UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE ZACATECAS

"FRANCISCO GARCÍA SALINAS"

UNIDAD ACADÉMICA DE MATEMÁTICAS

Uso de la matemática en la Ingeniería Civil: el caso de las gráficas lineales y cuadráticas

Tesis que para obtener el grado de

Maestro en Matemática Educativa con Orientación en el Nivel Superior

Presenta:

Manuel Alejandro Acosta Dueñas

Director del trabajo de recepción:

Dr. José Iván López Flores

Zacatecas, Zac., Enero, 2018

Zacatecas, Zac., a 1 de diciembre de 2017

M.C. Nancy Calvillo Guevara

Responsable del Programa de Maestría en Matemática Educativa

De la Unidad Académica de Matemáticas de la Universidad Autónoma de Zacatecas

P R E S E N T E

Por medio de la presente se hace constar que el trabajo de grado que lleva por nombre *"Uso de la matemática en la Ingeniería Civil: el caso de las gráficas lineales y cuadráticas"* y que fue realizado bajo nuestra asesoría por el C. **Manuel Alejandro Acosta Dueñas** egresado de la Maestría en Matemática Educativa con Orientación en el Nivel Superior, cumple con los requisitos de calidad académica **para ser sometido a su revisión**. Lo anterior en los términos de la legislación vigente, correspondiente a la Universidad Autónoma de Zacatecas y aquélla establecida en la maestría.

Atentamente,

____

Dr. José Iván López Flores
Docente Investigador de la UAM-UAZ

Zacatecas, Zac., a 29 de enero de 2018

Dra. en D. Samanta Deciré Bernal Ayala

Responsable del Departamento Escolar

De la Universidad Autónoma de Zacatecas

"Francisco García Salinas"

Por medio de la presente se hace constar que el trabajo de grado que lleva por nombre "*Uso de la matemática en la Ingeniería Civil: el caso de las gráficas lineales y cuadráticas*" y que fue realizado bajo nuestra asesoría por el C. **Manuel Alejandro Acosta Dueñas**, egresado de la Maestría en Matemática Educativa, ha atendido las sugerencias y recomendaciones establecidas en el proceso de revisión por parte del comité evaluador, por lo que se encuentra listo para su presentación y defensa. Lo anterior en los términos de la legislación vigente, correspondiente a la Universidad Autónoma de Zacatecas y aquélla establecida en la Maestría.

Atentamente,

____

Dr. José Iván López Flores

Carta de responsabilidad y cesión de derechos

En la ciudad de Zacatecas, Zacatecas, el día 29 del mes de enero del año 2018, el que suscribe **Manuel Alejandro Acosta Dueñas**, egresado del Programa de Maestría en Matemática Educativa con número de matrícula **25602362**, manifiesta que es el autor intelectual del trabajo de grado intitulado ***"Uso de la matemática en la Ingeniería Civil: el caso de las gráficas lineales y cuadráticas"*** bajo la dirección del Dr. José Iván López Flores.

Por tal motivo asume la responsabilidad sobre su contenido y el debido uso de referencias, acreditando la originalidad del mismo. Asimismo, cede los derechos del trabajo anteriormente mencionado a la Universidad Autónoma de Zacatecas para su difusión con fines académicos y de investigación.

Manuel Alejandro Acosta Dueñas

Agradecimiento al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología

Agradezco al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología por el apoyo brindado para la realización de mis estudios de maestría.

Becario No. 585696

Agradecimientos

Agradezco a la Dra. Carolina Carrillo García, Dra. Claudia Cen Che, Dra. Judith Hernández Sánchez, Dr. Eduardo Briceño Solís y al Dr. José Iván López Flores por las revisiones e importantes aportaciones hechas al trabajo.

A la Dra. Astrid Morales Soto por las aportaciones hechas al trabajo en el marco de la estancia de investigación realizada en la Universidad de Valparaíso Chile.

A mi asesor el Dr. José Iván López Flores, que sin su ayuda, este documento no hubiera podido salir a la luz en tiempo y forma. Las retroalimentaciones hacia este trabajo, y las tantas veces que me hacía regresar cuando me desviaba de los objetivos principales, así como las discusiones sobre la teoría que me hicieron comprenderla y aplicarla.

Y por último a mi mamá y mis hermanos, que siempre me han apoyado en las decisiones que he tomado durante la vida.

Contenido

INDICE DE FIGURAS

INDICE DE TABLAS

RESUMEN

La literatura especializada relacionada a la formación inicial de los ingenieros sugiere que existe una desconexión en la manera en que se imparten/usan las matemáticas en las materias de tronco común y las de especialidad. En esta investigación se hace una caracterización de los usos que se les da a las gráficas de funciones lineales y cuadráticas en estos dos momentos, a través de un análisis de las notas de clases tomadas por estudiantes y de videos de la instrucción impartida. Esta categorización de usos se hará con base en la teoría Socioepistemológica. Los hallazgos preliminares sugieren que en el caso del curso denominado Matemáticas I (primer semestre) la gráfica de ambas funciones juega un papel secundario, a modo de comprobación y en el caso del curso Estructuras Isostáticas (cuarto semestre) las gráficas juegan un papel central en la formación del ingeniero, toda vez que sirven como un medio de decisión y anticipación para su práctica como profesional de la ingeniería civil.

Palabras clave: Uso, Gráficas, Ingeniería.

INTRODUCCIÓN

Como profesores de matemáticas en varias ocasiones nos enfrentamos al cuestionamiento de nuestros alumnos del por qué, para qué, o con qué fin tienen que aprender matemáticas, y aunque estos cuestionamientos son más frecuentes en la educación básica, la educación superior no está exenta de este tipo de comentarios, en particular las ingenierías. Desde mi punto de vista como Ingeniero Civil, los ingenieros en formación no ven una aplicación directa de las matemáticas que llevan de tronco común con las materias de su especialidad. Los estudios realizados en ingeniería desde el campo de la Matemática Educativa, evidencian, a través de unos de sus datos, antecedentes o conclusiones la necesidad de mejorar la enseñanza-aprendizaje de las matemáticas en las aulas de ingeniería. Camarena (2010) señala, por ejemplo, al momento de iniciar su proceso de reforma de un plan de estudios, las ligas entre las materias de matemáticas y los temas relacionados de las ingenierías y usa este análisis para diseñar las demás estrategias para el desarrollo de la enseñanza aprendizaje, tanto de la matemática como de la ingeniería.

Pero el contexto de las ingenierías es muy amplio, y cada una de ellas tiene la necesidad de hacer uso de la matemática de diferentes maneras, la realidad es que en la mayoría de las carreras ingenieriles su tronco común es parecido, independientemente de que las ingenierías sean diferentes. Por ejemplo, Lara (2007) evidencia la falta de atención a las necesidades específicas que cada una de las carreras de ingeniería tiene en cuanto a la enseñanza de las matemáticas, instituyéndose de este modo en una matemática no funcional. De este mismo modo, Mendoza y Cordero (2014) señalan la existencia de un Discurso Matemático Escolar que ignora el uso del conocimiento matemático particular que se le da en ingeniería.

Con esto podemos ver que existe una problemática en torno a la enseñanza-aprendizaje de las matemáticas en la ingeniería. Entonces, a través de un análisis al plan de estudios de la carrera de Ingeniería Civil de la Universidad Autónoma de Zacatecas, se identificó que en la materia de Estructuras Isostáticas se hace uso de la graficación al momento de analizar el elemento estructural "vigas", pero la forma en que los estudiantes de ingeniería hacen uso de la graficación en esta materia, difiere de cómo se aborda en la materia de Matemáticas I, poniendo de manifiesto la desconexión que existe entre cómo se aborda la matemática en las materias de tronco común y las materias de especialidad.

CAPÍTULO 1

1.1 Antecedentes

La preocupación que existe en el área de la Matemática Educativa sobre la problemática de la enseñanza-aprendizaje de la matemática en los distintos niveles educativos ha arrojado diversos estudios que han atendido parte de esta problemática. En el área de ingeniería ésta tiene cierta particularidad, las matemáticas tienen la función de servir como herramienta para resolver problemas específicos en cada área de la ingeniería, por lo que ya hay ciertas investigaciones que se han enfocado en cómo y qué matemáticas enseñar en estas disciplinas, tanto desde la perspectiva de la Matemática Educativa, como desde la propia ingeniería, y bajo distintas perspectivas como: práctica profesional, cambios curriculares, tecnología y modelación matemática, resolución de problemas, graficación, entre otros.

1.1.1 Respecto a la práctica profesional de los ingenieros

Alpers (2010) en su investigación sobre la experiencia matemática en ingenieros mecánicos nos señala aspectos importantes sobre la matemática que está presente en las carreras de ingeniería. Por ejemplo, encontró que en las universidades alemanas de Ciencias Aplicadas se ofrece una educación más orientada a la práctica. En consecuencia, la formación matemática de los ingenieros tiene dos objetivos principales: "*Se debería permitir a los estudiantes entender, configurar y utilizar los conceptos matemáticos, modelos y procedimientos que se utilizan en los sujetos de aplicación como la ingeniería mecánica, máquinas dinámicas o de la teoría de control*"[1]. El segundo de los objetivos principales de la formación matemática es "*proporcionar a los estudiantes una base matemática sólida para su futura vida profesional*". Estos objetivos parecen ser los mismos en todas las ingenierías, el problema ahora radica en cómo lograr una conexión entre estos dos objetivos, puesto que él mismo señala que es bastante nebuloso.

Respecto a la incorporación de las matemáticas en la ingeniería encontró que los conceptos, modelos y procedimientos matemáticos están fuertemente arraigados en los contextos de aplicación. A diferencia de los escenarios educativos, el objetivo principal del trabajo práctico es resolver un problema determinado.

Por otro lado, hace referencia a la matematización que hay en situaciones problema (*breakdown situations*) que enfrentan los ingenieros. En estas situaciones señala que cuando

[1] Traducido del inglés en Alpers, B. (2010). Studies on the mathematical expertise of mechanical engineers. *Journal of Mathematical Modelling and Application, 1(3*), 2-17.

un procedimiento no funciona por mucho tiempo, o crea resultados inexplicables el reflejo que tiene la matemática es muy importante.

Sobre la percepción que se tiene del rol de las matemáticas en ingeniería, encontró que las matemáticas son importantes y necesarias para la justificación y verificación de los problemas, pero esto no es suficiente. Existen muchos modelos y métodos matemáticos de los cuales podemos hacer uso, sin embargo, como ingenieros tenemos el juicio para decidir sobre qué método o modelo vamos a elegir para hacerle frente a nuestro problema y sobre todo qué nivel de exactitud vamos a presentar o qué margen de error vamos a permitir.

Como parte de sus resultados identificó los conceptos matemáticos que los estudiantes tuvieron que usar cuando trabajaron en actividades de investigación. Hace evidente que los conceptos geométricos, los conceptos de función y ecuaciones algebraicas eran bastante dominantes.

Tabla 1.

Conceptos matemáticos señalados por Alpers (2010)

Objetos y operaciones geométricas (Diseño Asistido por Computadora, siglas en inglés, CAD)
Las relaciones geométricas
Configuraciones geométricas para engranajes (círculos, ángulos, involucionan)
Las funciones con diferentes representaciones (numérico, simbólico, gráfico, por tipo con parámetros), las funciones a trozos
Diseño de funciones con ciertas propiedades
Derivadas
Continuidad de las funciones y sus derivadas
Vectores en diferentes representaciones Descomposición del vector
Números primos
Algoritmos iterativos
Ecuaciones y sistemas de ecuaciones, proporciones
Fórmulas algebraicas
La interpolación (lineal, splines)
Curvas, propiedades de la curva, curvas compensadas

Diagramas

Alpers (2010) menciona también que los objetos, conceptos y procedimientos matemáticos, aparecen de manera implícita en algunos contextos de aplicación, por ejemplo en el sistema CAD. Para poder utilizarlos de manera adecuada es necesario comprender el significado geométrico de los parámetros. Otro ejemplo se da en la parte de diseño de mecanismos del sistema CAD, donde para el componente de conducción, tienen que ser proporcionadas las funciones de movimiento: alguna posición, velocidad o aceleración. Entonces, a través de una de éstas, las demás también aparecían en la pantalla gráfica. Por lo tanto, no existía el concepto general de función y de derivadas, sólo los significados de aplicación. Sin embargo, saber sobre estos conceptos ayudó en la búsqueda y solución de problemas relativos a la ingeniería.

En sus conclusiones nos muestra que, aunque las herramientas computacionales influyen cada vez más en el trabajo del ingeniero, no es posible simplemente dejar de lado los conocimientos matemáticos. Ellos siguen siendo importantes en la interfaz de herramientas y es necesaria una comprensión de los conceptos para proporcionar las entradas correctas. Sus estudios muestran que aunque los estudiantes interpretan los resultados a través de las cualidades del fenómeno, el uso de modelos cuantitativos pudo haber hecho un mejor trabajo en algunos casos. También señala que al tener una respuesta matemática de los resultados, ayuda en la comprobación del problema en cuestión y a detectar las situaciones problemáticas, y a resolverlas.

1.1.2 Respecto a modelación matemática

Wedelin, D., Adawi, T., Jahan, T. & Andersson, S. (2015) en su investigación sobre habilidades de modelación y resolución de problemas se hacen la siguiente pregunta: ¿De qué manera los estudiantes de ingeniería se acercan a los problemas de modelación matemática y cómo pueden aprender a lidiar con este tipo de problemas? En el contexto de un curso de modelación matemática y resolución de problemas encontraron que los estudiantes tenían poca experiencia en modelos matemáticos y en resolución de problemas.

Wedelin *et al*. (2015) ponen en evidencia que la modelación matemática es un aspecto que está presente en el trabajo diario del ingeniero, el cual además de ser de lo más importante, resulta ser desafiante en el área de la práctica ingenieril, por lo que se necesita poner especial atención en cómo se les proporciona a los ingenieros en formación. Señalan que por lo general los problemas que surgen en ingeniería en el ámbito profesional casi siempre son complicados y complejos, por lo que es importante que los estudiantes aprendan a crear representaciones matemáticas de problemas del mundo real. Sin embargo, en la educación inicial donde los alumnos llevan dichas matemáticas, éstas se encuentran desvinculadas de los problemas reales que les pueden surgir en la práctica profesional y son completamente mecanizadas, dado que en el salón de clase los problemas de modelación que se presentan están bien estructurados y los ejemplos se parecen mucho unos de los otros, mientras que en la vida real no son así. Por lo que la formación de ingenieros, señalan, ha sido muy criticada en estos aspectos.

Para tratar de incidir un poco en la brecha que existe entre la educación y la práctica, Wedelin, primer autor de su trabajo en conjunto, ofrece un curso de modelación matemática y de resolución de problemas a estudiantes de segundo año de ingeniería de la Universidad Tecnológica de Chalmers (Suecia). El objetivo general del curso fue capacitar a los estudiantes para hacer frente a los problemas del mundo real relacionados con la ciencia y la tecnología con la ayuda de las matemáticas.

Wedelin *et al*. (2015) nos comentan que ha habido relativamente poca investigación que se centre en cómo los estudiantes de ingeniería se acercan a problemas mal estructurados (o problemas no rutinarios en general), o cómo mejoran sus capacidades para afrontar esos problemas. Los problemas de modelación matemática a menudo tienen una estructura que se aleja un poco del problema real, y en su investigación observan cómo los estudiantes aproximan problemas de modelación matemática en las primeras etapas del curso.

Ellos describen los tres desafíos principales que los estudiantes experimentaron: la comprensión del problema, la exploración de alternativas, y cómo abordar esos desafíos. Observaron que estas cuestiones tenían poco que ver con la modelación matemática como tal, pero que tenían gran relación con las habilidades y actitudes para resolver problemas.

Respecto a la modelación matemática, mencionan que muchos estudiantes tenían poca experiencia de los cursos anteriores, tenían una vaga noción del concepto de modelo y sólo veían las fórmulas que les daban. Wedelin *et al*. (2015) señalan que los cursos ordinarios de matemáticas son abstractos y no abordan las primeras nociones de cómo resolver problemas reales. Ellos ven la modelación como una extensión de las matemáticas a partir de "un problema formulado para ser resuelto" y como una herramienta útil para la solución de problemas del mundo real. Algunos estudiantes dicen que "la versatilidad de los modelos matemáticos es enorme", y que la modelación ha abierto los horizontes para ver cuáles son los problemas que son capaces de resolver y las relaciones que existen hacia algunas áreas de la ingeniería.

Los estudiantes aprendieron la resolución de problemas como ellos creen que un ingeniero debe hacerlo. Le dan valor a los conocimientos que obtienen, y adoptan una filosofía de "pensar más y preguntar menos" teniendo una mayor confianza en su intuición. Ellos hacen referencia a que lograron una mayor auto-confianza en la solución de problemas y el trabajo con las matemáticas en general, y vieron a la resolución de problemas como una "fuerza motriz y una manera de pensar".

Dentro de las conclusiones señalan que, utilizando un enfoque cualitativo de estudio de caso, se han dado cuenta de la capacidad de los estudiantes de ingeniería para hacer frente a los problemas de modelación matemática. Sus resultados muestran que los estudiantes tenían poca experiencia previa de los modelos matemáticos y en la resolución de problemas reales.

En los cursos con matemáticas tradicionales en ingeniería se suele pasar por alto un tratamiento explícito de la modelación matemática, por lo que es difícil para los estudiantes aplicar las matemáticas que conocen a los problemas del mundo real. De manera general, los problemas tradicionales del curso suelen diferir sustancialmente de los problemas en el área profesional de la ingeniería y los cursos tradicionales suelen animar a los estudiantes a seguir al maestro. Por el contrario, el conjunto de problemas, aunque pequeños pero bastante realistas, desarrollan la capacidad de los estudiantes para tratar los casos de rutina y los problemas mal estructurados, y el curso animó a los estudiantes a tomar el control de su propio pensamiento. Esto ayudó a que los estudiantes no se vieran a sí mismos como seguidores de los métodos existentes, tratando de satisfacer las expectativas de los demás (Wedelin *et al*., 2015).

Con base en los hallazgos de su investigación, y la respuesta constante de los estudiantes durante varios años, argumentan que un curso de modelación matemática y resolución de problemas, se debe considerar en la educación de todos los ingenieros. Por otra parte, sus hallazgos ofrecen una visión del desarrollo curricular en cómo poner en práctica el aprendizaje para crear un ambiente de aprendizaje seguro y de apoyo, con el fin de ayudar a los estudiantes a convertirse en solucionadores independientes de problemas del mundo real.

Por otro lado, Engelbrecht, Bergsten, y Kågesten, (2012) nos presentan un estudio comparativo entre una Universidad de Sudáfrica y otra de Suecia basado en los conocimientos procedimentales y conceptuales. Afirman que las demandas de las facultades de ingeniería a los departamentos de matemáticas para la enseñanza de habilidades de cálculo y habilidades analíticas y creativas han sido el abordarlos de forma tradicional. Presentaron un proyecto entre dos instituciones, una en Sudáfrica y otra en Suecia, donde se investigó si el énfasis en los cursos de matemáticas para estudiantes de ingeniería se beneficiaría al ser orientado hacia lo conceptual más que a la forma de enseñanza tradicional enfocada en conocimientos procedimentales.

Su objetivo era centrarse en cómo los estudiantes de segundo año de ingeniería respondían a la distinción conceptual-procedimental, comparando el rendimiento y la confianza entre los grupos suecos y sudafricanos al responder a los problemas matemáticos del tipo conceptual y procedimentales. También compararon las concepciones que tienen los estudiantes sobre el papel que juegan este tipo de problemas matemáticos dentro y fuera de las aulas de matemáticas.

