



Universidad Autónoma de Zacatecas
"Francisco García Salinas"
Unidad Académica de Ingeniería Eléctrica
Doctorado en Ciencias de la Ingeniería
(DOCII)



Segmentación robusta de imágenes mediante campos aleatorios de Markov y estimación de la entropía

Que como parte de los requisitos
para obtener el grado de:

Doctor en Ciencias de la Ingeniería

presenta:

Oswaldo Gutiérrez Mata

Zacatecas, Zac. Diciembre de 2012



Universidad Autónoma de Zacatecas

“Francisco García Salinas”

Unidad Académica de Ingeniería Eléctrica

Doctorado en Ciencias de la Ingeniería

(DOCII)

**Segmentación robusta de imágenes mediante campos
aleatorios de Markov y estimación de la entropía**

Que como parte de los requisitos
para obtener el grado de:

Doctor en Ciencias de la Ingeniería

presenta:

Oswaldo Gutiérrez Mata

dirigido por:

Dr. José Ismael de la Rosa Vargas

Sinodales:

Dr. José Ismael de la Rosa Vargas

Director de tesis

Firma

Dr. Jesús Villa Hernández

Co-director de tesis

Firma

Dr. Efrén González Ramírez

Co-director de tesis

Firma

Dr. Enrique de la Rosa Miranda

Vocal

Firma

Dr. Carlos Alberto Olvera Olvera

Vocal

Firma

M. I. A. Carlos Héctor Castañeda Ramírez
Director de la unidad académica
de ingeniería

Dr. Pedro Daniel Alaniz Lumbreras
Responsable del programa
de doctorado

Zacatecas, Zac. Diciembre de 2012 México

Resumen

En una primera parte de este trabajo, se introduce un nuevo modelo de campo aleatorio de Markov (CAM), el cual se basa en una función de potencial propuesta denominada semi-Huber. Este nuevo modelo de CAM se utiliza para desarrollar un nuevo algoritmo para segmentación, mismo que fue aplicado a imágenes en presencia de ruido, obteniendo resultados satisfactorios. La principal diferencia con respecto a otros modelos semi-cuadráticos que fueron tomados como referencia con fines de comparación, es que el número de parámetros que deben ser ajustados en el modelo propuesto es menor, y en ese sentido, el ajuste es más sencillo. La idea es pues, elegir valores adecuados de los parámetros de manera heurística para obtener un buen resultado de segmentación de la imagen. Se realizaron algunos experimentos y los resultados mostraron que el modelo propuesto permite efectivamente, un ajuste de los parámetros más sencillo con tiempos de cálculo razonables.

En una segunda etapa, se introduce un nuevo enfoque para segmentación robusta de imágenes. La idea es combinar dos estrategias dentro de un marco Bayesiano. La primera consiste en usar un CAM, el cual permite introducir información *a priori*, es decir, conocimiento previo acerca de los datos, con el fin de preservar los bordes presentes en la imagen. La segunda estrategia proviene del hecho de que la función de densidad de probabilidad (fdp) de la función de verosimilitud es no Gaussiana o desconocida, por lo que debe ser aproximada por medio de una versión estimada, y para realizar esta estimación, se utiliza un procedimiento clásico de estimación no paramétrica o también conocido como estimación por núcleos. La unión de estas dos estrategias conduce a la definición

II

de un nuevo estimador de máximo a posteriori (MAP) basado en la minimización de la entropía de la fdp estimada de la función de verosimilitud y el CAM simultáneamente, al cual se le ha denominado estimador MAP de la entropía (MAPEE). Se realizaron una serie de experimentos con diferentes tipos de imágenes degradadas con ruido impulsivo y los resultados de segmentación obtenidos fueron bastante satisfactorios y prometedores.

Abstract

In a first part of this work, a novel model of Markov random field (MRF) is introduced. Such a model is based on a proposed semi-Huber potential function and it is applied successfully to image segmentation in presence of noise. The main difference with respect to other half-quadratic models, which have been taken here as a reference for comparison purposes, is that the number of parameters to be tuned in the proposed model is smaller. It also makes the tuning simpler. The idea is then, to choose adequate parameter values heuristically for a good segmentation of the image. Some experiments were carried out where the results showed that the proposed model allows an easier tuning of the parameters, with reasonable computation times.

In a second part, we introduce a new approach for robust image segmentation. The idea is to combine two strategies within a Bayesian framework. The first one is to use an MRF to allow the introduction of prior information to preserve the edges in the image. The second strategy comes from the fact that the probability density function (pdf) of the likelihood function is non Gaussian or unknown, so it should be approximated by an estimated version. For this, the classical non parametric or kernel density estimation is used. These two strategies lead us to the definition of a new maximum a posteriori (MAP) estimator based on the minimization of the entropy of the estimated pdf of the likelihood function and the MRF simultaneously, named MAP entropy estimator (MAPEE). Some experiments were done for different kinds of images degraded with impulsive noise. The segmentation results are very satisfactory and promising.

Agradecimientos

Agradezco a Dios en primera instancia por haberme permitido llegar hasta este lugar, en esta etapa de mi vida. Por haberme dado la oportunidad de contribuir en algo a la vida.

A mi madre, Rosa María, por todas sus oraciones, por todo su apoyo y soporte. Por ser esa inagotable fuente de amor y vida y por motivarme siempre a hacer las cosas de la mejor manera.

A mi esposa, Mónica, porque supo soportar la distancia y la lejanía al verme absorto en el trabajo. Y porque a su manera, supo brindarme su apoyo y comprensión para el logro de esta importante meta.

A mis hijos, Osvaldo Jared y Oliver Joab, que han sido motivo y razón de todo mi esfuerzo. Porque para ellos vivo y espero poder ofrecerles cada vez mejores cosas a lo largo de su vida.

A mis hermanas, Xóchitl, Citlali y Azucena, que siempre han estado dispuestas a apoyarme incondicionalmente cuando he necesitado su ayuda y por el enorme cariño que siempre me han brindado.

Agradezco sobremanera al Dr. Ismael de la Rosa, quien confió y tuvo fe en mi para el desarrollo de este proyecto. Por su ayuda, apoyo y palabras de aliento, porque siempre me motivó a seguir adelante y supo guiarme de manera acertada para concluir satisfactoriamente. Dr. este trabajo también es suyo.

Al Dr. Jesús Villa y al Dr. Efrén González, quienes como co-asesores y co-directores pusieron cada uno de su parte y gracias a ellos se lograron varias de las metas parciales que se habían establecido. Señores, parte de ustedes está aquí.

Agradezco a todos mis maestros, quienes en cada uno de los cursos que me

VI

impartieron dieron parte de sí mismos y contribuyeron significativamente para el cumplimiento de esta meta.

Un agradecimiento especial al Gobierno del Estado de Zacatecas por el apoyo otorgado a través del programa FOMIX-CONACyT bajo el proyecto número ZAC-2007-CO1-82136. También un agradecimiento por el apoyo recibido del PIFI 2010 y 2011.

Agradezco también a las autoridades administrativas del Instituto Tecnológico Superior de Fresnillo, institución donde laboro, quienes en sus respectivos periodos, me otorgaron todas las facilidades requeridas para llevar a cabo mis estudios y finalmente llegar a la conclusión de los mismos.

En general, a todos, amigos y compañeros que de una u otra forma contribuyeron a la realización de este trabajo, particularmente a los compañeros del cubículo, con quienes compartimos gratas experiencias y en quienes siempre encontramos apoyo mutuo para continuar en el camino.

Oswaldo Gutiérrez Mata

Índice general

1. Introducción.	1
1.1. Segmentación.	2
1.1.1. Métodos.	5
1.1.2. Necesidad de los campos aleatorios de Markov.	10
1.2. Justificación.	14
1.3. Hipótesis y Objetivos.	15
2. Campos aleatorios de Markov	19
2.1. Enfoque Bayesiano.	20
2.2. Campos Aleatorios de Markov.	21
2.2.1. Campo Aleatorio de Markov Gaussiano Generalizado.	24
2.2.2. Función de potencial de Welsh.	26
2.2.3. Función de potencial de Tukey.	26
2.3. Función de potencial semi-Huber.	27
3. Estimadores de máximo a posteriori (MAP)	29
3.1. Estimador MAP Gaussiano generalizado.	30
3.2. Estimador MAP Welsh.	31
3.3. Estimador MAP Tukey.	31
3.4. Estimador MAP semi-Huber.	32
3.5. Aplicación a segmentación con ruido Gaussiano.	32

4. Segmentación robusta por estimación de entropía	41
4.1. Log-verosimilitud aproximada por estimación de entropía.	42
4.1.1. El problema general de regresión.	42
4.1.2. Estimadores de entropía (EE) para la función de densidad del término de verosimilitud.	43
4.2. Estructura del kernel.	46
4.2.1. El núcleo de Hilbert.	46
4.3. Estimador de entropía de máximo a posteriori (MAPEE).	47
4.4. Segmentación de imágenes con ruido impulsivo.	48
5. Conclusiones y trabajo futuro	55
5.1. Conclusiones.	55
5.2. Trabajo futuro.	56
Referencias	58
A. Publicaciones	69
B. Breve C. V.	71

Índice de figuras

1.1. Modelo del proceso de degradación de una imagen.	4
1.2. Segmentación mediante umbralización, a) imagen original, b) histograma de la imagen con umbral T , c) imagen segmentada.	6
1.3. Segmentación mediante región creciente, a) imagen en la que se ha marcado un punto en la región a segmentar, b) - d) proceso de crecimiento de la región marcada.	7
1.4. Segmentación usando el algoritmo de las K -medias, a) imagen original, b) imagen segmentada.	9
1.5. Segmentación de una imagen de resonancia magnética (RM) del cerebro, a) imagen original, b) segmentación usando el algoritmo de las K -medias, c) segmentación usando el algoritmo de las K -medias con un campo aleatorio de Markov previo.	13
2.1. Conjunto de vecindarios para un sitio en una rejilla rectangular.	22
2.2. Cliques correspondientes a un sistema de vecindario de segundo orden. . .	22
2.3. Función de potencial semi-Huber.	28
3.1. Conjunto de imágenes utilizadas para los experimentos de segmentación. .	33
3.2. Imagen sintética, original y degradada con ruido Gaussiano.	34
3.3. Resultados de segmentación correspondientes a cada modelo de CAM. . . .	34

3.4. Fila superior: imagen original, imagen degradada con ruido Gaussiano y resultado de segmentación usando el CAM semi-Huber. Fila inferior: resultado de segmentación usando el CAMGG, resultado de segmentación usando el CAM Welsh y resultado de segmentación usando el CAM Tukey.	36
3.5. Fila superior: imagen original de la presa, imagen degradada con ruido Gaussiano y resultado de segmentación usando el CAM semi-Huber. Fila inferior: resultado de segmentación usando el CAMGG, resultado de segmentación usando el CAM Welsh y resultado de segmentación usando el CAM Tukey.	37
3.6. Fila superior: imagen satelital de Villahermosa Tabasco original, imagen degradada con ruido Gaussiano y resultado de segmentación usando el CAM semi-Huber. Fila inferior: resultado de segmentación usando el CAMGG, resultado de segmentación usando el CAM Welsh y resultado de segmentación usando el CAM Tukey.	39
4.1. Imágenes utilizadas para los experimentos de segmentación con ruido impulsivo.	48
4.2. Segmentación de la imagen sintética aplicando estimación MAP de la entropía: a) imagen ruidosa, b) imagen segmentada, c)-d) diferencias entre imagen original (X) e imagen segmentada (X_s).	50
4.3. Segmentación de la imagen sintética aplicando estimación MAP bajo la suposición de ruido Gaussiano: a) imagen ruidosa, b) imagen segmentada, c)-d) diferencias entre imagen original (X) e imagen segmentada (X_s).	51
4.4. Segmentación de la imagen de un corte del cerebro: a) imagen original, b) imagen ruidosa, c) imagen segmentada mediante MAPEE, d) imagen segmentada mediante MAP.	52
4.5. Segmentación de la imagen geográfica de una presa: a) imagen original, b) imagen ruidosa, c) imagen segmentada mediante MAPEE, d) imagen segmentada mediante MAP.	53

Índice de tablas

3.1. Resultados numéricos de las medidas de error para la segmentación de la imagen sintética con cada modelo de CAM.	35
3.2. Tiempos de cálculo que tomó el proceso de segmentación de la imagen del cerebro para cada uno de los modelos de CAM utilizados.	35
3.3. Lista de parámetros con su valor respectivo, correspondientes a los resultados de segmentación de la figura 3.4.	36
3.4. Tiempos de cálculo que tomó el proceso de segmentación de la imagen de la presa para cada uno de los modelos de CAM utilizados.	38
3.5. Lista de parámetros con su valor respectivo, correspondientes a los resultados de segmentación de la figura 3.5.	38
3.6. Tiempos de cálculo que tomó el proceso de segmentación de la imagen de Villahermosa para cada uno de los modelos de CAM utilizados.	39
3.7. Lista de parámetros con su valor respectivo, correspondientes a los resultados de segmentación de la figura 3.6.	39
4.1. Resultados numéricos de las medidas de error y tiempos de cálculo para la segmentación de la imagen sintética.	50
4.2. Resultados numéricos para la segmentación de la imagen del cerebro. . . .	51
4.3. Resultados numéricos para la segmentación de la imagen de la presa. . . .	52

Capítulo 1

Introducción.

Dentro de los sentidos del ser humano, la visión es uno de los más complejos y desarrollados; no es de sorprender entonces que las imágenes jueguen un rol de gran importancia en la percepción humana. Sin embargo, este sentido se encuentra limitado a la banda visual del espectro electromagnético (EEM) y es aquí donde los sistemas de captura de imágenes cobran importancia, puesto que pueden cubrir prácticamente todo el EEM así como operar sobre imágenes generadas por fuentes que el ser humano no está acostumbrado a asociar con imágenes, tales como ultrasonido, microscopía electrónica, tomografía computarizada (CT), resonancia magnética (MRI), radar (SAR), entre otras.

Una imagen puede definirse como una función real de dos variables $f(x, y)$, donde x y y son las coordenadas espaciales de un punto y el valor de f correspondiente a cualquier par de coordenadas (x, y) representa la *intensidad* o *nivel de gris* de la imagen en ese punto [1], de tal forma que el valor cero representa el negro y un valor máximo M el blanco, mientras que los valores intermedios son la *escala de grises* [2]. Cuando x, y y f son cantidades discretas, a la imagen se le llama *imagen digital*. Esto da lugar a lo que se conoce como *procesamiento de imágenes digitales*. Obsérvese que una imagen digital está compuesta por un número finito de elementos, cada uno de los cuales tiene una ubicación y valor específicos. Estos elementos se denominan en inglés *picture elements*, palabras de las cuales se ha creado el término universal más ampliamente utilizado para referirse a éstos elementos: *pixel*. Así pues, el procesamiento de imágenes digitales abarca una amplia variedad de campos de aplicación.

Existen algunas áreas relacionadas con el procesamiento de imágenes, a saber, análisis de imágenes y visión computacional; sin embargo no hay un acuerdo universal que indique dónde termina un área y comienza otra. Un paradigma muy útil para hacer frente a esta incertidumbre es considerar tres tipos de procesos computarizados: procesos de nivel bajo, medio y alto. Los procesos de nivel bajo involucran operaciones primitivas tales como reducción de ruido, mejoramiento del contraste y nitidez de la imagen. Un proceso de bajo nivel se caracteriza por el hecho de que tanto las entradas como las salidas son imágenes. Los procesos de nivel medio involucran tareas tales como la partición de una imagen en regiones u objetos (segmentación), la descripción de esos objetos y la clasificación (reconocimiento) de objetos individuales (patrones). Un proceso de nivel medio se caracteriza por el hecho de que sus entradas generalmente son imágenes, pero sus salidas son atributos extraídos de esas imágenes (por ejemplo, bordes, contornos, regiones, etc.). Finalmente, el procesamiento de alto nivel involucra “darle sentido” a un conjunto de objetos previamente reconocidos, como en análisis de imágenes, y en el extremo más lejano, desempeñar las funciones cognitivas normalmente asociadas con la visión humana [1]. De acuerdo a este paradigma, el presente trabajo se ubica y desarrolla dentro de lo que es el procesamiento de nivel medio, propiamente en lo que se refiere a segmentación de imágenes digitales.

1.1. Segmentación.

La segmentación de imágenes es uno de los temas fundamentales más estudiados y útiles en procesamiento y análisis de imágenes, sobre todo porque constituye el primer paso para la mayoría de las tareas de análisis cuantitativo de imágenes. El objetivo es obtener una partición de la imagen en regiones coherentes como paso previo al análisis de su contenido. Existen diversas problemáticas en las cuales aplicar un algoritmo de segmentación es el punto central de los procedimientos de solución, por ejemplo: análisis de imágenes médicas (localización de tumores y otras patologías, medición de volúmenes de tejido, cirugía asisti-

da por computadora, etc.), sistemas de reconocimiento de patrones, extracción de características, segmentación interactiva de imágenes, entre otras. Así pues, cualquier mejora a los métodos de segmentación en su estructura computacional, reducción de requerimientos de memoria, o reducción de error, tendrá un impacto importante en muchas de las aplicaciones de visión computacional y procesamiento de imágenes [3].

