejoren el aprendizaje y el conocimiento de los estudiantes para un contenido determinado Y cómo realizaría esa lección de herramientas?

*P:* Bueno desde un enfoque práctico Como así está diseñado el libro interactivo donde el alumno pueda comprender los conceptos

*E:* Suponiendo que en caso de tener o sea ir a trabajar usted en el aula con otro otra herramienta tecnológica u otro recurso diferente al trabajado en esta cómo haría usted para elegir esta herramienta O sea qué criterios tendrían cuenta usted para escoger otra herramienta ya diferente al que trabajamos nosotros

*P:* Bueno pues se tenía que tomar en cuenta la facilidad la accesibilidad que tuvieran en la aplicación como tal Para desarrollar los conceptos que nos permitieran transmitirle los conocimientos al alumno básicamente ese sería digamos que el requisito o el enfoque que no estaría buscando en una herramienta tecnológica para poder este desarrollar o para poder presentar ese tipo de herramientas en los salones de clase

*E:* Ah ok, aunque ya una segunda pregunta es O sea ya como tal en relación a una a como ¿usted realiza sus secuencias didácticas o planeaciones y los objetivos que tienen cuenta durante la enseñanza y que si usted tiene conocimiento selecciona y hace uso de recursos tecnológicos en el aula y cuáles apoyan su trabajo y qué criterios utiliza para escoger estas?

P: bueno básicamente el diseño de las secuencias didácticas O como le había comentado nos tiene muy limitados porque la institución no tienen los recursos tecnológicos en las aulas o sea nosotros necesitamos que la academia de tecnología en los preste espacio que tienen ellos para poder hacer uso de las tecnologías de la información ahora si nos vamos con los recursos tecnológicos que cuenta el alumno bueno básicamente se basan en Buscar material visual video donde nosotros buscamos autores o buscamos personas que en su momento nosotros al estar preparando las clases Pues nos topamos con ese tipo de material pues vaya nos volvemos como sus seguidores y recomendamos a los muchachos que los vean en casa verdad sí Cuáles apoyan nuestro trabajo y qué criterios utilizamos Pues básicamente eso que si un lenguaje Claro que si un lenguaje sencillo que sí entendible sí que no sea tan Cómo le diré con un lenguaje que los muchachos se le dificulten comprender Esos son los criterios en los que me apoyaría más que todo

E: Sí porque siempre uno quiere hacer uso de un recurso tecnológico es como un apoyo en educación o sea un medio que facilite ese proceso de enseñanza aprendizaje muchas veces si no tenemos esa en cuenta esa parte el lenguaje si logra dificultarlo lo cual sí se da cuenta con usted que es muy importante esa parte este

E: ya una tercera pregunta es considera que ¿usted puede utilizar el libro interactivo de GeoGebra de tal manera que el alumnado comprenda el impacto del aprendizaje de las matemáticas en su vida diaria? Y cómo lograría llevar esto a cabo usted en el aula

P: Yo creo que el abanico de oportunidades en cuanto al libro interactivo es muy grande porque podemos nosotros hacer uso e implementar un una infinidad de temas y darles el enfoque que nosotros necesitamos o que nosotros detectemos como deficiencias en el proceso enseñanza aprendizaje de los muchachos al final de cuentas cada alumno es un universo diferente y para muchos aunque se afirma que la tecnología ya nos alcanzó que ellos son este muy muy diestros o muy buenos para manejar recursos tecnológicos bueno nosotros vemos que sí son muy buenos pensando esos recursos pero para otro tipo de actividades Entonces nosotros Creo yo que es muy importante darle repito el enfoque de que nosotros necesitamos en el aula clase para que el alumno desarrolle y comprenda los conocimientos que nosotros consideramos que son necesarios que adquiera y que desarrolle

P: yo creo que sí mire Aunque es muy difícil debido a la edad que tienen los niños todavía no tienen muy claro muy claro su mundo se basa en estar aprendiendo o en asimilarlos los Cómo le diré los efectos sí del entorno que lo rodea los iba a decir que los impulsos pero no son los impulsos como tal bueno el alumno está muy ocupado en aprender y en asimilar este todo lo que está viviendo en este momento entonces tienen algo tienen algo de emociones de qué van a hacer en su vida o cómo utilizar los recursos en su vida y todo eso se basa en experiencias propias sí sin embargo yo puedo utilizar ese libro repito porque me pareció muy interesante ustedes en este caso usted el concepto de la del tema que querían tratar o que tratamos con los muchachos. Considero que es muy importante lo que ellos lo van a utilizar siempre y es bastante común toparse personas que están en el nivel licenciatura o incluso un grado superior

y no salen fracciones Sí entonces este repito es muy importante y Considero que sí lo voy a seguir utilizando

E: sí ok Sí estoy muy de acuerdo con su respuesta

E:Entonces ya como otra pregunta es que si ¿usted considera que puede realizar una secuencia didáctica haciendo uso de la mayoría de las actividades que hacen parte del libro interactivo que yo le presenté para la enseñanza la suma y resta de fracciones? esto se hallaba como un tema comentado sin tener en cuenta ese esa cuestión de que a veces no le permiten el ingreso al aula sino usted de pronto como docente sí considera que el libro sí permite realizar una secuencia didáctica y como usted cómo realizaría de pronto esa secuencia

P: yo creo que sí Sería muy bueno comentar el uso más que nada por el contenido visual que tiene en el caso en específico de la suma y resta de fracciones al presentarles las gráficas o ejemplos prácticos como la pizza como los bizcochos o como los rectángulos divididos en partes eso les permite una comprensión más más este fluida en cuanto al tema y a las secuencias de las de del aprendizaje en el tema de las fracciones en este caso las suma y la resta por eso yo sí es considerado que sí es muy bueno y es muy importante hacer uso de ese tipo de recursos porque incluso ellos pueden interactuar y pueden ir moviendo y si y si en un salón de clases con un pizarrón y un marcador nosotros pues el Cómo diría por el límite de tiempo Pues a lo mejor no es tan sencillo dibujar una pizza o un círculo y dividirlo en 10 partes en cinco y pero con los recursos que nos presentaron el en la sesión que tuvimos ahí en un centro de cómputo pues es relativamente fácil Entonces sería muy fácil aprender comprender el concepto de lo que queremos enseñar

E: Sí es cierto de hecho en varios artículos que yo he leído mencionan esa parte en cuanto a la dificultad que sea el momento de intentar representar las fracciones y es que los estudiantes ya De pronto cuando van a hacerlo ellos a su cuaderno no logran hacer muy bien la división Entonces se presenta GeoGebra que es un recurso muy dinámico y ayuda en esa parte de la más que todo en la representación de las fracciones entonces

E: Bueno ya una quinta pregunta es que si ¿usted al momento de darle la clase considera que adoptó un pensamiento crítico sobre la forma en la que utilizó el libro en el aula? Y cómo llegó a cabo este proceso desde el momento en el que yo le tuvimos el primer encuentro donde yo le presenté el libro y todo eso ya está como cuando finalizamos la última sesión

P: Bueno un pensamiento crítico como tal no más bien de revisión y con mucho interés sobre el contenido que se estaba presentando y el enfoque que se le estaba dando a la forma de abordar una clase haciendo uso de la tecnología más que nada es eso tanto como un pensamiento crítico no le digo más bien como de interés o con una intención de descubrir nuevos métodos nuevas formas para transmitir los conocimientos