Aunque las diferencias entre los dos países fueron pequeñas, los estudiantes suecos identificaron los ítems del tipo procedimental como los que comúnmente llevaban en sus cursos de matemáticas, mientras que los estudiantes sudafricanos encontraron ambos elementos comunes; aunque cabe señalar que este último grupo vio los ítems orientados conceptualmente como los que comúnmente abordan en sus estudios fuera de los cursos de matemáticas (especialidad).

Engelbrecht, *et al*., (2012) menciona que los estudiantes ven a las matemáticas como procedimentales, señalando que la conceptual es visto sin pertinencia. Evidenciando que el uso de las matemáticas en las materias de especialidad en las ingenierías puede diferir entre instituciones, lo que indica que el mismo tipo de educación puede manejar a la aplicación de las matemáticas de diferentes maneras en diferentes instituciones.

El estudio mostró el caso de que, tanto en África del Sur como en Suecia, la enseñanza de las matemáticas en el nivel superior pone énfasis en las habilidades procedimentales más que en la comprensión conceptual. A pesar de que los autores mencionan que en el plan de estudios nacional se han hecho reformulaciones sobre la importancia de razonamiento y resolución de problemas. Incluso aunque las pruebas nacionales promuevan el razonamiento y la resolución de problemas en sus ejemplos, los profesores siguen proponiendo ejercicios procedimentales y de carácter rutinario, como consecuencia, los estudiantes que comienzan sus estudios universitarios experimentan las matemáticas con un enfoque en las habilidades de cálculos y tienen menos formación en el pensamiento conceptual.

Así mismo Engelbrecht, *et al.*, (2012) pone como ejemplo un estudio realizado por Bergqvist, (2007), donde muestra cómo en Suecia, para tener éxito en los exámenes de los cursos de cálculo, sólo se requiere la memorización de reglas y ejemplos, por lo que los estudiantes dirigen sus esfuerzos al dominio de técnicas procedimentales más que en el de comprensión conceptual. Aunque tradicionalmente en las facultades de ingeniería se demanda una gran habilidad en cálculos matemáticos, existe la necesidad de formar a los estudiantes en el plano de lo conceptual, por las características creativas que deben tener los ingenieros en su profesión y si bien el plan de estudios comprende ambas cosas, rara vez muestran cómo diseñar la enseñanza para alcanzar dichos objetivos de aprendizaje.

Engelbrecht, *et al.* (2012), caracterizaron el conocimiento procedimental como constituido por dos componentes: uno que consiste en el paso a paso en los procedimientos para la solución de tareas matemáticas, y otro relacionado con las representaciones simbólicas utilizadas en tales procedimientos. Ellos ven al conocimiento no sólo de los conceptos y procedimientos, sino también de las relaciones entre estas dos dimensiones de las matemáticas como una clave para ser competente en dicha ciencia.

Según Engelbrecht, *et al.*, (2012) la enseñanza para el conocimiento procedimental supone presentar, para los estudiantes, las definiciones, notaciones y procedimientos ya hechos, sin primero proporcionar los significados más profundos de los conceptos involucrados. La enseñanza para la comprensión conceptual, sería, por el contrario, comenzar con problemas que requieran un razonamiento inicial de los estudiantes, para hacer conexiones con su conocimiento previo (Brown et al., 2002, citado en Engelbrecht, *et al.*, 2012). Hay una diferencia fundamental entre estos modos de enseñanza, que se refleja en la estructura de los libros de texto.

> Si en los cursos pre-requisito se dieran a los estudiantes no sólo reglas, fórmulas y técnicas de resolución de preguntas estándar, sino también los fundamentos teóricos, entonces ellos tendrían un mayor control sobre la validez de sus soluciones y estarían más interesados en la corrección de éstas (Sierpinska, 2007, citado en Engelbrecht, *et al.*, 2012 (p. 51).

Engelbrecht, *et al.* (2012), describen el conocimiento conceptual como la relación entre los objetos conceptuales y sus significados.

> Debe haber una estructura a través de una red de relaciones entre estos objetos y sus representaciones, ya que también está relacionado con el conocimiento previo que incluye interpretaciones extra-matemáticas y el uso de entidades conceptuales, un enfoque conceptual para la solución de tareas matemáticas debe incluir, entre otras cosas, traducciones entre lo verbal, visual (gráfica), numérica, y formal / algebraica expresiones matemáticas (representaciones); la vinculación de las relaciones; interpretaciones y aplicaciones de conceptos (por ejemplo por medio de diagramas) para situaciones matemáticas. Con un énfasis en la forma de operar de las representaciones matemáticas para llevar a cabo una solución a una tarea, un enfoque de procedimiento se caracteriza por cálculos (simbólicos y numéricos) que emplean reglas, algoritmos, fórmulas y símbolos. (p. 144)

El propósito de su investigación como se ha señalado anteriormente, forma parte de una investigación más amplia cuyo objetivo principal fue investigar las necesidades actuales de las matemáticas que utilizan los ingenieros.

Engelbrecht, *et al.* (2012) también citan los dos objetivos en la enseñanza de la ingeniería del componente matemático de Alpers (2010) que habíamos mencionado antes: en primer lugar, los estudiantes las necesitan para "entender, configurar y utilizar los conceptos matemáticos, modelos y procedimientos que se utilizan en los temas de aplicación, "y, en segundo lugar, "proporcionar a los estudiantes una base matemática sólida para su futura vida profesional"(p.2). Varios autores han señalado el papel clave de los modelos matemáticos en la enseñanza de la ingeniería, ya que son una herramienta importante para los ingenieros y central para la práctica de la ingeniería. En relación con el segundo objetivo, Alpers (2010) añade que la educación matemática de los ingenieros no debe limitarse a los modelos matemáticos, sino también a desarrollar una actitud de "*skeptical reverence*" sobre el papel de las matemáticas en el trabajo de un ingeniero.

Streveler, Litzinger, Miller, & Steif, (2008, citado en Engelbrecht, *et al.*, 2012), parecen argumentar en favor de un plan de estudios de matemáticas en la enseñanza de la ingeniería que integra los aspectos conceptuales y de procedimiento de la actividad matemática.

Ahora Valdés (2014) también aborda la problemática que existe dentro de la matemática educativa referente al aprendizaje y enseñanza de la matemática escolar en ingeniería. Con fines de mejorar su propia práctica aplicó un laboratorio de modelación a estudiantes de la Universidad Politécnica de Zacatecas de la carrera de Ingeniería en Mecatrónica que cursaban la materia de ecuaciones diferenciales ordinarias, bajo el marco de la Socioepistemología, con el fin de observarlo desde una perspectiva sociocultural.

Su interés en crear un laboratorio de modelación matemática para nivel superior y particularmente para el tema de ecuaciones diferenciales fue utilizar la modelación como objeto de estudio, en donde la implementación se diera durante largos periodos de tiempo. Y su objetivo fue: “observar cómo evoluciona el uso de la modelación y en específico de la modelación gráfica de fenómenos que involucran la variación, así como la reflexión de su práctica docente al implementar de una manera no tradicional, las ecuaciones diferenciales" (p. 14).

Lo que pretendió con el laboratorio de modelación fue retomar la importancia del modelado (sin descuidar los métodos analíticos) con la implementación de situaciones que los alumnos estuvieran físicamente caracterizando, manipulando y analizando, de tal manera que se dieran cuenta de cómo transitan por el proceso de la modelación.

Al término de su investigación, pudo concluir que el laboratorio cumplió con los objetivos propuestos de la práctica profesional. Es decir, percibió que efectivamente existe una evolución a la hora de experimentar las actividades, lo que indica de cierta manera que esa forma de presentar las clases de ecuaciones, hace que haya un mejor entendimiento de éstas y hace que no sólo se vean como un proceso algorítmico y rutinario, sino que se le dé un sentido a cada elemento que las componen.

1.1.3 Respecto al cambio curricular

Camarena (2010) en sus aportaciones a la atención de la problemática del aprendizaje y la enseñanza de la matemática en el nivel superior, específicamente en el área de la ingeniería, donde la matemática no es una meta por sí misma, es decir, en donde no se van a forma matemáticos, desarrolló investigaciones científicas en el área educativa que dieron origen a la construcción de la teoría educativa denominada: "Matemática en el Contexto de las Ciencias".

Los resultados más relevantes fueron: la metodología curricular *Dipcing* para el diseño de programas de estudio de matemáticas en carreras de ingeniería. El proceso metodológico didáctico para la construcción de una matemática para la vida del ingeniero, que involucra la estrategia didáctica de la Matemática en Contexto, los cursos extracurriculares que desarrollan habilidades del pensamiento y un taller integral que permite que el estudiante resuelva problemas reales de la industria.

La Matemática en Contexto de las Ciencias es una teoría que nace desde 1982, la cual reflexiona acerca de la vinculación que debe existir entre la matemática y las ciencias que la requieren, entre la matemática y las competencias laborales y profesionales, así como la vinculación con actividades de la vida cotidiana, porque se busca una matemática para la vida. La teoría se fundamenta en los siguientes supuestos:

- La matemática es una herramienta de apoyo y disciplina formativa.
- La matemática tiene una función específica en el nivel universitario.
- Los conocimientos nacen integrados.

El supuesto filosófico educativo de esta teoría es que el estudiante esté capacitado para hacer la transferencia del conocimiento de la matemática a las áreas que la requieren y con ello las competencias profesionales y laborales se vean favorecidas, además se quiere una matemática para la vida.

La teoría contempla a la formación integral del estudiante como un sistema que involucra cinco fases:

- La Curricular, desarrollada desde 1984.
- La Didáctica, iniciada desde 1987.
- La epistemológica, abordada en 1988.
- La de docencia, definida en 1990.
- La cognitiva, estudiada desde 1992

Es claro que en el salón de clases están presentes los contenidos de cada una de las cinco fases y éstas interactúan entre sí en un ambiente social, económico y político; es decir, los cinco elementos no están aislados unos de los otros y tampoco son ajenos a las condiciones sociológicas de los actores del proceso educativo, para una exposición con formalidad de la teoría se hace necesario fragmentarla en las cinco fases.

- La fase curricular
- Fase docente
- Fase epistemológica
- Fase didáctica
- Fase cognitiva

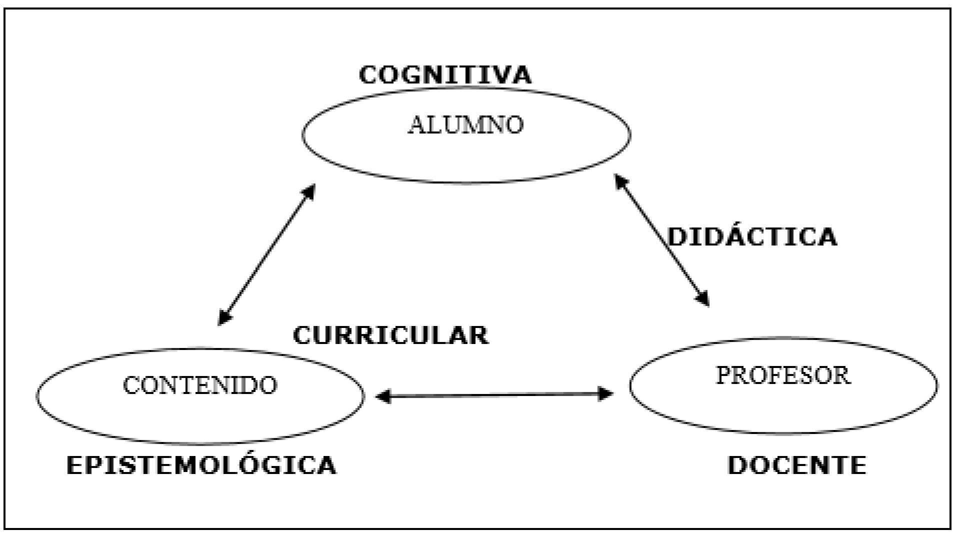


Figura 1. Una terna dorada en educación (Camarena, 2010).

Aunque no precisamente es sobre currículo, pero bajo la misma perspectiva de la teoría denominada Matemática en el contexto de las ciencias, Zúñiga (2007) hace un estudio cognitivo en relación al aprendizaje de los conceptos de función de dos variables y de derivada parcial, bajo el contexto de la ingeniería. “Se sostiene que en escenarios didácticos contextualizados se propicia un aprendizaje con significado para el estudiante con sentido en el ámbito de su futura área profesional” (p. 145). Y en cuanto al área profesional de la ingeniería nos recalca que la enseñanza del cálculo se basa principalmente en desarrollar habilidades algebraicas, desatendiendo la parte intelectual que se basa en comprender ideas, nociones y conceptos.

Lo anterior nos hace referencia al problema que existe en el proceso de enseñanza-aprendizaje en disciplinas cliente, donde la matemática es tratada siempre fuera del contexto de quien la usa, al respecto Zúñiga (2007, p. 147) señala:

> Así, cuando se pretende mostrar a los estudiantes la utilidad de los contenidos que se estudian, a lo más que se llega en un curso común de cálculo es a resolver los llamados problemas de aplicación que se proponen en los textos que casi nunca corresponden a la realidad.

Por ejemplo, si analizamos los cursos de cálculo para ingeniería se puede leer, que su objetivo consiste en "proporcionar al alumno los conocimientos fundamentales del cálculo que serán utilizados en la interpretación, planteamiento y resolución de problemas específicos de su carrera" (Zúñiga, 2007, p. 147), sin embargo, si ponemos atención los libros y los programas no nos dice cómo tratarlos, de hecho, Zúñiga (2007) nos señala que los profesores afirman que aunque tengan una noción de algunas aplicaciones al área donde laboran, no conocen problemas específicos de las carreras profesionales por lo tanto se limitan a enseñar los problemas de aplicación que vienen en los libros.

En este sentido, Zúñiga (2007), a través de entrevistas que hizo a profesores que imparten cursos de especialidad en ingeniería, donde se supone que los estudiantes emplean sus conocimientos de cálculo, encontró que ellos afirman que:

> […]realmente necesitan muy poco de estos conceptos, debido a que no se involucran con las deducciones de métodos o fórmulas, sólo las usan. Y como el tipo de problemas no van más allá de los rutinarios –ejercicios típicos que se presentan en los libros de texto de uso común -, no se necesita más (p. 147).

Por lo que esto repercute en el ánimo de los alumnos de querer aprender más y de hacer frente a nuevos conocimientos, "Saber matemáticas significa, para los alumnos, tener alguna habilidad en la resolución de ecuaciones, desarrollar procedimientos, aplicar fórmulas y métodos." (Zúñiga, 2007, p. 148).

La investigación de Zúñiga (2007) se realizó en el ámbito de la carrera de Ingeniería Industrial y de Sistemas en el Instituto Tecnológico y de Estudios Superiores de Monterrey (ITESM), Campus San Luis Potosí, México. El estudio se hizo con un grupo de 12 estudiantes, entre 19 y 21 años de edad, que habían cursado y acreditado dos cursos de cálculo, uno de diferencial y otro de integral, ambos en uno.

El escenario didáctico que utilizó fue el problema que sufre la ciudad de San Luis Potosí en cuanto a contaminación ambiental, que cabe perfectamente en el contexto de la ingeniería industrial. "Esto implica que la noción de contexto se conforma por dos elementos: el ámbito institucional (planes y programas analíticos de estudio) y el ámbito extraescolar (situaciones o problemas vinculados al quehacer de un ingeniero)" (Zúñiga, 2007, p. 159).

Sus resultados nos muestran que, en el escenario que se utilizó en ingeniería industrial, el funcionamiento cognitivo de los estudiantes propició la comprensión de los contenidos de cálculo en el ámbito de su área de especialidad, tal comprensión se logró tanto por las características de la situación problemática como por la actitud positiva de los estudiantes al tratarla (Zúñiga, 2007).

1.1.4 Respecto al uso de las gráficas tenemos las siguientes investigaciones

Lara (2007) con la aproximación socioepistemológica hace una categorización del uso de las gráficas en la ingeniería que centra la epistemología en las prácticas sociales, con la finalidad de identificar, en la institución, la funcionalidad de dichos usos.

El resultado de su investigación es orientado a dos aspectos de la problemática:

> a) la matemática impartida en las escuelas de ingeniería no considera la necesidad específica de la carrera, debido a que el discurso matemático escolar está diseñado de forma tal que el Cálculo Integral y Diferencial es un conocimiento ajeno a Mecánica de fluidos, lo cual impide que la enseñanza del Cálculo sea funcional, y
>
> b) las categorías de uso de gráfica identificadas en los libros de Mecánica de Fluidos son indicadores para formular un marco de referencia que ayude a resignificar, a lo largo de la vivencia escolar, en la carrera de ingeniería, las gráficas que presumiblemente son abordadas en el Cálculo Diferencial e Integral (p.ii).

En su objetivo plantea un marco de referencia distinto al dominio matemático que dé evidencia de los usos del conocimiento ante una situación específica. Se enfoca al área de la ingeniería porque según Romo (2003), los programas escolares de matemáticas no consideran las necesidades específicas de cada una de las ingenierías, por lo que la matemática no funge como una herramienta que les permita modelar problemas propios de su área.

Al tratar a la graficación como una práctica social se amplía la problemática ya que necesariamente incorpora elementos como lo institucional en la constitución de un saber.

Su hipótesis de investigación formula que la graficación puede llevar a cabo múltiples realizaciones y hacer ajustes en su estructura para producir un patrón o generalización deseable, es un medio que soporta el desarrollo del razonamiento y de la argumentación (Cordero, 2006b y Suárez, 2007), y que el conocimiento enseñado en cálculo se resignifica en Mecánica de Fluidos, para ello deben desarrollarse los usos de las gráficas los cuales debaten entre su funcionamiento y forma. La aproximación socioepistemológica problematiza que las prácticas sociales han sido y son las que van generando conocimiento matemático, lo que conlleva tomar la creencia que el ser humano construye conocimiento a la par de su experiencia con el mundo que lo rodea (Cen, 2006, Cordero, 2005; Roth & McGuinn 1997, 1998), es decir el conocimiento no preexiste al ser humano. De esa manera es que la práctica social como unidad de análisis no enfoca su estudio a los participantes sino a los usos (y costumbres) de los participantes, porque lo que nos importa de los participantes son sus formas de constituir conocimiento (Flores, 2005). Es así que su investigación está enfocada a ubicar los distintos usos de las gráficas en Mecánica de Fluidos, apoyándose del trabajo desarrollado por Roth y McGuinn (1997) y la aproximación socioepistemológica.

La aportación de Lara (2007) consiste en:

> mostrar que las resignificaciones forman parte de la vida escolar, y que el discurso matemático escolar debe ser reorganizado. Ya que uno de los objetivos de la Matemática Educativa, es incidir en la escuela para intervenir en los programas curriculares, con la finalidad de elaborar propuestas de enseñanza que traten sobre el qué enseñar y no sólo el cómo enseñar (p.28).

La investigación de Lara (2007) trata acerca del uso de las gráficas en los libros de texto de la Mecánica de Fluidos con la intención de ir conformando un marco de referencia que ayude a articular el dominio matemático con otros dominios disciplinares.

Los usos que encontraron, basándose en el trabajo realizado por Roth y McGuinn (1997), les permitió ver que la graficación evoluciona a lo largo de la vida escolar en el nivel superior. Pudieron ver un panorama de resignificaciones que se dan en Ingeniería, entre ellas, vieron cómo el uso de análisis de curva empleado en Cálculo para describir el comportamiento puntual de una curva, donde el funcionamiento es identificar los intervalos en donde la función es creciente, decreciente, sus concavidades, si presenta máximos o mínimos a través de formas como los criterios de la primera y segunda derivada. Esto se puede ver resignificado en la Mecánica de Fluidos cuando se analiza el comportamiento de un fluido, el uso empleado es como un objeto retórico ya que habla del comportamiento de una partícula en un instante *t*, se puede dar una descripción de cualquier propiedad del fluido (como densidad, presión, velocidad y aceleración) en función de la ubicación del fluido.