El proceso de segmentación puede considerarse el paso inicial y punto clave en reconocimiento de objetos y comprensión de imágenes y escenarios. Algunas de sus aplicaciones abarcan control de calidad industrial, medicina, navegación de robots, exploración geofísica, aplicaciones militares, agricultura, entre otras. En todas estas áreas, la calidad del resultado final depende de la calidad de la segmentación [4]. La segmentación de imágenes digitales es un proceso mediante el cual se divide una imagen en las partes u objetos que la conforman. El nivel hasta el cual este proceso es llevado a cabo depende del problema a resolver; es decir, este proceso termina cuando todos los objetos de interés para una aplicación específica han sido identificados. Por ejemplo, en inspección automática de ensamblajes electrónicos es de particular interés analizar imágenes con el propósito de determinar la presencia o ausencia de anomalías, tales como componentes faltantes o trayectorias rotas; en este caso, el proceso de segmentación es ejecutado hasta el nivel requerido para identificar estos elementos [1, 5]. En la medicina actual realizar diagnósticos utilizando imágenes constituye una herramienta muy valiosa en virtud de que las técnicas de obtención de imágenes proveen un método no invasivo y efectivo para delinear la anatomía de un sujeto, lo cual permite a su vez, planificar tratamientos médicos más efectivos.

De manera más formal, la *segmentación de imágenes* se define clásicamente como la partición de una imagen en regiones constituyentes no solapadas, las cuales son homogéneas con respecto a alguna característica, como intensidad o textura. Si el dominio de la imagen está dado por I , entonces el problema de segmentación consiste en determinar el conjunto $S_k \subset I$ cuya unión es la imagen

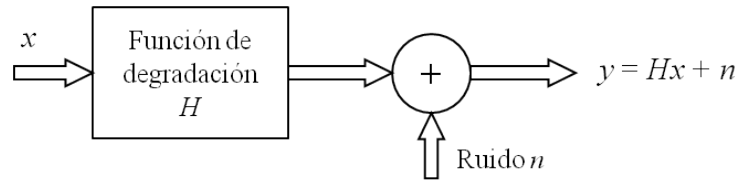


Figura 1.1: Modelo del proceso de degradación de una imagen.

I completa; es decir

$$I = \bigcup_{k=1}^K S_k,$$

donde $S_k \cap S_j = \phi$ para $k \neq j$, y cada S_k está conectado [6].

Ahora bien, las imágenes digitales suelen verse afectadas por ciertos factores de degradación, tales como desenfoque (borrosidad) o ruido, provenientes de los sistemas de adquisición o bien, durante los procesos de transmisión-recepción, resultando en imágenes del mundo real distorsionadas o degradadas, produciendo como consecuencia, segmentaciones erróneas o inadecuadas. Un proceso de degradación puede modelarse como una función de degradación H que, junto con un término de ruido aditivo n , opera sobre una imagen de entrada x y produce una imagen degradada de salida y , como puede observarse en la figura 1.1; esto es:

$$y = Hx + n. \quad (1.1)$$

Así pues, dados los datos y , algún conocimiento previo acerca de la función de degradación y algún conocimiento acerca del término de ruido, el objetivo es obtener una estimación \hat{x} de la imagen original x para una buena segmentación de las regiones u objetos presentes en ella. Entre más conocimiento se tenga acerca de H y n , más cerca estará la estimación \hat{x} de la imagen original x .

La mayoría de las técnicas de segmentación tienen su punto de partida en la teoría de la detección de contornos de *Marr-Hildreth* [7], según la cual, la información relevante de una imagen está contenida en la traza que dejan en la imagen los contornos aparentes de los objetos físicos. Si se toma una fotografía de un objeto negro situado en un fondo blanco, se puede identificar este objeto

por su silueta, que forma una curva cerrada en la cual la intensidad de la luz $f(x, y)$ cambia bruscamente. A esta curva se le llama contorno. La detección local de un contorno puede hacerse, a priori, usando el gradiente $\nabla f(x, y)$, que posee un módulo grande en un punto de un contorno. Los puntos del contorno se pueden identificar como aquellos puntos x donde el módulo del gradiente $\nabla f(x, y)$ es grande [2].

Los métodos para llevar a cabo la segmentación varían ampliamente dependiendo de la aplicación específica, tipo de imagen, entre otros factores. En imágenes médicas por ejemplo, la segmentación del tejido del cerebro tiene diferentes requerimientos que la segmentación de una imagen del corazón. Más aún, cada tipo de imagen tiene un conjunto de características propias con las cuales se ha de trabajar. Actualmente no existen métodos que sean generales y que puedan ser aplicados a cualquier tipo de imágenes, por lo que la selección de un método apropiado para un problema particular de segmentación puede llegar a ser una tarea complicada [6].

1.1.1. Métodos.

La mayoría de los métodos de segmentación pueden ser vistos como problemas de optimización, donde la segmentación deseada es la que minimiza alguna función de energía o de costo, definida para una aplicación en particular. En [8], los métodos de segmentación se dividen en ocho categorías: umbralización, región creciente, clasificadores, agrupamiento (*clustering*), modelos de campos aleatorios de Markov, redes neuronales artificiales, modelos deformables y métodos guiados por plantillas (*atlas guided*).

Umbralización.

Es un método que realiza la segmentación creando una partición binaria de las intensidades de las imágenes. Se trata de determinar un valor de intensidad, llamado umbral (*threshold*), que separa las clases deseadas. La segmentación se logra agrupando todos los píxeles con intensidad mayor al umbral en una clase,

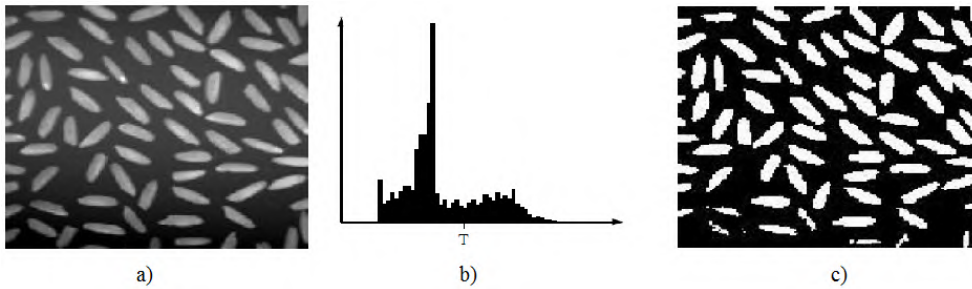


Figura 1.2: Segmentación mediante umbralización, a) imagen original, b) histograma de la imagen con umbral T , c) imagen segmentada.

y todos los píxeles con intensidad menor al umbral, en otra clase. En la figura 1.2b) se muestra el histograma de la imagen de la figura 1.2a), con un valor de umbral T , lo que sugiere dos clases, y en la figura 1.2c) se muestra la imagen segmentada.

La umbralización es una técnica efectiva para la segmentación de imágenes donde estructuras diferentes tienen intensidades contrastantes u otras características fácilmente diferenciables. Su principal limitación es que en su forma más simple sólo se generan dos clases y por lo tanto no se puede aplicar a imágenes multicanal; aunque, partiendo del histograma de la imagen, se pueden determinar dos o más valores de umbral, a este proceso se le llama multi-umbralización (*multithresholding*). Además, este método usualmente no toma en cuenta las características espaciales de la imagen, por lo que es sensible al ruido e inhomogeneidades de intensidad; estos factores corrompen el histograma de la imagen haciendo la separación más difícil.

Región creciente.

Es una técnica para extraer regiones de la imagen que están conectadas según cierto criterio predefinido, que puede estar basado en información de intensidades y/o bordes de la imagen. En su forma más simple, se requiere un punto semilla (*seed point*), que es seleccionado manualmente por el usuario, y extrae todos los píxeles conectados a él, que tengan el mismo valor de intensidad. En la figura 1.3 se muestra un ejemplo donde se utiliza este método para aislar una

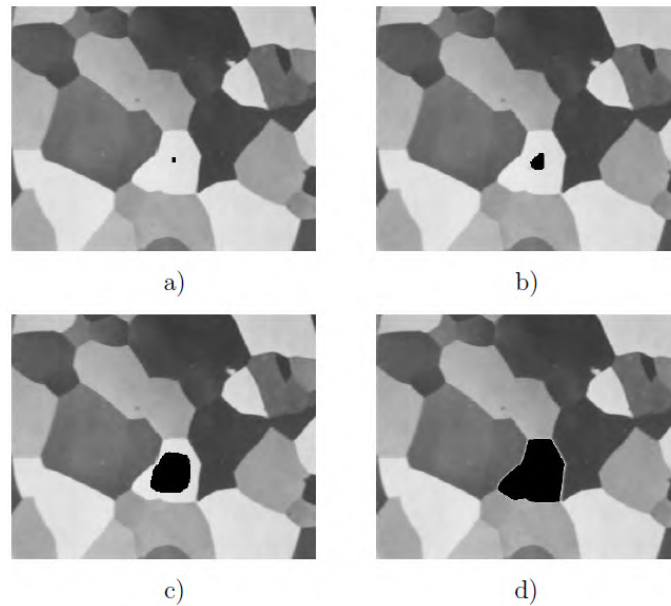


Figura 1.3: Segmentación mediante región creciente, a) imagen en la que se ha marcado un punto en la región a segmentar, b) - d) proceso de crecimiento de la región marcada.

estructura de la imagen.

Esta técnica por lo general no se utiliza de manera aislada en una imagen, sino como parte de un conjunto de operaciones de procesamiento de imágenes, particularmente en el delineado de pequeñas estructuras simples, como tumores o lesiones. Su principal desventaja es que requiere interacción manual para obtener la semilla. También puede ser sensible al ruido, causando que las regiones extraídas presenten pequeños orificios e inclusive que se desconecten [6].

Clasificadores.

Son técnicas de reconocimiento de patrones que buscan particionar un espacio característico derivado de la imagen usando datos con etiquetas conocidas. Un espacio característico es un rango espacial de cualquier función de la imagen, siendo las intensidades el más común. Un histograma es un ejemplo de un espacio característico en una dimensión (1D).

Los clasificadores requieren datos de entrenamiento que son segmentados

manualmente para luego ser utilizados en la segmentación automática de nuevos datos. Un ejemplo simple es el clasificador del vecino más cercano, donde cada pixel se ubica en la misma clase que el dato de entrenamiento con el nivel de intensidad más cercano; una generalización de este método es el de los k vecinos más cercanos (k nearest neighbor). Otros ejemplos de clasificadores utilizados son la ventana de Parzen y el clasificador de Bayes.

Estos métodos no son iterativos, por lo que son relativamente eficientes computacionalmente y pueden ser aplicados a imágenes multicanal. Una desventaja es la necesidad de la interacción manual para obtener los datos de entrenamiento, ya que éstos pueden ser adquiridos para cada imagen que se vaya a segmentar pero esto puede tomar mucho tiempo, además de que el uso del mismo conjunto de datos de entrenamiento para un número de imágenes grande puede llevar a resultados inesperados [6].

Agrupamiento.

Los algoritmos de agrupamiento (*clustering*), en esencia realizan la misma función que los métodos clasificadores pero sin utilizar datos de entrenamiento. Para compensar esta característica, los métodos de agrupamiento iteran entre segmentar la imagen y caracterizar las propiedades de cada clase; en este sentido, se entrenan a sí mismos usando los datos disponibles. Un algoritmo común de este tipo es el de las K -medias. Este algoritmo agrupa datos calculando iterativamente la media de la intensidad para cada clase y segmentando la imagen mediante la clasificación de cada pixel en la clase con la media más cercana. En la figura 1.4 se puede observar el resultado de aplicar este algoritmo a la imagen de un corte de cerebro.

Aunque estos algoritmos no requieren datos de entrenamiento, sí requieren de una segmentación inicial (parámetros iniciales).

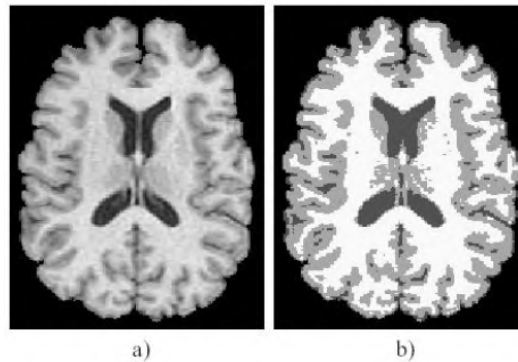


Figura 1.4: Segmentación usando el algoritmo de las K -medias, a) imagen original, b) imagen segmentada.

Redes neuronales artificiales.

Son redes masivamente paralelas de procesamiento de elementos o nodos que simulan el aprendizaje biológico. El aprendizaje se logra mediante la adaptación de pesos asignados a las conexiones entre nodos. El uso que más se le da a las redes neuronales en procesamiento de imágenes es el de un clasificador, donde los pesos son determinados usando datos de entrenamiento y luego se utiliza la red neuronal para segmentar nuevos datos. También pueden ser usadas de una manera no supervisada como método de agrupamiento o como modelo deformable.

Modelos deformables.

Son utilizados para delinear bordes de regiones usando curvas o superficies paramétricas cerradas que se deforman bajo la influencia de fuerzas externas e internas. Para delinear el borde de un objeto en la imagen, se debe colocar una curva o superficie cerrada cerca del borde deseado y luego permitirle experimentar un proceso iterativo de relajación. Las fuerzas internas se calculan en el interior de la curva o superficie para mantenerla suave a lo largo de la deformación. Las fuerzas externas suelen derivarse de la imagen para llevar la curva o superficie hacia la característica de interés deseada.

Guiados por plantillas.

Son una poderosa herramienta para la segmentación de imágenes cuando está disponible una plantilla o mapa estándar. El mapa o plantilla se genera por medio de información compilada de la anatomía que requiere segmentación. Este mapa es utilizado como un marco de referencia para segmentar nuevas imágenes. Conceptualmente, estos métodos son similares a los clasificadores con la excepción de que están implementados en el dominio espacial de la imagen en lugar de en un espacio característico [6].

Otro aspecto importante a considerar en los procesos de segmentación y que tiene que ver con el rendimiento, es la *interacción* del usuario. La interacción manual puede proveer precisión incorporando el conocimiento *a priori* de un usuario. El tipo de interacción requerido puede ir desde la delineación manual completa de una estructura anatómica hasta la selección de uno o más puntos iniciales para un algoritmo.

1.1.2. Necesidad de los campos aleatorios de Markov.

Generalmente, los algoritmos de segmentación se basan en dos propiedades básicas de los valores de intensidad de los píxeles en relación a su vecindario local en la imagen: *discontinuidad y similitud* [1, 4]. Los métodos basados en la propiedad de discontinuidad de los píxeles son llamados métodos basados en bordes (*boundary-based methods*), en los cuales se intenta dividir la imagen basándose en los cambios bruscos en el nivel de gris. Dentro de esta categoría se encuentran la detección de puntos, de líneas y de bordes de la imagen. Por otra parte, los métodos basados en la propiedad de similitud son llamados métodos basados en regiones (*region-based methods*), donde las técnicas de umbrales, de crecimiento de regiones y las de división y fusión son algunas de las principales áreas de interés [4, 9].

En el enfoque de bordes, para encontrar las posiciones que corresponden a una frontera entre dos regiones, hay dos formas básicas de aproximación, a saber, diferenciación de primero y segundo orden. En el primer caso, se hace la

convolución de la imagen con una máscara de gradiente para obtener el vector gradiente ∇f asociado a cada pixel. Los bordes son los lugares donde la magnitud del vector gradiente $\|\nabla f\|$ es un máximo local a lo largo de la dirección del vector gradiente $\phi(\nabla f)$. En la aproximación de derivada de segundo orden, los bordes se encuentran mediante la búsqueda de lugares donde la segunda derivada es cero. Para el caso de dos dimensiones, el Laplaciano es considerado la derivada de segundo orden. Los ceros son aislados mediante detección de cruces por cero, es decir, lugares donde un pixel es positivo y un vecino es negativo o viceversa.

En el enfoque de regiones, se trata de aislar áreas de una imagen que son homogéneas con respecto a un conjunto de características dado. Hay dos algoritmos de segmentación típicos de este tipo, *crecimiento de regiones* y *división y fusión*. El algoritmo de crecimiento de regiones es uno de los más simples y populares; comienza eligiendo un punto inicial o “pixel semilla”, luego la región crece mediante la adición de pixeles vecinos similares, aumentando paso a paso el tamaño de la región. Las técnicas de división y fusión consisten de dos pasos básicos: primero, la imagen completa se toma como una región; si ésta no cumple con un cierto criterio de homogeneidad, la región es dividida en cuatro cuadrantes y cada cuadrante resultante se prueba de la misma forma hasta que cada región así creada contenga pixeles homogéneos; en un segundo paso, todas las regiones adyacentes con atributos similares pueden fusionarse siguiendo otros criterios.