E: bien ya otra pregunta es ya como más entrada ya en qué correcciones me haría en cuanto a las actividades Entonces sería por ejemplo en la pregunta 6 es en ¿cuál apartado de las en cuál parte de las actividades considera que hacen falta actividades para complementar el libro

interactivo de GeoGebra en la enseñanza de la suma y resta de fracciones y Qué actividades usted sugeriría? de pronto por ejemplo lo recuerdo en el libro teníamos un apartado que era de todos los aprendizajes pero yo los estudiantes donde estaban algunos temas que yo traté que fue el concepto de fracción la representación la equivalencia la simplificación y la amplificación de fracciones ya estaba la parte de las dificultades que era la parte de la representación de las fracciones en la recta numérica que es algo que se les dificulta y lo de mayor o menor en las fracciones seguido ya de los temas tratados como suma y resta de fracciones Y por último unas actividades ya un poco más complejas donde se trabajan incluso las actividades en conjunto Entonces como en Cuál de esos apartados usted piensa que a mí me hizo como falta actividades para complementarlos y como Qué actividades podría yo agregar considera usted que se podrían agregar a ese libro

P: Bueno tal vez en el apartado de la suma y resta tal vez ahí hacer igual que en la representación de o en la ubicación de fracciones en recta numérica más recursos visual y hacer más ejercicios pero que o sea que fueran más complementado en cuanto a la representación de las fracciones y ver qué pasa cuando sumo tres octavos con cinco cuartos por ejemplo quiero verlo de una manera bastante Cómo le diré bastante claro y bastante sencilla otra tal vez ubicar también estas fracciones en rectas numéricas pero con diferente denominador sí Y ahí viene Un ejemplo muy claro la suma o la comparación de cuáles más grande de si son dos tercios o dos cuartos o tres cuartos etcétera entonces meter un poquito más de recurso enfocado a la suma y a la resta y a la ubicación de fracciones con diferente denominador en la recta numérica tal vez pudiera por ahí este complementarse un poquito más eso

E: ok listo Muchas gracias profesor ya una séptima es como ¿qué criterios usted tendría en cuenta para la elección de una actividad que complementa el libro para la enseñanza de resta de fracciones? y sí me gustaría como que describe el proceso que usted llevaría a cabo para buscar o diseñar y seleccionar

P: Estas actividades ya en GeoGebra como tal bueno Los criterios básicamente yo creo que están establecidos en la práctica que usted hizo Sí a la mejor la actividad que pudiera complementarnos tiene mucho que ver con lo que le respondí para la pregunta anterior si las actividades repito al joven al niño al adolescente con el que estamos tratando se le dificulta mucho entender esa parte de las fracciones o sea que es una fracción como la sumo Qué representa Sí en mi espacio en la vida cotidiana qué es lo que significa que yo me como un cuarto de una pizza y luego que me como un tercio sí Entonces eso sería básicamente Los criterios que yo también cuento para la elección de una actividad que complementa el libro interactivo Sí bueno tendría repito tendría algún material que fuera Claro que fuera preciso y con un lenguaje entendible para los niños

E: Ok Sería más que todo eso lo que tendría en cuenta

E: ya un octavo pregunta es usted ¿qué criterios tendría en cuenta para diseñar una actividad o seleccionar una actividad que haga parte un libro pero ya contenido diferente al que tratamos en esta ocasión? sino ya en otro por ejemplo en ecuaciones en números enteros así O sea como

usted haría el proceso para ya sea de pronto si usted quiera diseñar una actividad desde cero en GeoGebra o quiera ya hacer una búsqueda de esas actividades en el recurso para para las actividades bueno Los criterios serían básicamente

P: Cómo le dije sería Buscar que ese contenido sea visual 100% y que ellos lo puedan manipular Sí en el caso en específico no sé de porcentajes de reglas de tres de variaciones o de ecuaciones en los despejes ecuaciones lineales en la graficación donde ellos puedan manipular las variables este que intervienen en los problemas y vean Cuál es el comportamiento en un momento dado es básicamente lo que hicieron ustedes o lo que hizo usted en el libro interactivo con fracciones ellos ponían números y les aparecía en el recurso visual o en la tecnología en el en el recurso tecnológico el impacto de esos cambios que ellos están manipulando con números en su momento verdad Entonces básicamente eso yo esos criterios Yo también cuenta eh los recursos visuales y la interacción de del muchacho con la actividad con OK Bueno ya Una última pregunta que tendríais que si usted considera que puede utilizar el libro interactivo de tal manera que el alumno comprenda el impacto de esto en su vida cotidiana

## Anexo 5: Transcripciones de videgrabaciones

### Nomenclatura

P = profesor

Es = estudiantes, E1 = estudiante uno, E2 = estudiante 2 y así sucesivamente.

// = acciones que suceden durante el diálogo.

### Sesión 1

L		Transcripción
1	<b>P:</b>	Buenos días Jóvenes, el día de hoy estaremos trabajando en el centro de computo
2		Por favor escriban el enlace que escribiré en el tablero en sus computadores
3		/El docente escribe el enlace del LIGG en el tablero/
4	<b>P:</b>	Es un recurso tecnológico en el que usaremos las famosas TIC
5		Las tecnologías de la Información y Comunicación
6		/El docente va pasando por el puesto de los estudiantes que tienen dificultades para escribir el link y los ayuda/
7		/Después de que los estudiantes tienen el LIGG en sus computadores el docente inicia a explicar/
8	<b>P:</b>	El tema que vamos a trabajar es la suma y resta de fracciones
9		Ok, vamos a ver el tema 1
10		Uso de una torta de cumpleaños para introducir el tema de fracción
11		/El docente empieza a hacer uso de la actividad 1 del LIGG/
12	<b>P:</b>	Me gustaría que mencionen lo que recuerden del concepto fracción
13		¿Qué es una fracción? con sus palabras
14		/Una alumna levanta la mano/
15	<b>P:</b>	la escucho hija
16	<b>E1:</b>	Es la parte de un entero
17	<b>P:</b>	Es la parte de un entero
18	<b>E1:</b>	Formado por un numerador y denominador
19	<b>P:</b>	Formado por un numerador y denominador, así se expresa
20		Así expresamos las fracciones, de las fracciones podemos entender

21		Primero partiendo de lo que es un todo una parte entera, de acuerdo
22		Entonces la fracción jóvenes sería por decirlo de alguna manera
23		Un pedacito de esa parte entera
24		¿En cuántas partes podemos dividir esa parte?
25		¿En cuántos pedacitos podemos dividir?
26		En muchos, en los que nosotros necesitemos
27		de acuerdo le pregunto ¿ En cuántas partes está dividida esa torta?
28		/El docente señala el proyector de video donde se presenta la actividad 1/
29	<b>P:</b>	¿Todas son iguales?
30	<b>Es:</b>	No
31	<b>P:</b>	No son iguales verdad, pero son fracciones. Ahora
32		¿Cómo podemos entender el concepto de fracción viendo esa figura?
33		Con esa figura jóvenes, nosotros debemos de comprender u observando la ilustración que tienen ahí
34		que no es necesario o no Es indispensable o no siempre sucede tener la fracción dividida en partes iguales, de acuerdo
35	<b>Es:</b>	sí
36	<b>P:</b>	Y la suma de todas esas fracciones que no miden lo mismo que no valen lo mismo siempre en ese caso nos va a dar la parte
37	<b>Es:</b>	entera
38	<b>P:</b>	¡Entera! De acuerdo
39		/Él docente empieza a trabajar con la actividad 1/
40	<b>P:</b>	Bien, vamos a ver lo que dice ahí
41		Entonces, por su cumpleaños. Alicia va a dar una parte de su tarta a los amigos del cole, otra a los del parque y otra la deja para la familia. ¿Qué porción de tarta se lleva cada grupo?
42		Ahí Tenemos una leyenda esto se llama leyenda
43		Que nos da la explicación de lo que estamos proyectando en la gráfica
44		Aquí dice que los amigos del cole se van a llevar la parte que yo veo como color naranja
45		Los amigos del parque lo que yo veo como un morado