Concluye que la graficación juega un papel importante en el aprendizaje matemático ya que posibilita el desarrollo del razonamiento y la argumentación en el dominio de la Ingeniería.

Abordando la misma problemática de la enseñanza de la matemática para la ingeniería, Mendoza y Cordero (2014) hacen una caracterización a la graficación como un modelo de las resignificaciones de los comportamientos tendenciales, generadas por una argumentación de estabilidad en una situación específica de acumulación. Todo esto en el contexto de una comunidad de conocimiento matemático de ingenieros en formación. Ellos nos mencionan que la enseñanza de la matemática para la ingeniería es la problemática que se aborda en esta investigación, donde prevalece el dominio de la matemática por encima del conocimiento de la ingeniería. Afirmando que este hecho obliga a desconocer la existencia de una dualidad de la matemática escolar y el carácter de herramienta con el que la matemática se asume dentro de la ingeniería. Por ello, en la enseñanza de la matemática se formulan marcos de referencia que generalmente ignoran el uso del conocimiento matemático en el dominio de la ingeniería y más bien asumen un carácter autoritario sobre el conocimiento que debe ser enseñado.

La especialidad, ingeniería civil, de alguna manera estará reflejada en los ejes: institucional e identidad. Así la permanencia de los usos de las gráficas dependerá del proyecto de la comunidad.

Su interés está en caracterizar el uso de la gráfica en la resignificación de comportamientos tendenciales, donde la alternancia entre el funcionamiento y la forma de lo analítico y lo gráfico norma este uso.

La puesta en escena de la actividad, brindó algunas formas de cómo el ingeniero en formación aborda la situación, al pronunciar nuevos retos dentro de la misma y al construir, con base en los usos de la gráfica, modelos de comportamientos tendenciales desde lo gráfico y lo analítico.

Los procedimientos y herramientas que dieron forma a estos modelos gráficos y analíticos fueron:

- Variación de parámetros.
- Simulaciones en la calculadora hasta obtener un patrón deseado.
- Realizaciones de ajustes tanto analíticos como gráficos.
- Comparaciones entre los comportamientos de las variables y sus variaciones.

En cuanto a los funcionamientos y formas del uso de las gráficas se evidenciaron los siguientes:

- La distribución discreta de puntos como herramienta para dibujar una curva con tendencia, al analizar las condiciones de la situación y mantener el argumento de estabilidad.
- El análisis de la curva en tanto a su concavidad para decidir la curva que modelaba el comportamiento tendencial. Este análisis se hizo desde la misma situación al sostener el momento de equilibrio que se debía alcanzar.

Se caracterizó lo propio de la comunidad de conocimiento matemático a la cual pertenecen los ingenieros en formación. En ese sentido, reconocieron una intimidad en la construcción de conocimiento, de ésta comunidad, en tanto que reconoce el argumento de estabilidad en el análisis de los patrones de tendencia con la variación, en la situación específica.

Briceño (2013) no considera a la graficación como parte de la construcción del concepto de función, sino más bien la considera como un instrumento de argumentación mediante recursos tecnológicos escolares que lleva a la resignificación del objeto matemático mediante la integración de la tecnología por medio de la "modelación-graficación".

En la época en la que vivimos actualmente bombardeados de mucha tecnología y con las nuevas generaciones que van creciendo literalmente a la par y de lado de la tecnología, Briceño (2013) hace referencia a la necesidad que se tiene en las instituciones educativas por incorporar la tecnología en las aulas, obligando a los docentes a cambiarse completamente a la enseñanza aprendizaje mediado con recursos tecnológicos no tomando en cuenta todas las implicaciones que conlleva el no pertenecer a esta era tecnológica, y que los profesores lo hacen sin siquiera "entenderla, manejarla y emplearla en la educación matemática".

Uno de los puntos que a mí me interesan es que, para abordar su investigación, Briceño (2013) al integrar la tecnología, su punto fuerte no es utilizar la graficación con tecnología para que los estudiantes transiten del lenguaje algebraico al geométrico ni viceversa, sino que la utiliza para generar conocimiento sobre el objeto matemático. Y por tanto para abordarla desde esta perspectiva lo hace a través de la aproximación socioepistemológica, ya que "el conocimiento sobre el objeto matemático no se explica sobre el objeto mismo sino a través de argumentaciones que está relacionado con el objeto matemático en una situación específica" (p. 37).

Briceño (2013) aborda el marco teórico metodológico a través de tres dimensiones:

> La primera dimensión *D1* consiste en identificar un fenómeno a la luz de cómo concebimos la construcción del conocimiento matemático, que en nuestro caso consiste en la ausencia de marcos de referencia para estudiar la integración tecnológica por medio del uso del conocimiento matemático. (p. 42).
>
> *La segunda D2* Es necesario construir esa epistemología del uso del conocimiento que nos pueda rendir cuenta de los efectos que puede tener en la argumentación de objetos matemáticos con la tecnología escolar (p. 43).
>
> Y la tercera *D3* que es la revisión.

Propone que el estudiante construya argumentos sobre el objeto matemático, es decir, considera que el uso de la gráfica es un nuevo elemento donde el estudiante construye argumentos con la tecnología escolar, adquiriendo esta última un rol en el aprendizaje de las matemáticas.

De las actividades propuestas en su investigación está la denominada "tirolesa" en la cual pretende que los estudiantes usen la gráfica para construir argumentos de la función cuadrática. Así, la actividad de la tirolesa: "Forma parte de una situación de transformación al variar sus parámetros, donde el estudiante observa cambios y patrones de movimiento que se relaciona con formas gráficas que dan significado a los parámetros de la función *f(x)*=$Ax^2 + D, \forall x > 0$" (Briceño, 2013, p. 59).

En cuanto a sus conclusiones, le atribuye ciertas ventajas de ver la investigación a través de la teoría socioepistemológica, en cuanto a ver como se organizan los grupos humanos y las prácticas que ahí se generaron, además de las prácticas de modelación donde el estudiante usó la gráfica para construir conocimiento matemático. "
En cuanto a la situación de movimiento de la tirolesa Briceño (2013) comenta que ha sido muy rico en el sentido del uso de la gráfica en situación de modelación, ya que intencionalmente fue creado para "dialogar, interactuar, debatir y reflexionar con la tecnología escolar, la modelación y la graficación para que la gráfica se construya en instrumento" (p. 117).

Si bien la investigación de Kent & Noss (2002) no es bajo la perspectiva socioepistemológica ni en el uso de las gráficas. En su trabajo sobre "Los componentes matemáticos en la experiencia en ingeniería: la relación entre hacer y entender matemáticas", nos muestran un panorama de la preocupación que existe en el Reino Unido por la educación matemática en diferentes áreas, y este en particular sobre ingenieros civiles y estructurales.

Es interesante notar como visualizan a las matemáticas, en el sentido de que no solo se trata de cantidades o cálculos numéricos, sino que ya involucran la práctica social que las contiene, y ven a los objetos matemáticos en base a sus propiedades y no por sus representaciones.

El hecho de hacer su investigación hacia los ingenieros fue porque querían examinar una práctica profesional rica en matemáticas, donde ésta se utilizara en una amplia gama de forma explícita.

Durante su investigación ellos esperaban escuchar de los ingenieros la riqueza de las matemáticas, pero para su sorpresa, en sus primeras entrevistas escucharon comentarios como: "Una vez que hayas terminado la universidad, ya no vuelves a utilizar las matemáticas que aprendiste ahí". La disciplina de la ingeniería en el Reino Unido se ha establecido de manera en que se puede evitar hacer las matemáticas complicadas en un 95% del tiempo.

Respecto a los ingenieros civiles y estructurales Kent & Noss (2002) ponen de manifiesto que incluso la más simple unión entre una columna y una viga en un edificio es tan compleja que se podría pasar hasta seis meses analizarla, cosa que en un edificio ese tiempo es mucho, puesto que el trabajo tiene que hacerse en un día, y no hay nada malo en ello "parte de la técnica del diseño estructural es aprender como aproximar" (p. 2).

Lo anterior lo menciono porque en el contexto de la educación matemática en ingeniería se habla mucho sobre el uso que se les da a las matemáticas y en este enfoque de Kent & Noss (2002) el estudiante en ingeniería se dice que aprende las técnicas matemáticas con el fin de aplicarlas a los problemas en su práctica profesional.

Una característica que tienen los problemas en ingeniería es que pasan por el ciclo de diseño y revisión una y otra vez, mientras un ingeniero hace un diseño, solo hace cálculos rápidos, mientras que el que hace el análisis puede sugerir cambios en el diseño de la estructura. Generalmente los ingenieros jóvenes son los que se encargan del análisis (generalmente con la ayuda de software), mientras que los que tienen más experiencia se encargan del diseño. Estos podrían ser los ingenieros que más necesitan hacer uso de los cálculos matemáticos.

Siguiendo con el trabajo de Kent & Noss (2002), los ingenieros al inicio de su carrera son capaces de hacerse cargo de todo lo que conlleva un proyecto, empiezan por las cosas sencillas y luego se introducen poco a poco en los aspectos estructurales y eventualmente van dejando las matemáticas que utilizaban al principio y las van cambiando por la experiencia que van teniendo respecto al conocimiento adquirido anteriormente en términos de práctica.

Lo que sí hay que tener claro es que aunque los ingenieros utilicen software en la mayoría del trabajo, tienen que entender muy bien los procedimientos que están inscritos en el software, porque después eso se convierte en una caja negra donde es muy difícil recuperar la información, y muchas veces el software no escoge la mejor opción, así que el trabajo del ingeniero es ver la variedad de resultados, averiguar dónde las cosas no están funcionando de la mejor manera y para eso se necesita tener el conocimiento para ver cuál es la respuesta esperada y así ver más fácilmente donde están los errores.

El papel del software en la práctica de la ingeniería ha tomado mucha importancia ya que hace que las matemáticas sean más fáciles de usar y esto cambia la cultura de aprendizaje, por ejemplo, en las estructuras (Kent & Noss, 2002).

El ingeniero puede usar las matemáticas para llevar a una forma muy compacta las formas y magnitudes de las deformaciones en los elementos estructurales cuando se les aplica una carga. La comprensión se encuentra en el sentido de que un ingeniero estructural tiende a pensar en las curvas planas "estándar" en términos estructurales.

Aunque pueden conocer de forma simultánea una gran cantidad de matemáticas los significados "activos" son estructurales. No hay necesidad de aislar un significado matemático "puro", pero sigue siendo importante saber de dónde proceden los resultados analíticos, conocer el otro lado de las matemáticas. Curiosamente, los ingenieros solían hablar de geometría estructural en relación a aspectos cualitativos de las estructuras. La comprensión cualitativa se basa en un conjunto de reglas que se basan claramente en las matemáticas de cómo las fuerzas y los elementos interactúan entre sí. Se tienen que dibujar los diagramas estructurales para buscar pistas, y algunas de estas pistas vienen de las matemáticas que se hicieron en esos diagramas, no puedes obtener los diagramas sin haber hecho cálculos antes (Kent & Noss, 2002).

De acuerdo a que cada vez más los diseños están más estandarizados por la mejora del proceso de producción, los métodos están codificados y el trabajo analítico se hace con tecnología, sin embargo, los ingenieros todavía hacen cálculos y comprueban los resultados de sus análisis, y por supuesto eso implica matemáticas, pero a un nivel muy básico.

El reto de las disciplinas que hacen uso de las matemáticas no es simplemente sobre que los estudiantes hagan más o menos matemáticas, sino cuestionarse sobre las fases entre la ingeniería y el conocimiento matemático como experiencia diferente para la práctica y para la formación de ingenieros (Kent & Noss, 2002).

1.2 Reflexión

Se muestra un panorama de los estudios realizados en ingeniería desde el campo de la Matemática Educativa, evidencian, a través, unos de sus datos, antecedentes o conclusiones la necesidad de mejorar la enseñanza-aprendizaje de las matemáticas en las aulas de ingeniería. Camarena (2010) señala, al momento de iniciar su proceso de reforma de un plan de estudios, las ligas entre las materias de matemáticas y los temas relacionados de las ingenierías y usa este análisis para diseñar las demás estrategias para el desarrollo de la enseñanza aprendizaje, tanto de la matemática como de la ingeniería.

En el caso de Lara (2007), ella define como parte de la problemática de la enseñanza de las matemáticas en ingeniería, la falta de atención en las necesidades específicas de la carrera, instituyéndose de este modo una matemática no funcional.

Valdés (2014) señala como parte de la motivación de su reporte de desarrollo profesional la necesidad de dotar de significado a las ecuaciones diferenciales en una ingeniería específica.

En Mendoza y Cordero (2014) señalan la existencia de un Discurso Matemático Escolar que ignora el uso del conocimiento matemático particular que se le da en ingeniería.

Estas investigaciones señalan que cuando se enseña matemáticas en las ingenierías se ignoran las necesidades o particularidades de la misma, se olvida también el sentido un tanto utilitario que tienen las matemáticas.

De estos estudios también se puede ver, si bien no es el centro de su atención, que la matemática se usa no sólo en los cursos de matemáticas con las condiciones que señalan, sino que en algún momento éstas se usan/aparecen/recuperan en los cursos de especialidad en las ingenierías (Lara; (2007), Camarena; (2010), Alpers; (2010), Cantoral y Farfán, (2003).

1.3 Problemática

Existen varias investigaciones donde dan a conocer la problemática que existe en las carreras de ingeniería, donde las matemáticas que se dan en el tronco común carecen de significación para las materias de especialidad. Cantoral y Farfán (2003) nos dicen que una característica del conocimiento matemático en el Nivel de Educación Superior consiste en que no necesariamente es propia del domino matemático, sino que existen otros dominios científicos y otras prácticas de referencia donde se resignifica.

Existen muchos factores que intervienen en la problemática de la enseñanza y aprendizaje de la ingeniería, en particular se detectan graves problemas en las ciencias básicas que apoyan a una carrera determinada de ingeniería, el caso crítico se localiza en las asignaturas de matemáticas. Uno de los factores que inciden en la problemática de la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas en escuelas de ingeniería, tiene que ver con la formalidad de las matemáticas en los cursos donde se imparten; es decir, fuera del contexto de la propia ingeniería. Lo cual posteriormente repercute en la deficiente habilidad para modelar problemas de la ingeniería durante la vida profesional del egresado (Camarena, 2010).

Al respecto de la problemática Mendoza y Cordero (2014), señalan que:

> La enseñanza de la matemática para la ingeniería es la problemática que se aborda en varias investigaciones, donde prevalece el dominio de la matemática por encima del conocimiento de la ingeniería. Este hecho obliga a desconocer la existencia de una dualidad de la matemática escolar y el carácter de herramienta con el que la matemática es asumida dentro de la ingeniería. Por ello, en la enseñanza de la matemática se formulan marcos de referencia que ignoran el uso del conocimiento matemático en el dominio de la ingeniería y más bien asumen un carácter autoritario sobre el conocimiento que debe ser enseñado (p. 1557).

Camarena (2010) señala que:

> La llamada globalización incide en las competencias laborales y profesionales de los egresados, la cual exige de ingenieros con una preparación sólida e integral para que puedan enfrentar todos los cambios científicos que se viven en las diferentes áreas del conocimiento, así como cualquier problema que surja en su actividad profesional diaria y estar al nivel profesional de cualquier país. Para la formación sólida e integral del egresado no es suficiente que posea conocimientos de física, matemáticas, biología, así como de las áreas de su carrera de estudio, sino que pueda resolver problemas reales que requieren de la integración de todos estos conocimientos, es decir, se requiere un buen nivel de habilidades para la transferencia del conocimiento. Una de las preguntas de investigación que se formulan es cómo desarrollar las habilidades de transferencia del conocimiento para que las competencias laborales y profesionales se vean favorecidas, cuando todos los objetivos de las carreras universitarias expresan que se dará una formación integral al estudiante y las asignaturas de las ciencias básicas, que son el fundamento de las ingenierías, están aisladas de las demás materias.

Con esto no queremos decir que la formación de ingenieros tenga que cambiar drásticamente a la eliminación de los cursos de matemáticas del currículo, sino que debemos darle el enfoque de acuerdo a la ingeniería a la que le va a dar servicio, sin restarle importancia a la matemática como tal. Como comenta Alpers (2010) los estudiantes de ingeniería necesitan las matemáticas para entender, plantear y hacer uso de conceptos matemáticos, modelos y procedimientos que se utilizan en problemas de aplicación. Pero también necesitan una base sólida en matemáticas para su vida profesional. Por eso la importancia que tiene la resignificación del conocimiento matemático.

Asimismo, trabajos como los de Lara (2007), Briceño (2013), Cordero y Mendoza (2014), todos en el marco de la Socioepistemología, se puede mirar una tendencia hacia la creación de marcos de referencia que permitan resignificar la matemática en la ingeniería, en particular se puede mirar un interés sobre el uso de la gráfica en dichas carreras, dichas investigaciones asumen de este modo uno de los pilares de la teoría, la afirmación hecha en Cantoral y Farfán (2003), de que fuera de las carreras de matemáticas, ésta se encuentra al servicio de otras disciplinas.

A modo de resumen, la literatura en general afirma que hay una desconexión entre lo procedimental y conceptual, así como de la matemática con su aplicación en la ingeniería, y que desde una perspectiva de los usos, los estudios socioepistemológicos han puesto la mirada en la gráfica.

1.4 Problema

Existe una falta de conexión entre el uso de la graficación de las funciones lineal y cuadrática en las materias de tronco común, y del uso que se les da en las materias de especialidad.

Si bien la problemática justifica la inclusión de la gráfica, la elección de la lineal y cuadrática tiene un origen más o menos práctico.

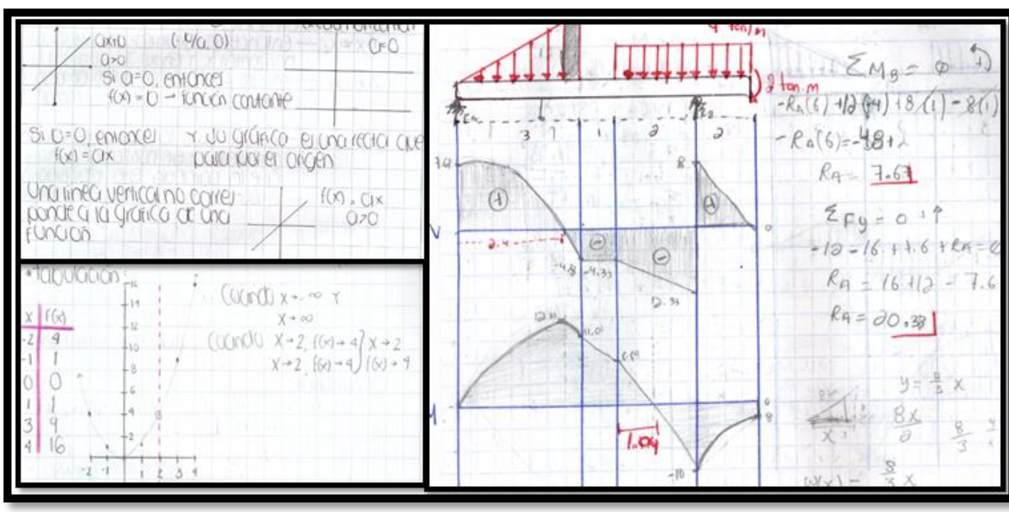


Figura 2. Comparación entre las funciones lineales y cuadráticas en Matemáticas I y estructuras Isostáticas.

La imagen 1, es tomada de apuntes de clase de un estudiante de la Carrera de ingeniero civil de la Universidad Autónoma de Zacatecas, a la izquierda se presenta el modo en que las gráficas de la función cuadrática y lineal son introducidas en la materia de Matemáticas I y a la derecha, se encuentra un esquema que se construyó para la materia de Estructuras Isostáticas, en la que aparecen nuevamente las gráficas de las funciones referidas, el contexto es la construcción de vigas.