Desafortunadamente, ambas técnicas, con frecuencia, dejan de producir la segmentación precisa, aunque las ubicaciones donde cada una de ellas falla, no son necesariamente las mismas. Por ejemplo, en las técnicas de bordes, si una imagen es ruidosa o si sus atributos de región difieren por sólo una pequeña cantidad entre regiones, la detección de bordes puede resultar en bordes falsos o interrumpidos. Esto se debe principalmente al hecho de que se confía completamente en la información local disponible en la imagen, esto se traduce en muy pocos pixeles para detectar las características deseadas. Sin embargo, se pueden usar técnicas de enlazado de bordes para unir pequeñas separaciones entre ellos. Por otra parte, las técnicas de región, siempre proporcionan contornos de

región cerrados y hacen uso de vecindarios relativamente grandes con el fin de obtener suficiente información para decidir si se agrega un pixel a una región. Como consecuencia, este enfoque tiende a sacrificar resolución y detalle en la imagen con tal de tener una muestra lo suficientemente grande. Esto puede dar como resultado errores de segmentación en las fronteras de las regiones, y en fallas a la hora de tener que distinguir regiones pequeñas en comparación con el tamaño del bloque usado. Además, ante la ausencia de información *a priori*, con frecuencia resulta difícil elegir puntos semilla de inicio y criterios de paro razonables [4].

Para superar estas dificultades, el uso de los campos aleatorios de Markov (CAM) dentro de un marco Bayesiano [10, 11, 12, 13] se ha convertido en un método bastante eficiente y ha sido aplicado en una gran cantidad de trabajos y en diferentes áreas, tales como medicina [14, 15, 16, 17, 18, 19], modelado de texturas [20, 21, 22, 23, 24], restauración y segmentación de imágenes [25, 26, 27, 28, 29, 30, 31], clasificación de regiones en imágenes SAR [32, 33, 34, 35], entre otras. Esto es posible gracias a que los CAM permiten plantear estos problemas como problemas de estimación estadística [20], donde la solución va a ser estimada a partir de una imagen degradada. La premisa básica es que se espera que los pixeles vecinos tengan características similares [21]. Debido a que los modelos de CAM formulan estadísticas globales en términos de un vecindario local, todos los cálculos computacionales se restringen a una ventana local. Un algoritmo típico de CAM visita todos los sitios de una imagen en un orden específico y ejecuta un cálculo local en cada sitio; este proceso se repite hasta que se alcanza algún criterio de convergencia [20].

Los modelos de CAM no son un método de segmentación en sí mismos, más bien son un modelo estadístico que puede ser usado con los métodos de segmentación para mejorar los resultados. Los CAM modelan las interacciones espaciales entre pixeles vecinos. Estas correlaciones locales proveen un mecanismo para modelar varias de las propiedades de una imagen, lo que se traduce en un decremento significativo de fallas con respecto a los métodos previamente comentados. En imágenes médicas es muy común su uso debido a que la mayoría de los pi-

xeles de una imagen pertenecen a la misma clase que sus pixeles vecinos. Los CAM se incorporan con frecuencia en algoritmos de segmentación por agrupamiento, tales como el de las K -medias bajo un modelo Bayesiano previo [16]. La segmentación se obtiene entonces mediante maximización de la probabilidad a posteriori de la imagen reconstruida a partir de los datos obtenidos de la imagen original. Por ejemplo, en la figura 1.5c) se puede observar la robustez al ruido en la segmentación resultante de un CAM previo. Esta segmentación exhibe una menor cantidad de regiones pequeñas y desconectadas que en el resultado sin CAM de la figura 1.5b).



Figura 1.5: Segmentación de una imagen de resonancia magnética (RM) del cerebro, a) imagen original, b) segmentación usando el algoritmo de las K -medias, c) segmentación usando el algoritmo de las K -medias con un campo aleatorio de Markov previo.

Usualmente, los datos de entrada no son suficientes para una estimación precisa de la imagen original, así pues, se hace necesaria la regularización del problema. Esto significa que es necesario introducir información *a priori* o suposiciones acerca de la estructura de x en el proceso de estimación [29]. Esta información *a priori* se da en términos de una distribución de probabilidad. Dicha distribución, junto con una descripción probabilística del ruido que corrompe los datos observados (función de verosimilitud), permite el uso de la teoría de Bayes para calcular la distribución *a posteriori*, que representa la probabilidad de una solución x dados los datos observados y [36].

Los métodos estadísticos buscan la solución que mejor se ajuste al comporta-

miento probabilístico de los datos. La estimación de máxima verosimilitud (ML - *Maximum Likelihood*) selecciona la reconstrucción que más se acerque a los datos disponibles. La estimación de máximo a posteriori (MAP) permite la introducción de una distribución a priori que refleja el conocimiento o creencias concernientes al tipo de imágenes aceptables como estimaciones de la original [14]. Existe una amplia variedad de modelos de CAM, la diferencia entre ellos radica en la elección de la función de potencial. Cada una caracteriza las interacciones entre píxeles asignando una mayor penalización a configuraciones de píxeles que tienen una menor probabilidad de ocurrir.

1.2. Justificación.

El procesamiento de imágenes digitales es una disciplina entre la ingeniería y las matemáticas que se encuentra en desarrollo debido a sus numerosas aplicaciones, científicas e industriales. Por enumerar algunas: procesamiento de video (vigilancia, control de tránsito, seguimiento de objetos en movimiento, etc.), creación de herramientas para la post-producción de cine digital, el ámbito de las imágenes médicas, fotografía digital, reconstrucción tridimensional, restauración e interpretación de imágenes satelitales, síntesis de imágenes y simulación para videojuegos, y muchas más, tanto en temas de investigación básica como en aplicaciones [2].

Dentro del procesamiento de imágenes digitales, la segmentación es una técnica de procesamiento que tiene una amplia variedad de aplicaciones. Una de las áreas en la que se le da mucho uso es en medicina. La segmentación de imágenes médicas ha resultado muy útil en la realización de diagnósticos y en la planificación de tratamientos terapéuticos. En la medida que se mejore la precisión, exactitud y velocidad computacional de los métodos de segmentación, así como que se reduzcan los niveles de interacción manual, los diagnósticos y tratamientos podrán ser también más rápidos, precisos y efectivos. Los métodos de segmentación de imágenes serán particularmente valiosos en áreas como la cirugía asistida por computadora, donde la visualización de la anatomía es un compo-

nente crítico [6].

En los últimos años, Zacatecas se ha caracterizado por ser uno de los estados que ha venido impulsando fuertemente la introducción y el uso de nuevas tecnologías por parte de su gobierno. En ese sentido, con el presente estudio se visualizan algunas aplicaciones importantes para la entidad, tales como actualización de bases de datos en lo referente a recursos hidráulicos y orográficos; el establecimiento de vínculos de colaboración con grupos de procesamiento de imágenes digitales para tratar de generar más conocimiento al rededor de técnicas estocásticas recientes y al mismo tiempo tratar de resolver problemáticas locales como cambios de uso de suelos, variación de la vegetación para establecer cómo van cambiando los cauces de agua, etc. Y por otra parte, la formación de recursos humanos de alto grado de especialización en el área.

1.3. Hipótesis y Objetivos.

Hipótesis

Con la propuesta de nuevos modelos basados en campos aleatorios de Markov y en estimación de la función de densidad de probabilidad (fdp) mediante la entropía, se obtendrán algoritmos para segmentación de imágenes degradadas con ruido, más simples y robustos, con tiempos de cálculo y resultados, similares o mejores a los que se obtienen con algoritmos actuales.

Objetivos.

Objetivo general.

Implementar nuevos algoritmos para segmentación de imágenes, basados en campos aleatorios de Markov y en estimación de la fdp mediante la entropía, tales que presenten alguna ventaja y robustez frente a diversos factores de degradación de las imágenes, con respecto a algoritmos de segmentación actuales.

Objetivos específicos.

- Estudiar, analizar e implementar algunos de los algoritmos existentes basados en campos aleatorios de Markov para problemas de segmentación de imágenes.
- Generar nuevos algoritmos para segmentación de imágenes degradadas aplicando campos aleatorios de Markov.
- Estudiar, analizar e implementar algunos de los algoritmos existentes para estimación de la fdp mediante la entropía, aplicados a restauración de imágenes.
- Generar nuevos algoritmos para segmentación de imágenes afectadas por diferentes factores de degradación, aplicando estimación mediante la entropía y campos aleatorios de Markov.

La organización del resto del documento es como sigue: El capítulo 2 proporciona una breve introducción a los CAM, así como su definición y uso dentro de un entorno Bayesiano. Se describen también tres modelos de CAM particulares retomados en el presente trabajo para segmentación de imágenes, además del CAM semi-Huber propuesto. En el capítulo 3 se deducen cuatro estimadores MAP diferentes, partiendo del estimadores MAP general, correspondientes a cada uno de los modelos de CAM que se describen en la sección 2. Posteriormente, en el mismo capítulo, se presenta una comparativa con base en algunos resultados de segmentación obtenidos a partir de cada uno de los diferentes estimadores, esto con el fin de evaluar el desempeño de nuestra propuesta. En el capítulo 4 se introduce y describe un nuevo enfoque propuesto para segmentación robusta; es decir, para problemas de segmentación donde el ruido que afecta la imagen ya no es Gaussiano, sino que puede ser de cualquier naturaleza, inclusive desconocida. Este nuevo enfoque se basa en una estimación no paramétrica de la entropía de la función de verosimilitud del estimador MAP, haciendo uso de funciones tipo kernel. Se presentan además algunos resultados de segmentación para diferentes tipos de imágenes afectadas con ruido impulsivo, comparando este nuevo

enfoque con el enfoque previo del capítulo 3, que supone ruido Gaussiano. En el capítulo 5 se exponen algunas conclusiones derivadas de los resultados obtenidos durante las pruebas experimentales, y se comenta además sobre posibles líneas de trabajo a futuro que se pueden desarrollar a partir de esta tesis. El apéndice A incluye un listado de las publicaciones y participaciones en diferentes foros de difusión, que fueron generados con base en el desarrollo de este proyecto. Por último, el apéndice B ofrece un breve curriculum vitae del autor.

Campos aleatorios de Markov

La teoría de campos aleatorios de Markov (CAM) proporciona una forma conveniente y consistente de modelar la dependencia contextual o espacial entre los elementos que conforman los fenómenos físicos. En procesamiento de imágenes en particular, se utiliza para establecer distribuciones probabilísticas de la interacción entre los píxeles de una imagen y sus características. Esto se logra mediante la caracterización de la mutua influencia que ejercen tales entidades usando distribuciones condicionales. El uso práctico de los modelos de CAM es gracias a un teorema que establece la equivalencia entre CAM y distribuciones de Gibbs, establecido por Hammersley y Clifford y desarrollado más tarde por Besag en [37]. La teoría de CAM indica cómo modelar la probabilidad a priori de patrones dependientes del contexto, tales como texturas y características de objetos.

Un modelo de CAM en particular favorece patrones de su propia clase asociándolos con probabilidades mayores que las de otras clases. La teoría de CAM se utiliza junto con teorías de estimación y decisión estadística para formular funciones objetivo en términos de principios de optimalidad establecidos. La probabilidad de máximo a posteriori (MAP) es uno de los criterios estadísticos más populares para optimización. Una función objetivo queda completamente especificada por su forma (familia paramétrica) y los parámetros involucrados. Dos partes principales del modelado por CAM son primero, obtener la forma de la distribución posterior y determinar los parámetros que la definan completamente; segundo, diseñar algoritmos de optimización para encontrar el máximo de la

distribución [38].

2.1. Enfoque Bayesiano.

Al tipo de problemas que consisten en encontrar la solución de un modelo para restaurar algunas o todas las características de los objetos en una imagen, usando suposiciones acerca del mundo real, se les llama *problemas inversos*. Un enfoque común para resolver este tipo de problemas es el modelado Bayesiano. Un modelo Bayesiano es una descripción estadística de un problema de estimación que consta de tres componentes: el primer componente, el *modelo previo* $p(x)$, es una descripción probabilística del mundo real o de sus propiedades, que se tratan de estimar, antes de la recolección de los datos; el segundo componente, el *modelo del sensor* $p(y|x)$, es una descripción del comportamiento del ruido o las características estocásticas que relacionan el estado original x con la imagen de entrada muestreada o valores del sensor y ; estos dos componentes se combinan para obtener el tercer componente, el *modelo posterior* $p(x|y)$, el cual es una descripción probabilística de la estimación actual de la escena original x dados los datos observados y . El modelo se obtiene usando la regla de Bayes:

$$p(x|y) = \frac{p(y|x)p(x)}{p(y)}, \quad (2.1)$$

donde $p(y)$ es la función de densidad de y y es constante si la imagen observada es proporcionada [35].

Para utilizar el modelado Bayesiano en procesamiento de imágenes es necesario codificar de alguna forma la suavidad inherente en la imagen. Esto puede lograrse describiendo la correlación entre píxeles adyacentes de la imagen en el modelo previo, y un método sencillo de modelar tal correlación lo constituye los campos aleatorios de Markov [39]. En su aplicación más común, el modelado Bayesiano se usa para encontrar la estimación de máximo a posteriori (MAP), es decir, el valor de x que maximiza la probabilidad condicional $p(x|y)$. En el caso más general, el estimador óptimo x^* puede ser la solución que minimice el

valor esperado de una función de costo $C(x, x^*)$ con respecto a esta probabilidad condicional. El estimador MAP es uno de los más eficientes y más usados [14, 15, 18, 20, 31], definido por:

$$\begin{aligned}\hat{x}_{\text{MAP}} &= \arg \max_{x \in \mathbb{X}} \{p(x|y)\} \\ &= \arg \max_{x \in \mathbb{X}} \{\log p(y|x) + \log g(x)\} \\ &= \arg \min_{x \in \mathbb{X}} \{-\log p(y|x) - \log g(x)\},\end{aligned}\tag{2.2}$$

donde $g(x)$ es una función de CAM que modela la información a priori del fenómeno a ser estimado como una función de probabilidad, \mathbb{X} es el conjunto de pixeles capaz de maximizar $p(x|y)$, y $p(y|x)$ es la función de probabilidad de y dado x [40].

2.2. Campos Aleatorios de Markov.

En esta sección se presentan algunos conceptos básicos acerca de los campos aleatorios de Markov (CAM). Posteriormente se describen algunos modelos de CAM existentes reportados en la literatura, que fueron tomados en este trabajo como referencia con el fin de evaluar el desempeño de la propuesta aquí presentada (sección 2.3).

Sea $\mathbb{S} = \{(i, j) | 1 \leq i \leq m, 1 \leq j \leq n\}$ el conjunto de sitios de una rejilla rectangular para una imagen 2D de tamaño $m \times n$. Estos sitios corresponden a los puntos donde la imagen es muestreada. Los sitios en \mathbb{S} están relacionados unos con otros por medio de un sistema de vecindario definido como

$$\mathbb{N} = \{\mathbb{N}_i | i \in \mathbb{S}\},$$

donde \mathbb{N}_i es el conjunto de sitios vecinos de i . La figura 2.1a) muestra un vecindario de primer orden, donde sólo se consideran cuatro vecinos, los laterales y el superior e inferior; la figura 2.1b) muestra un vecindario de segundo orden, donde además de los cuatro vecinos del vecindario de primer orden, se consideran los vecinos de las esquinas, para un total de ocho vecinos; y en la figura 2.1c) se

muestran vecindarios de orden mayor, donde el número que está en cada uno de los cuadros indica el orden del vecindario.

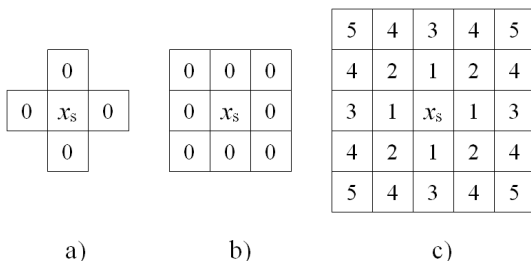


Figura 2.1: Conjunto de vecindarios para un sitio en una rejilla rectangular.

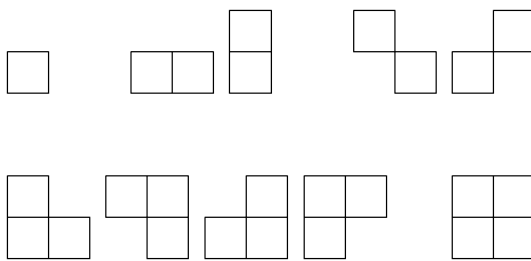


Figura 2.2: Cliques correspondientes a un sistema de vecindario de segundo orden.

Un *clique* c se define como un subconjunto de sitios en \mathbb{S} que puede consistir de un solo sitio $c = \{i\}$, un par de sitios vecinos $c = \{i, i'\}$, tres sitios vecinos $c = \{i, i', i''\}$, y así sucesivamente. Todos los posibles cliques para un sistema de vecindario de segundo orden se muestran en la figura 2.2 [32, 38].