46		Y la familia se queda con la parte amarilla
47		¿cómo le hacemos observando la Ilustración cómo nos ayudan este recurso a comprender el concepto de la suma y resta de fracciones?
48		Jóvenes, de qué parte le está tocando a los amigos del colegio ,a los amigos del parque y a la familia
49		¿ Cómo le haremos jóvenes?
50		/Una alumna levanta la mano levanta la mano/
51	P:	Sí, la escucho
52	E2:	Se puede dividir la torta en las partes más pequeñas
53	P:	E2 me dice que podemos dividir la torta en las partes más pequeñas que podamos
54		¿Qué opinan los demás? E3 te escucho
55	E3:	Es correcto
56	P:	Es, correcto. Eso es joven, ¿por qué no serviría dividir el total de la torta en las partes más pequeñas y porqué no en las partes más grandes?
57		/Un alumno levanta la mano/
58	P:	te escucho E3
59	E3:	Porque en las partes más pequeñas puede ser más fácil para calcularlas pues se podrían organizar mejor
60	P:	Bien, nos falta entender un concepto que nosotros manejamos
61		Y que ustedes ya conocen
62		No sé si Recuerden el concepto de fracciones equivalentes
63		Alguien que me ayude a explicarme Qué son las fracciones equivalentes
64		<b>/El docente se va moviendo por el salón y un alumno levanta la mano/</b>
65	E4:	<b>Son las que tienen un valor igual</b>
66	P:	¡Un valor igual! y eso ¿para qué no serviría en este caso?
67		porque si nosotros vemos, si somos observadores
68		<b>/El docente señala el proyector con la actividad 1/</b>
69	P:	sí hay que observar siempre, por ejemplo este pedacito de aquí no es lo mismo que este pedazo de acá
70		ahora le pregunto ¿en cuántas partes debo de dividir esta torta para saber cuánto le va a tocar a cada uno?

71		los escucho vean en su pantalla por favor interactúen con ella
72		Si usted mueve esta flecha hacia arriba hacia abajo
73		si usted interactúa con esa aplicación tecnológica que nos ayuda a entender el concepto
74		Ahí usted va a ver En cuántas partes puede dividirla
75		Podemos manipular nosotros la tarta o la torta para efectuar una suma que nos diera el total de ello y saber qué parte le va a tocar a ellos jóvenes
76		interactúen con ella por favor y escucho sus respuestas
77		la finalidad de esto es de que ustedes comprendan, todo el mundo tiene internet en casa
78		esto lo pueden utilizar en un dispositivo móvil como teléfono Tablet computadora
79		que le puede servir este recurso tecnológico para comprender el concepto de las fracciones
80		/Los estudiantes interactúan durante un tiempo con la actividad 1/
81	<b>p:</b>	A ver, escucho sus conclusiones
82		podemos observar que mientras una un área crece la otra disminuye
83		Entonces cuando una fracción se hace más grande
84	<b>Es:</b>	La otras se hacen más pequeñas
85	<b>P:</b>	obligatoriamente tiene que hacerse más pequeñas
86		¿Por qué?
87		Porque no podemos nosotros perder de vista que la unidad es toda esta parte
88		De acuerdo
89		Y si le doy más porción a este, a este o a este los otros van a disminuir en consecuencia
90		Sí, escucho sus conclusiones jóvenes
91		/El docente se mueve por el salón observando lo que trabajan los estudiantes/
92	<b>P:</b>	¿Porque sí mueven las flechas hacia determinado sentido nos dice que sobra torta? ¿Por qué será?
93		sobra algo, ahí nos dice ¿Pero por qué sobra? los escucho
94	<b>E5:</b>	Porque estamos moviendo las flechas
95	<b>P:</b>	Sí, pero ¿por qué sobra algo?

96		/El docente empieza a manipular la actividad 1/
97		por ejemplo en esta parte si usted se fija el área o la fracción
98		las fracciones que le tocaban a la familia Ahora ya nada más son dos
99		el área que le tocaba los amigos del colegio está dividido en tres
100		y lo que le toca a los amigos del parque Cuántas partes son
101	<b>Es:</b>	Seis
102	<b>P:</b>	La pregunta es ¿si yo sumo todas estas fracciones tendré la unidad?
103	<b>E6:</b>	No
104		Ah, sí, si
105	<b>E7:</b>	Si
106	<b>P:</b>	Si yo sumo todos esos pedacitos como fracciones, obviamente representando una fracción ¿ Me dará un entero?
107	<b>E8:</b>	Si
108	<b>P:</b>	¿Seguro?
109		/El estudiante señala al proyector/
110	<b>E9:</b>	¿pero cuáles? ¿todas los que están ahí?
111	<b>P:</b>	Sí, todos los cuadritos que están ahí, en las partes que está dividida la unidad
112		/El docente busca una estudiante para preguntarle/
113	<b>P:</b>	¿tú qué crees hija?
114		¿Si sumo este pedacito más este, más este... me dará uno?
115	<b>E10:</b>	sí
116	<b>P:</b>	¿si?
117		/el docente les pide a los estudiantes que trabajen en el cuaderno/
118	<b>P:</b>	Por favor saquen todos sus cuadernos
119		Con la imagen que está representada ahí sumen esas fracciones y me dicen si la suma les da uno
120		¿Qué van a sumar?
121	<b>ES:</b>	Todos los cuadritos
122	<b>P:</b>	Van a sumar todos los cuadritos

123		/El docente le pregunta a los estudiantes señalando la actividad 1/
124		¿ Qué fracción representa cada uno de los cuadros?
125	E11	$\frac{1}{2}$
126	P:	¿ Y qué fracción representa este cuadro?
127		/Los estudiantes murmuran entre ellos pero no contestan hasta que un estudiante contesta/
128	E:12	$\frac{1}{6}$
129	P:	¿Qué opinan los demás?
130		/Ningún estudiante responde a la pregunta del docente/
131	P:	Acuérdese en la clase tiene que estar usted pensando analizando la información que tiene y deduciendo
132		/Un estudiante levanta la mano y el docente le da la oportunidad/
133	E4:	Sumaria $\frac{1}{3}$ las veces que se ve representado
134	P:	Pero si pero si usted suma, si usted toma esto como un tercio
135		Usted estaría utilizando o pensando o deduciendo que la unidad es este pedazo nada más la escucho
136		/Una estudiante levanta la mano/
137	P:	La escucho
138	E13:	Sumaria todas las fracciones teniendo en cuenta el concepto de fracción
139	P:	Por ejemplo, partamos del concepto de fracciones jóvenes
140		que habíamos tratado de entender en un principio de la exposición
141		y el que nos dijo la compañera por favor
142		/El docente le pide a los estudiantes que trabajen en el cuaderno y va pasando por los puestos de los estudiantes que tienen inquietudes/
143		¿Alguien ya realizó las sumas?
144	Es:	No
145		/El docente sigue pasando por el salón/
146		/El docente le dice a los estudiantes que guarden el enlace de la clase ya que van a seguir trabajando con esto/

147		/Por cuestiones de tiempo el docente le dice a los estudiantes que terminen la actividad en casa/
148	<b>P:</b>	Bien jóvenes, nos vemos la otra semana
149		El día Martes para seguir con las sesiones
150		Ya se pueden ir a su salón, Adiós

P = profesor

Es = estudiantes, E1 = estudiante uno, E2 = estudiante 2 y así sucesivamente.