Se intuyen diferencias, lo que justifica la siguiente pregunta.

1.5 Pregunta de investigación

¿Qué características tienen los usos dados a la graficación de ecuaciones lineales y cuadráticas tanto en las materias de tronco de común como las de especialidad en la carrera de ingeniería civil de la Universidad Autónoma de Zacatecas?

1.6 Objetivo general

Caracterizar los usos dados a la graficación de funciones lineales y cuadráticas en las materias de tronco común y de especialidad en la carrera de ingeniería civil de la Universidad Autónoma de Zacatecas.

1.7 Objetivos particulares

Caracterizar los usos dados a la graficación de funciones lineales y cuadráticas en las materias de tronco común en la carrera de ingeniería civil de la Universidad Autónoma de Zacatecas.

Caracterizar los usos dados a la graficación de funciones lineales y cuadráticas en las materias de especialidad en la carrera de ingeniería civil de la Universidad Autónoma de Zacatecas.

1.8 Hipótesis

Los usos dados a la graficación de funciones lineales y cuadráticas en las materias de tronco común y de especialidad en la carrera de ingeniería civil de la Universidad Autónoma de Zacatecas son de naturaleza distinta.

1.9 Justificación

Es importante recalcar que, aunque ya hay varias investigaciones que tratan a la graficación como objeto de estudio desde la perspectiva de representación, modelación con el uso de tecnología, como estudio de un caso de acumulación o para ir construyendo el concepto de función. Nosotros por el contrario lo tomaremos desde una perspectiva que nos muestre la toma de decisión de los ingenieros. Roth (2003) reconoce que los especialistas interpretan las gráficas que crean a partir de sus propiedades de aplicación y no por sus propiedades matemáticas. Por lo que nuestro interés va en dirección a identificar y caracterizar los usos que les dan los ingenieros civiles en formación, a las gráficas que utilizan en el análisis de vigas isostáticas, al porqué de su uso, cómo es su interpretación y su funcionalidad, todo esto con el fin de aportar argumentos que puedan ser tomados para futuras investigaciones que quieran incidir en un cambio curricular en las escuelas de Ingeniería. Y dado que como comenta Cantoral (2013) uno de los principales objetivos de la Socioepistemología es el rediseño del discurso matemático escolar, creemos pertinente abordar esta investigación bajo esta perspectiva teórica.

CAPÍTULO II. MARCO TEÓRICO

2.1 La teoría Socioepistemológica

Las carreras de ingeniería se consideran una aplicación de las ciencias básicas, y hablando de matemáticas, éstas tienen un papel importante en la formación de ingenieros, por lo que se considera que un ingeniero primero tiene que conocer matemáticas para después aplicarlas en sus asignaturas de especialidad. "Por eso en los programas de formación de ingenieros, dedican sus primeros semestres en enseñar un currículo de conocimientos para luego ser aplicados a las asignaturas agrupadas como *ciencias de la ingeniería*" (Mendoza, 2013, p. iv).

Los ingenieros, bajo su fase en formación necesitan a las matemáticas para entender, configurar y utilizar los conceptos matemáticos, así también los procedimientos que se utilizan en los problemas de aplicación en la ingeniería, pero por otro lado los estudiantes necesitan una sólida base en matemáticas para su futura vida profesional. Estos objetivos parecen ser los mismos en todas las ingenierías, el problema ahora radica en cómo lograr una conexión entre estos dos objetivos (Alpers, 2010).

Así, nos damos cuenta que en el nivel superior la enseñanza de las matemáticas se ha tomado como problemática para realizar variedad de investigaciones, donde se les asume como disciplina principal de enseñanza, olvidando que en la educación superior y tal vez en mayor medida, la matemática escolar está al servicio de otros dominios y de otras prácticas de referencia en donde la matemática adquiere sentido y significación (Cantoral y Farfán, 2003).

Y ya que el objetivo de esta investigación es abordar a la matemática respecto a su uso y no como objeto, se tomará como marco teórico la aproximación Socioepistemológica. La Socioepistemología, se ocupa específicamente del problema que plantea la construcción social del conocimiento y su difusión institucional siendo el rediseño del discurso Matemático Escolar uno de sus objetivos principales (Cantoral, 2013). El hecho de poner mayor atención en la construcción social del conocimiento podría significar para algunos, perder en cierto sentido el ámbito escolar al incorporar a la matemática otras prácticas de referencia como la ingeniería. Por eso la Socioepistemología no se centra en los conceptos y sus diferentes estructuraciones de forma aislada, sino que trata de caracterizar cómo las prácticas justifican la necesidad de tales conceptos. O sea, pasar "de los conceptos a las prácticas". (Cantoral y Farfán, 2003, p. 9)

2.1.2 Dimensiones del saber

Dado que la aproximación Socioepistemológica es de naturaleza sistémica, es decir, que se ve de manera conjunta la interacción que tienen entre sí "la epistemología del conocimiento, su dimensión sociocultural, los procesos cognitivos asociados y los mecanismos de institucionalización vía la enseñanza" (Cantoral y Farfán, 2004, p. 139), permite que la construcción del conocimiento como la enseñanza del mismo sea visto bajo una perspectiva múltiple. Por lo tanto, se fundamenta en cuatro dimensiones para explicar la construcción social del conocimiento que son: la "epistemológica, didáctica, cognitiva del saber y social y cultural del saber" (Cantoral, 2013):

1. Dimensión didáctica: Es relativa a su naturaleza como objeto institucional dirigido en los procesos de enseñanza a los aprendices, tanto en el ámbito escolar como no escolar.
2. Dimensión Epistemológica: Se ocupa del análisis profundo de las circunstancias que hicieron posible la construcción del conocimiento, su razón de ser, pero sobre todo, que lo hicieron público.
3. Dimensión cognitiva del saber: Analiza las formas de apropiación y significación progresivas que experimentan quienes se encuentran en situación de la construcción del conocimiento.
4. Dimensión social y cultura del saber: Se ocupa de los usos del saber en situaciones específicas.

Por lo tanto, por la naturaleza de nuestro estudio nos enfocaremos en la relación que existe entre dos de estas dimensiones, la dimensión didáctica y la dimensión social y cultural del saber, ya que nos interesa tanto encontrar los usos de la graficación de funciones lineales y cuadráticas en el contexto de la matemática enseñada al ingeniero en su etapa inicial (materias de ciencias básicas) y en el contexto de la matemática presente y usada en los semestres avanzados de su formación (materias de ciencias de la ingeniería/ingeniería aplicada), específicamente en el de las estructuras isostáticas, con énfasis en el análisis de vigas.

2.1.3 Su naturaleza de estudio

Cuando hablamos de Socioepistemología como teoría, estamos agregando la dimensión sociocultural al triángulo didáctico que se forma entre el profesor, el alumno y el saber, esto con el fin de ver cómo se construye el conocimiento, teniendo como factores no sólo los propios al triángulo didáctico, sino éstos incluidos en una dimensión social y cultural donde el sujeto se desenvuelve y al cual pertenece, en este caso refiriéndose como sujeto al Ingeniero Civil en formación. Por lo tanto, esta interacción con su medio repercute directamente en cómo va construyendo el conocimiento matemático, tanto básico como especializado. Entonces el aporte que nos brinda la socioepistemología es la modelación de la construcción social del conocimiento al mismo tiempo que su difusión institucional, esto quiere decir que:

> […] modeliza las dinámicas del saber o conocimiento puesto en uso. Para lograr lo anterior, fue necesario introducir la noción de uso en contraste con la noción psicológica de adquisición por aprendizaje; se pasó del conocimiento estático al estudio del conocimiento en uso, es decir, al estudio del saber. La investigación en Matemática Educativa con orientación socioepistemológica, inicia con este particular

> tratamiento del saber. Se lo construye, reconstruye, significa y resignifica, se lo ubica en el tiempo y en el espacio, se lo explora desde la óptica de quien aprende, de quien inventa, de quien lo usa: se posiciona a la opción constructiva en la perspectiva histórica, cultural e institucional para que, en definitiva, se lo rediseñe con fines didácticos. Esto es, el saber se problematiza: historiza y dialectiza, con intencionalidad (Cantoral, 2013, p. 97-98.)
>
> El uso como noción, exige una práctica de referencia y acompaña al proceso de formación del concepto, su localización resulta entonces fundamental para orientar la intervención educativa para el rediseño del discurso matemático escolar. En síntesis, no existe un uso sin usuario y este no es tal sin el contexto donde acontece el uso: la triada: uso-usuario-contexto, es una expresión objetivada de la existencia de una práctica de referencia (Cantoral, 2013, p. 98).

2.1.4 Práctica social

En la socioepistemología es muy importante no tomar los términos usados muy literales, puesto que su definición va más allá del entendimiento común, un tanto más filosófico. Por lo tanto, es importante señalar que las prácticas sociales "se caracterizan por ser insustanciales, pero inferibles. Permanentes, pero no estáticas. Normativas, pero no mandatarias o determinísticas. Se expresan en los planos individuales, colectivos e históricos, Son el producto de un análisis no de una observación" (Cantoral, 2013, p, 156).

Y este análisis dentro del enfoque socioepistemológico en la noción de práctica social, le da más importancia al papel que juegan las actividades de los individuos, "a su papel dentro del grupo, al papel del grupo en su sociedad y al papel de la sociedad en la época (López, 2005, citado en Lara, 2007, p. 33).

Y ahora refiriéndonos a la graficación como una práctica que llevan a cabo los ingenieros en su formación, tanto en los primeros semestres en un contexto puramente matemático y después como una práctica ligada a una ciencia de la ingeniería o a la ingeniería aplicada, algunos autores la consideran bajo la dimensión social del conocimiento como:

> […] una práctica institucional, puesto que ha permanecido en el discurso matemático escolar y se ha ido transformando para establecerse tal y como lo conocemos en la actualidad. La componente epistemológica identifica los usos de la gráfica como lo conocemos en la actualidad. La componente epistemológica identifica los usos de la gráfica ubicándolos en los escenarios particulares sin mirar los conceptos u objetos matemáticos preestablecidos (la gráfica como la representación del objeto función). La dimensión cognitiva asume entonces al conocimiento como una serie de procesos sustentados por mecanismos que se han desarrollado al seno de las prácticas institucionales. Por último, la componente didáctica se ocupa de la difusión del conocimiento a través del discurso matemático escolar examinando sus implicaciones didácticas y las resignificaciones del conocimiento matemático (Cordero, Cen y Suárez, 2010)

Ahora bien, como anteriormente se mencionó, la Socioepistemología le da más importancia al factor sociocultural, por lo que surgen otros actores principales como "los procesos didácticos, el aprendíz, el saber- en tanto conocimiento en uso o como construcción social del conocimiento – y los entornos socioculturales portadores del mundo real, cuyas relaciones son orientadas por prácticas sociales" (Cantoral, 2013, p. 141).

En este sentido, señalamos que en el núcleo central de la noción de Práctica Social, está el papel normativo de la misma:

"La práctica social no es lo que hace en sí el individuo (no es la práctica ejecutada), sino el motivo de hacer lo que se hace digamos que norma su accionar (es la orientación de la práctica, es la práctica social)" (Cantoral, 2013, p. 150).

2.1.5 Práctica de referencia

La práctica de referencia en términos de Montiel (2005) es el conjunto que resulta a través de la articulación de ciertas actividades observables en el individuo, pero que también sirve como medio de articulación entre dichas actividades con la práctica social.

En palabras de Covian (2013) la práctica de referencia es:

> la que contextualiza el saber, más no es el contexto mismo. La práctica de referencia guarda una relación que se puede denominar dialéctica con el contexto del saber, puesto que, el conjunto de intencionalidades que encaminan una práctica (de referencia), está determinada por el contexto de uso de los saberes matemáticos; pero a la vez el contexto también se encuentra determinado por dichas actividades, las cuales al ser analizadas sobre su intencionalidad en conjunto describen la práctica de referencia (p. 41).

Por lo tanto, necesitamos una noción de uso que nos permita analizar nuestro escenario, y así definir nuestra práctica de referencia que a su vez nos permita relacionar la práctica social y las actividades propias de los ingenieros civiles en cuestión de graficación al analizar las "vigas"

Cantoral (2013) enfatiza que:

> El uso como noción, exige una práctica de referencia y acompaña al proceso de formación del concepto, su localización resulta entonces fundamental para orientar la intervención educativa para el rediseño del discurso matemático escolar. En síntesis, no existe un uso sin usuario y este no es tal sin el contexto donde acontece el uso: la triada: uso-usuario-contexto, es una expresión objetivada de la existencia de una práctica de referencia (p. 98).

2.1.6 Uso

Cantoral (2013) ve al uso del conocimiento localizado en la articulación de prácticas intencionales y normadas. Enfatizando que el estudio socioepistemológico trata el problema de la representación de un modo distinto, "no busca discurrir teóricamente sobre la acción de representar al objeto mediante artefactos, herramientas o signos. Sino que se ubica al nivel de las prácticas y de la forma en que éstas se norman por prácticas sociales" (p, 150).

La socioepistemología toma a la práctica social como la unidad de análisis. Esta unidad no analiza a los participantes sino a los usos (y costumbres) de los participantes, porque lo que importa de los participantes son sus formas de constituir conocimiento (Cordero, 2006b). En ese sentido no estudiamos a las gráficas como una representación del concepto de función, sino los usos de las gráficas respecto a sus características prácticas.

Para esta investigación analizaremos el uso de las gráficas mediante dos puntos de vista: el primero, que se aplica al subescenario de ciencias básicas en la materia de Matemáticas I es bajo la relación que existe entre su funcionamiento y su forma (Cordero, Cen y Suárez, 2010), mientras que para el subescenario de ciencias de la ingeniería tomaremos la noción de uso de Segura (2016) considerando al uso como "la adaptación que se tiene a la práctica de referencia de un determinado contexto […] el uso se puede describir como el vínculo que existe entre el individuo, la acción que realiza el individuo y la práctica de referencia "(p. 20). Este segundo lo adaptaremos a nuestras necesidades, ya que nosotros lo haremos en el escenario escolar sin tomar en cuenta a los ingenieros en servicio.

2.1.7 Contexto y Escenario

Como señala Cantoral (2013), la existencia del uso se da a partir de la triada uso-usuario y contexto, por lo que es importante para esta investigación determinar cuáles serán para nosotros, estos elementos.

La noción de uso que adoptaremos en el subescenario de ciencias de la ingeniería, en Segura (2016) se caracteriza al uso como el vínculo que existe entre el individuo, la acción que realiza el individuo y la práctica de referencia. Nuestro usuario o individuo será el ingeniero civil en formación. En Segura (2016) se hace una interpretación de la relación anterior, se parte de la pregunta ¿qué acción le requiere la práctica de referencia al individuo?, ¿cómo se adapta a la práctica? Se eligió en ese documento la idea de que lo que le requiere es la resolución de problemas propios de la Ingeniería. De ahí que los esquemas de análisis de la práctica de los ingenieros empiecen siempre con la identificación de un problema a resolver en el marco de la ingeniería. Paso seguido se procede a la caracterización del papel que juega la matemática en la resolución de ese problema.

En cuanto al contexto, consideraremos la establecida por Covián (2013) la cual lo caracteriza como "el conjunto general de situaciones o entorno físico que corresponden a ciertos grupos humanos" (p.2) que en nuestro caso será la ingeniería civil. Así mismo

Covián (2013) describe al escenario como el conjunto de circunstancias que rodean a la práctica mediante las cuales se construye el conocimiento matemático, y se puede ver como un subconjunto del contexto. Por lo tanto, nuestro escenario será el escolar, y se hace necesario el planteamiento de dos subescenarios, que se identifican en la literatura y que se derivan también del plan de estudios analizado; para efectos prácticos los nombraremos como están en este último, subescenario de ciencias básicas y subescenario de ciencias de la ingeniería.

CAPÍTULO III. METODOLOGÍA

3.1 Esquema metodológico

En la Socioepistemología hablar de un método puede ser contradictorio, y en efecto lo es por las características de la propia teoría. Por lo tanto, para abordarla se habla de un esquema más que de un método, el cual no se usa para encontrar verdades (como se presume en la ciencia), sino para caracterizar fenómenos (Romero y Jiménez, 2014).

Como nuestra intención es hacer una caracterización de los usos de la matemática en las clases de ingeniería, específicamente de las gráficas de las funciones lineales y cuadráticas que aparecen tanto en Matemáticas I y de alguna otra forma en Estructuras Isostáticas, para ello, es necesario, hablando en un sentido metodológico, construir instrumentos que al ser aplicados nos permitan tener una información sistematizada sobre nuestro objeto en estos dos escenarios.

La Socioepistemología no propone un método en sí, sino un esquema metodológico mediante el cual se puede tener una visión de cómo son las investigaciones socioepistemológicas en cuanto a su método. El esquema está compuesto por momentos o fases definidas las cuales "incluyen un conjunto de tareas propias y se singularizan por las circunstancias que dan forma al fenómeno de estudio" (Montiel y Buendía, 2011, p. 443).

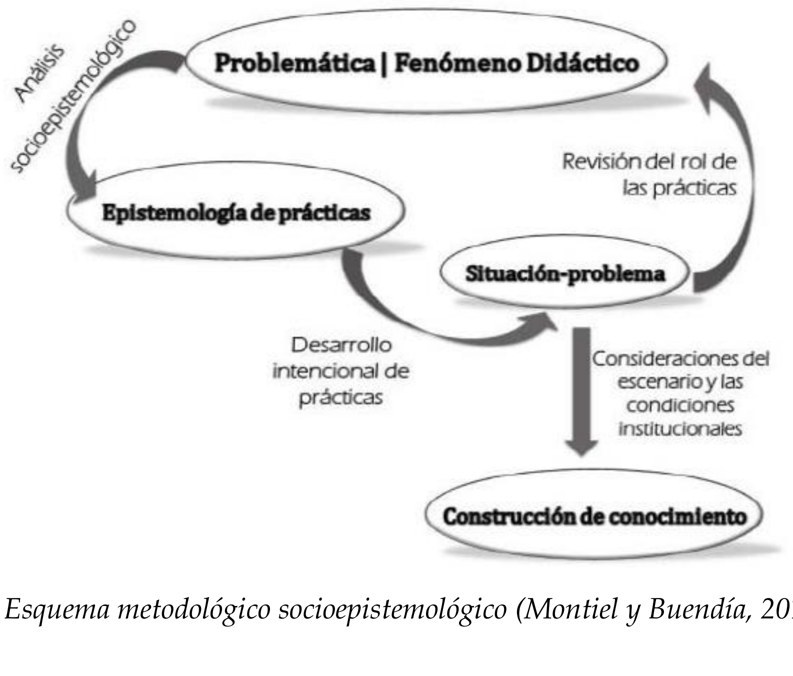


Figura 3. Esquema metodológico socioepistemológico (Montiel y Buendía, 2011)

Este esquema está considerado fundamentalmente para el diseño de situaciones de enseñanza-aprendizaje desde la Socioepistemología. En esta investigación en particular el objetivo no se centra en ello, pero sí incluye elementos de la misma.

En esta investigación se parte de la identificación de un problema-problemática en el ámbito de ingenieros civiles en formación respecto al uso del conocimiento matemático, por lo que a través de un estudio socioepistemológico se busca hacer una caracterización de estos usos durante dos subescenarios en la etapa escolar de los ingenieros, y al tomar en cuenta estas condiciones institucionales se espera que los resultados aporten evidencias para entender mejor la problemática que se planteó al principio. Dado que esta investigación no es una propuesta didáctica, no llegaremos a la construcción social del conocimiento, sino que se pretende dar un mejor entendimiento de la problemática para trabajos posteriores.