Un campo aleatorio de Markov es una distribución de probabilidad sobre un campo discreto donde la probabilidad de una variable x_i en particular depende solamente de un pequeño número de sus vecinos,

$$p(x_i|\mathbb{X}) = p(x_i|\{x_j\}), j \in \mathbb{N}_i.$$

Las probabilidades condicionales $p(x_i|\mathbb{X})$ pueden usarse para generar un modelo a priori $p(\mathbb{X})$, sin embargo, calcular $p(\mathbb{X})$ tal que todas las distribuciones marginales sean correctas, generalmente es un problema bastante difícil. Afortunadamente existe una manera sencilla, aunque indirecta, de especificar una distribución

de probabilidad para la cual las probabilidades condicionales cumplen con las propiedades de Markovianidad. El teorema de Hammersley-Clifford establece la equivalencia entre campos aleatorios de Markov y campos aleatorios de Gibbs [25, 35, 38, 41]; así, el CAM puede determinarse definiendo la función de potencial en una distribución de Gibbs, cuya forma básica está dada por

$$g(x) = \frac{1}{Z} \exp\left(-\frac{1}{T}U(x)\right), \quad (2.3)$$

donde

$$Z = \sum_{x \in \mathbb{X}} \exp\left(-\frac{1}{T}U(x)\right),$$

se llama la *función de partición* y en la práctica es un valor constante de normalización. T es el parámetro de *temperatura* que controla la anchura de la distribución [25] y en la práctica se asume que vale 1 [38]. $U(x)$ es la *función de energía* tal que

$$U(x) = \sum_{c \in \mathbb{C}} V_c(x), \quad (2.4)$$

la cual se determina como una suma de potenciales de clique $V_c(x)$ sobre todos los posibles cliques \mathbb{C} en el vecindario [18, 32, 35, 39, 38]. La mayoría de los enfoques para segmentación basados en CAM usan un modelo logístico multinivel (MLL-*Multi-Level Logistic*) [37] para definir la función de potencial. Comúnmente se seleccionan los cliques de pares para el vecindario de segundo orden y los potenciales de todos los cliques que no son en pares se consideran cero [35]. Así, para construir las probabilidades condicionales, se usa una sumatoria lineal de términos simples de energía de la forma $\lambda(x_i - x_j)$ que actúan sobre pares de sitios, donde λ es una constante que escala las diferencias entre los valores de intensidad de los pixeles. Estas energías locales (o funciones de costo) pueden concebirse como un conjunto de *restricciones débiles* que penalizan configuraciones improbables del modelo a priori.

El cómputo de la probabilidad de cualquier configuración \mathbb{X} usando la ecuación (2.3) es sencillo, pero puede ser prohibitivamente costoso debido a la com-

plejidad exponencial de la función de partición. Sin embargo, para la mayoría de las aplicaciones este trabajo de cómputo no es necesario, ya que si se desea generar una muestra aleatoria para la distribución (2.3), se puede usar un algoritmo llamado el *muestreador de Gibbs* [25, 42]. Este algoritmo iterativo actualiza sucesivamente cada variable de estado x_i a través de tomar aleatoriamente un valor de la distribución local de Gibbs. Esta regla de actualización aleatoria garantiza la convergencia a una muestra representativa a partir de la distribución de Gibbs [39].

Existe una gran variedad de modelos de tipo campos aleatorios de Markov que dependen de funciones de costo, también conocidas como funciones de potencial, que pueden ser utilizadas; cada función de potencial caracteriza las interacciones entre los píxeles de un mismo grupo local. Un ejemplo común son las funciones del tipo

$$\sum_{\{i,j\} \in \mathbb{C}} \rho(\lambda[x_i - x_j]),$$

en donde λ es una constante y los píxeles x pertenecen a un grupo local [40].

En [43, 44] se introducen otras funciones de potencial; las funciones propuestas son semi-cuadráticas (*half-quadratic*), las cuales caracterizan una cierta convexidad en la penalización que permite la construcción de estimadores eficientes en el sentido de la preservación de información original ligada a una imagen fuente [45] y también en relación al tiempo de procesamiento. Si es posible obtener la distribución a posteriori de cualquier imagen, entonces se puede muestrear dicha distribución y obtener el estimador MAP, o bien el estimador de la mediana, que es sensible de coincidir con el MAP puesto que ambos buscan el modo principal de la distribución a posteriori.

2.2.1. Campo Aleatorio de Markov Gaussiano Generalizado.

Una opción común para el modelo a priori es un campo aleatorio de Markov Gaussiano (CAMG). La distribución para un campo aleatorio de este tipo tiene la

forma

$$g(x) = \frac{\lambda\sqrt{2}}{(2\pi)^{N/2}} |B|^{1/2} \exp(-\lambda^2 x^t B x),$$

donde B es una matriz simétrica definida positiva llamada la matriz de precisión, λ es una constante y x^t es la transpuesta de x . Para hacer que esta expresión corresponda a una distribución de Gibbs con sistema de vecindario ∂s , se impone la restricción de que $B_{sr} = 0$ cuando s no es elemento de ∂r y $s \neq r$. Esta distribución se puede reescribir entonces para formar la log-verosimilitud como

$$\log g(x) = -\lambda^2 \left(\sum_{s \in \mathbb{S}} a_s x_s^2 + \sum_{\{s,r\} \in \mathbb{C}} b_{sr} |x_s - x_r|^2 \right),$$

donde $a_s = \sum_{r \in S} B_{sr}$ y $b_{sr} = -B_{sr}$.

La generalización del CAMG se obtiene reemplazando el exponente 2 por un exponente genérico p , donde $1 \leq p \leq 2$ y λ es un parámetro inversamente proporcional a la escala de x [15]. La función de potencial para el CAMGG es entonces

$$\log g(x) = -\lambda^p \left(\sum_{s \in \mathbb{S}} a_s x_s^p + \sum_{\{s,r\} \in \mathbb{C}} b_{sr} |x_s - x_r|^p \right) + c, \quad (2.5)$$

donde $a_s \geq 0$ y $b_{sr} > 0$, s es el sitio de interés, r corresponde a los sitios del vecindario y c es un término constante. En la práctica se recomienda tomar $a_s = 0$ para cuando se asume que el término de ruido es de tipo Gaussiano, de esta manera se asegura la existencia y unicidad del estimador MAP, resultando en

$$\log g(x) = -\lambda^p \left(\sum_{\{s,r\} \in \mathbb{C}} b_{sr} |x_s - x_r|^p \right) + c. \quad (2.6)$$

Aquí, b_{sr} es una constante que depende de la distancia entre los pixeles s y r y se elige de acuerdo al número de vecinos. La selección del valor para el exponente p es determinante, dado que de él depende la velocidad de convergencia al estimador global así como la calidad de la imagen estimada [40].

2.2.2. Función de potencial de Welsh.

La función de potencial de Welsh, propuesta por Rivera [29] como una función de potencial de descenso rápido con control de granularidad, se define como

$$\log g(x) = -\lambda \left(\mu \sum_{\{s,r\} \in \mathbb{C}} b_{sr} \varphi_1(x) + (1 - \mu) \sum_{\{s,r\} \in \mathbb{C}} b_{sr} \rho_2(x) \right) + c, \quad (2.7)$$

donde μ es el parámetro de control de granularidad, $\varphi_1(x) = e^2$ con $e = (x_s - x_r)$,

$$\rho_2(x) = 1 - \frac{1}{2k} \exp(-k\varphi_1(x)), \quad (2.8)$$

y k es un parámetro de escala positivo para la preservación de bordes.

2.2.3. Función de potencial de Tukey.

Otra función de potencial, también propuesta por Rivera [29], de características similares a la función de Welsh, es decir, también de rápido descenso, es la función de potencial de Tukey, de igual forma con control de granularidad, dada por

$$\log g(x) = -\lambda \left(\mu \sum_{\{s,r\} \in \mathbb{C}} b_{sr} \varphi_1(x) + (1 - \mu) \sum_{\{s,r\} \in \mathbb{C}} b_{sr} \rho_3(x) \right) + c, \quad (2.9)$$

donde, en este caso

$$\rho_3(x) = \begin{cases} 1 - (1 - (2e/k)^2)^3, & \text{para } |e/k| < 1/2, \\ 1, & \text{en otro caso,} \end{cases} \quad (2.10)$$

k es también un parámetro de escala y μ provee también el control de granularidad.

2.3. Función de potencial semi-Huber.

En esta sección se plantea el uso de una nueva función de potencial, es decir un nuevo modelo de CAM, distinto a los ya descritos en la sección previa, con la gran ventaja de que contiene una cantidad de parámetros menor, lo que la hace una función mucho más simple y fácil de ajustar. Este nuevo modelo se denomina función de potencial semi-Huber, la cual ha sido aplicada con buenos resultados en problemas de estimación robusta en una dimensión [41] para el caso de regresión lineal. Esta función en una sola dimensión ha sido modificada para el caso de dos dimensiones (imágenes) de acuerdo a la siguiente expresión:

$$\log g(x) = -\lambda \left(\sum_{\{s,r\} \in \mathbb{C}} b_{sr} \rho_1(x) \right) + c, \quad (2.11)$$

donde s es el sitio de interés, r corresponde a los sitios vecinos, c es una constante y

$$\rho_1(x) = \frac{\Delta_0^2}{2} \left(\sqrt{1 + \frac{4\varphi_1(x)}{\Delta_0^2}} - 1 \right). \quad (2.12)$$

En esta última expresión, $\Delta_0 > 0$ es un valor constante y $\varphi_1(x) = e^2$ con $e = (x_s - x_r)$. La función de potencial $\rho_1(x)$ cumple las siguientes condiciones:

$$\begin{aligned} \rho_1(x) &\geq 0, \quad \forall x \text{ con } \rho_1(0) = 0, \\ \psi(x) &\equiv \partial \rho_1(x) / \partial x, \quad \text{existe,} \\ \rho_1(x) &= \rho_1(-x), \quad \text{es simétrica,} \\ w(x) &\equiv \psi(x) / 2x, \quad \text{existe,} \\ \lim_{x \rightarrow +\infty} w(x) &= \mu, \quad 0 \leq \mu < +\infty, \\ \lim_{x \rightarrow +0} w(x) &= M, \quad 0 < M < +\infty. \end{aligned} \quad (2.13)$$

Una gráfica del comportamiento de esta función se muestra en la figura 2.3 para $\Delta_0 = 1$. Cerca de cero la función es cuadrática, y para valores por encima de ± 1 la función es prácticamente lineal. Esta región lineal de la función permite la conservación de los bordes de la imagen mientras que la convexidad en la

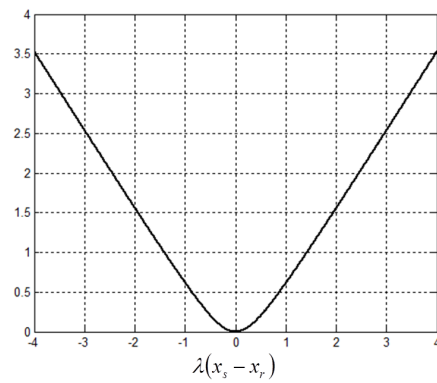


Figura 2.3: Función de potencial semi-Huber.

región cuadrática permite el cálculo computacional de la estimación MAP de una manera eficiente. El estimador MAP correspondiente a esta función propuesta se desarrolla en el capítulo 3.

Estimadores de máximo a posteriori (MAP)

En este capítulo se deducen los estimadores de máximo a posteriori (MAP) correspondientes a cada uno de los modelos de campos aleatorios de Markov definidos en las secciones 2.2 y 2.3. Un problema sencillo que sirve de base para establecer los estimadores es como sigue: supóngase que la imagen observada Y se forma mediante la adición de ruido blanco a X

$$Y = X + \sigma Z, \quad (3.1)$$

donde Z es una matriz de variables aleatorias, independientes e idénticamente distribuidas, que siguen una distribución Gaussiana, y σ es un parámetro de escala, distinto a la desviación estándar. Partiendo de este supuesto, y relacionando la ecuación (3.1) con la ecuación (2.2), la forma general del estimador MAP es

$$\hat{x}_{\text{MAP}} = \arg \min_{x \in \mathbb{X}} \left\{ \sum_{s \in \mathbb{S}} |y_s - x_s|^q - \log g(x) \right\}, \quad (3.2)$$

donde, dependiendo del CAM utilizado, se construyen cuatro estimadores MAP distintos sustituyendo el segundo término de la ecuación (3.2) por la expresión correspondiente a cada uno de los modelos considerados en este trabajo. El término $\sum_{s \in \mathbb{S}} |y_s - x_s|^q$ de esta ecuación corresponde al término $-\log p(y|x)$ de la ecuación (2.2). Una cuestión importante es que la forma de este término de-

pende del tipo de ruido considerado; como se ha supuesto que el ruido tiene una distribución Gaussiana con media μ_n y varianza σ_n^2 , el valor correspondiente para el parámetro q es 2.

3.1. Estimador MAP Gaussiano generalizado.

Considerando primeramente el campo aleatorio de Markov Gaussiano generalizado (CAMGG) dado por la ecuación (2.6) [15], el estimador de máximo a posteriori (MAP) para este caso está dado por

$$\hat{x}_{\text{MAP}gg} = \arg \min_{x \in \mathbb{X}} \left\{ \sum_{s \in \mathbb{S}} |y_s - x_s|^q + \sigma^q \lambda^p \sum_{\{s,r\} \in \mathbb{C}} b_{sr} |x_s - x_r|^p \right\}, \quad (3.3)$$

donde el término $\sigma^q \lambda^p \sum_{\{s,r\} \in \mathbb{C}} b_{sr} |x_s - x_r|^p$ corresponde con $-\log g(x)$ en la ecuación (3.2). El problema de minimización se puede resolver tanto desde el punto de vista global como local, considerando varios métodos [29, 46, 47, 48]. Dentro de las técnicas globales se pueden mencionar el gradiente descendente, el gradiente conjugado, Gauss-Seidel, entre otros. Las técnicas de minimización local trabajan minimizando en cada pixel x_s . En el presente trabajo se ha utilizado el algoritmo de Levenberg-Marquardt para realizar una minimización local debido a que todos los parámetros de las funciones de potencial se eligieron de manera heurística partiendo de valores propuestos en las referencias [40]. Así pues, considerando un solo sitio a la vez, la ecuación (3.3) se simplifica para la implementación de la estimación local como

$$\hat{x}_{s_gg} = \arg \min_{x \in \mathbb{X}} \left\{ |y_s - x_s|^q + \sigma^q \lambda^p \sum_{r \in \partial s} b_{sr} |x_s - x_r|^p \right\}, \quad (3.4)$$

donde el subconjunto ∂s se refiere a los sitios del vecindario. El desempeño de este estimador depende de los valores elegidos para los parámetros p y q . Por ejemplo, si $p = q = 2$, se tiene la condición de Gaussianidad para la función de potencial y el estimador que se obtiene es similar al de mínimos cuadrados, pues-

to que la función de probabilidad es cuadrática. Por otra parte, cuando $p = q = 1$, el criterio es absoluto y el estimador converge al de la mediana; sin embargo, este criterio no es diferenciable en cero y esto causa inestabilidad en el proceso de minimización [40].

3.2. Estimador MAP Welsh.

Un segundo estimador se obtiene introduciendo en el segundo término de la ecuación (3.2) la función de potencial de Welsh [29]

$$\hat{x}_{\text{MAP}_{wel}} = \arg \min_{x \in \mathbb{X}} \left\{ \sum_{s \in \mathbb{S}} |y_s - x_s|^2 + \lambda \left(\mu \sum_{\{s,r\} \in \mathbb{C}} b_{sr} \varphi_1(x) + (1 - \mu) \sum_{\{s,r\} \in \mathbb{C}} b_{sr} \rho_2(x) \right) \right\}. \quad (3.5)$$

En el mismo contexto, la ecuación (3.5) se simplifica considerando un solo sitio para la estimación local, obteniendo

$$\hat{x}_{s_wel} = \arg \min_{x \in \mathbb{X}} \left\{ |y_s - x_s|^2 + \lambda \left(\mu \sum_{r \in \partial s} b_{sr} \varphi_1(x) + (1 - \mu) \sum_{r \in \partial s} b_{sr} \rho_2(x) \right) \right\}, \quad (3.6)$$

donde la función $\rho_2(x)$ corresponde a la ecuación (2.8).

3.3. Estimador MAP Tukey.

Un tercer estimador, usado como referencia para la evaluación de nuestra propuesta, se obtiene sustituyendo el segundo término de la ecuación (3.2) por la función de potencial de Tukey [29], resultando

$$\hat{x}_{\text{MAP}_{tuk}} = \arg \min_{x \in \mathbb{X}} \left\{ \sum_{s \in \mathbb{S}} |y_s - x_s|^2 + \lambda \left(\mu \sum_{\{s,r\} \in \mathbb{C}} b_{sr} \varphi_1(x) + (1 - \mu) \sum_{\{s,r\} \in \mathbb{C}} b_{sr} \rho_3(x) \right) \right\}, \quad (3.7)$$

y para la estimación local

$$\hat{x}_{s_tuk} = \arg \min_{x \in \mathbb{X}} \left\{ |y_s - x_s|^2 + \lambda \left(\mu \sum_{r \in \partial s} b_{sr} \varphi_1(x) + (1 - \mu) \sum_{r \in \partial s} b_{sr} \rho_3(x) \right) \right\}. \quad (3.8)$$

En este caso la función ρ_3 está dada de acuerdo a la ecuación (2.10).

3.4. Estimador MAP semi-Huber.

El estimador MAP correspondiente a la función de potencial semi-Huber propuesta, definida en la sección 2.3 [40, 41], se obtiene de igual forma, al sustituir en el segundo término de la ecuación (3.2) la función semi-Huber, ecuación (2.11), dando como resultado

$$\hat{x}_{\text{MAP}qh} = \arg \min_{x \in \mathbb{X}} \left\{ \sum_{s \in \mathbb{S}} |y_s - x_s|^2 + \lambda \sum_{\{s,r\} \in \mathbb{C}} b_{sr} \rho_1(x) \right\}. \quad (3.9)$$

La ecuación (3.9) se simplifica también para obtener la estimación local en un solo sitio, obteniendo

$$\hat{x}_{s_qh} = \arg \min_{x \in \mathbb{X}} \left\{ |y_s - x_s|^2 + \lambda \sum_{r \in \partial s} b_{sr} \rho_1(x) \right\}. \quad (3.10)$$

Para la forma de la función ρ_1 refiérase a la ecuación (2.12).