// = acciones que suceden durante el diálogo

## Sesión 2

L		Transcripción
151		/El docente saluda a los estudiantes y escribe el enlace de la clase y le dice a los estudiantes que lo escriban en su computador/
152		/El docente inicia la clase/
153	P:	Bien, ya sabemos que es una fracción jóvenes
154		se refiere a una parte a una parte de un entero
155		A eso se refiere una fracción
156		dicho de una manera como usted lo conoce
157		una fracción también la podemos representar como una división
158		De acuerdo
159		Se acuerdan del concepto de división
160		Se acuerdan del concepto de cocientes, residuos, dividendos y divisores
161		Es lo mismo
162	Es:	Si
163	P:	Bien
164		/El docente le pide a los estudiantes que se ubiquen en la actividad 2/
165	P:	Ya todos están ahí nos vamos a donde dice concepto de fracción jóvenes
166		/El docente proyecta la actividad 2 para iniciar a trabajar y empieza a leer lo que se está presentando/
167	P:	Concepto de fracción
168		Vamos a dar click jóvenes, en el botón que dice Cuéntame
169		/El profesor interactúa con la actividad y sigue leyendo lo que se presenta/
170		las fracciones forman parte o son parte del conjunto numérico de los números racionales
171		Es un tema que ustedes vieron en primaria
172		¿ se acuerdan de los conjuntos de los números?

173		Conjunto de números naturales, conjunto de números enteros y racionales
174		Bien seguimos, otra vez en el botón Cuéntame
175		Los números enteros se pueden considerar fracciones de denominador uno
176		¿Se acuerdan de la estructura de las fracciones jóvenes?
177		¿Cómo las estructuran?
178		Tienen tres partes fundamentales
179		/El docente hace uso del tablero para continuar con la explicación/
180	<b>P:</b>	Sí las fracciones las podemos representar por ejemplo de esta manera
181		/El docente escribe una fracción en el tablero/
182		¿Cómo se llama el número que está arriba?
183		Bueno es un tres, pero en fracciones¿ cómo lo identificamos?
184		¿Cuál es la clasificación?
185		/Un estudiante levanta la mano y el docente le da la palabra/
186	<b>E2:</b>	El numerador
187	<b>P:</b>	el numerador nos dice el compañero
188		¿Y el de abajo?
189	<b>Es:</b>	Denominador
190		/El profesor reafirma lo dicho por los estudiantes/
191	<b>P:</b>	¿Y al resultado de esta división Cómo se le llamaría?
192	<b>Es:</b>	Cociente
193	<b>P:</b>	¿Cómo?
194		Cociente, es correcto
195		bien Seguimos avanzando
196		/El docente vuelve a leer lo que dice en la actividad 2/
197	<b>P:</b>	Aquí nos dice que cualquier número entero lo podemos expresar como fracción
198		Entonces, si tengo por ejemplo el número nueve
199		es un número entero
200		y yo lo puedo expresar como fracción poniéndole en el denominador el número uno

201		eso también es una fracción de acuerdo jóvenes
202		hasta ahí va muy bien, seguimos
203		/El docente le da click al icono de la actividad para seguir con la siguiente sección/
204	<b>P:</b>	Seguimos
205		Ahí están representados los conjuntos de los números
206		empezamos con los números naturales
207		Luego seguimos con los números...
208		/El docente empieza a señalar con un marcador la representación gráfica del conjunto de los números que está dada en la actividad y pregunta/
209	<b>P:</b>	¿La Z que conjunto de números representa?
210		/Los estudiantes no responden a la pregunta/
211		los números enteros jóvenes, de acuerdo
212		/El docente sigue haciendo uso de la actividad proyectada y señala/
213		La Q, aquí vemos la representación de los números racionales, de acuerdo
214		Y la r no representa los números reales de acuerdo
215		Seguimos avanzando
216		/El docente le da click para seguir con la siguiente parte de la actividad/
217	<b>P:</b>	ahí está la definición que les había dado acá
218		/El docente señala la representación de fracción que había hecho previamente en el tablero/
219		Vemos el numerador y denominador, de acuerdo
220		/El docente le pide a uno de los estudiantes que está trabajando en grupo con computador para que interactúe el con las actividades que vayan realizando/
221		/Desde este momento el docente no interactúa más en el computador con las actividades, solo lo que el estudiante va realizando y él va señalando en el proyector/
222	<b>P:</b>	Sí jóvenes Entonces esta es la estructura de las fracciones
223		¿ya comprendieron el concepto de cómo se estructura una fracción?
224	<b>Es:</b>	Si
225	<b>P:</b>	Ok

226		/El docente procede a trabajar con la actividad 3 y la proyecta para que los estudiantes desde sus computadores pasen a esta/
227	P:	¿Para qué se usan las fracciones jóvenes?
228		Para un montón de cosas, los escucho
229	E3:	Para ir por las tortillas
230		/El docente afirma con la cabeza/
231	P:	Para representar una porción de algo
232		Alguien me puede dar un ejemplo de dónde usó en su vida cotidiana una fracción
233	E4:	Cuando compramos
234	P:	Cuando va a comprar medio kilo de algo
235		Medio kilo de tortillas, medio kilo de huevo
236		¿ Dónde más?
237		¿Dónde más usamos las fracciones en la vida cotidiana?
238	E5:	Con los pasteles
239	P:	Ahhhhh, cuando compramos pasteles nos dice la compañera
240		es cierto
241		la parte completa, el entero que es el pastel
242		se divide en pedacitos llamados fracciones
243		esas serían las fracciones
244		ahí nos dice seguramente ya conoces que las fracciones son números racionales
245		sirven para escribir divisiones
246		y normalmente no hace falta calcular con decimales el resultado de esa división
247		No, Por qué si tenemos un pastel y lo dividimos ese pastel en 16 partes
248		pues cada pedacito va a representar una parte de 16
249		y no necesitamos saber cuánto representa eso en números decimales
250		¿verdad que no?
251		¿Cuándo Ustedes compran una pizza y en partes viene dividida la pizza?
252	Es:	En 8
253	P:	Regularmente en ocho partes

254		Aunque usted puede decir
255		sabe qué la mía vivida en diez partes
256		¿Entonces cada porción de la pizza qué fracción representa?
257		/Los estudiantes no responden a la pregunta del profesor y algunos están hablando entre ellos/
258		Jóvenes siento que estoy hablando solo
259		Ya saben que no me gusta que se me distraigan
260		/El profesor repite la pregunta ya con todos los estudiantes en silencio/
261	<b>P:</b>	Otra vez ¿Cuánto representa cada porción de la pizza?
262	<b>E6:</b>	$\frac{1}{8}$
263	<b>P:</b>	Bueno, $\frac{1}{8}$ si viene a partida en ocho partes
264		pero ¿si vienen 10 partes?
265	<b>Es:</b>	$\frac{1}{10}$
266	<b>P:</b>	Bien, $\frac{1}{10}$ es correcto
267		¿Y la suma de todas esas partes cuánto nos va a dar?
268	<b>E7:</b>	Un entero
269	<b>P:</b>	Un entero, es correcto
270		Bien
271		Entonces
272		/El docente le pide a la estudiante que manipule la actividad desde el computador y él va señalando en el proyector/
273	<b>P:</b>	Recorres hacia abajo por favor
274		Si quieres con las flechas Ándale muy bien ahí tenemos cómo se representa
275		/El docente se dirige a los estudiantes leyendo la actividad 3 en el proyector/
276	<b>P:</b>	Muy bien, usamos las fracciones para dividir en partes
277		Si un bizcocho
278		Así se llama en algunos lugares las donas nosotros conocemos como donas
279		También tenemos panes que se llaman bizcochos por ahí ¿verdad?