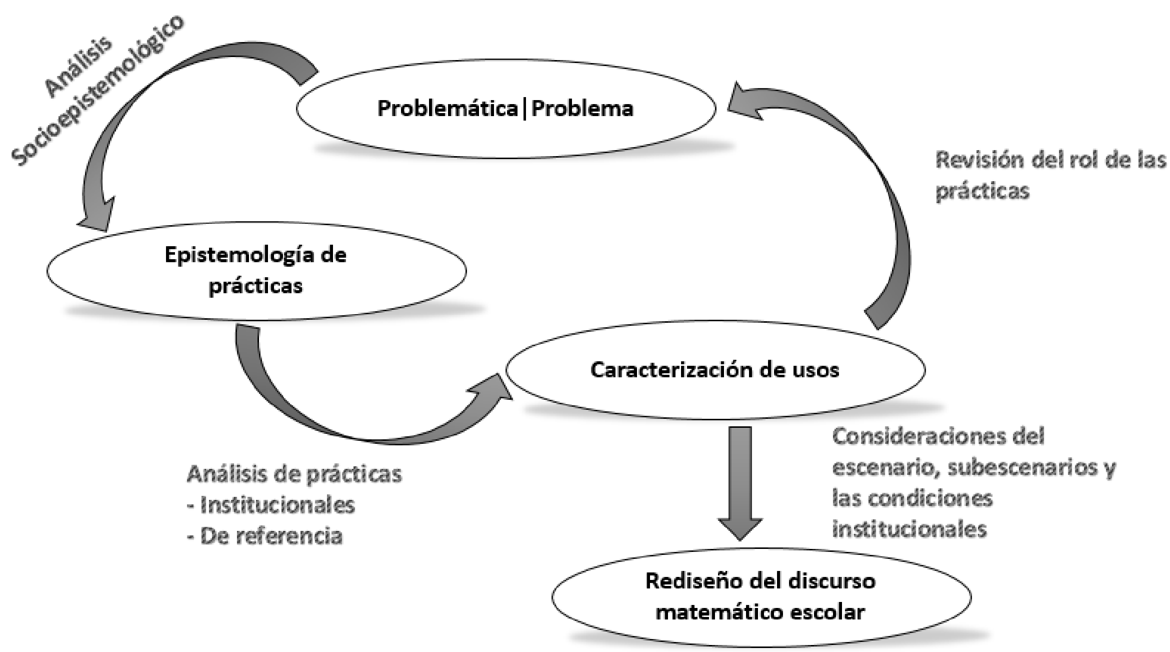


Figura 4. Adapatación del esquema metodológico socioepistemológico de Montiel y Buendía (2011)

Si bien el análisis de la caracterización de usos puede llevar a un rediseño del discurso matemático escolar como lo propuesto en el diagrama anterior, no es el objetivo de esta investigación.

3.2 Población

El estudio va dirigido hacia la investigación sobre el uso de la gráfica en el escenario escolar de Ingenieros civiles en formación dentro del nivel superior, de la Universidad Autónoma de Zacatecas.

Es importante recalcar que, aunque ya hay varias investigaciones que tratan a la graficación como objeto de estudio desde la perspectiva de representación, modelación con el uso de tecnología, como estudio de un caso de acumulación o para ir construyendo el concepto de función. Nosotros en lugar de construir un concepto, haremos una caracterización para identificar los usos que les dan los ingenieros civiles en formación, a las gráficas que utilizan en el análisis de vigas isostáticas, al porqué de su uso, cómo es su interpretación y su funcionalidad, todo esto con el fin de aportar argumentos que puedan ser tomados para futuras investigaciones que quieran incidir en un cambio curricular en las escuelas de Ingeniería.

Para esto se analizan las notas de clase de alumnos de la carrera de Ingeniería Civil de la Universidad Autónoma de Zacatecas, de los semestres primero y cuarto, en donde en primer semestre de acuerdo al plan de estudios 2011 se aborda la materia de Matemáticas I y en cuarto semestre la de Estructuras Isostáticas.

El grupo de primer semestre consiste en 30 estudiantes, donde 24 son hombres y 6 mujeres, entre 18 y 20 años de edad.

El grupo de cuarto semestre que consideramos en esta investigación, es un grupo de 28 estudiantes, donde 21 son hombres y 7 son mujeres de edades entre 20 y 24 años. En porcentajes, un 50% de los estudiantes llevan la materia por primera vez y el otro 50% son repetidores al menos en una ocasión.

Viéndolo desde otra perspectiva, también se analizan las clases de dos profesores de la carrera de Ingeniería Civil de la Universidad Autónoma de Zacatecas uno de Matemáticas I y otro de Estructuras Isostáticas.

La Profesora de Matemáticas I, tiene como formación Ingeniería Industrial en producción con una maestría en Ingeniería Administrativa. Actualmente es profesora de la Universidad Autónoma de Zacatecas con una antigüedad de 27 años, en los que ha impartido las clases de Cálculo Diferencial, Cálculo Integral, Probabilidad y Estadística y Álgebra Superior.

En tanto el profesor de Estructuras Isostáticas, es Ingeniero Civil con 25 años de experiencia como docente, y con 18 años de servicio en la carrera de Ingeniería Civil en la UAZ, actualmente aparte de docente funge como ingeniero en el departamento de construcción de la misma universidad.

3.3 Los instrumentos

De acuerdo al objetivo de esta investigación se busca una caracterización de los usos de la matemática en dos momentos específicos de la formación del ingeniero civil. Para esto analizaremos las notas de clase de los alumnos, y lo referente a la explicación del profesor por medio de videograbaciones que forman parte del discurso matemático escolar.

Para Cordero y Flores (2007, citado en Dévora 2013) el discurso matemático escolar es la manifestación del conocimiento matemático normado por las creencias de los individuos que conforman el sistema didáctico de acuerdo a lo que es la enseñanza y la matemática en sí, estas creencias son las que organizan la clase en el aula y establece prioridades en cuanto a lo que se debe estudiar, qué tipo de actividades, ejercicios, planteamientos, procedimientos y la forma de evaluación.

Para efectos de esta investigación se ha elegido como fuente de información las notas de clase que los estudiantes toman en las materias tanto de Matemáticas I como de Estructuras Isostáticas, la consideramos relevante toda vez que de algún modo representa el guion de lo que ahí sucede, es la evidencia escrita que nos revelará, los conceptos, las definiciones, los ejemplos, etc., que a lo largo de la clase van apareciendo.

Existe también una parte no escrita, la parte en donde el profesor va explicando los contenidos a los estudiantes y que no necesariamente queda escrita en las notas de clase tomadas por el estudiante. A efecto de tener evidencia de ello se realizaron una entrevista semiestructurada a la maestra que de Matemáticas I (Materias de ciencias básicas) respecto a los temas de gráficas de funciones y funciones. Y para el caso de la materia de Estructuras Isostáticas (materias de especialidad) se realizaron videograbaciones de las clases del tema de análisis de vigas. En ambos casos, las funciones lineales y cuadráticas aparecen.

A continuación, se muestra una tabla donde se describe de manera general los instrumentos para la toma de datos.

Tabla 2.

Cuadro metodológico

	Instrumento	***Objetivo***	***Observaciones***
Análisis de planes de estudio	*Ficha de catalogación de materias.*	*Localizar en el plan de estudios los momentos en que aparecen los objetos estudiados.*	*Se estudiará el plan de estudios de la carrera de Ingeniería Civil de la Universidad Autónoma de Zacatecas poniendo especial atención a las materias de Matemáticas I y Estructuras Isostáticas.*
Análisis de contenido de libretas	*Tabla de catalogación.*	*Caracterizar los usos de las gráficas con respecto al objeto estudiado.*	*Se analizarán tentativamente cuatro libretas de alumnos de primer y cuarto semestre de la carrera de ingeniería civil.*

Análisis de contenido de clases	*Tabla de catalogación a partir de videos.*	*Caracterizar los usos de las gráficas con respecto al objeto estudiado.*	*Se realizarán grabaciones en el periodo que se aborda el tópico de análisis de vigas en la materia de Estructuras Isostáticas aproximadamente en el mes de octubre, posiblemente en clases de dos profesores diferentes.*

Como primer análisis se hizo la catalogación del plan de estudios de la carrera de Ingeniería Civil de la Universidad Autónoma de Zacatecas, con el fin de identificar las materias a analizar, las unidades donde pudieran aparecer los usos de las gráficas y definir los subescenarios de ciencias básicas y ciencias de la ingeniería.

En la segunda parte del análisis se hizo una ficha de catalogación de usos de las gráficas, identificando los tipos de uso según la noción de Cordero, Cen y Suárez (2010) mediante evidencias encontradas en los cuadernos de clase.

Y por último se hace un diagrama dónde se identifican los usos de las gráficas en la materia de Estructuras Isostáticas mediante la noción de Segura (2017). En este diagrama primero se requiere identificar un problema, como por ejemplo el diseño o construcción de una viga, que en este caso estará sobre el escenario escolar y sobre el subescenario de ciencias de la ingeniería. Los recuadros azules se refieren al conocimiento que pertenece puramente a la ingeniería y los recuadros rojos a la matemática que aparece como herramienta para ayudar a resolver los problemas de la ingeniería. Viendo el problema cómo se va resolviendo desde un principio hasta su fin.

Entonces, por medio de la observación individual se analizaron los videos de la instrucción del profesor de Estructuras Isostáticas, identificando los Usos de la Matemática respecto a la graficación en el análisis de vigas, que se fueron plasmando en un esquema, en donde la evidencia se tomó de los cuadernos de los alumnos.

Por otro lado, para analizar el subescenario de ciencias básicas, se hizo una entrevista semiestructurada a la maestra que imparte la materia de Matemáticas I donde el objetivo fue verificar si en la clase se trataba de dar algún significado a las matemáticas respecto a la ingeniería civil, específicamente al uso de las gráficas. Y que, de acuerdo a lo comentado por la maestra, donde nos dijo que ella solo se encargaba de enseñarles bien las matemáticas y que los maestros de ciencias de la ingeniería se encargarán de darles las aplicaciones. Esto nos permitió decidir en adoptar la noción de Cordero, Cen y Suárez (2010) de analizar el contenido de las libretas de los alumnos de primer grado bajo los funcionamientos y formas de las gráficas.

CAPÍTULO IV. ANÁLISIS DE RESULTADOS

4.1 Análisis del plan de estudios

Dentro del plan de estudios de la carrera de Ingeniería Civil de la Universidad Autónoma de Zacatecas se tiene que cumplir con un total de créditos de 403 entre los cuales 375 son obligatorios y 28 son optativos con un total de 3304 horas.
Los créditos son divididos entre distintas líneas:

- 15 asignaturas de Ciencias Básicas, 106 créditos.
- 14 asignaturas de Ciencias de la Ingeniería, 104 créditos.
- Asignaturas de Ingeniería Aplicada, 85 créditos (optativas).
- 8 asignaturas de Ciencias sociales y humanidades, 40 créditos.
- 8 asignaturas de "otras", 40 créditos.

Esto nos permitió ubicar las asignaturas de interés, y proponer los dos subescenarios en los cuales está basada esta investigación, Ciencias Básicas y Ciencias de la Ingeniería.

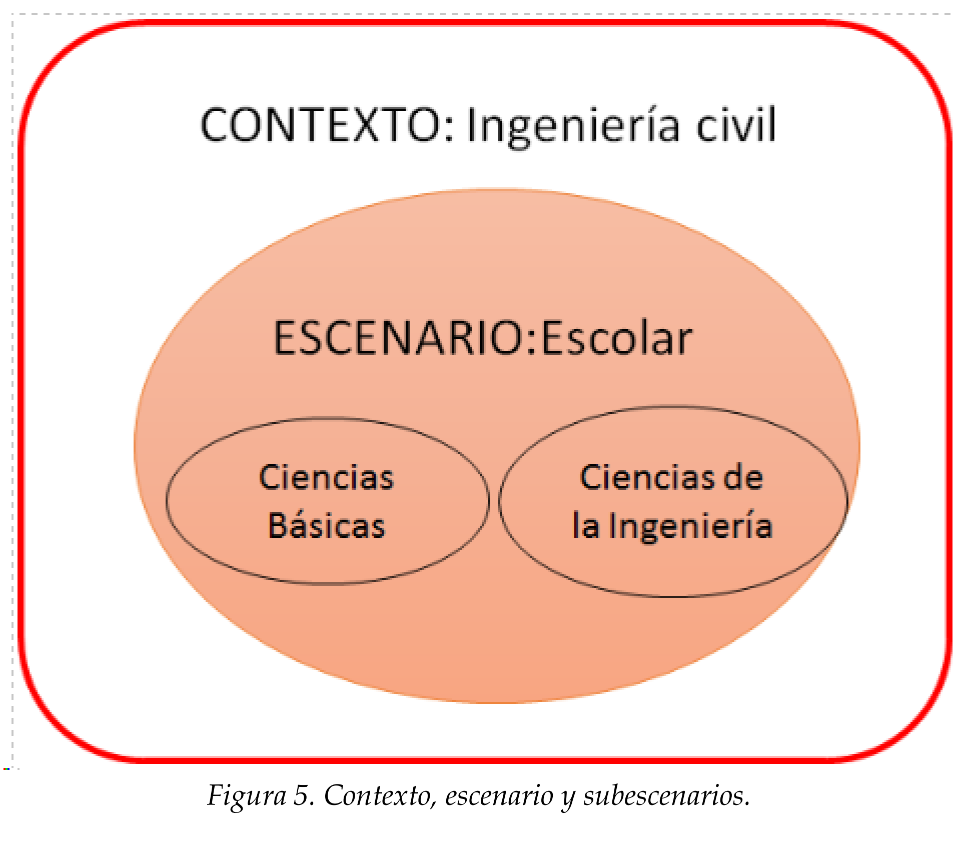


Figura 5. Contexto, escenario y subescenarios.

Dentro de estos subescenarios las materias de interés de acuerdo a los objetivos planteados son: Matemáticas I y Estructuras Isostáticas, las cuales se muestran en la siguiente tabla.

Tabla 3.

Ficha de catalogación del plan de estudios 2011 de la carrera de Ingeniería Civil de la UAZ.

Materia	**Semestre**	**Antecedentes**	**Consecuentes**	**Unidad analizada**	**Línea a la que pertenece**
Matemáticas I	1		Matemáticas II. Análisis Vectorial. Métodos numéricos.	2.Funciones. 3. Gráficas	Ciencias Básicas.
Estructuras Isostáticas	4	Álgebra. Matemáticas. Estática	Resistencia de materiales. Análisis estructural.	4. Vigas	Ciencias de la Ingeniería.

4.2 Análisis de Matemáticas I

La materia de Matemáticas I se analizó bajo la caracterización de uso de las gráficas bajo funcionamientos y formas, tomando las categorías propuestas por Cordero,Cen y Suárez (2010) que son las siguientes:

Uso distribución de puntos. surge cuando la situación atañe al conocimiento de la forma gráfica de una función. Se presenta mediante *formas* como tablas con valores previamente establecidos, gráficas y ecuaciones con *funcionamientos* como la ubicación de puntos, el desplazamiento en el plano cartesiano, la variación de los puntos para el trazado de curvas continuas o no.

El *uso comportamiento geométrico* (Campos, 2003; Flores, 2005; Cordero & Flores, 2007) surge cuando la situación alude a la interpretación geométrica de una función o asociación curva expresión algebraica, con la finalidad de comprender cómo se dan las trasformaciones de las funciones. Este uso se presenta a través de *funcionamientos* como la obtención de nuevas gráficas de funciones a partir de una ya conocida con *formas* tales como la traslación horizontal o vertical, el estiramiento o la reflexión de la gráfica.

El *uso análisis de la curva* aparece cuando la situación está dirigida hacia la curva, específicamente a su variación; es decir, hace un análisis global de la curva. Dicho uso se presenta con *funcionamientos* como el análisis del comportamiento —ya sea creciente o decreciente— en los intervalos de la función para ubicar los puntos máximos y mínimos, los puntos de inflexión (si los hay) y la concavidad de la curva en ciertos intervalos. Las *formas* en que se presenta lo anterior es mediante una tabla de variación y los criterios de la primera y segunda derivada, que refieren las gráficas del curso de Cálculo Diferencial.

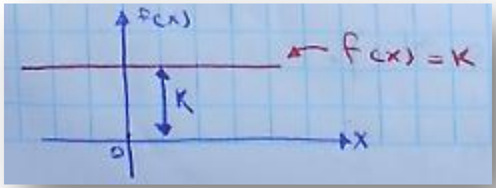
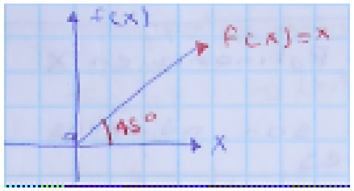
El *uso cálculo de áreas y volúmenes* surge cuando la situación se centra en hallar el área o volumen de una figura limitada por funciones. Aquí se percibe que para los cálculos anteriores el foco de atención no está en la gráfica misma, sino en la unidad de análisis que describe la o las gráficas para establecer la función a integrar y realizar el cálculo respectivo. El *funcionamiento* de la gráfica sirve para definir la superficie del área o bien la superficie a rotar para el cálculo del área y el volumen, mientras que la *forma* del funcionamiento se da a través de la integración, como aparece en las gráficas de Cálculo Integral.

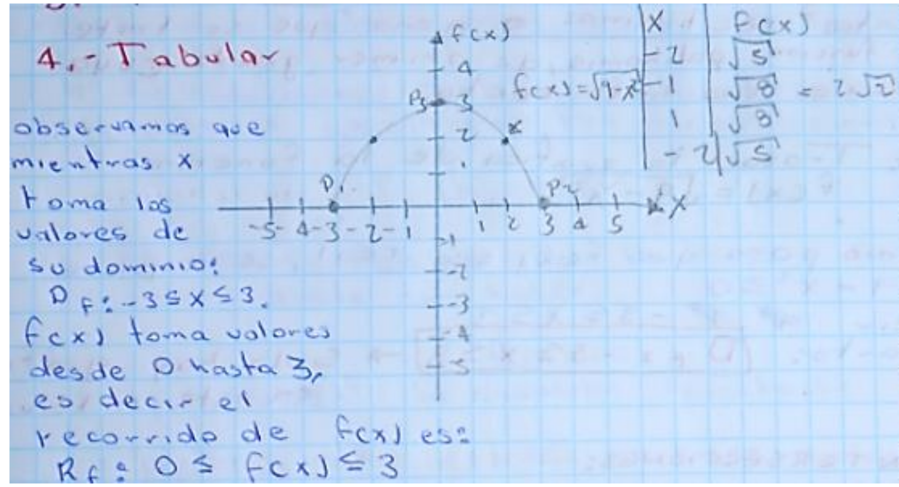
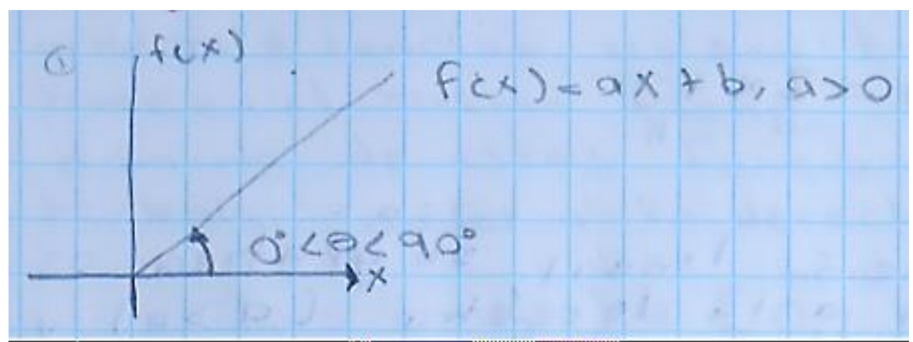
El *uso análisis de información* (Flores, 2005; Cordero & Flores, 2007) se manifiesta cuando la situación recopila datos o bien los interpreta. Este uso incluye *formas* como tablas, gráficas de barras, poligonales, histogramas y la curva normal, cuyos *funcionamientos* son para el análisis de información. Si bien en la curva normal se trata el área de una región, no se enfoca en el cálculo del área de la curva, sino más bien en la aplicación de una fórmula y el uso de una tabla de valores, donde el resultado que se obtiene es representado en la curva con el fin de hacer el análisis de información pertinente.