3.5. Aplicación a segmentación con ruido Gaussiano.

Como se mencionó antes en la sección 2.2, se tomaron algunos modelos de CAM existentes, ya propuestos en trabajos de otros autores [14, 15, 29] para evaluar los resultados obtenidos con el modelo propuesto en el presente trabajo (sección 2.3). Los CAM tomados como referencia fueron seleccionados en virtud de que su estructura matemática es similar y se tiene cierta familiaridad con ese tipo de funciones de potencial. En ese sentido, se presentan en esta sección, resultados de segmentación con algunos modelos CAM clásicos ya conocidos, y resultados de segmentación con el nuevo modelo CAM semi-Huber propuesto.

Entonces, con el fin de observar el desempeño del algoritmo de segmentación basado en el CAM semi-Huber, se realizaron varios experimentos de segmentación con diferentes tipos de imágenes. En la figura 3.1 se muestra un conjunto de imágenes considerado para las pruebas de los estimadores descritos en el pre-

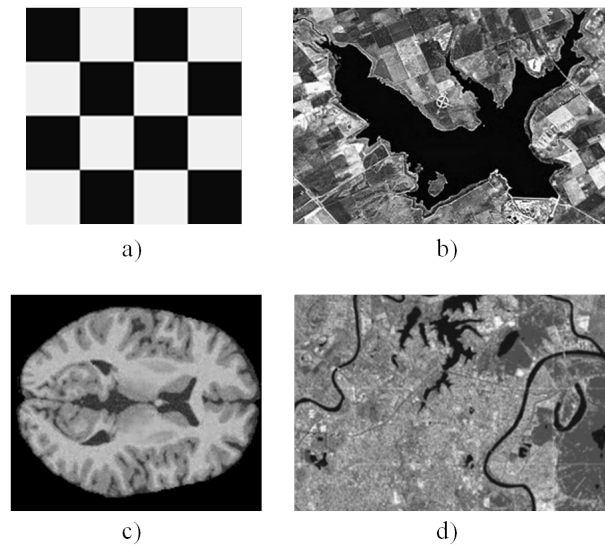


Figura 3.1: Conjunto de imágenes utilizadas para los experimentos de segmentación.

sente capítulo. La figura 3.1a) corresponde a una imagen sintética de tipo *tablero de ajedrez* (chessboard), la figura 3.1b) corresponde a una imagen geográfica, tomada de Google Earth, de una presa llamada Paso de las Piedras ubicada en Argentina, la figura 3.1c) corresponde a una imagen de resonancia magnética de un corte del cerebro, y finalmente, la figura 3.1d) corresponde a una imagen geográfica de la ciudad de Villahermosa, Tabasco, en la inundación de noviembre de 2007, tomada por el satélite TerraSAR-X de la Agencia Espacial Alemana.

Una vez que se establece el modelo de CAM, el algoritmo realiza un proceso iterativo de optimización para encontrar el máximo global de la distribución de probabilidad que representa el mapa de regiones, es decir, la imagen segmentada. Para esta parte de optimización, se utiliza el algoritmo de Levenberg-Marquardt, el cual requiere un valor inicial X_0 para comenzar la búsqueda de la solución. Durante la realización de los experimentos se observó que el resultado final dependía del valor que tomara X_0 , lo cual agregó un hiperparámetro adicional al proceso de segmentación.

En primer lugar se describe el desarrollo y se presentan resultados de un experimento realizado con la imagen sintética, la cual ha sido degradada con ruido Gaussiano. Este tipo de imagen permite evaluar de una forma numérica el re-

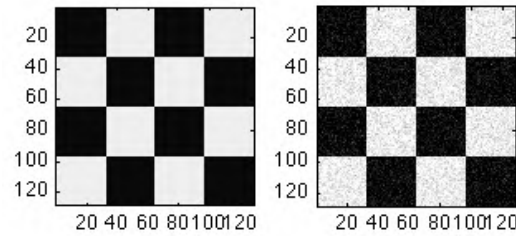


Figura 3.2: Imagen sintética, original y degradada con ruido Gaussiano.

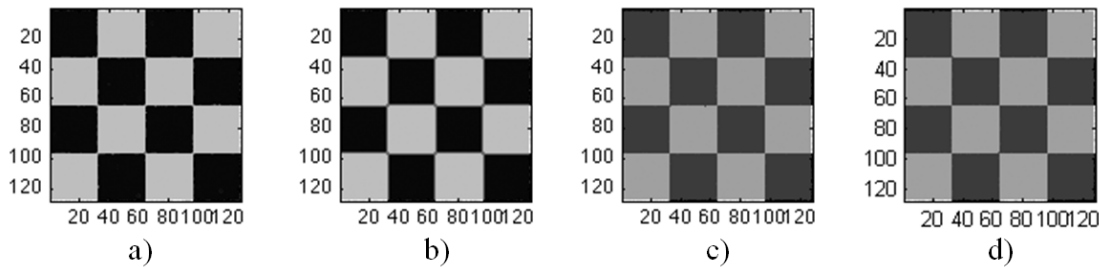


Figura 3.3: Resultados de segmentación correspondientes a cada modelo de CAM.

sultado de la segmentación. Se consideran dos medidas de error de las imágenes segmentadas con respecto a la original: el error medio cuadrático (EMC) y el error medio absoluto (EMA).

En la figura 3.2 se muestran la imagen sintética a la izquierda, y a la derecha está la misma imagen degradada con un término aditivo de ruido Gaussiano, $n \sim \mathcal{N}(0, I\sigma_n^2)$, con una varianza $\sigma_n^2 = 20$. La figura 3.3 muestra los resultados de segmentación obtenidos para cada modelo. De izquierda a derecha se tiene la segmentación resultante usando el CAM semi-Huber, la segmentación resultante usando el CAMGG, la segmentación resultante usando el CAM Welsh y la segmentación resultante aplicando el CAM Tukey. Algunos resultados numéricos de las medidas de error se incluyen en la tabla 3.1, donde puede observarse que el modelo propuesto presenta la ventaja de que las magnitudes de los errores son las menores.

Un segundo experimento se realizó con la imagen del cerebro de la figura 3.1c), tratando de segmentar la imagen en tres tejidos: materia gris, materia blanca y

Tabla 3.1: Resultados numéricos de las medidas de error para la segmentación de la imagen sintética con cada modelo de CAM.

Modelo	EMC	EMA
Semi-Huber	0.0416	0.2014
CAMGG	0.0514	0.2271
Welsh	0.1476	0.5046
Tukey	0.1475	0.5044

líquido cefalorraquídeo, además del fondo, lo que nos genera cuatro regiones. La figura 3.4 muestra los resultados obtenidos. En la fila superior se presentan, de izquierda a derecha, la imagen original, la imagen degradada con ruido Gaussiano con una varianza $\sigma_n^2 = 10$, y el resultado de segmentación usando el modelo de CAM semi-Huber. En la fila inferior se presentan, en el mismo orden, el resultado de segmentación usando el modelo CAMGG, el resultado de segmentación usando el modelo CAM Welsh y el resultado de segmentación usando el modelo CAM Tukey. En la tabla 3.2 se muestran los tiempos de cálculo que tardó el proceso para cada uno de los modelos utilizados, y la tabla 3.3 contiene un listado de los parámetros que fueron ajustados con los valores correspondientes al resultado mostrado para cada modelo de CAM.

Tabla 3.2: Tiempos de cálculo que tomó el proceso de segmentación de la imagen del cerebro para cada uno de los modelos de CAM utilizados.

Imagen	Modelo	Tiempo (s)
Corte del cerebro (187 × 161)	Semi-Huber	339.1406
	GGMRf	339.0461
	Welsh	334.0902
	Tukey	332.3922

En la figura 3.4 es posible observar que el resultado visual de la segmentación de la imagen del cerebro, es decir, la separación en regiones, usando el modelo semi-Huber propuesto, es suficientemente buena con respecto a los resultados obtenidos con los otros CAM, además de que la diferencia en cuanto a los tiempos

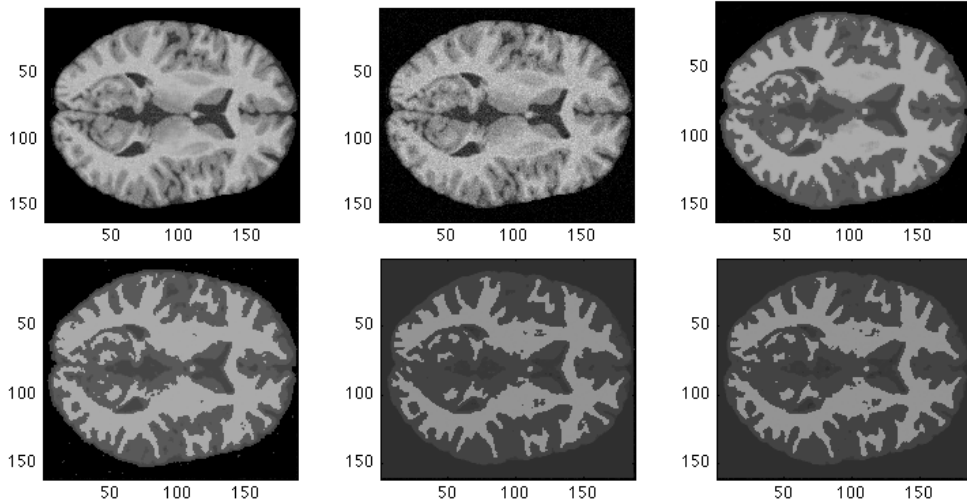


Figura 3.4: Fila superior: imagen original, imagen degradada con ruido Gaussiano y resultado de segmentación usando el CAM semi-Huber. Fila inferior: resultado de segmentación usando el CAMGG, resultado de segmentación usando el CAM Welsh y resultado de segmentación usando el CAM Tukey.

Tabla 3.3: Lista de parámetros con su valor respectivo, correspondientes a los resultados de segmentación de la figura 3.4.

Semi-Huber	CAMGG	Welsh	Tukey
$\Delta_0 = 150$	$\sigma = 0.3$	$\lambda = 10$	$\lambda = 10$
$X_0 = 80$	$\lambda = 40$	$k = 10$	$k = 10$
	$p = 1.5$	$\mu = 0.5$	$\mu = 0.5$
	$X_0 = 80$	$X_0 = 58$	$X_0 = 58$

de cálculo no es significativa. Lo que cabe resaltar aquí es el hecho de que, para el modelo de CAM semi-Huber, ecuación (2.11), sólo bastó con variar el parámetro Δ_0 , manteniendo λ fijo en 1. Si se toma en cuenta el valor inicial X_0 de la etapa de optimización, en realidad son dos parámetros los que se tienen que ajustar; aún así, la cantidad de parámetros es menor que para los otros modelos, lo cual permite encontrar el resultado de una manera más pronta, ya que el número de ocasiones que se ejecuta el proceso de segmentación es significativamente menor debido al menor número de combinaciones posibles para el ajuste de los parámetros.

Un experimento más se realizó con la imagen de la presa que se muestra en la figura 3.1b). En este caso el interés principal es segmentar la región de la imagen que representa la superficie del agua a pesar del ruido presente en ella. En la figura 3.5 se muestran los resultados de segmentación obtenidos utilizando cada uno de los modelos de CAM para la imagen de la presa. En la fila superior se muestran, de izquierda a derecha, la imagen original, la imagen degradada con ruido Gaussiano con una varianza $\sigma_n^2 = 20$, y el resultado de segmentación usando el modelo de CAM semi-Huber. En la fila inferior se muestran, en el mismo orden, el resultado de segmentación usando el modelo CAMGG, el resultado de segmentación usando el modelo CAM Welsh y el resultado de segmentación usando el modelo CAM Tukey. De igual forma, la tabla 3.4 muestra los tiempos de cálculo que tomó el proceso de segmentación para cada modelo de CAM y en la tabla 3.5 se incluye un listado de los parámetros y su valor respectivo para la obtención de los resultados presentados en la figura 3.5.

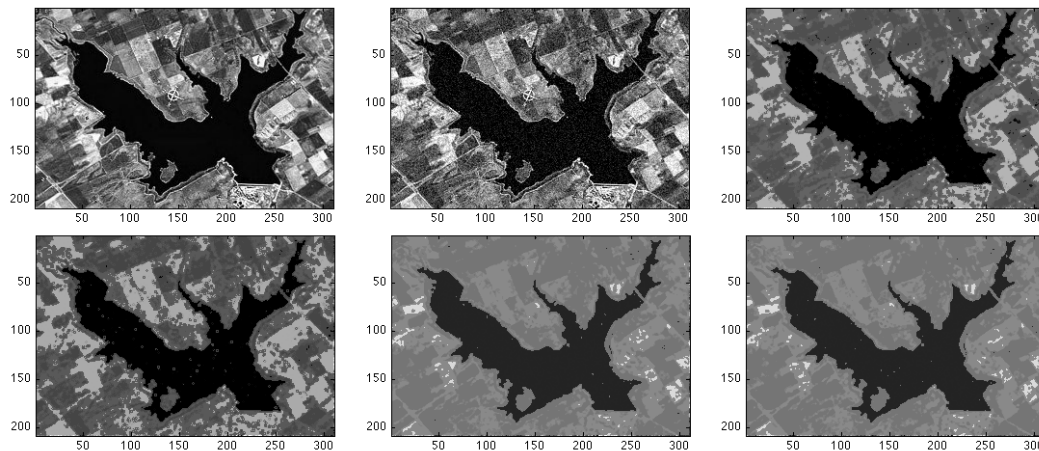


Figura 3.5: Fila superior: imagen original de la presa, imagen degradada con ruido Gaussiano y resultado de segmentación usando el CAM semi-Huber. Fila inferior: resultado de segmentación usando el CAMGG, resultado de segmentación usando el CAM Welsh y resultado de segmentación usando el CAM Tukey.

De los resultados obtenidos de este experimento puede observarse que con el modelo semi-Huber propuesto hay una mejor eliminación del ruido que con el modelo CAMGG por ejemplo, ya que, si se observa la región de interés, aparece

Tabla 3.4: Tiempos de cálculo que tomó el proceso de segmentación de la imagen de la presa para cada uno de los modelos de CAM utilizados.

Imagen	Modelo	Tiempo (s)
Presa (310 × 208)	Semi-Huber	713.5470
	CAMGG	704.3832
	Welsh	704.6216
	Tukey	697.2369

Tabla 3.5: Lista de parámetros con su valor respectivo, correspondientes a los resultados de segmentación de la figura 3.5.

Semi-Huber	GGMRF	Welsh	Tukey
$\Delta_0 = 60$	$\sigma = 0.4$	$\lambda = 10$	$\lambda = 10$
$X_0 = 90$	$\lambda = 200$	$k = 10$	$k = 10$
	$p = 1.4$	$\mu = 0.5$	$\mu = 0.5$
	$X_0 = 80$	$X_0 = 128$	$X_0 = 128$

una mayor cantidad de puntos grises que en los demás casos. Aún cuando con el modelo semi-Huber se consumió más tiempo de cálculo, la diferencia no es tan significativa, ya que representa apenas poco más del 1% con respecto al promedio; y por otra parte, el resultado mejora notablemente.

Un último experimento se realizó con la imagen geográfica de la figura 3.1d). Al igual que en el caso anterior, el interés es segmentar la región de la imagen que representa la superficie del agua a partir de la imagen degradada. En la figura 3.6 se presentan en la fila superior a la izquierda, la imagen original, al centro la imagen degradada con ruido Gaussiano con una varianza $\sigma_n^2 = 20$, y el resultado de segmentación usando el modelo CAM semi-Huber. En la tabla 3.6 se presentan los resultados de tiempos de cálculo correspondientes a cada modelo, y en la tabla 3.7 los valores respectivos de los parámetros de ajuste para cada modelo con los que se obtuvo el resultado mostrado en la figura 3.6.

Nuevamente se observa que el resultado visual obtenido con el modelo propuesto es congruente con los otros resultados, teniendo tiempos de cálculo similares o mejores en algunos casos. También, cabe resaltar la ventaja de que al

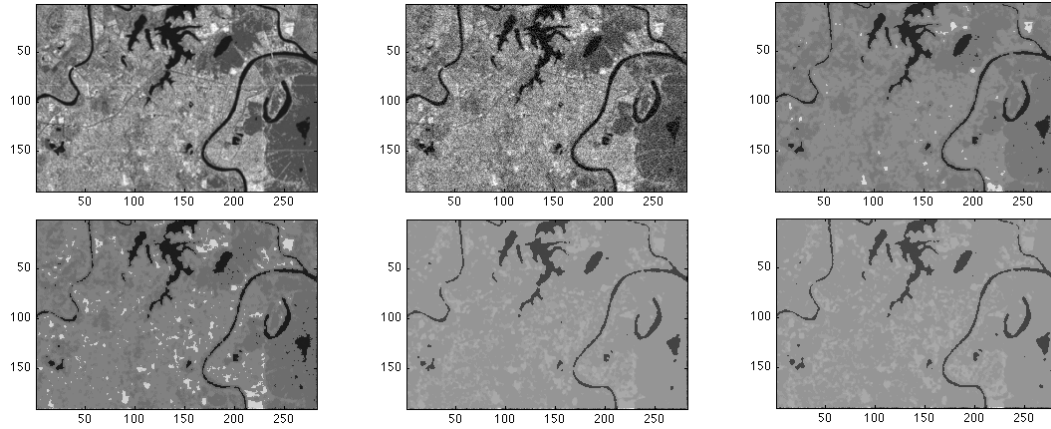


Figura 3.6: Fila superior: imagen satelital de Villahermosa Tabasco original, imagen degradada con ruido Gaussiano y resultado de segmentación usando el CAM semi-Huber. Fila inferior: resultado de segmentación usando el CAMGG, resultado de segmentación usando el CAM Welsh y resultado de segmentación usando el CAM Tukey.