280		Bien aquí nos dice que el bizcocho está cortado en 5 porciones
281		Y nos quedamos con cuatro partes de ellas
282		tenemos la fracción de
283	Es:	$\frac{4}{5}$
284		/El docente reafirma lo que le mencionan los estudiantes/
285	P:	Aquí nos maneja el concepto de fracción propia o impropia
286		Por favor alguien que nos ayude
287		¿Cómo identificamos cuando una fracción es propia o es impropia?
288		¿Qué quiere decir que una fracción sea propia o impropia? Los escucho
289		/El docente señala a una estudiante/
290	E8:	Pues, que el denominador es más grande que el numerador
291		¿el denominador es más grande que el numerador, en ese caso la fracción es propia o impropia?
292	Es:	Impropia
293		/El docente reafirma lo dicho por los estudiantes/
294		/El docente señala la fracción que previamente había escrito en el tablero y le pregunta a los estudiantes/
295		Aquí, ¿ esta fracción es propia o impropia?
296	E9:	Impropia
297		Ah, no
298	P:	¿Propia o impropia?
299	Es:	Propia
300		/El docente reafirma lo dicho por el estudiante/
301		/El docente señala el proyector/
302	P:	Vamos a ver qué nos dice la definición
303		Le das clic aquí por favor
304		ahí dice para tomar una parte
305		o sea el numerador propiamente dicha de un bizcocho
306		cortado en cinco o sea el denominador en 5 porciones

307		podemos quedarnos como mucho con cuatro
308		Jóvenes, Entonces nos dice la fracción propia es igual a $\frac{4}{5}$
309		Y una fracción impropia es igual a $\frac{19}{5}$ , como se ve en la actividad
310		¿Cómo identificamos la fracción propia o impropia jóvenes?
311	E10:	Cuando se pasa
312	P:	Cuando se pasa de la cantidad que podemos repartir
313		¿de acuerdo?
314		¿Si jóvenes?
315	Es:	Si
316	P:	¿Les queda claro el concepto?
317		¿Alguien tiene alguna duda?
318	E11:	Tengo la duda de las fracciones mixtas
319	P:	Ok, las fracciones mixtas
320		¿Algún compañero o compañera que nos ayude a saber que es una fracción mixta?
321		/Una estudiante levanta la mano y el docente le da la palabra/
322	P:	Te escucho
323	E12:	Creo que es cuando tienes una fracción con el denominador mayor que el numerador
324	P:	Ehhh, no
325		/Otro estudiante levanta la mano y el docente le da la palabra/
326	P:	Te escucho
327	E13:	Es cuando la fracción tiene un entero y el número fraccionario
328	P:	Ok, el compañero nos dio la respuesta
329		/El docente regaña a unos estudiantes que estaban distraídos y prosigue con la clase/
330	P:	La respuesta a la pregunta que nos hace la compañera
331		De ¿cuál es una fracción mixta?
332		la fracción mixta es la que tiene una parte entera y una parte fraccionaria
333		/El docente escribe una fracción mixta en el tablero y le señala a los estudiantes/

334	<b>P:</b>	Esta es una fracción mixta de acuerdo jóvenes
335		Parte entera y parte fraccionaria
336		8 enteros y $\frac{1}{16}$ de acuerdo jóvenes
337	<b>Es:</b>	Si
338	<b>P:</b>	Bueno
339		entonces ya les quedó claro cuando es propia y cuando es impropia ¿sí?
340		/El docente señala la actividad que está proyectando y explica/
341	<b>P:</b>	¿En cuánto se parte el bizcocho?
342		La parte de abajo nos dicen cuántas partes está dividido
343		La parte de arriba Cuántas partes tomamos de acuerdo
344		Entonces aquí me dice vas a tomar cuatro partes del bizcocho de cinco partes que está dividido
345		¿ Qué pasa si aquí dijera de $\frac{5}{4}$ ?
346		¿Podrán tomarse cinco partes de cuatro en la que está dividida?
347	<b>Es:</b>	No
348	<b>P:</b>	No, verdad
349		Entonces cuando el numerador es más grande es una fracción impropia
350		Cuando el denominador es más chico es propia
351		/El docente procede a trabajar con la actividad a trabajar con la actividad 4/
352	<b>P:</b>	Nos dice representa fracciones en recta numérica
353		Es un tema que ya ustedes también conoce
354		/El docente sigue leyendo la actividad que se está proyectando/
355		Nos dice representa la fracción $\frac{19}{4}$
356		/Le indica a la estudiante que mueva la actividad desde el computador para seguir trabajando en esta/
357		Ok, dice representa la fracción $\frac{19}{4}$ en esta línea
358		¿Dónde la pondría?
359	<b>E14:</b>	Maestro nos aparece diferente

360		/El estudiante se refiere a que la actividad que se representa en su computador la fracción es diferente a la que presenta el docente pero el docente hace caso omiso a esto y prosigue con la que está el proyectando sin indicarles cómo pueden hacer el cambio para que se vea representada la misma fracción que él tiene/
361	<b>P:</b>	Sí pero dígame ve esta pantalla y dígame dónde pongo $\frac{19}{4}$ en esta línea
362		Ahí nos dice en ¿cuántas partes tenemos que dividir la unidad?
363		Aquí tenemos el entero
364		/El docente señala la unidad que se está representando en la recta numérica/
365		/Una estudiante levanta la mano y el docente le da la palabra/
366	<b>E15:</b>	En 4 partes
367		/El docente le pide a la estudiante que está manipulando su computador que escriba las partes que le dijo la otra estudiante para ver la división de la unidad/
368	<b>P:</b>	Ok, ya tenemos el entero dividido
369		¿En cuántas partes?
370		Una, dos, tres y cuatro
371		ahora ¿dónde ponemos este rombo?
372		/Con el rombo el docente se refiere al punto que se mueve en la recta numérica para identificar donde se ubica el número fraccionario/
373	<b>P:</b>	jóvenes ¿dónde lo ponemos?
374	<b>E15:</b>	Ehhhh, ¿Al lado del cuatro?
375	<b>P:</b>	A ver pues hay que contarlos son 19
376		1 2 3...19
377		/Le pide a la estudiante que mueva el rombo hasta donde él está señalando en el proyector
378	<b>P:</b>	lo recorres hasta acá por favor
379		háganlo con el mouse el rombo y te lo traes hasta acá, arrástralo
380		/La estudiante comete un error ya que no logró mover el rombo/
381		/El docente no corrige lo hecho por la estudiante y no muestra el resto de la unidad, sino que pasa a la actividad 5/
382	<b>P:</b>	Bueno sabemos que va ahí, verdad