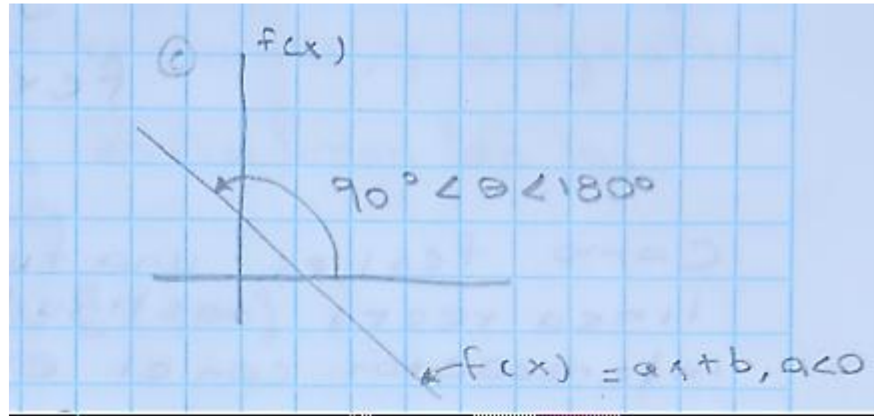
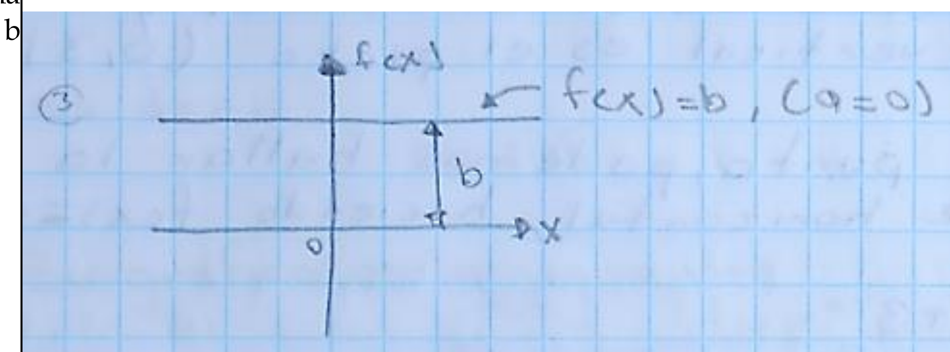
Dado que el análisis que se hizo fue solamente en la materia de Matemáticas I, no aparecieron el Uso Cálculo de áreas y volúmenes y el Uso análisis de la información, ya que esta materia es sobre Cálculo diferencial.

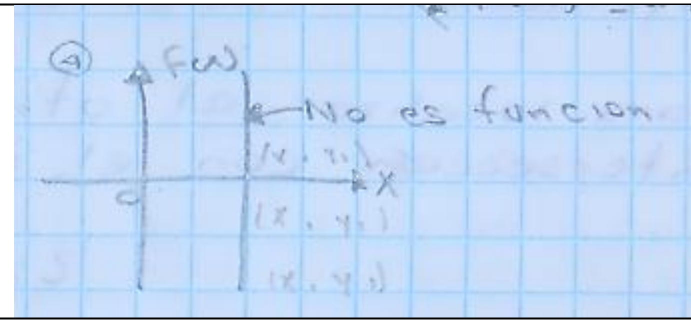
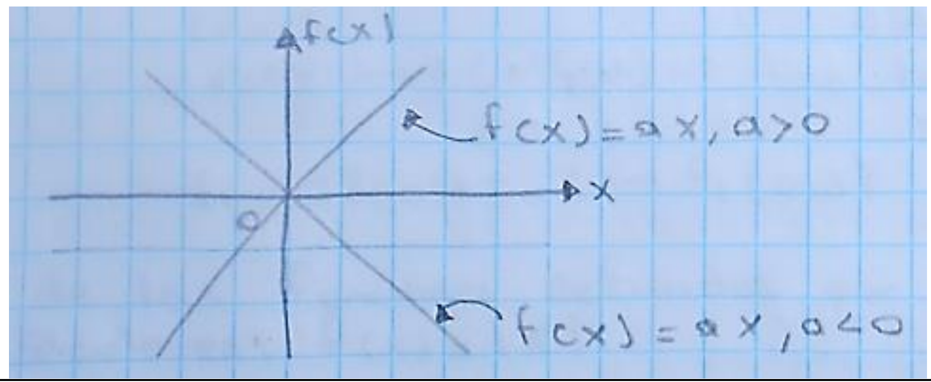
Tabla 4.

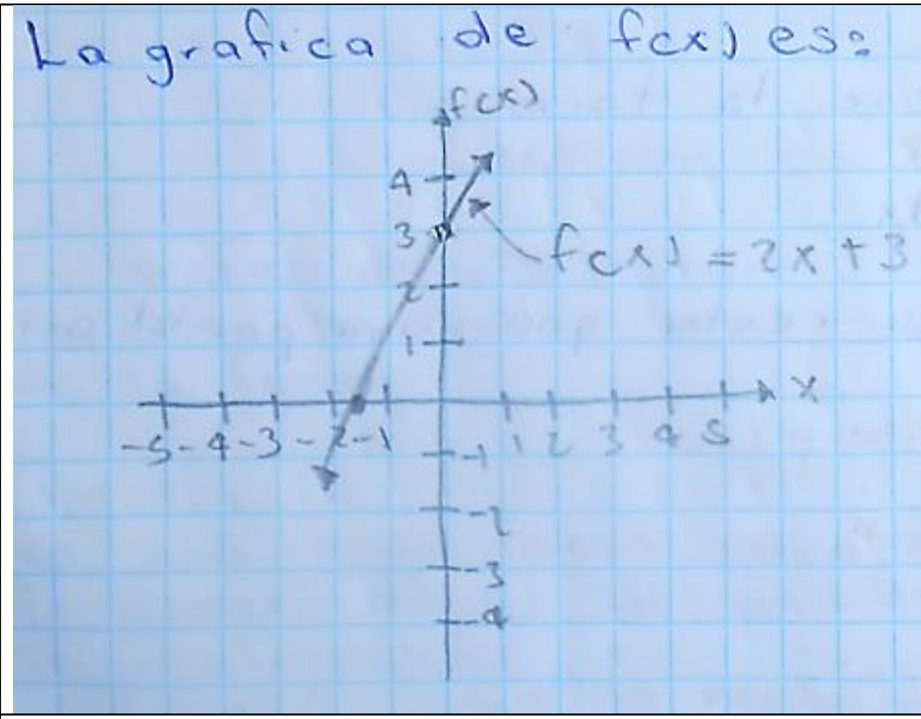
Ficha de catalogación de Matemáticas I de la carrera de Ingeniería Civil de la UAZ.

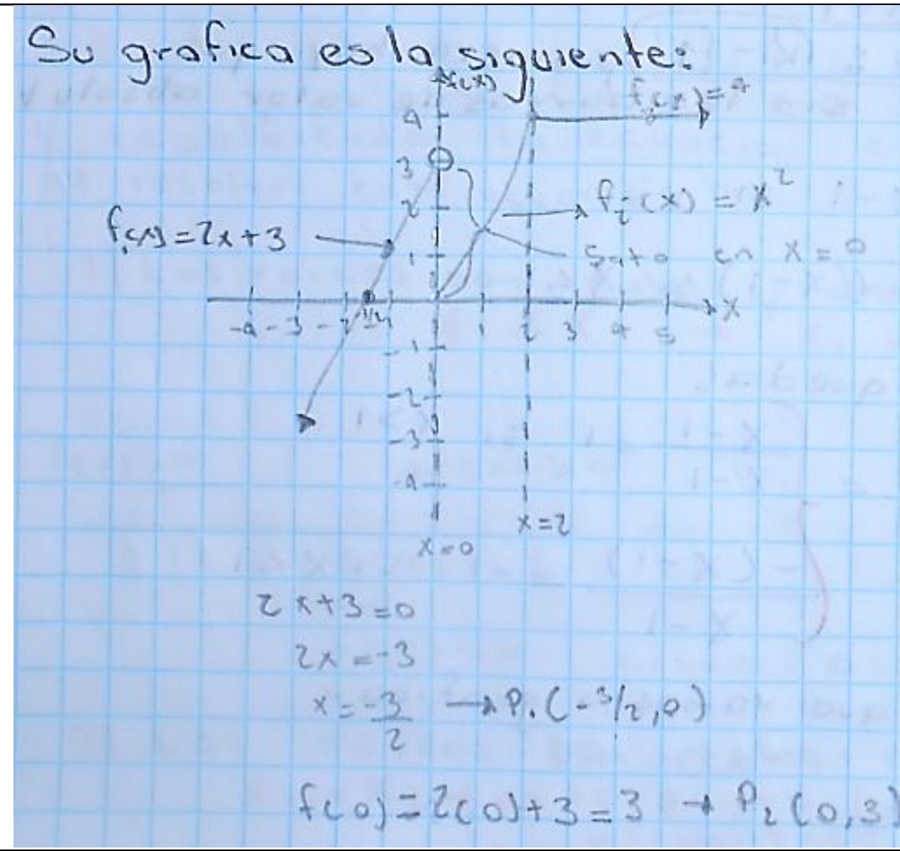
UNIDAD DE ANÁLISIS	LOCALIZACIÓN	CATEGORÍA DE USO	EVIDENCIA
Unidad de análisis 1	Unidad 2, de la materia de M1. Clasificación de funciones. 12/sept/16	Uso comportamiento geométrico. Dado que hay un desplazamiento vertical.	La gráfica de la función constante es una línea horizontal, distante del eje horizontal en k unidades. 
Unidad de análisis 1	Unidad 2, Clasificación de funciones. 12/sept/16	Uso comportamiento geométrico. Se puede ver como una transformación de una recta constante rotada 45°.	La gráfica de la función lineal es una línea recta que pasa por el origen y tiene un ángulo de inclinación de 45°, o sea que divide al primer cuadrante en dos partes iguales. 

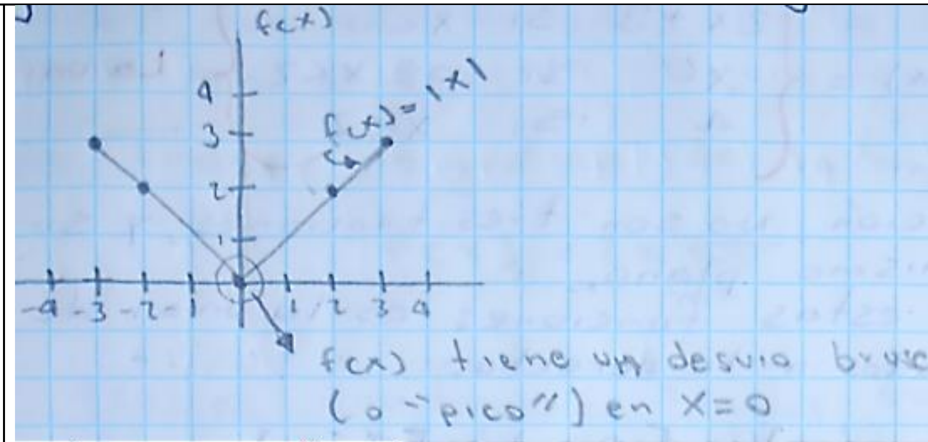
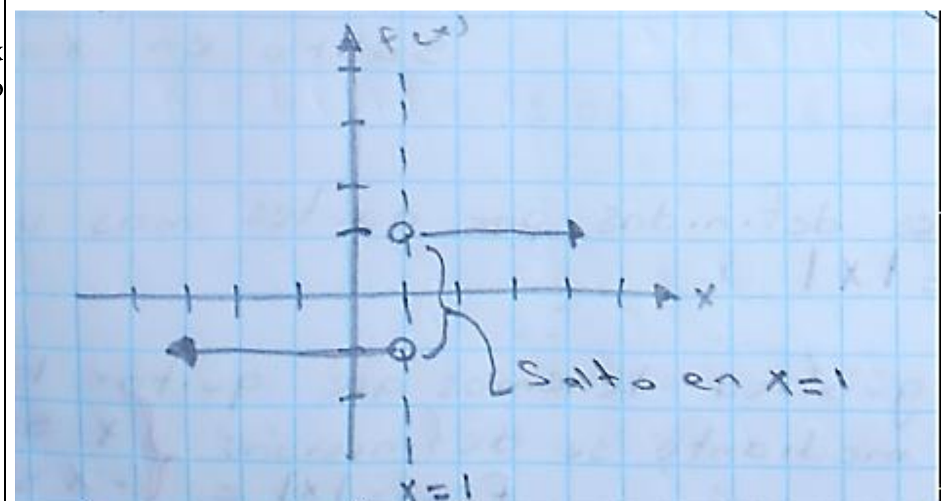
Unidad de análisis 1	Unidad 2 Gráficas de funciones. 13/sept/16	Uso Distribución de puntos. Dado que utiliza la tabulación para graficar los puntos en el plano y después unirlos para obtener la gráfica.	
Unidad de análisis 1	Unidad 2 Gráficas de funciones lineales. 19/sept/16	Uso comportamiento geométrico. Dado que hay una transformación de una recta, de acuerdo a su pendiente.	Si a>0, la recta está inclinada a la derecha y su ángulo de inclinación es agudo (0°<θ<90°). 

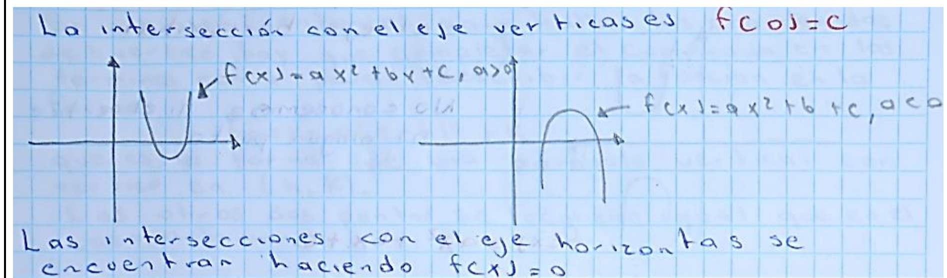
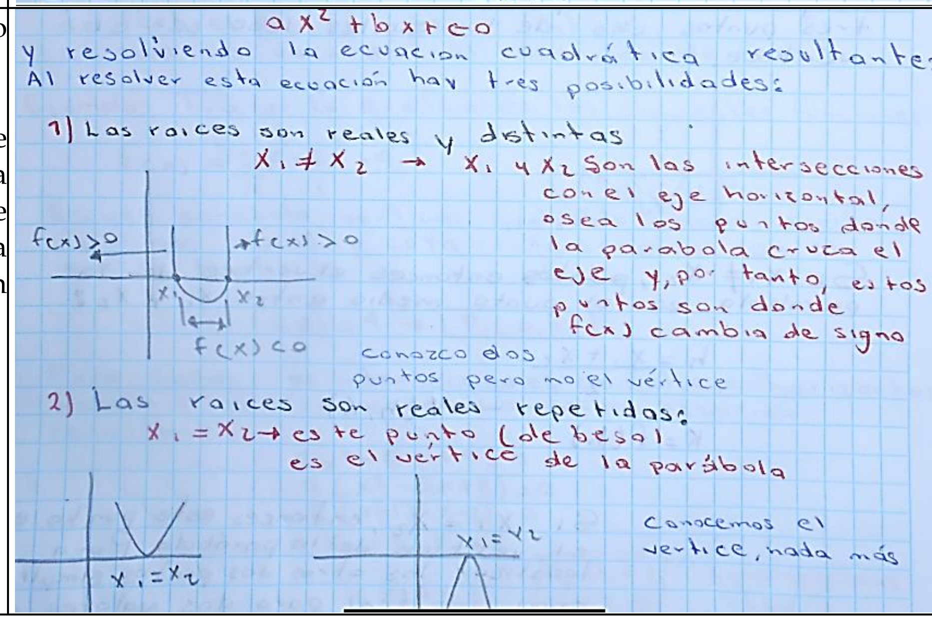
Unidad de análisis 1	Unidad 2 Gráficas de funciones lineales. 19/sept/16	Uso comportamiento geométrico. Dado que hay una transformación, en este caso una rotación.	Si a<0, la recta está inclinada a la izquierda y su ángulo de inclinación es obtuso (90°<θ<180°). 
Unidad de análisis 1	Unidad 2 Gráficas de funciones lineales. 19/sept/16	Uso comportamiento geométrico. Puesto que es una traslación vertical en b unidades.	Si a=0, la función tiene la forma f(x)=b, que es una función constante, cuya gráfica es una recta horizontal y su pendiente es 0 (y el ángulo de inclinación es 0°). 
Unidad de análisis 1	Unidad 2 Gráficas de funciones	Uso comportamiento geométrico. Dado que es una	Una recta vertical (θ=90°) NO corresponde a ninguna función.

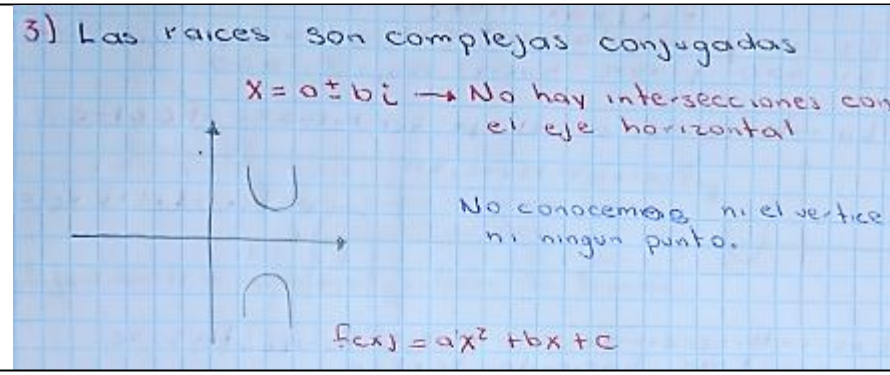
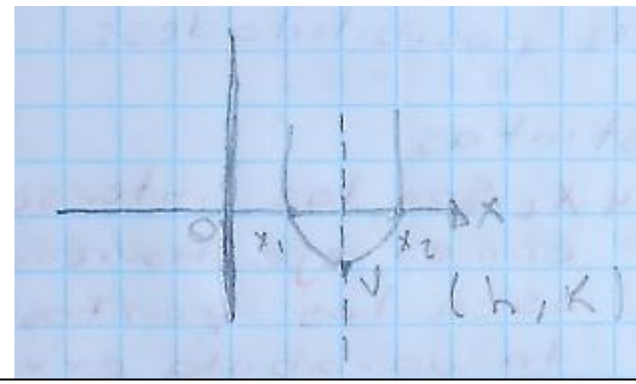
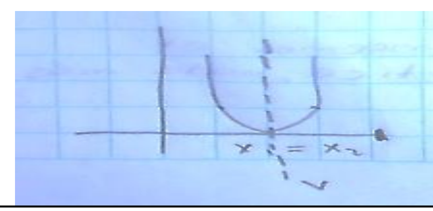
	lineales. 19/sept/16	transformación de una recta ya conocida.	
Unidad de análisis 1	Unidad 2 Gráficas de funciones lineales. 19/sept/16	Uso comportamiento geométrico. Dado que hay una transformación de una recta ya conocida.	El número b es la intersección con el eje vertical porque f(x)=a (0)=b, es decir, es el punto de coordenadas (0,b). Si b=0, la función tiene la forma f(x)=ax, cuya gráfica es una línea recta que pasa por el origen, porque f(0)=0. 
Unidad de análisis 1	Unidad 2 Gráficas de funciones lineales. 19/sept/16	Uso distribución de puntos. Se apoyan de la ubicación de puntos para trazar la gráfica.	Ejemplo: Trazar la gráfica de la función f(x)=2x+3. Como f(x) es una función lineal, su gráfica es una línea recta inclinada a la derecha (a>0) y cuya intersección con el eje vertical es el punto (0,3). Para localizar el otro punto, podemos hallar la intersección con el eje horizontal haciendo f(x)=0.