Tabla 3.6: Tiempos de cálculo que tomó el proceso de segmentación de la imagen de Villahermosa para cada uno de los modelos de CAM utilizados.

Imagen	Modelo	Tiempo (s)
Villahermosa (282 × 190)	Semi-Huber	576.2724
	CAMGG	580.9403
	Welsh	567.0772
	Tukey	576.2448

Tabla 3.7: Lista de parámetros con su valor respectivo, correspondientes a los resultados de segmentación de la figura 3.6.

Semi-Huber	GMRF	Welsh	Tukey
$\Delta_0 = 120$	$\sigma = 0.4$	$\lambda = 10$	$\lambda = 10$
$X_0 = 130$	$\lambda = 140$	$k = 10$	$k = 10$
	$p = 1.4$	$\mu = 0.5$	$\mu = 0.5$
	$X_0 = 120$	$X_0 = 160$	$X_0 = 160$

utilizar el modelo CAM semi-Huber, el número de parámetros que hay que ajustar es menor, lo cual permite obtener resultados adecuados en menor tiempo debido al menor número de veces que se ejecuta el procesamiento.

Segmentación robusta por estimación de entropía

En el capítulo 3, más propiamente en la sección 3.5, se realizó la segmentación de imágenes degradadas con ruido Gaussiano, que generalmente es el tipo de ruido que se considera en muchos de los análisis. Ciertamente, un enfoque que ha ayudado significativamente a resolver el problema de segmentación de imágenes degradadas, es el uso de campos aleatorios de Markov dentro de un marco Bayesiano. Sin embargo, en algunas aplicaciones el ruido es de tipo no Gaussiano o bien, desconocido [49]. En ese sentido, el enfoque presentado hasta este momento ya no es suficiente, puesto que ahora la distribución del ruido ya es diferente; por lo que se hace necesario abordar el problema desde un nuevo enfoque.

Partiendo del estimador MAP general, definido en la sección 2.1, el cual se reescribe para una referencia inmediata, retomando solamente el argumento mínimo

$$\hat{x}_{\text{MAP}} = \arg \min_{x \in \mathbb{X}} \{-\log p(y|x) - \log g(x)\}, \quad (4.1)$$

se toma $-\log p(y|x) = -\log p(e)$, donde $p(e)$ representa la distribución del ruido. Como su naturaleza es desconocida, se va a realizar una estimación de ésta. Así pues, la propuesta de un nuevo enfoque, basado en estimación de la entropía, va a estar presente en la variación del primer término de la ecuación (4.1).

En todos los experimentos desarrollados y presentados en la sección 3.5, este primer término en el estimador MAP se definió como una función cuadrática de

las diferencias entre los datos reales y observados debido a que el término de ruido aditivo considerado era Gaussiano. Para los experimentos que se desarrollan en el presente capítulo se ha considerado un tipo de ruido de mayor índice de degradación y más difícil de tratar; nos referimos al ruido impulsivo, también llamado *sal y pimienta*, puesto que presenta valores extremos de puntos completamente blancos o completamente negros de manera aleatoria. La idea general es construir un estimador que sea capaz de adaptarse a la naturaleza del ruido presente en la imagen y que no sigue un patrón específico.

El modelado en este nuevo contexto nos lleva a asumir un conocimiento limitado acerca de la fdp del ruido en la imagen, por lo que se propone usar los datos mismos para obtener una estimación no paramétrica mediante entropía del término de log-verosimilitud [50, 51, 52]. Entonces, este término será optimizado junto con el término log-CAM para obtener la imagen segmentada en regiones.

4.1. Log-verosimilitud aproximada por estimación de entropía.

4.1.1. El problema general de regresión.

Una amplia variedad de aplicaciones en procesamiento de señales e instrumentación se basan en análisis por modelado estadístico. Una de las herramientas más utilizadas para tratar este problema es el modelo clásico de regresión lineal

$$y_{i,j} = x_{i,j}^\top \theta_{i,j} + e_{i,j}, \text{ con } e \sim p(e), \quad (4.2)$$

donde y representa la respuesta a x variables explicativas para $i = 1, \dots, N$ y $j = 1, \dots, M$, y a un sistema parametrizado por θ , un conjunto de parámetros funcionales asociado a los datos (x, y) , que han de ser estimados por algún procedimiento de identificación si las variables x son conocidas, pero si los parámetros θ son conocidos y las variables x son desconocidas, la estimación se realiza con

respecto a x , o bien, la estimación puede realizarse para ambos (deconvolución ciega). Las variables e son los errores, que modelan el sistema como un conjunto de procesos aleatorios independientes e idénticamente distribuidos de acuerdo a $p(e)$. Cabe señalar que la ecuación (4.2) es equivalente a la ecuación (1.1).

Una extensión natural del modelo de regresión lineal es el modelo de regresión no lineal, donde ahora el modelo se basa en una función parametrizada $f(\cdot)$

$$y_{i,j} = f(x, \theta)_{i,j} + e_{i,j}, \text{ con } e \sim p(e). \quad (4.3)$$

Esta función es no lineal con respecto a los parámetros; se considera su uso debido a que, en muchas aplicaciones de procesamiento de señales, se ha puesto de manifiesto que el uso de funciones no lineales puede proveer un modelado más realista. Las perturbaciones que afectan el sistema bajo análisis, también se modelan como procesos estocásticos [52].

Existen algunas técnicas para la estimación de θ , por ejemplo mínimos cuadrados (*least squares*, LS), máxima verosimilitud (*maximum likelihood*, ML), entre otras. En esta parte se introduce un nuevo enfoque de estimación de máximo a posteriori (MAP), basado en la minimización de la entropía de una versión estimada de la densidad de los errores ($\hat{p}_{n,h}(e)$).

4.1.2. Estimadores de entropía (EE) para la función de densidad del término de verosimilitud.

Un procedimiento clásico para estimar x cuando θ se conoce, se basa en la determinación de una función de costo o criterio $\mathcal{J}(x)$, el cuál varía en función $\psi(\cdot)$ de los residuos o ruido $e(x)$, donde

$$e_{i,j}(x) = y_{i,j} - x_{i,j}^\top \theta_{i,j} \quad \text{ó} \quad e_{i,j}(x) = y_{i,j} - f(x, \theta)_{i,j}. \quad (4.4)$$

Así,

$$\mathcal{J}(x) = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^M \psi(e_{i,j}(x)). \quad (4.5)$$

44 CAPÍTULO 4. SEGMENTACIÓN ROBUSTA POR ESTIMACIÓN DE ENTROPÍA

Este es el caso, por ejemplo, del estimador de máxima verosimilitud

$$\hat{x}_{\text{ML}} = \arg \min_{x \in \mathbb{X}} \left[- \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^M \log p(e_{i,j}(x)) \right]. \quad (4.6)$$

Para que este estimador tenga un desempeño óptimo se requiere que toda la información acerca de la distribución $p(e)$ esté disponible. Cuando el conocimiento acerca de esta distribución es impreciso o equivocado, el estimador puede ser subóptimo; más aún, bajo ciertas circunstancias, en procesamiento de imágenes, puede resultar en un problema mal planteado (ill-posed) o producir ruido excesivo, así como causar suavizado de los contornos. La regularización del estimador ML proporciona un enfoque más efectivo, el estimador de máximo a posteriori (MAP), que reduce el ruido y el suavizado al mismo tiempo.

Nuestra propuesta para un nuevo esquema de estimación MAP es usar el CAM semi-Huber introducido en la sección 2.3 junto con un estimador de tipo kernel tomado de los trabajos [50, 51, 52] para obtener un criterio basado en la entropía de la función de probabilidad aproximada ($\hat{p}_{n,h}(e)$) (primer término de la ecuación (4.1)). De esta forma, el término $-\log p(y|x)$ se construye con base en la entropía de una versión estimada de la distribución $p(e)$.

Una primera propuesta se deriva de los trabajos de Pronzato y Thierry [53, 54, 55], donde la aproximación se obtiene usando estimadores kernel clásicos que usan la distribución empírica del vector aleatorio $e_{1,1}, \dots, e_{n,n}$, como se muestra en la siguiente expresión:

$$\hat{p}_{n,h}(e) = \hat{p}_{n,h}(e|e_{1,1}(x), \dots, e_{n,n}(x)) = \frac{1}{n^2} \sum_{k=1}^n \sum_{l=1}^n K_h(e - e_{k,l}). \quad (4.7)$$

El factor $K(\cdot)$ es una función kernel ponderada que satisface ciertas condiciones, tratadas en los trabajos de Masry [56], y retomados posteriormente por Devroye [57, 58, 59, 60], Berlinet [61], y Loader [62]. El parámetro h , denominado *ancho de banda*, está dado en función del tamaño de la muestra n y puede considerarse como una secuencia de números positivos que debe cumplir con que $h \rightarrow 0$ y

$nh \rightarrow \infty$ cuando $n \rightarrow \infty$. La consistencia uniforme de $\hat{p}_{n,h}(e)$ y su convergencia hacia $p(e)$ depende de un procedimiento conveniente para la selección de un ancho de banda adecuado. Un método rápido y sencillo es la técnica propuesta y desarrollada por Terrell [63, 64].

Suponiendo que $\hat{p}_{n,h}(e)$ converge y es consistente, tal que $\hat{p}_{n,h}(e) \rightarrow p(e)$, entonces el criterio de entropía sobre $\hat{p}_{n,h}(e)$ puede ser aproximado a $-\log p(y|x)$. El hecho de que la entropía de una función de densidad de probabilidad (fdp) es invariante a la traslación permite considerar un artificio matemático práctico para construir un mejor criterio, basado en un vector de residuos extendido, el cual está dado por:

$$\mathbf{e}_E = \{e_{1,1}(x), \dots, e_{n,n}(x), -e_{1,1}(x), \dots, -e_{n,n}(x)\},$$

y con una selección adecuada para h , el criterio queda definido como

$$\mathcal{J}_e(x) = H_A(\hat{p}_{n,h}(\mathbf{e}_E)) \approx -\log p(y|x), \quad (4.8)$$

donde

$$H_A(f) = - \int_{-A_n}^{A_n} f(x) \log f(x) dx. \quad (4.9)$$

Entonces, una primera versión del estimador de la entropía de máximo a posteriori (MAPEE), asumiendo que la fdp del ruido es desconocida, puede construirse a partir del hecho de que $-\log p(y|x)$ puede ser aproximado por la entropía de una versión estimada $\hat{p}_{n,h}(e)$ de la distribución $p(e)$, que es $H_A(\hat{p}_{n,h}(\mathbf{e}_E))$, así:

$$\hat{x}_{\text{MAPEE}} = \arg \min_{x \in \mathbb{X}} (H_A(\hat{p}_{n,h}(\mathbf{e}_E)) - \log g(x)). \quad (4.10)$$

El segundo término de la ecuación (4.10) corresponde al CAM semi-Huber, ecuación (2.11).

4.2. Estructura del kernel.

Una función de la forma $K(z)$ es considerada como un núcleo fijo

$$K_h(z) = \frac{1}{h^d} K\left(\frac{z}{h}\right),$$

donde $h > 0$ es un parámetro conocido como el ancho de banda (factor de suavizado). El problema fundamental en estimación de densidades de probabilidad haciendo uso de funciones kernel radica en dos cuestiones principales: la selección de un valor adecuado para h y la selección de una estructura kernel adecuada simultáneamente. La selección de un núcleo $K(z)$ determinado podría depender de qué tan suave o regular es la distribución objetivo $p(e)$ [65].

Tomando como referencia los trabajos [50, 51, 52], donde se hace un análisis y comparativa de algunas estructuras kernel de las más usuales, se seleccionaron los núcleos de Hilbert [60] para aplicarlos en el presente desarrollo. Esto debido a los resultados presentados en los artículos referidos, y principalmente, porque su forma es tal que evita el problema de la selección del ancho de banda; su desempeño depende de otros parámetros cuya selección es bastante más simple. Entonces, se elimina en $\hat{p}_{n,h}(e)$ la dependencia de h y sólo permanece la dependencia del tamaño de la muestra n , es decir, $\hat{p}_n(e)$.

4.2.1. El núcleo de Hilbert.

La función $K_h(z) = 1/(h^d)K(z/h)$ se considera equivalente a $K(u) = 1/\|u\|^d$, donde el factor del ancho de banda h se cancela, obteniendo:

$$\hat{p}_n(z) = \frac{1}{n^2} \sum_{k=1}^n \sum_{l=1}^n \frac{1}{\|z - z_{k,l}\|^d}. \quad (4.11)$$

La consistencia de esta clase de estimadores se demuestra en [60]. La estimación de la densidad por núcleos de Hilbert de orden k es una subclase de estos estimadores que evita los picos infinitos producidos durante la estimación; para el

caso de una dimensión y usando el valor de $k = 2$, la estimación de la función de densidad está dada por:

$$\hat{p}_n(z) = \sqrt{\frac{4}{V_d^2 \pi n (n-1) \log n} \sum_{1 \leq i < j \leq n} \frac{1}{\text{Den}_{i,j}}}, \quad (4.12)$$

donde $\text{Den}_{i,j} = \|z - z_i\|^{2d} + \|z - z_j\|^{2d}$, V_d es el volumen de la esfera unitaria en \mathbb{R}^d y $\|\cdot\|$ denota la distancia métrica L_2 sobre \mathbb{R}^d . Finalmente, se asume que $\hat{p}_n(z) \rightarrow p(z)$ al menos en probabilidad para todo valor de z . Para una adecuada selección de d y k este estimador se puede considerar “asintóticamente eficiente”. Por otra parte, el gran potencial de estas herramientas no paramétricas ha sido puesto de manifiesto en trabajos relativamente recientes [66, 67, 68, 69, 70, 71] aplicándolas a diferentes problemas de procesamiento de señales.

4.3. Estimador de entropía de máximo a posteriori (MAPEE).

En esta sección se deduce la estructura completa de la función de costo para el estimador denominado \hat{x}_{MAPEE} , derivado de la ecuación (4.1). Básicamente se trata de sustituir en la ecuación (4.10) el primer término ya descrito con los desarrollos de las secciones 4.1 y 4.2; y en el segundo término, $-\log g(x)$, el modelo CAM semi-Huber de la sección 2.3. En ese sentido, la forma completa del nuevo estimador de la entropía de máximo a posteriori para segmentación de imágenes degradadas con ruido no Gaussiano es:

$$\hat{x}_{\text{MAPEE}} = \arg \min_{x \in \mathbb{X}} \left(H_A(\hat{p}_n(e_E)) - \lambda \left(\sum_{\{s,r\} \in \mathbb{C}} b_{sr} \rho_1(x) \right) \right), \quad (4.13)$$

donde H_A se obtiene a partir de la ecuación (4.9) y la función $\rho_1(x)$ está dada de acuerdo a la ecuación

$$\rho_1(x) = \frac{\Delta_0^2}{2} \left(\sqrt{1 + \frac{4(x_s - x_r)^2}{\Delta_0^2}} - 1 \right), \text{ con } \Delta_0 > 0.$$

4.4. Segmentación de imágenes con ruido impulsivo.

Para evaluar el desempeño del nuevo enfoque propuesto de estimación MAP de la entropía en segmentación de imágenes, se presenta una serie de experimentos realizados con las imágenes que se muestran en la figura 4.1. La figura 4.1a) es una imagen sintética generada en laboratorio, la cual permite obtener medidas de error y realizar conteo de píxeles mal clasificados; la figura 4.1b) es una imagen que corresponde a un corte del cerebro, en un intento de aplicar este nuevo enfoque a imágenes médicas; por último, la figura 4.1c) es una imagen geográfica de una presa, utilizada previamente en los experimentos desarrollados en el capítulo 3.

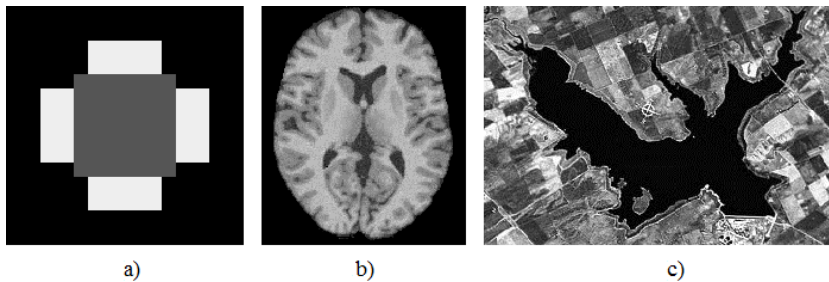


Figura 4.1: Imágenes utilizadas para los experimentos de segmentación con ruido impulsivo.