383		Bien, nos vamos hasta la suma de fracciones jóvenes
384		/El docente empieza a trabajar en el tablero/
385	P:	Empiezo acá rápidamente
386		Al igual que los números enteros
387		Nosotros también podemos sumar, restar, multiplicar y dividir las fracciones
388		¿Se acuerdan de eso?
389	Es:	Si
390		/El docente no logra leer bien la actividad que se está proyectando y le pide a la estudiante que lo mueva un poco y se acerca/
391		/Se acerca a la estudiante y le indica cómo puede ir interactuando con la actividad/
392		/El docente le pregunta a los estudiantes por la fracción que se está representando/
393	P:	¿Cuántas partes?
394		¿Cuántas de cuántas?
395	E16:	Cinco de cuatro
396	P:	Cuatro de cinco
397	E16:	Ahhhh
398	P:	Bien, la suma de fracciones se las voy a poner aca, de acuerdo
399		/El docente empieza a trabajar la suma de fracciones desde el tablero/
400	P:	Aunque ustedes pueden hacer la práctica en la actividad que está ahí haciendo uso de la tecnología
401		sí quiero sumar $\frac{3}{2} + \frac{7}{2}$
402		Alguien me puede decir ¿cuál es el proceso?
403		/Un estudiante pide levanta la mano y el docente le da la palabra/
404	P:	Sí, te escucho
405	E17:	Ehhh, sumando...
406		/La estudiante piensa lo que va a contestar/
407	P:	Con tus palabras
408	E17:	O sea los dos sumando
409	P:	Sí, hay que sumar las dos fracciones, es correcto

410	E17:	Se suman cruzados
411	P:	Se suman cruzados nos dice la compañera
412		/Otra estudiante levanta la mano y el docente le da la palabra/
413	E18:	Se multiplica $3 \times 2$ y $3 \times 7$ y $2 \times 2$
414	P:	Ah ok, ese es el método que conocen de la carita feliz
415		Pero estoy seguro que en este caso E19 conoce otro método
416		E19 te escucho
417	E19:	Como tienen el mismo denominador podemos sumar los numeradores y dejar el mismo denominador
418	P:	Exacto, E19 tiene razón
419		Nos dice E19 que como el denominador es el mismo es igual
420		Sí el denominador es el mismo
421		El denominador lo movemos a la derecha Exactamente igual
422		y solo sumamos los de arriba ese sería el resultado
423		jóvenes ¿de acuerdo? sí
424		/El docente dice esto mientras va resolviendo la suma en el tablero/
425	P:	Ahora aquí todavía podemos hacer algo
426		¿Cómo se llama el proceso que podemos hacer con esta fracción?
427	Es:	Amplificarla
428	P:	Simplificarla
429		Alguien me puede decir ¿cuál es el proceso para la simplificación de fracciones?
430		/Varios estudiantes levantan la mano y el docente le da la palabra a una/
431	E17:	Encontrar las fracciones equivalentes
432	P:	Bueno si hay que encontrar con las fracciones equivalentes
433		Más chicas, Sí
434		El proceso...
435		/El docente señala a un estudiante para que le diga cómo se realiza el proceso y este dice que no sabe/
436	P:	Ok, ¿cómo simplifico una fracción?

437		¿Cuándo se puede simplificar una fracción y cuándo no?
438	E20:	Realizamos una división y nos da el resultado
439	P:	Bueno en este caso es una división que nos da una cifra entera
440		pero hay una condición para poder simplificar
441		/Un estudiante levanta la mano y el docente le da la palabra/
442	E21:	Que sean pares
443	P:	¿el numerador y el denominador?
444	E21:	Si
445	P:	Bueno, no propiamente pares
446		/El docente se acerca nuevamente a trabajar en el tablero/
447		Nada más la regla me dice
448		si el numerador se puede dividir por un número
449		el denominador tiene que poder dividirse exactamente entre el mismo número
450		¿Les pregunto al 10 lo puedo dividir entre 2?
451	Es:	Si
452		/El docente reafirma lo dicho por los estudiantes
453	P:	¿Y al dos?
454	Es:	Si
455	P:	En este caso los dos se pueden dividir entre el mismo número
456		¿Cuáles son los números en los que podemos dividir?
457		Que nos de la división
458	E17:	Dos, cinco
459	P:	Bueno te falta uno entre dos y cinco
460	Es:	Tres, cinco, ocho
461	P:	¿Cómo se llaman esos números que me dijeron?
462	Es:	Primos
463	P:	es correcto, los números primos jóvenes
464		/El docente empieza a realizar la simplificación en el tablero/
465	P:	Entonces $10 \div 2$ y $2 \div 2$

466		Esto me va a dar igual $10 \div 2 = 2$ y $2 \div 2 = 1$
467		Así se simplifica
468		Ok, ¿ cómo se amplifican las fracciones?
469		Si para simplificarla tenemos que buscar que tengan el mismo divisor y dividimos
470		Para amplificarla es con una multiplicación
471		/El docente realiza la amplificación en el tablero mientras va explicando/
472	<b>P:</b>	Por ejemplo si yo quiero amplificar $\frac{10}{2}$
473		Aquí la regla me dice solo multiplicalos por el número que tú quieras pero que sea el mismo en los dos
474		Vamos a ver por 4
475		$\frac{10}{2} \times \frac{4}{4} = \frac{40}{8}$
476		Si jóvenes
477		Y si usted hace la división tenemos otra vez otra fracción equivalente
478		Ahora qué sucede cuando el denominador es diferente
479		¿Cómo se resuelve? tenemos dos métodos
480		Me dicen si puedo borrar
481		/El docente interactúa con la actividad 5 para empezar a trabajar la suma de fracciones heterogéneas/
482	<b>P:</b>	vamos a ver ahí en esa sección
483		todo mundo Póngase ahí, ahí está bien
484		/El docente le pide a la estudiante que mueva el cursor para formar las fracciones/
485	<b>P:</b>	Ahí está bien
486		$\frac{1}{3} + \frac{4}{6}$
487		Ese es el método que nos mencionaban algunos compañeros anteriormente
488		Veán por favor lo que está en pantalla ¿qué nos dice?
489		vamos a sumar $\frac{1}{3} + \frac{4}{6}$
490		Este es el método que se conoce como el método de la carita feliz

491		Se acuerdan que se los expliqué método de la carita feliz
492		Esto es cuando el denominador es diferente
493		/El docente va señalando a los estudiantes las fracciones que se van representando en la actividad 5 para explicar a los estudiantes/
494	P:	Aquí tengo denominador 3
495		Y aquí tengo denominador 6
496		Entonces cuando el denominador es diferente
497		Hacemos el método de la carita feliz, el método cruzado
498		El método de la mariposa, el método de la raza del muerto
499		Como usted le quiero decir, de acuerdo
500		Bien fíjese muy bien lo que pasa aquí
501		Ponga atención por favor
502		/el docente le pide a la estudiante que está manipulando su computador que amplíe la actividad a pantalla completa para realizar el ejercicio/
503	P:	nos dice $\frac{1}{3} + \frac{4}{6}$ , tienen denominadores diferentes
504		Si se fijan aquí estoy multiplicando cruzado
505		$1 \times 6$ es igual a
506	Es:	6
507	P:	¿Qué signo hay aquí?
508		/El docente señala el signo que está entre las dos fracciones/
509	Es:	Más
510	P:	Ok, $+(3 \times 4)$ es igual
511	Es:	12
512	P:	Ok, aquí viene la carita feliz
513		$3 \times 6$ es igual a
514	Es:	18
515	P:	Ya solo se suma, por lo que tiene la parte del numerador
516		12 más 6
517	Es:	18