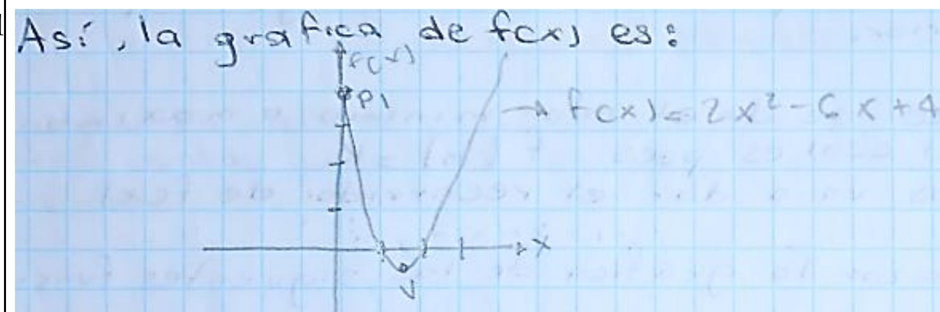
			
Unidad de análisis 1	Unidad 2 Funciones definidas por partes. 20/sept/16	Uso distribución de puntos. Se utiliza como apoyo la ubicación de puntos.	Son funciones definidas por dos o más reglas de correspondencia, por ejemplo {2x+3 si x<0, x^2 si 0≤z, 4 si x ≥ z}.

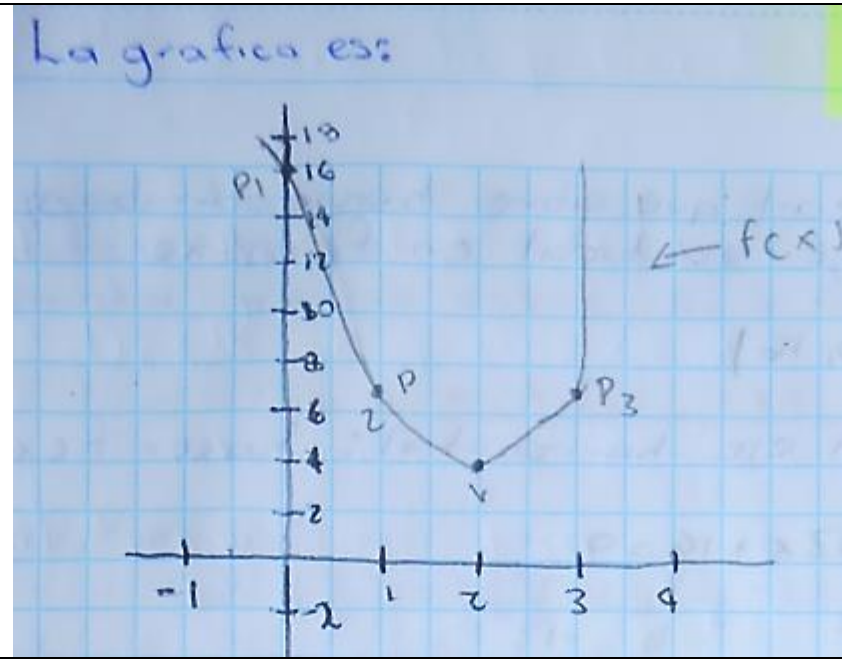
			
Unidad de análisis 1	Unidad 2 Funciones definidas por partes. 20/sept/16	Uso distribución de puntos. Como lo muestra la gráfica, se hace uso de la distribución de puntos para graficar.	Una de las funciones definidas por partes más utilizadas en cálculo es: f(x)=|x|.

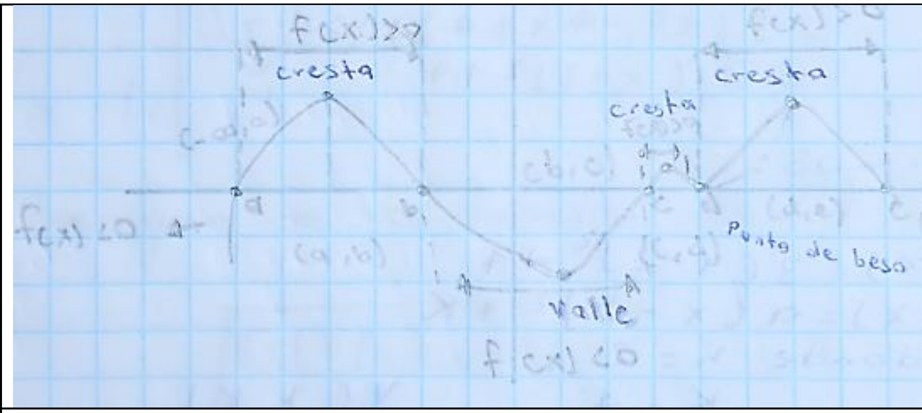
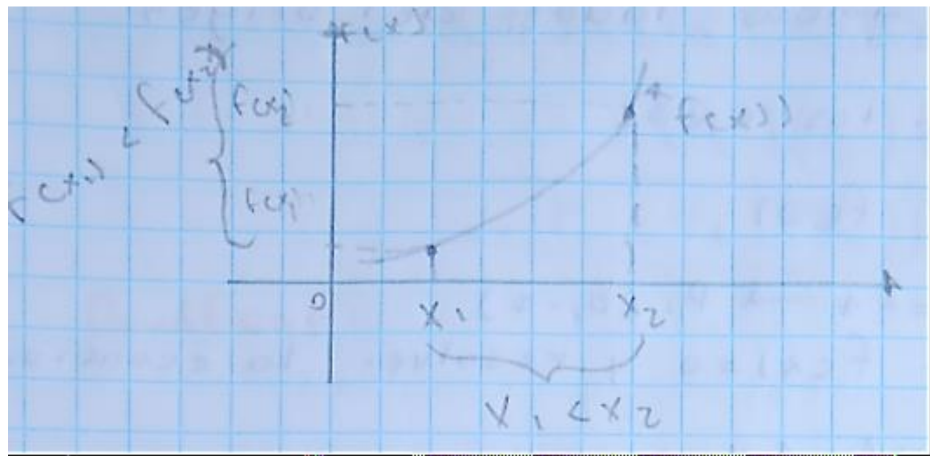
			
Unidad de análisis 1	Unidad 2 Funciones definidas por partes. 20/sept/16	Uso comportamiento geométrico. Se le da valores a x para ver en qué punto tiene un salto.	Si queremos graficar la función $f(x) = \frac{\|x-1\|}{x-1}$. 
Unidad de análisis 1	Unidad 2 Gráficas de funciones	Uso comportamiento geométrico.	La gráfica de una función polinomial de 2° grado, llamada también función cuadrática, es decir, funciones de la forma $f(x) = ax^2 + bx + c$.

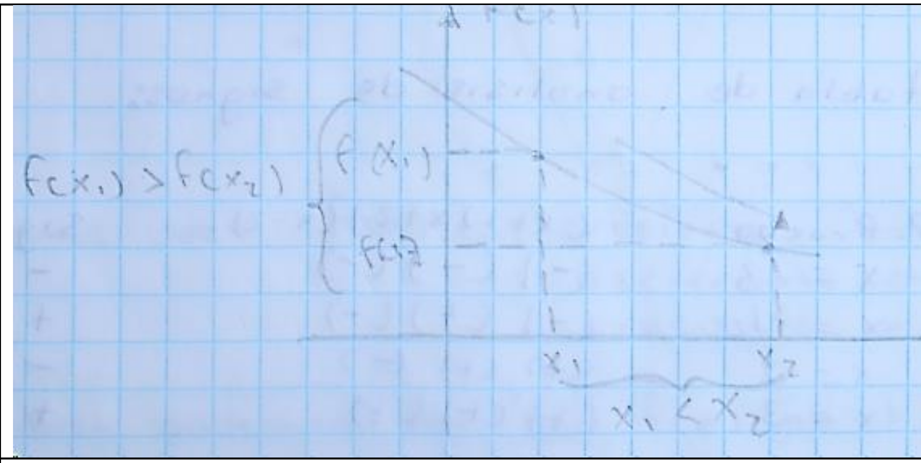
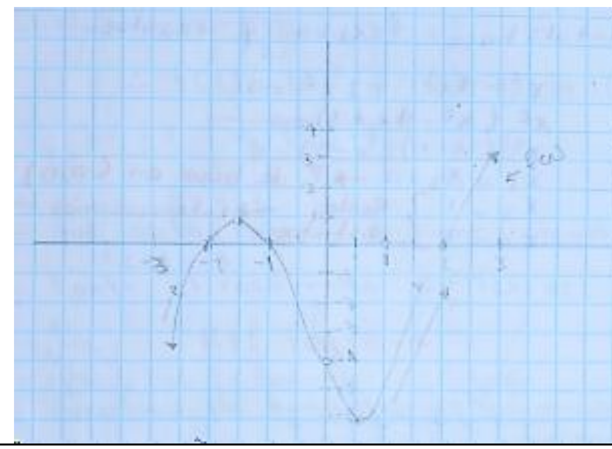
	polinomiales de segundo grado. 20/sept/16	Se grafica de acuerdo a la concavidad de la parábola.	Es una parábola vertical, que abre hacia arriba si a>0 y abre hacia abajo si a<0. 
Unidad de análisis 1	Unidad 2 Gráficas de funciones polinomiales de segundo grado. 20/sept/16	Uso comportamiento geométrico. Aunque se hace uso de las soluciones de la ecuación cuadrática, se grafica de acuerdo a la traslación o reflexión de la parábola.	

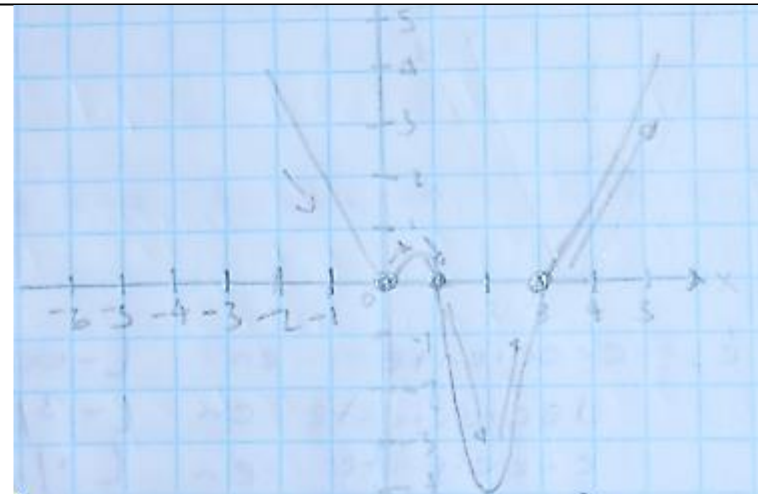
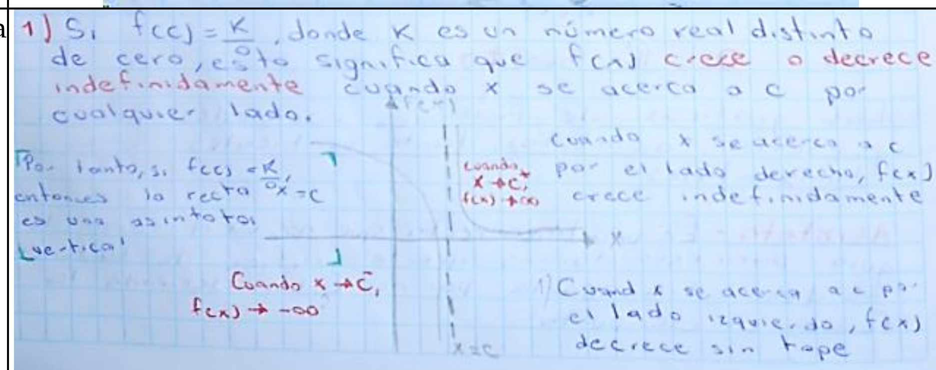
Unidad de análisis 1	Unidad 2 Gráficas de funciones polinomiales de segundo grado. 20/sept/16	Uso comportamiento geométrico. Sólo se hace uso de una parábola cualquiera, para ejemplificar sus raíces.	
Unidad de análisis 1	Unidad 2 Gráficas de funciones polinomiales de segundo grado. 20/sept/16	Uso comportamiento geométrico. Aunque se da alusión a tres puntos de la parábola, no se hace por medio de tablas, más bien solo de su geometría.	La gráfica de una parábola está definida sólo por tres puntos, uno de los cuales debe ser el vértice. 
Unidad de análisis 1	Unidad 2 Gráficas de funciones polinomiales de segundo grado. 20/sept/16	Uso comportamiento geométrico. Hace referencia al vértice en términos geométricos.	Si $x_1 \neq x_2$, entonces el vértice de la parábola es el punto medio entre x_1 y x_2. 

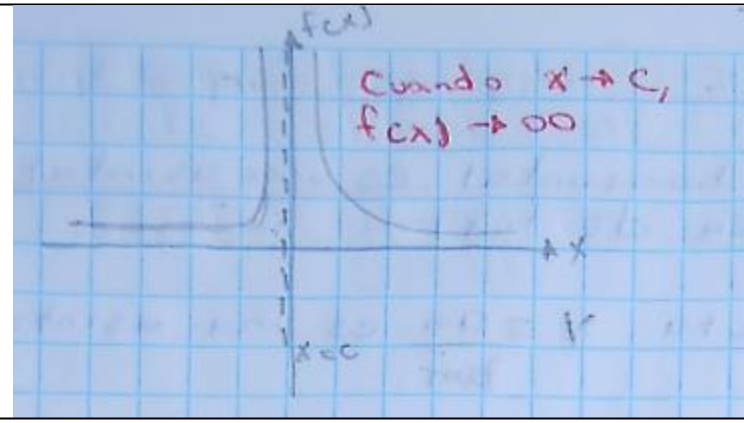
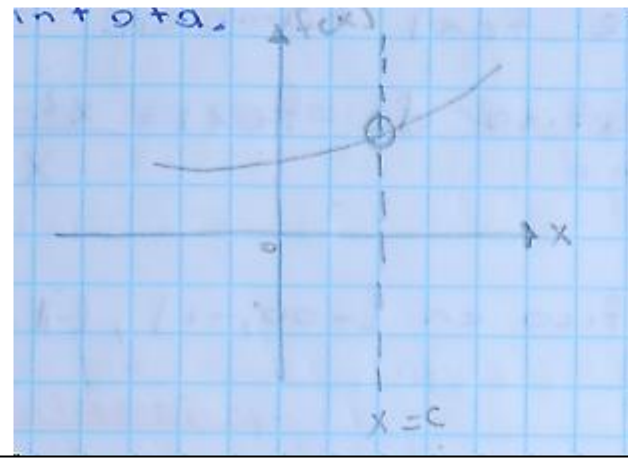
Unidad de análisis 1	Unidad 2 Gráficas de funciones polinomiales de segundo grado. 20/sept/16	Uso distribución de puntos. Dada la función, se hace uso de sustituir valores de x para encontrar valores de y, en este caso el vértice y la intersección con el eje y.	Ejemplo: trazar la gráfica de la función $f(x) = 2x^2 - 6x - 4$. Es una parábola vertical que abre hacia arriba (porque a>0) y cuya intersección con el eje vertical es: f(0) =4 P(0,4) . Para hallar las intersecciones con el eje horizontal hacemos f(x)=0 y resolvemos la ecuación. 
Unidad de análisis 1	Unidad 2 Gráficas de funciones polinomiales de segundo grado. 20/sept/16	Uso distribución de puntos. Se le dan valores a x para encontrar los valores de y.	Ejemplo: trazar la gráfica de la función $f(x) = 3x^2 - 12x + 16$.

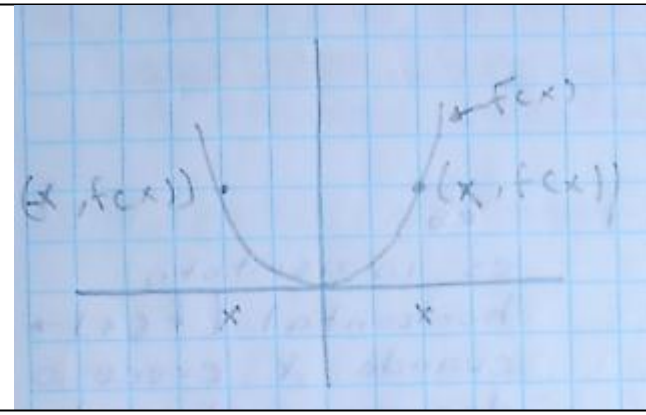
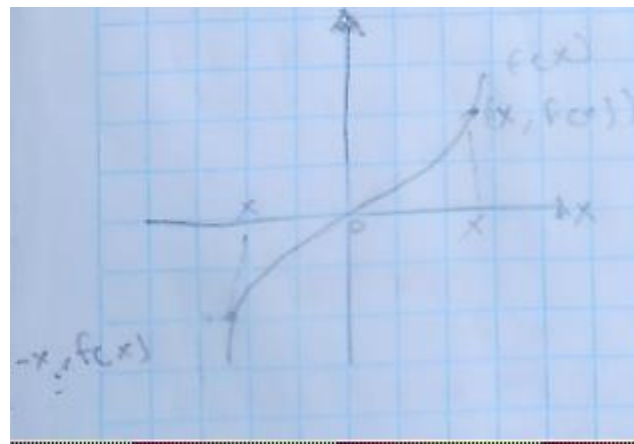
			
Unidad de análisis 1	Unidad 2 Gráficas de funciones polinomiales de grado superior a 2.	Uso análisis de la curva. Dado que se analiza por intervalos viendo si son valles o crestas.	La gráfica de una función polinomial de grado superior a 2 es una curva continua (no presenta interrupciones ni huecos ni saltos) que con frecuencia presenta “crestas” y “valles”.

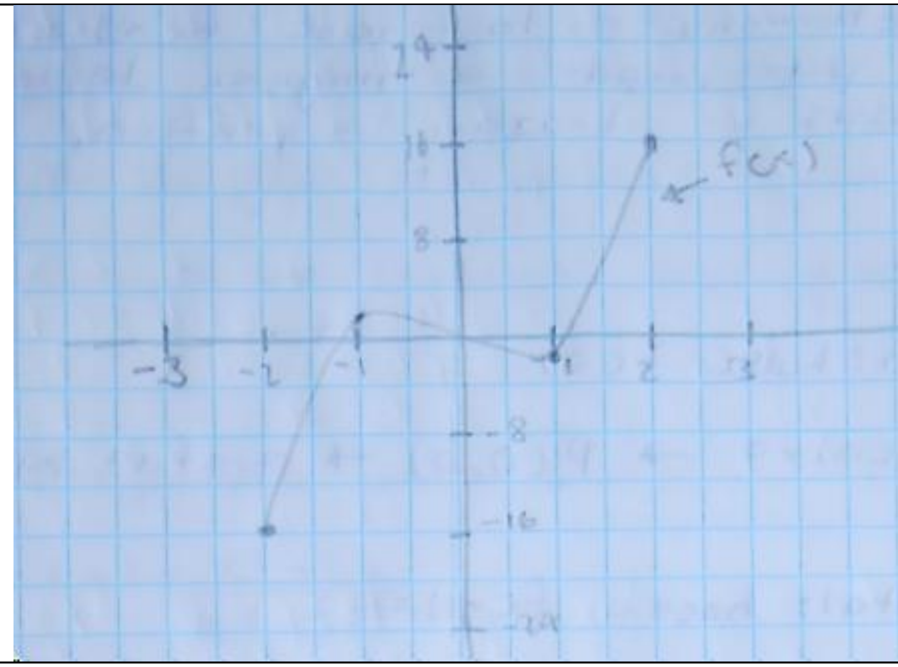
			
Unidad de análisis 1	Unidad 2 Gráficas de funciones polinomiales de grado superior a 2.	Uso análisis de la curva. Dado que se determina cuando es creciente.	Función creciente: Una función es creciente en un intervalo I si y sólo si $x_1 < x_2 \rightarrow f(x_1) < f(x_2)$. 
Unidad de análisis 1	Unidad 2 Gráficas de funciones polinomiales de grado	Uso análisis de la curva. Dado que se determina cuando es decreciente.	Función decreciente: Una función f(x) es decreciente en un intervalo I si y sólo si $x_1 > x_2 \rightarrow f(x_1) > f(x_2)$.