Las tres imágenes fueron degradadas con ruido impulsivo mediante la función `imnoise(X, 'salt&pepper', 0.15)`. El objetivo es obtener la segmentación de las imágenes a pesar del ruido presente en ellas. Nuevamente, el proceso de minimización se realizó haciendo uso del algoritmo de Levenberg-Marquardt, donde se

requiere un valor inicial X_0 para comenzar la búsqueda del valor mínimo. Para los experimentos realizados en esta parte, se presenta una comparativa entre los resultados obtenidos mediante dos métodos: el primero, aplicando el nuevo enfoque de estimación MAP de la entropía (MAPEE) correspondiente a la ecuación (4.13), y el segundo, aplicando el enfoque de estimación MAP clásico presentado en la sección 3.4, ecuación (3.9), que supone ruido Gaussiano en la imagen. Esto con el fin de observar cómo el nuevo estimador se adapta mejor al tipo de ruido, independientemente de su naturaleza.

El primer experimento realizado se llevó a cabo con la imagen sintética de la figura 4.1a), tratando de separar lo más exactamente posible las tres regiones que la conforman. La figura 4.2 muestra los resultados de segmentación obtenidos a partir de la imagen degradada con ruido, para unos valores de parámetros $\lambda = 1$ y $\Delta_0 = 2$, con un valor inicial $X_0 = 90$. La figura 4.2a) muestra la imagen degradada con ruido impulsivo, tal como se describió en el párrafo anterior; la figura 4.2b) muestra la imagen segmentada; la figura 4.2c) muestra la diferencia: imagen original menos imagen segmentada ($X - X_s$); y la figura 4.2d) muestra la diferencia: imagen segmentada menos imagen original ($X_s - X$). Estas dos últimas imágenes permiten contar el número de píxeles mal clasificados, es decir, que no corresponden a su región original; por supuesto que lo que se espera en ellas es que sean cuadros completamente negros, lo cual significa que ningún píxel está fuera de su lugar.

Por otra parte, en la figura 4.3 se muestran los resultados de la segmentación de la imagen sintética sin aplicar estimación de la entropía, es decir, aplicando el estimador MAP bajo la suposición de ruido Gaussiano. Como en el caso anterior, la figura 4.3a) muestra la misma imagen sintética degradada con ruido impulsivo, la figura 4.3b) muestra la imagen segmentada, y las figuras 4.3c) y 4.3d) muestran el resultado de las diferencias $X - X_s$ y $X_s - X$, respectivamente.

La tabla 4.1 incluye información acerca de tiempos de cálculo, número de píxeles mal clasificados (n) y medidas de error: error medio cuadrático (EMC) y error medio absoluto (EMA), obtenidos para cada uno de los métodos aplicados. Como puede observarse, bajo la suposición de ruido Gaussiano, el resultado visual no

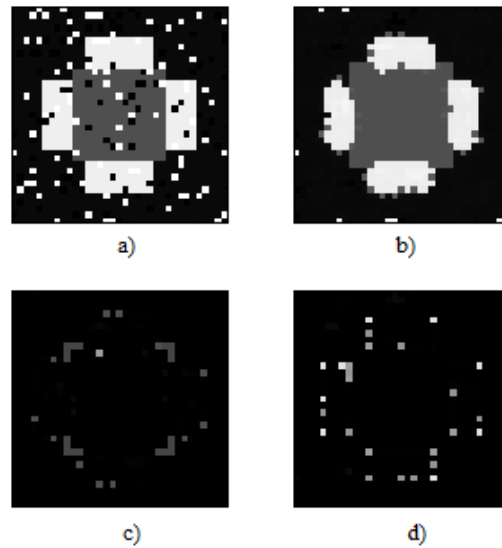


Figura 4.2: Segmentación de la imagen sintética aplicando estimación MAP de la entropía: a) imagen ruidosa, b) imagen segmentada, c)-d) diferencias entre imagen original (X) e imagen segmentada (X_s).

parece tan bueno teniendo ruido impulsivo presente en la imagen, ya que en las imágenes que representan las diferencias entre imagen original e imagen segmentada, se presenta una mayor cantidad de puntos que no corresponden a las regiones originales. Los resultados numéricos también confirman el mejoramiento producido con el nuevo enfoque de estimación de la entropía. Ciertamente con su uso, los tiempos de cálculo se incrementan, pero a cambio, el error se reduce significativamente.

Tabla 4.1: Resultados numéricos de las medidas de error y tiempos de cálculo para la segmentación de la imagen sintética.

Método	X_0	Δ_0	Tiempo (s)	n	EMC	EMA
MAPEE	90	2	21.4438	58	0.1179	0.1374
MAP	110	60	12.4741	84	0.1216	0.3388

Para un segundo experimento se usó una imagen genérica del cerebro, tratando de realizar una de las tareas más comunes con este tipo de imágenes, que

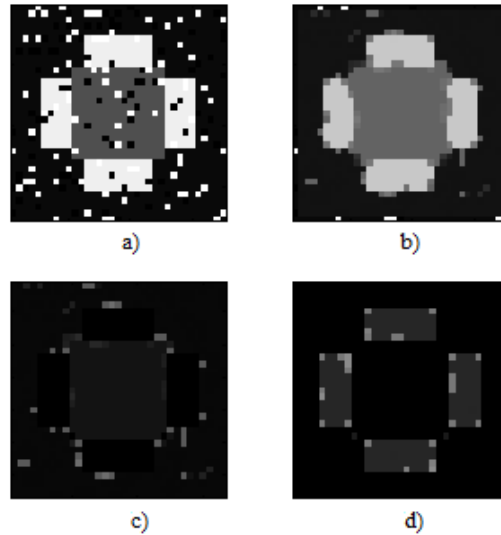


Figura 4.3: Segmentación de la imagen sintética aplicando estimación MAP bajo la suposición de ruido Gaussiano: a) imagen ruidosa, b) imagen segmentada, c)-d) diferencias entre imagen original (X) e imagen segmentada (X_s).

es la división de la imagen en tres regiones: materia blanca, materia gris y líquido cefalorraquídeo. En la figura 4.4 se muestran los resultados de segmentación obtenidos a partir de la imagen degradada con ruido impulsivo. La figura 4.4a) muestra la imagen original, la figura 4.4b) muestra la imagen degradada, la figura 4.4c) muestra el resultado de segmentación aplicando MAPEE y la figura 4.4d) muestra el resultado de segmentación aplicando solamente MAP. La tabla 4.2 contiene información acerca de los valores utilizados para los parámetros de cada estimador y sus correspondientes tiempos de cálculo.

Tabla 4.2: Resultados numéricos para la segmentación de la imagen del cerebro.

Método	X_0	Δ_0	Tiempo (s)
MAPEE	90	110	457.9916
MAP	90	110	333.7739

Como puede observarse en la figura 4.4, usando estimación de la entropía (MAPEE) se obtiene un mejor resultado que usando solamente estimación MAP.

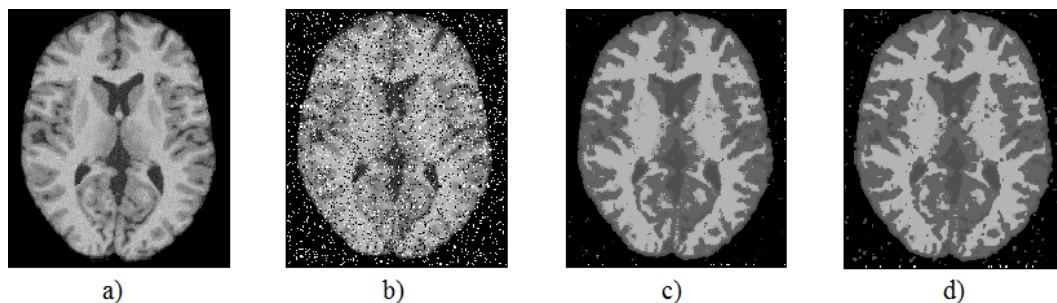


Figura 4.4: Segmentación de la imagen de un corte del cerebro: a) imagen original, b) imagen ruidosa, c) imagen segmentada mediante MAPEE, d) imagen segmentada mediante MAP.

Por ejemplo, el fondo negro de la figura 4.4c) presenta una mayor cantidad de manchas grises y de mayor tamaño que para el caso de la figura 4.4b); además, en la región más clara de la imagen que representa la materia blanca, se puede observar el mismo efecto.

Un tercer y último experimento se realizó con la imagen geográfica de una presa que se muestra en la figura 4.1c). Para esta imagen el interés de la segmentación radica en separar la región que representa la superficie del agua, excluyendo el resto de los elementos. La figura 4.5 muestra los resultados de la segmentación aplicando ambos métodos, y la tabla 4.3 presenta la información relativa a la realización de estos dos procesos.

Tabla 4.3: Resultados numéricos para la segmentación de la imagen de la presa.

Método	X_0	Δ_0	Tiempo (s)
MAPEE	100	130	957.1709
MAP	100	130	725.4942

Al igual que como ocurrió en el experimento anterior, resulta visualmente perceptible que el estimador MAPEE mejora el resultado de la segmentación, para el caso de ruido impulsivo, con respecto al enfoque previo donde se supone ruido Gaussiano (MAP). Estos resultados lucen prometedores en el sentido de robustez ante diferentes factores de degradación para diversos tipos de imágenes.

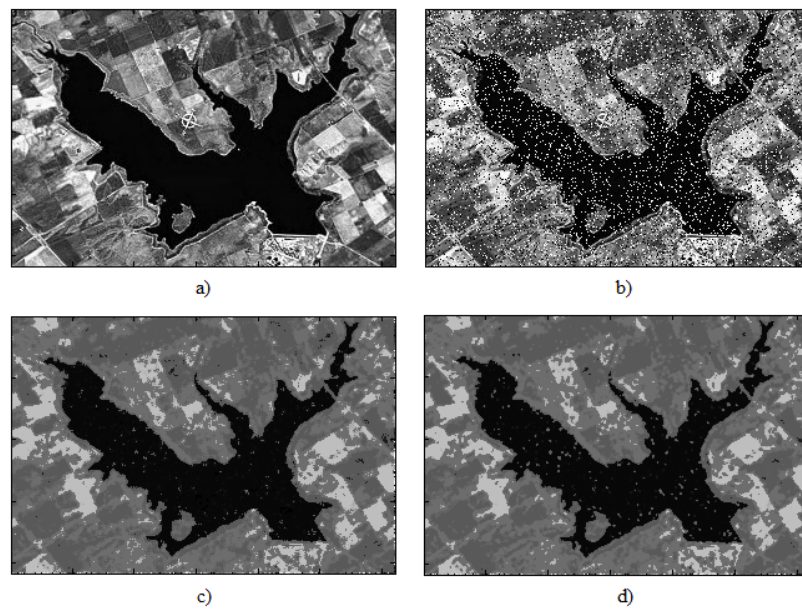


Figura 4.5: Segmentación de la imagen geográfica de una presa: a) imagen original, b) imagen ruidosa, c) imagen segmentada mediante MAPEE, d) imagen segmentada mediante MAP.

Conclusiones y trabajo futuro

5.1. Conclusiones.

En el presente trabajo se ha abordado el problema de la segmentación de imágenes degradadas con algún término de ruido aditivo, pudiendo ser éste de tipo Gaussiano o no Gaussiano, dentro de un marco enteramente probabilístico.

De acuerdo al objetivo planteado al inicio del presente proyecto, un nuevo modelo de campo aleatorio de Markov fue propuesto para construir un nuevo algoritmo para segmentación de imágenes. Se verificó, de acuerdo a los resultados obtenidos, que esta propuesta se desempeña satisfactoriamente; los tiempos de ejecución fueron similares y los resultados visuales de segmentación estuvieron conformes con los obtenidos con otros modelos reportados en otros trabajos.

En el caso de los modelos de CAM utilizados como referencia, el Gaussiano generalizado, de Welsh y de Tukey, se tuvieron que realizar bastantes pruebas a fin de encontrar valores adecuados de los parámetros para un buen resultado de acuerdo al tipo de imagen, puesto que al contar con un mayor número de parámetros en su estructura matemática, se tienen más grados de libertad; mientras que para el CAM semi-Huber, se obtuvieron buenos resultados de segmentación con un número menor de pruebas, debido a que la determinación de los valores adecuados es menos complicada por la menor cantidad de parámetros que se deben ajustar. Cabe resaltar además, que el modelo propuesto arrojó excelentes resultados en lo concerniente a medidas de error.

Por otra parte, se introdujo también un nuevo enfoque para segmentación de imágenes donde no sólo se puede considerar ruido Gaussiano, sino también otro tipo de factores de degradación. En esta segunda etapa del proyecto, se utilizaron imágenes afectadas por ruido impulsivo, que es uno de los más degradantes y difíciles de tratar. De acuerdo a lo observado en los experimentos, se pudo comprobar que este nuevo enfoque produce muy buenos resultados en el sentido de robustez, adaptándose a la naturaleza del tipo de degradación presente en la imagen.

Algunos de los experimentos presentados se realizaron con imágenes geográficas debido a que se pretende aplicar estos nuevos modelos al análisis de este tipo de imágenes, tales como inventario de recursos hidráulicos, estudio de suelos, entre otras.

5.2. Trabajo futuro.

El presente trabajo ha sentado las bases para poder incursionar en nuevos desarrollos sobre segmentación de imágenes digitales. Una de las posibilidades está presente en los métodos de optimización. Aquí se utilizó el algoritmo de Levenberg-Marquardt; esto abre una primera línea para continuar la investigación en el sentido de utilizar otros métodos de optimización para observar los tiempos de cálculo y tratar de reducirlos.

Otra de las posibilidades se hace presente en la implementación de los nuevos algoritmos aquí propuestos en lenguajes de alto nivel, de tal manera que puedan ser aplicaciones ejecutables e independientes de la plataforma de programación; esto con el fin de poder contar con un conjunto de herramientas accesibles y disponibles en cualquier ámbito para cualquier persona.

Una línea más de continuación en el presente proyecto, puede ir orientada en el sentido de los nuevos desarrollos de hardware y software en lo que se refiere a equipo de cómputo especializado para procesamiento. Con los últimos avances tecnológicos, ya existen en el mercado equipos con capacidades superiores, propiamente los procesadores multinúcleo. Es ahí donde se van generando nuevos

entornos de programación, específicamente lo que se ha denominado *paralelismo*, de tal manera que introducirse en este campo puede permitir mejorar los procesos que aquí se han desarrollado, haciendo uso eficiente de todos los núcleos de procesamiento disponibles, distribuyendo tareas de manera paralela, lo que necesariamente se traduciría en una reducción considerable de los tiempos de procesamiento.

Referencias

- [1] R. C. Gonzalez, R. E. Woods, and S. L. Eddins, *Digital Image Processing Using MATLAB*, Prentice Hall, 2004.
- [2] A. Frangi and V. Caselles, “La segmentación de imágenes: el método de los contornos activos geométricos,” *Encuentros multidisciplinares*, vol. 8, no. 23, pp. 14-26, 2006.
- [3] M. Rivera, O. Ocegueda, and J. L. Marroquin, “Entropy-controlled quadratic Markov measure field models for efficient image segmentation,” *IEEE Trans. Image Process.*, vol. 16, no. 12, pp. 3047-3057, 2007.
- [4] X. Cufí, X. Muñoz, J. Freixenet, and J. Martí, “A review on image segmentation techniques integrating region and boundary information,” *Adv. Imag. Elect. Phys.*, vol. 120, pp. 1-39, 2003.
- [5] O. Gutiérrez, I. de la Rosa, J. Villa, E. González, and N. Escalante, “Semi-Huber potential function for image segmentation,” *Optics Express*, vol. 20, no. 6, pp. 6542-6554, 2012.
- [6] E. Coto, “Métodos de segmentación de imágenes médicas,” *Lecturas en ciencias de la computación*, ISSN 1316-6239, 2003.
- [7] D. Marr and E. Hildreth, “Theory of Edge Detection,” *Proc. of the Royal Society of London*, Series B, vol. 207, no. 1167, pp. 187-217, 1980.

- [8] D. L. Pham, C. Xu, and J. L. Prince, "Current Methods in Medical Image Segmentation," *Annual Review of Biomedical Engineering*, Vol. 2, pp. 315-337, 2000.
- [9] M. Martín-Fernández, "Contribuciones al análisis automático y semiautomático de ecografía fetal tridimensional mediante campos aleatorios de Markov y contornos activos. Ayudas al diagnóstico precoz de malformaciones," Tesis Doctoral, Escuela Técnica Superior de Ingenieros de Telecomunicación, Universidad de Valladolid, Noviembre 2001.
- [10] M. Martín-Fernández and C. Alberola-López, "A bayesian approach to in vivo kidney ultrasound contour detection using Markov random fields," *Medical Image Computing and Computer-Assisted Intervention (MICCAI 2002), Lecture Notes in Computer Science*, vol. 2489. pp. 397-404.
- [11] C. F. Westin, M. Martín-Fernández, C. Alberola-López, J. Ruiz-Alzola, and H. Knutsson, "Tensor field regularization using normalized convolution and Markov random fields in a Bayesian framework," *Visualization and Processing of Tensor Fields*, pp. 381-398, 2006.
- [12] M. Martín-Fernández, C. F. Westin and C. Alberola-López, "3D Bayesian regularization of diffusion tensor MRI using multivariate Gaussian Markov random fields," *Medical Image Computing and Computer-Assisted Intervention (MICCAI 2004), Lecture Notes in Computer Science*, vol. 3216. pp. 351-359.
- [13] S. S. Saquib, "Edge-preserving models and efficient algorithms for ill-posed inverse problems in image processing," PhD. Thesis, Purdue University, 1997.
- [14] K. Sauer and C. Bouman, "Bayesian estimation of transmission tomograms using segmentation based optimization," *IEEE Trans. Nucl. Sci.*, vol. 39, no. 4, pp. 1144-1152, 1992.