518	P:	Ok y tenemos 18 sobre 18 que es la fracción y eso cuánto nos da?
519	Es:	1
520	P:	Ok, ¿conocen algún otro método para hacer las sumas de fracciones jóvenes?
521		/El docente empieza a trabajar la suma de fracciones haciendo uso de la representación gráfica que se está proyectando/
522	P:	¿En cuántas partes está dividido el rectángulo A?
523	Es:	18
524	P:	¿ Y en cuántas partes está dividido el rectángulo B?
525	Es:	18
526	P:	¿Cuántas partes tiene sombreadas el rectángulo A?
527	Es:	6
528	P:	OK y ¿Cuántas tiene sombreadas el rectángulo B?
529	Es:	12
530	P:	¿ Y si sumamos todos estos que están sombreados cuánto nos da?
531	Es:	18
532	P:	Entonces también podemos representar de manera gráfica las fracciones
533		Ok jóvenes ¿hay algún otro método para hacer la suma de fracciones con denominador diferente?
534		/El docente sigue trabajando con la actividad 5 y pasa a resolver otro ejercicio/
535	P	A ver nos dice $\frac{4}{6} + \frac{1}{3}$
536		/El docente va pidiendo a la estudiante que está manejando su computador que escriba en los cuadros las respuestas que van dando los compañeros/
537	P:	Les pregunto ¿qué número pondremos en el primer cuadrado allá arriba?
538		/El docente le indica a la estudiante como va a escribir en el cuadro los resultados/
539	P:	Vamos a multiplicar el numerador de la primera por el denominador de la segunda de acuerdo
540		Esa sería la primera diagonal
541		¿cuánto nos da eso?
542		$4 \times 3$
543	Es:	12

544	P:	Escribe el 12 en el cuadrado
545		Luego, ¿qué signo hay en medio de las fracciones?
546		ahí nos indica la operación que se está haciendo
547	Es:	Más
548	P:	el signo más ya está ahí
549		en el siguiente cuadro ¿qué vamos a poner?
550	Es:	6
551	P:	Y ¿Abajo que resultado podríamos?
552	Es:	18
553		/El docente se percata que el ejercicio da el mismo resultado que el anterior/
554	P:	Ok, el resultado es el mismo que trabajamos anteriormente
555		Vamos a pasar al siguiente para ver si hay opciones con más de dos fracciones
556		/El profesor se percata que la actividad solo cuenta sumas de dos fracciones por lo cual empieza a trabajar en el tablero la parte de la suma con más de tres fracciones/
557	P:	Entonces ya vieron el proceso de suma de dos fracciones
558		Pero ¿qué pasa cuando tenemos más de dos fracciones con diferente denominador?
559		¿Qué sucede con los jóvenes?
560		¿Qué sucede cuando tenemos suma o resta de más fracciones más de dos con diferente denominador?
561		¿Cómo resolvemos ¿
562		Sí por ejemplo se me ocurre Qué pasa si tengo $\frac{3}{4} + \frac{5}{2} + \frac{8}{3}$
563		¿Cómo resuelvo?
564		/El docente se percata que varios estudiantes no le están prestando atención y les pide que dejen de hablar y se concentren en la clase/
565	E22:	Ehhh ¿Le sumó lo de arriba?
566	P:	No, ¿Les suena el término Mínimo Común Múltiplo?
567	Es:	Si
568	E18:	Profe se multiplican en cruz
569	P:	Bueno si, es una manera

570		/El docente vuelve a levantarle la voz a algunos estudiantes que no están prestando atención y están hablando entre ellos/
571	<b>P:</b>	La compañera nos dice que podemos sumar por partes
572		es cierto yo puedo sumar primero está más esta
573		Y a lo que me dé de aquí le puedo sumar este
574		así de simple y es el mismo método que está allá
575		pero si las queremos resolver todas juntas vamos a utilizar este este método que está aquí jóvenes
576		/Menciona el docente señalando lo que va escribiendo en el tablero/
577		/El docente empieza a hallar el MCM en el tablero con ayuda de los estudiantes/
578	<b>P:</b>	sí ponemos estos números puede ser en orden o en desorden el 2, 3 y el 4
579		Se acuerdan de los números primos que ustedes ya mencionaron ahorita
580		se comienza con el primer número primo ¿Cuál es?
581	<b>E19:</b>	2
582		se acuerdan en la primaria que les decía su maestra tiene mitades
583	<b>Es:</b>	Si
584		sí se pregunta ¿cualquiera de estos tres números lo puedo dividir entre dos
585	<b>Es:</b>	si
586	<b>P:</b>	Si, entonces lo utilizo, seria $2 \div 2$ es igual a
587	<b>Es:</b>	1
588	<b>P:</b>	Sí, lo utilizo $2 \div 2 = 1$
589		cuando terminamos ponemos un semicírculo
590		luego el tres ¿lo puedo dividir entre dos?
591	<b>Es:</b>	No
592	<b>P:</b>	no se puede se baja igual
593		¿El cuatro lo puedo dividir entre dos?
594		$4 \div 2$ es igual a
595	<b>Es:</b>	2
596	<b>P:</b>	Ok, es igual a 2

597		¿Entre los que quedaron sin encerrar habrá alguno que se divide entre dos?
598		$3 \div 2$ ya dijimos que no
599		voy a utilizar $2 \div 2$ que es igual a
600	Es:	1
601	P:	y ya terminé ahí entre los que quedaron sin esa ahorita son tres
602		/Refiriéndose a los números que son divisibles entre 2/
603		ahora entre los que quedaron sin encerrar ¿habrá alguno que se divide entre dos?
604	E16:	Si
605		Ah no
606	Es:	No
607	P:	No, ya no, el tres no es divisible entre 2
608		me voy al siguiente número primo que es el tres
609		bien Y entonces aquí lo tenemos $3 \div 3$ es igual a
610	Es:	1
611	P:	Es igual a 1 y ok, ya terminamos
612		¿Qué hago con estos?
613		/El docente señala los números que dieron al resolver el mcm/
614	E16:	Se multiplican
615	P:	Eso, se multiplican
616		es correcto
617		$2 \times 2 \times 3$ , me dan
618		$2 \times 2$ es igual a
619	Es:	4
620	P	Y $4 \times 3$ es igual a
621	Es:	12
622	P:	12, este es el mínimo común múltiplo de estos tres números
623		/El docente señala los denominadores que fueron a los que le hallaron el MCM/
624	P:	también los podemos ubicar en la recta numérica
625		dando saltitos de dos, de tres y de cuatro

626		donde coincidan ese su mínimo común múltiplo
627		Bien, ¿para qué me sirve esto?
628		¿Para qué me sirvió calcular el MCM a los denominadores?
629		/como los estudiantes no responden el docente empieza a mencionar una de las actividades que hacen parte del LIGG y que no uso en la clase/
630	<b>P:</b>	Por ahí viene una práctica, también la vi la estuve revisando en el LIGG
631		y hay una práctica donde dice ¿qué es más grande $\frac{1}{3}$ o $\frac{3}{4}$ o $\frac{1}{4}$ ?
632		Sí, este es el modo de saber cuál es mayor
633		encontrando un mínimo común múltiplo
634		sí bien lo que me sirve aquí es que todos los denominadores van a ser 12
635		/El docente sigue resolviendo la suma de fracciones en el tablero/
636	<b>P:</b>	Entonces yo pongo el número
637	<b>E16:</b>	12
638	<b>P:</b>	Ok, el número 12, entonces en las fracciones yo escribo $\frac{\quad}{12} + \frac{\quad}{12} + \frac{\quad}{12}$
639		y aquí voy a tener el resultado de la suma, de acuerdo
640		todos los denominadores van a ser 12
641		le pregunto ¿por qué número tengo que multiplicar el 4 para que se me hiciera 12?
642	<b>E12:</b>	Por 6
643	<b>E17:</b>	Por 3
644	<b>P:</b>	por 3 es correcto jóvenes
645		Entonces si el cuatro lo multiplique por tres
646		al tres también lo multiplicó por tres
647		y aquí me va a quedar $\frac{9}{12}$
648		/El docente señala la primera fracción que tenía con la primera que ha hallado con el MCM/
649	<b>P:</b>	esta fracción y esta fracción son equivalentes
650		ahora por qué número tuve que multiplicar el 2 para que se me hiciera 12
651	<b>Es:</b>	Por 6