- [15] C. Bouman and K. Sauer, "A generalized Gaussian image model for edge-preserving MAP estimation," *IEEE Trans. Image Process.*, vol. 2, no. 3, pp. 296-310, 1993.
- [16] K. Held, E. R. Kops, B. J. Krause, W. M. Wells III, R. Kikinis, and H. W. Müller-Gärtner, "Markov random field segmentation of brain MR images," *IEEE Trans. Med. Imaging*, vol. 16, no. 6, pp. 878-886, 1997.
- [17] L. Cordero-Grande, P. Casaseca-de-la-Higuera, M. Martín-Fernández, and C. Alberola-López, "Endocardium and epicardium contour modeling based on Markov random fields and active contours". *Engineering in Medicine and Biology Society*, 2006. EMBS'06. 28th Annual International Conference of the IEEE, pp. 928-931.
- [18] Y. Zhang, M. Brady, and S. Smith, "Segmentation of brain MR images through a hidden Markov random field model and the expectation-maximization algorithm," *IEEE Trans. Med. Imaging*, vol. 20, no. 1, pp. 45-57, 2001.
- [19] M. Martín-Fernández and C. Alberola-López, "An approach for contour detection of human kidneys from ultrasound images using Markov random fields and active contours," *Medical Image Analysis*, vol. 9, no. 1, pp. 1-23, 2005.
- [20] S. Krishnamachari and R. Chellappa, "Multiresolution Gauss-Markov Random Field Models for Texture Segmentation," *IEEE Trans. Image Process.*, vol. 6, no. 2, pp. 251-267, 1997.
- [21] D. A. Clausi and B. Yue, "Comparing cooccurrence probabilities and Markov random fields for texture analysis of SAR sea ice imagery," *IEEE Trans. Geosci. Remote Sens.*, vol. 42, no. 1, pp. 215-228, 2004.
- [22] Y. Li and P. Gong, "An efficient texture image segmentation algorithm based on the GMRF model for classification of remotely sensed imagery," *Int. J. Remote Sens.*, vol. 26, no. 22, pp. 5149-5159, 2005.

- [23] G. Reilher, X. Descombes, F. Falzon, and J. Zerubia. "Texture feature analysis using a Gauss-Markov model in hyperspectral image classification," *IEEE Trans. Geosci. Remote Sens.*, vol. 42, No. 7, pp. 1543-1551, 2004.
- [24] G. Poggi, G. Scarpa, J. B. Zerubia, "Supervised segmentation of remote sensing images based on a tree-structured MRF model," *IEEE Trans. Geosci. Remote Sens.*, vol. 43, No. 8, pp. 1901-1911, 2005.
- [25] S. Geman and C. Geman, "Stochastic relaxation, Gibbs distribution, and the Bayesian restoration of images," *IEEE Trans. Pattern Anal. Mach. Intell.*, vol. 6, pp. 721-741, 1984.
- [26] J. E. Besag, "On the statistical analysis of dirty pictures," *J. Roy. Stat. Soc. B*, vol. 48, pp. 259-302, 1986.
- [27] S. Z. Li, "MAP image restoration and segmentation by constrained optimization," *IEEE Trans. Image Process.*, vol. 7, no. 12, pp. 1730-1735, 1998.
- [28] R. Pan and S. J. Reeves, "Efficient Huber-Markov edge-preserving image restoration," *IEEE Trans. Image Process.*, vol. 15, no. 12, pp. 3728-3735, 2006.
- [29] M. Rivera and J. L. Marroquin, "Efficient half-quadratic regularization with granularity control," *Image Vision Comput.*, vol. 21, pp. 345-357, 2003.
- [30] M. Rivera and P. P. Mayorga, "Quadratic Markovian probability fields for image binary segmentation," *IEEE 11th International Conference on Computer Vision (ICCV 2007)*, pp. 1-8.
- [31] M. Mignotte, "A segmentation based regularization term for image deconvolution," *IEEE Trans. Image Process.*, vol. 15, no. 7, pp. 1973-1984, 2006.
- [32] H. Deng and D. A. Clausi, "Unsupervised image segmentation using a simple MRF model with a new implementation scheme," *Pattern Recogn.*, vol. 37, pp. 2323-2335, 2004.

- [33] H. Deng and D. A. Clausi, "Unsupervised segmentation of synthetic aperture radar sea ice imagery using a novel Markov random field," *IEEE Trans. Geosci. Remote Sens.*, vol. 43, no. 3, pp. 528-538, 2005.
- [34] O. Lankoande, M. M. Hayat, and B. Santhanam, "Segmentation of SAR images based on Markov random field model," in *Proc. of IEEE Int. Conf. on Systems, Man, and Cybernetics*, 2956-2961 (IEEE,2005).
- [35] X. Lei, Y. Li, N. Zhao, and Y. Zhang, "Fast segmentation approach for SAR image based on simple Markov random field," *J. Syst. Eng. Electron.*, vol. 21, no. 1, pp. 31-36, 2010.
- [36] J. Marroquin, S. Mitter, and T. Poggio, "Probabilistic solution of ill-posed problems in computational vision," *J. Amer. Statist. Assoc.*, vol. 82, no. 397, pp. 76-89. 1987.
- [37] J. E. Besag, "Spatial interaction and the statistical analysis of lattice systems," *J. Roy. Stat. Soc. B*, vol. 36, pp. 192-236, 1974.
- [38] S. Z. Li, *Markov random field modeling in image analysis*, Springer-Verlag, 2009.
- [39] R. Szeliski, "Bayesian modeling of uncertainty in low-level vision," *Int. J. Comput. Vision*, vol. 5, no. 3, pp.271-301, 1990.
- [40] J. I. de la Rosa, J. J. Villa, and M. A. Araiza, "Markovian random fields and comparison between different convex criteria optimization in image restoration," in *Proc. XVII Int. Conf. on Electronics, Communications and Computers*, p. 9, (CONIELECOMP, 2007).
- [41] J. I. de la Rosa and G. Fleury, "Bootstrap methods for a measurement estimation problem," *IEEE Trans. Instrum. Meas.*, vol.55, no. 3, pp. 820-827, 2006.
- [42] C. P. Robert, and G. Casella, *Monte Carlo Statistical Methods*, Springer Verlag, 2nd Edition, 2004.

- [43] K. Champagnat and J. Idier, "A connection between half-quadratic criteria and EM algorithms," *IEEE Signal Proc. Lett.*, vol. 11, no. 9, pp. 709-712, 2004.
- [44] P. Ciuciu and J. Idier. "A half-quadratic block-coordinate descent method for spectral estimation," *Signal Processing*, vol. 82, pp. 941-959, 2002.
- [45] J. Idier, "Convex half-quadratic criteria and interacting auxiliary variables for image restoration," *IEEE Trans. Image Process.*, vol. 10, no. 7, pp. 1001-1009, 2001.
- [46] M. Nikolova and R. Chan, "The equivalence of half-quadratic minimization and the gradient linearization iteration," *IEEE Trans. Image Process.*, vol. 16, no. 6, pp. 1623-1627, 2007.
- [47] T. F. Chan, S. Esedoğlu, and M. Nikolova, "Algorithms for finding global minimizers of image segmentation and denoising models," *SIAM J. Appl. Math.*, vol. 66, no. 5, pp. 1632-1648, 2006.
- [48] M. Nikolova, "Functionals for signal and image reconstruction: properties of their minimizers and applications," Research report to obtain the Habilitation à diriger des recherches, Centre de Mathématiques et de Leurs Applications (CMLA), Ecole Normale Supérieure de Cachan (2006).
- [49] N. Bertaux, Y. Frauel, P. Réfrégier, and B. Javidi, "Speckle removal using a maximum-likelihood technique with isoline gray-level regularization," *J. Opt. Soc. Am. A*, vol. 21, no. 12, pp. 2283-2291, 2004.
- [50] J. I. de la Rosa, and G. Fleury, "On the kernel selection for minimum-entropy estimation," *Proc. of the IEEE Instrumentation and Measurement Technology Conference* (IEEE, Anchorage, AK (USA)), vol. 2, pp. 1205-1210, 2002.
- [51] J. I. de la Rosa, G. Fleury, and M.-E. Davoust, "Minimum-entropy, pdf approximation and kernel selection for measurement estimation," *IEEE Trans. Instrum. Meas.*, vol. 52, no. 4, pp. 1009-1020, 2003.

- [52] J. I. De la Rosa, "Convergence of minimum-entropy robust estimators: Applications in DSP and instrumentation," in *Proc. XIV Int. Conf. on Electronics, Communications and Computers*, p. 98-103, (CONIELECOMP, 2004).
- [53] L. Pronzato, and E. Thierry, "A minimum-entropy estimator for regression problems with unknown distribution of observation errors," *MaxEnt 2000* (Edited by A. Mohammad-Djafari, American Institute of Physics, 2000), pp. 169-180.
- [54] L. Pronzato, and E. Thierry, "A minimum-entropy estimator for regression problems with unknown distribution of observation errors," Tech. Rep. 00-08, Laboratoire I3S, CNRS-Université de Nice-Shoia Antipolis, France, 2000.
- [55] L. Pronzato, and E. Thierry, "Entropy minimization of parameter estimator with unknown distribution of observation errors," in *Proc. of the IEEE International Conference in Acoustics, Speech and Signal Processing* (IEEE 2001), vol. 6, pp. 3993-3996.
- [56] E. Masry, "Probability density estimation from sampled data," *IEEE Trans. on Inform. Theory*, vol. IT-29, no. 5, pp. 697-709, 1983.
- [57] L. Devroye, "The double kernel method in density estimation," *Annales de l'Institut Henri Poincaré*, vol. 25, pp. 533-580, 1989.
- [58] L. Devroye, "A note on the usefulness of superkernels in density estimation," *The Annals of Statistics*, vol. 20, pp. 2037-2056, 1992.
- [59] L. Devroye, "Universal smoothing factor selection in density estimation: Theory and practice," *Test*, vol. 6, pp. 223-320, 1997.
- [60] L. Devroye, and A. Krzyżak, "On the Hilbert kernel density estimate," *Stat. Probabil. Lett.*, vol. 44, pp. 299-308, 1999.

- [61] A. Berlinet, and L. Devroye, "A comparison of kernel density estimates," *Publications de l'Institut de Statistique de l'Université de Paris*, vol. 38, no. 3, pp. 3-59, 1994.
- [62] C. M. Loader, "Bandwidth selection: classical or plug-in?," *The Annals of Statistics*, vol. 27, no. 3, pp. 415-438, 1999.
- [63] G. P. Terrell, and D. W. Scott, "Oversmoothed nonparametric density estimation," *J. Am. Stat. Assoc.*, vol. 80, pp. 209-214, 1985.
- [64] G. P. Terrell, "The maximal smoothing principle in density estimation," *J. Am. Stat. Assoc.*, vol. 85, pp. 470-477, 1990.
- [65] J. I. de la Rosa, "Convergencia de estimadores a mínimo de entropía robustos: Aplicaciones en Instrumentación y al PDS," *Computación y Sistemas*, vol. 10, no. 2, pp. 159-171, 2006.
- [66] L. Pronzato, E. Thierry, and E. Wolsztynski, "Minimum entropy estimation in semi-parametric models: a candidate for adaptive estimation?," *Proc. of the 7th Int. Workshop on Advances in Model-Oriented Design and Analysis*, pp. 125-132, 2004.
- [67] E. Wolsztynski, E. Thierry, and L. Pronzato, "Minimum entropy estimation in semi parametric models," *Proc. of the IEEE International Conference in Acoustics, Speech and Signal Processing (ICASSP'2004)*, vol 2, pp. 1045-1048.
- [68] E. Wolsztynski, E. Thierry, and L. Pronzato, "Minimum-entropy estimation in semi-parametric models," Research Report I3S/RR-2004-16-FR Projet TOP-Model, Laboratoire I3S, CNRS-Université de Nice-Shopia Antipolis, France, 2004.
- [69] E. Wolsztynski, E. Thierry, and L. Pronzato, "Consistency of a minimum-entropy estimator of location," Research Report I3S/RR-2004-38-FR Projet TOPMODEL, Laboratoire I3S, CNRS-Université de Nice-Shopia Antipolis, France, 2004.

- [70] E. Wolsztynski, E. Thierry, and L. Pronzato, "Minimum entropy estimators in semiparametric regression problems," in *Proc. 11th Int. Symp. on Applied Stochastic Models and Data Analysis*, pp. 882-889, 2005.
- [71] E. Wolsztynski, E. Thierry, and L. Pronzato, "Minimum entropy estimation in semi parametric models," *Signal Processing*, vol. 85, pp. 937-949, 2005.

Apéndice A

Publicaciones

1. Osvaldo Gutiérrez-Mata, Enrique de la Rosa Miranda, Efrén González-Ramírez, Ismael de la Rosa Vargas, Luis Raúl Berriel-Valdos, “Clasificación de texturas por medio de cadenas de Markov,” *LIV Congreso Nacional de Física*, Mérida, Yucatán, 9-14 de octubre de 2011.
2. Enrique de la Rosa Miranda, Efrén González-Ramírez, Osvaldo Gutiérrez-Mata, Gerardo Miramontes-de-León, Ernesto Domínguez García, “Filtraje con preservación de bordes,” *LIV Congreso Nacional de Física*, Mérida, Yucatán, 9-14 de octubre de 2011.
3. Osvaldo Gutiérrez, Ismael de la Rosa, Jesús Villa, Efrén González, and Nivia Escalante, “Semi-Huber potential function for image segmentation,” *VIII Taller-Escuela de Procesamiento de Imágenes*, Centro de Investigación en Matemáticas (CIMAT), Guanajuato, Gto., 19-20 de octubre de 2011.
4. José Ismael de la Rosa, Jesús Villa, Efrén González, Ma. Araiza, Osvaldo Gutiérrez, María de la Luz Escobar and Gilles Fleury, “Bayesian filtering and some Markovian random fields for image restoration,” *Reunión de Otoño de Potencia, Electrónica y Computación (ROPEC’2011 Internacional)*, pp. 209-215, ISBN: 978-607-95476-3-9.
5. José Ismael de la Rosa, Jesús Villa, Efrén González, Osvaldo Gutiérrez, and Enrique de la Rosa, “Bayesian entropy estimation: applications in robust

- image filtering,” *Electrical Communications and Computers (CONIELECOMP) 2012, 22nd International Conference on*, pp. 183-189, IEEE, 2012.
6. Osvaldo Gutiérrez, Ismael de la Rosa, Jesús Villa, Efrén González, and Nivia Escalante, “Semi-Huber potential function for image segmentation,” *Optics Express*, vol. 20, no. 6, pp. 6542-6554, 2012.
 7. Osvaldo Gutiérrez, Ismael de la Rosa, Jesús Villa, Efrén González, and Nivia Escalante, “Bayesian entropy estimation applied to non-Gaussian robust image segmentation,” *IX Taller-Escuela de Procesamiento de Imágenes*, Centro de Investigación en Matemáticas (CIMAT), Guanajuato, Gto., 17-18 de octubre de 2012.
 8. J. I. de la Rosa Vargas, O. Gutiérrez, J. J. Villa, E. González, E. de la Rosa, and Gilles Fleury, “Bayesian nonparametric MRF and entropy estimation for robust image filtering,” *Reunión de Otoño de Potencia, Electrónica y Computación (ROPEC’2012 Internacional)*, pp. 348-353, ISBN: 978-607-95476-6-0.
 9. O. Gutiérrez, J. I. de la Rosa, J. Villa, E. González, and N. I. Escalante, “New approach of entropy estimation for robust image segmentation,” *Reunión de Otoño de Potencia, Electrónica y Computación (ROPEC’2012 Internacional)*, pp. 387-392, ISBN: 978-607-95476-6-0.

Apéndice B

Breve C. V.

Oswaldo Gutiérrez Mata, nació en Fresnillo, Zacatecas, México, en 1974. Obtuvo el título de Ingeniero en Comunicaciones y Electrónica por la Universidad Autónoma de Zacatecas en 1999, el grado de Maestría en Ingeniería con Orientación en Procesamiento Digital de Señales también por la Universidad Autónoma de Zacatecas en 2007, y el grado de Doctorado en Ciencias de la Ingeniería con Orientación en Procesamiento de Señales y Mecatrónica por la misma Universidad Autónoma de Zacatecas en 2012. De 2002 a 2007, estuvo trabajando para el Instituto Tecnológico Superior de Fresnillo, Departamento de Ingeniería Electrónica, como Profesor de Asignatura, y a partir de 2008 fue nombrado Profesor de Tiempo Completo.