652		y si el 2 lo multiplique por 6 al 5 también 5 por 6 ¿cuánto me da?
653	E12:	35
654	P:	No
655	E12:	No, 30
656	P:	Es 30 y me queda la fracción $\frac{30}{12}$
657		¿El 3 Por qué número lo tengo que multiplicar para que se me haga 12?
658	Es:	Por 4
659	P:	Ok, entonces cuanto es 8x4
660	Es:	32
661	P:	Ahora sí si usted se fija ya tenemos una suma de fracciones con el mismo denominador $\frac{9}{12} + \frac{30}{12} + \frac{32}{12}$
662		si jóvenes y ¿qué pasa aquí ¿
663		Ah nada más somos los de arriba 9+30
664	Es:	39
665	P:	Y 39+32 es igual a
666	Es:	71
667	P:	Ok, entonces la fracción nos queda $\frac{71}{12}$
668		Ok y ahora podrá reducir la fracción, ¿la podría simplificar?
669		el 12 es divisible entre dos pero el 71 no
670		el 12 es divisible entre 3 pero el 71 no
671		Entonces así la dejamos jóvenes
672		la podemos convertir a mixta
673		Bien jóvenes, ¿alguna duda?
674	Es:	No
675	P:	La dirección electrónica anótenla en su cuaderno
676		para que ustedes entren y miren las actividades que hay
677		Quiero que practiquen con este recurso tecnológico y contesten los formularios que ahí hay

678	¿ No sé si tengan alguna duda de la suma y resta de fracciones?
679	/El docente se acerca al tablero a explicarle a los estudiantes algo referente a las resta de estas/
680	La resta de fracciones se tratan Exactamente igual
681	A diferencia de que en la resta en lugar del signo más aquí va el signo menos
682	Y se hacen las restas como como ustedes ya las conocen de acuerdo
683	Bien entonces por mi parte es todo el día de hoy
684	Nos vemos después, ya se pueden ir
685	Adiós

## **Anexo 6. Propuesta de reestructuración de la entrevista inicial para un taller de Diseño de un Libro Interactivo de GeoGebra**

### **Saludo Cordial**

Estimado docente agradezco el tiempo que dedica a responder el presente cuestionario, el cual le llevará aproximadamente 20 minutos, tiene como objetivo conocer su formación docente y sus conocimientos en el uso de los recursos tecnológicos para la enseñanza de las matemáticas.

1. ¿Cuál es su nivel de formación actual?
2. ¿Cuántos años de experiencia docente tiene?
3. ¿Se ha formado en el uso de las TIC en la educación?, de ser así ¿Qué tipo de formación en el uso de las TIC ha recibido?
4. ¿Qué tanto considera que han sido de apoyo estos cursos que ha realizado para su formación en el uso de las TIC?
5. ¿Cuáles de los siguientes recursos tecnológicos conoce y cómo ha utilizado estos al aula?
  - GeoGebra
  - Excel
  - Calculadoras de matemáticas
  - MATIC
  - MathPapa
  - Math TV
  - Wiris
  - Math Game Time
  - Otro: especifique \_\_\_\_\_
6. ¿Qué conoce del software GeoGebra?
7. ¿Ha utilizado GeoGebra en sus clases?
8. ¿Cuáles de los siguientes intervalos considera que se deba tener en cuenta para elegir las actividades de GeoGebra que se usaran en el aula para enseñar un contenido matemático determinado? ¿Por qué?
9. ¿Sabía usted antes de este taller que con GeoGebra se pueden diseñar libros interactivos para diferentes contenidos matemáticos?
10. ¿Considera que puede utilizar el Libro Interactivo de GeoGebra de tal manera que el alumnado comprenda el impacto del aprendizaje de las Matemáticas en su vida diaria? ¿Cómo lo haría?

11. ¿Considera que puede realizar una secuencia didáctica haciendo uso de la mayoría de las actividades que hacen parte del Libro Interactivo de GeoGebra para la enseñanza de un contenido matemático?
12. ¿Cuáles de los siguientes criterios tendría en cuenta para diseñar una actividad o seleccionar una actividad que haga parte de un Libro Interactivo de GeoGebra de un contenido determinado de matemáticas? ¿Por qué?
- Objetivos y contenidos
  - Temporalización y grupo meta
  - Herramientas
  - Interacción
  - Significatividad
  - Negociación
  - Producto final comunicativo
  - Otro: Especifique \_\_\_\_\_
13. De los siguientes criterios ¿Cuáles tendría en cuenta para seleccionar una actividad que hará parte de la secuencia didáctica que diseñe para enseñar un contenido matemático? ¿Por qué?
- Determinar el objetivo con el cual se va a implementar el recurso en el aula.
  - Conocer las necesidades de aprendizaje de los estudiantes
  - Que el recurso sea un apoyo en la enseñanza del contenido
  - Conocer el contexto educativo en el que se encuentra.
  - Que sea un recurso llamativo para los estudiantes
  - Otro: especifique \_\_\_\_\_
14. La siguiente actividad es tomada de un Libro Interactivo de GeoGebra para la enseñanza de la suma y resta de fracciones (ver figura 48). En esta actividad se pide resolver cada suma o resta de tal manera que se vayan obteniendo los resultados de las fracciones y a su vez el color con el que se irán pintando cada una de las figuras. Teniendo en cuenta esto responda:

Figura 48

Actividad de GeoGebra para trabajar en el aula.

**ARTE ABSTRACTO** ELIGE JUEGO:

1	$\frac{3}{4} + \frac{3}{3}$
2	$\frac{9}{2} + \frac{4}{4}$
3	$\frac{3}{4} + \frac{4}{6}$
4	$\frac{2}{4} + \frac{6}{2}$
5	$\frac{3}{3} + \frac{9}{4}$
6	$\frac{7}{4} + \frac{4}{2}$

AZUL	$\frac{13}{4}$
NARANJA	$\frac{17}{12}$
GRIS	$\frac{11}{2}$
ROSA	$\frac{7}{4}$
CELESTE	$\frac{15}{4}$
VERDE	$\frac{7}{2}$

Nota: Esta actividad se da para que el docente tenga una referencia de cómo es la actividad

- ¿En qué momento de la secuencia didáctica incluiría esta actividad? ¿Por qué?
- ¿cómo usaría esa actividad en el aula?
- ¿qué pretendería que los alumnos comprendieran?
- ¿qué dinámica usaría en el aula para implementar esta actividad con sus estudiantes?
- ¿cómo relacionaría el contenido de la actividad con el aprendizaje esperado de sus alumnos?
- ¿De qué manera esta actividad sería un apoyo para enseñar la suma y resta de fracciones?
- ¿Qué preguntas podrían surgir de esta actividad para apoyar el aprendizaje de la suma y resta de fracciones?