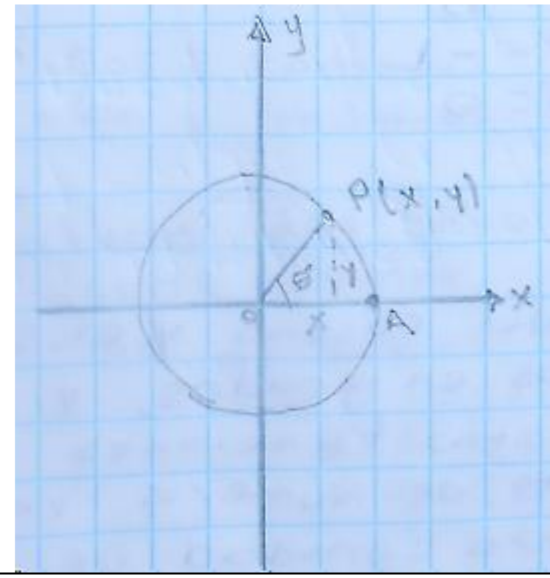
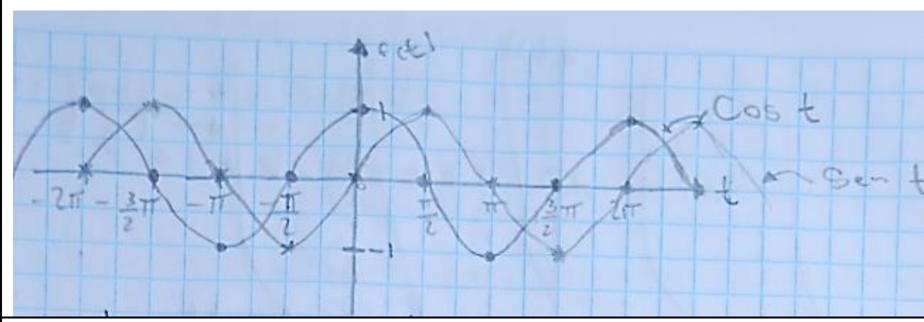
	superior a 2.		
Unidad de análisis 1	Unidad 2 Gráficas de funciones polinomiales de grado superior a 2.	Uso análisis de la curva. Porque analizan la gráfica de acuerdo a su comportamiento por intervalos, viendo donde pasa de ser creciente a decreciente y viceversa.	Ejemplo: Trazar la gráfica de la función $f(x) = x^3 + x^2 - 4x - 4$. 
Unidad de análisis 1	Unidad 2 Gráficas de funciones polinomiales de grado	Uso análisis de la curva. Porque hace un análisis de signos.	Ejemplo: Trazar la gráfica de la función $f(x) = x^4 - 4x^3 + 3x^2$.

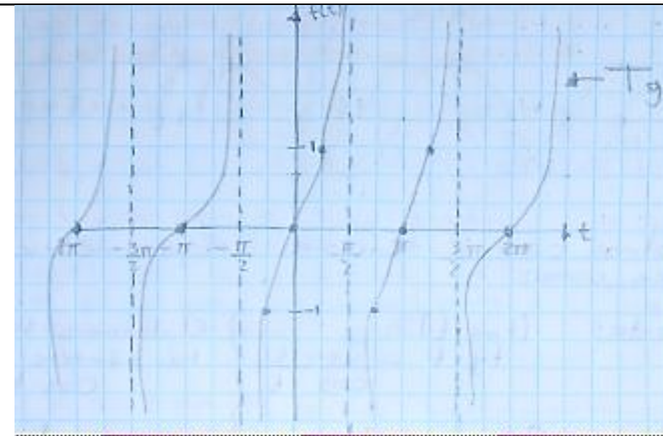
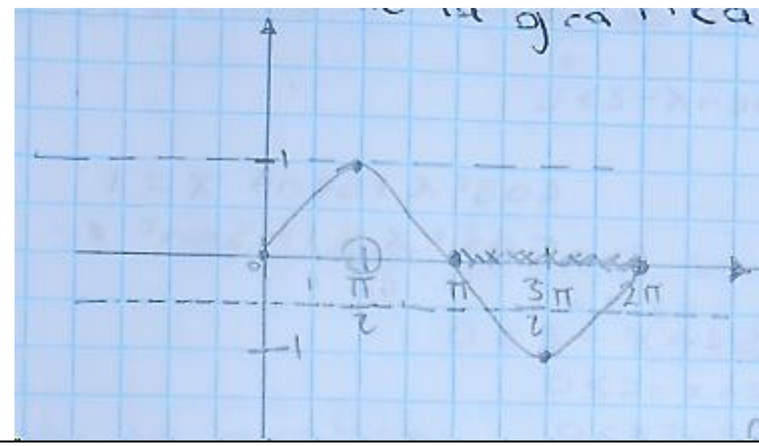
	superior a 2. 29/sept/16		
Unidad de análisis 1	Unidad 2 Gráficas de funciones racionales. 29/sept/16	Uso análisis de la curva.	
Unidad de análisis 1	Unidad 2 Gráficas de funciones racionales. 03/oct/16	Uso análisis de la curva. Analizan en qué segmento crece o decrece.	Cuando x se acerca a 0 por cualquier lado, f(x) crece indefinidamente.

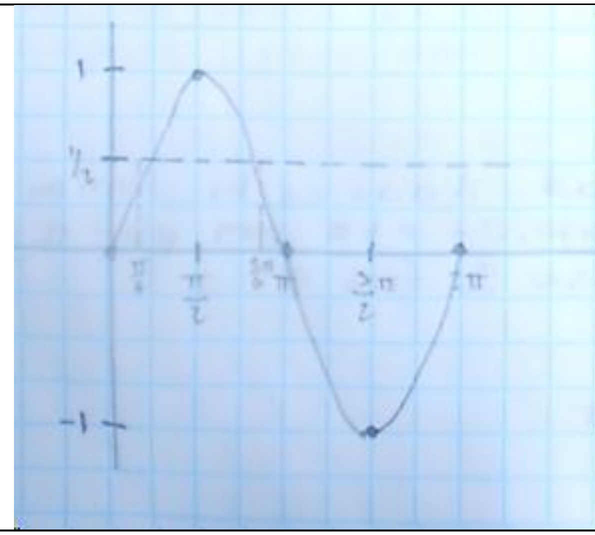
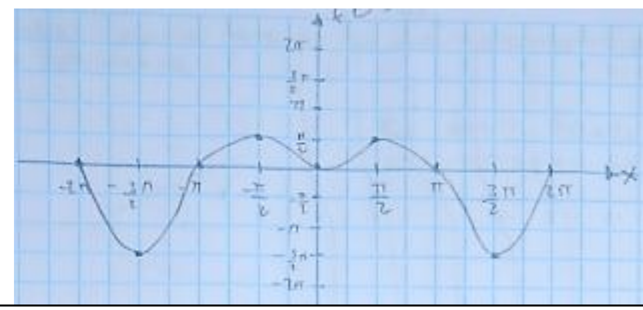
			
Unidad de análisis 1	Unidad 2 Gráficas de funciones racionales. 03/oct/16	Uso análisis de la curva. Se grafica de acuerdo a la asíntota.	Si $f(x) = \frac{0}{0}$, entonces la gráfica de f(x) tiene un hueco en el punto donde se atraviesa la asíntota. 
Unidad de análisis 1	Unidad 2 Funciones pares e impares.	Uso comportamiento geométrico. Dado que se grafica por medio de la	Función par: Es aquella cuya gráfica es simétrica con el eje vertical. Es decir f(x) es una función par si y sólo si f(-x)=f(x). Esto es. Si al sustituir x por –x, la función no cambia.

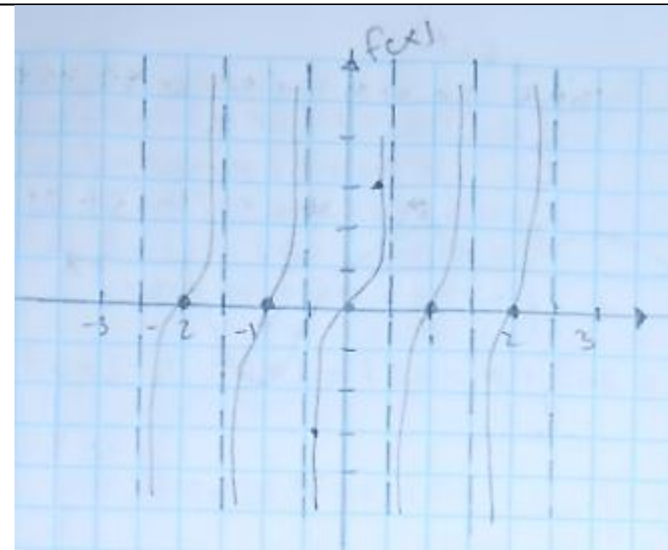
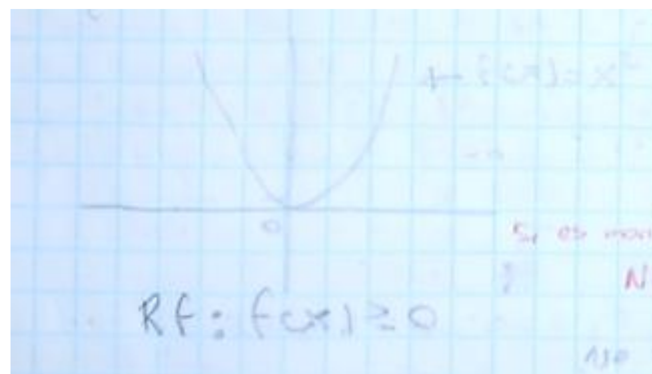
	04/oct/16	tabulación.	
Unidad de análisis 1	Unidad 2 Funciones pares e impares. 04/oct/16	Uso comportamiento geométrico. Dado que utilizan la sustitución de valores de x para encontrar los de f(x).	Función impar: Es aquella cuya gráfica es simétrica con el origen. F(x) es una función impar si y sólo si f(-x) =-f(x). Esto es, si al sustituir x por –x cambia el signo de f(x). 
Unidad de análisis 1	Unidad 2 Funciones pares e	Uso distribución de puntos. Se ayudan mediante la tabulación para	Ejemplo. Determinar si la función $f(x) = 3x^3 - 4x$ es par, impar o ninguna de las dos cosas y trazar su gráfica.

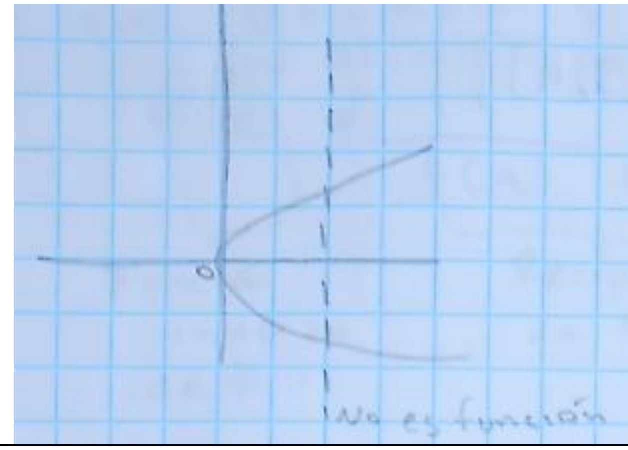
	impares. 04/oct/16	graficar.	
Unidad de análisis 1	Unidad 2 Funciones trigonométricas.	Uso comportamiento geométrico. Dado que solo se apoyan de la gráfica para definir las funciones Seno y Coseno.	Definición de Seno y Coseno Sea el circulo unitario (o sea de radio r=1) con centro en el origen y sea A l punto donde el circulo corta el eje horizontal positivo. También sea p un punto que se mueve a través del circulo en el sentido contrario a las manecillas del reloj desde A hasta una posición p(x,y). La línea OP que une el origen con el punto, forma una abertura con el eje horizontal positivo llamada un ángulo, el cual tiene una medida de θ°. Podemos ver que las coordenadas de p(x,y) y la línea OP forman un triángulo rectángulo. Por lo tanto, podemos definir: $Cos\theta = \frac{C.A}{Hip} = \frac{x}{1} = x$

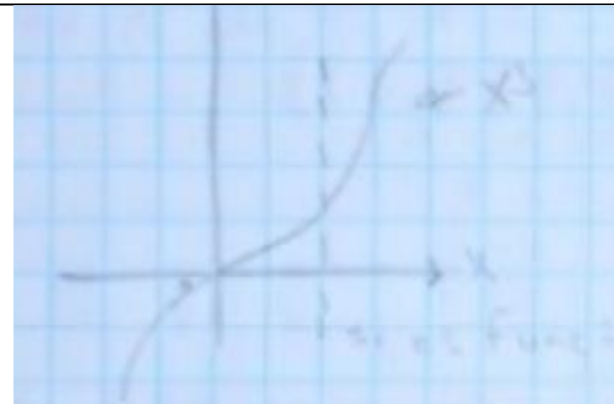
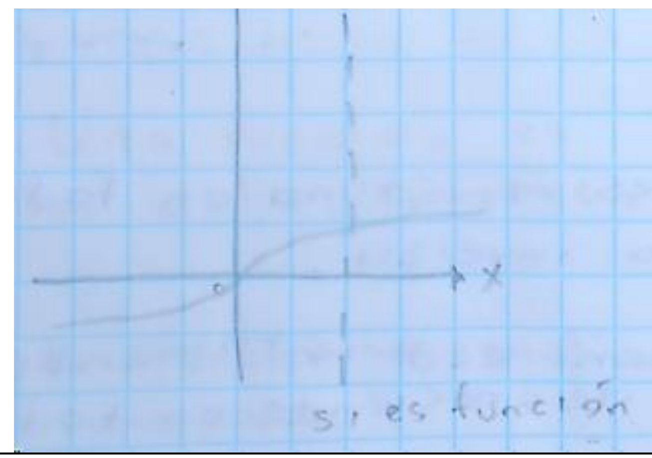
			$Sen\theta = \frac{C.O}{Hip} = \frac{y}{1} = y$ 
Unidad de análisis 1	Unidad 2 Funciones trigonométricas.	Uso distribución de puntos. Dado que se apoyan de la localización de los puntos donde las funciones son uno o cero.	Gráficas del seno y el coseno 
Unidad de análisis 1	Unidad 2 Funciones	Uso distribución de puntos.	Gráfica de la función tangente

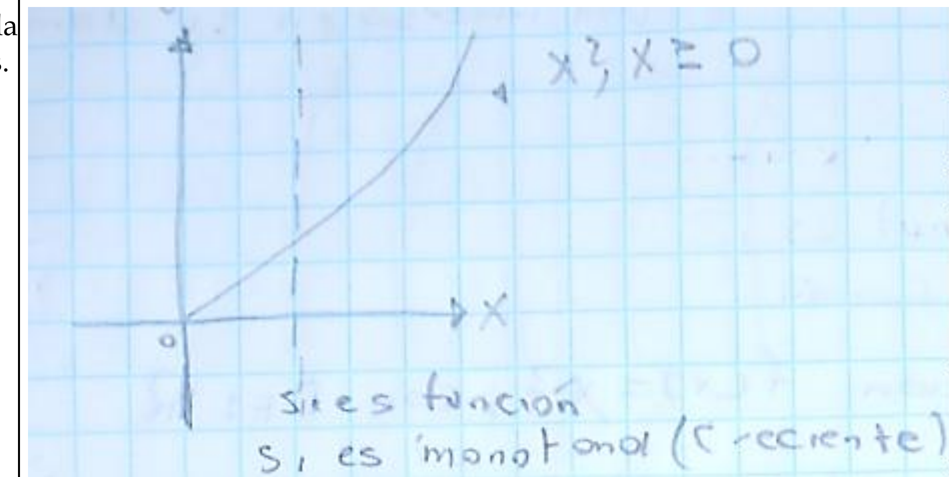
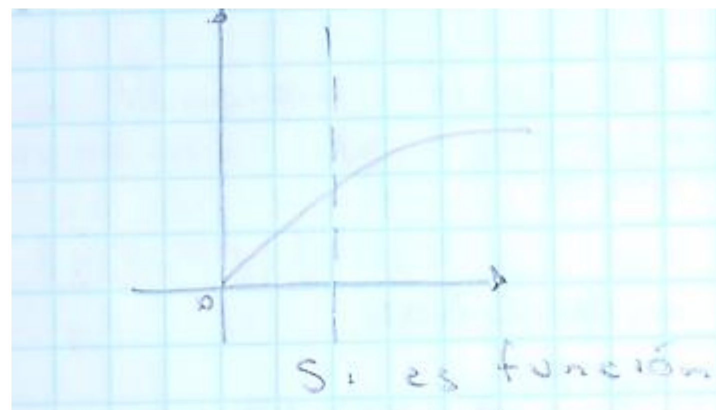
	trigonométricas.	Dado que se apoyan de los valores en los que la función es cero.	
Unidad de análisis 1	Unidad 2 Funciones trigonométricas.	Uso distribución de puntos. Aquí utilizan la gráfica para explicar las desigualdades, pero al graficarlas utilizan la distribución de puntos.	Auxilio de la gráfica del seno para demostrar identidades trigonométricas. 
Unidad de análisis 1	Unidad 2 Funciones trigonométricas.	Uso distribución de puntos. Dado que se utiliza la localización de puntos.	Graficando sen x

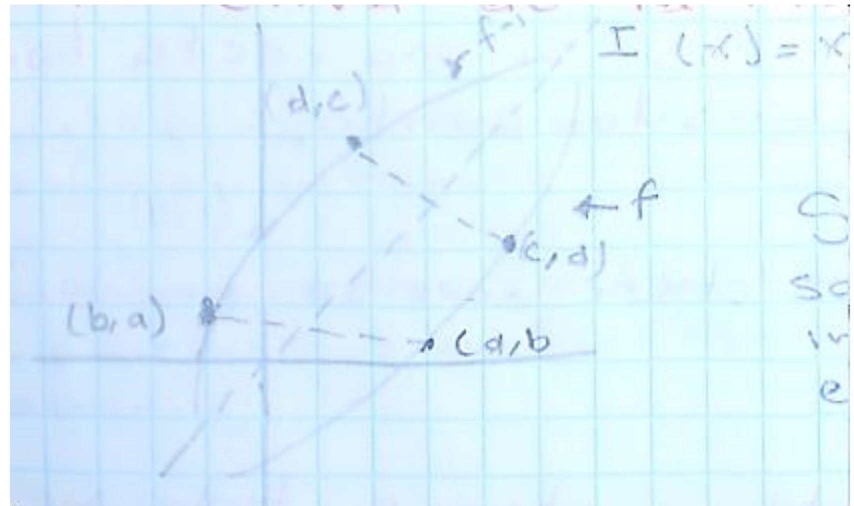
			
Unidad de análisis 1			
Unidad de análisis 1	Unidad 2 Funciones trigonométricas.	Uso distribución de puntos. Se hace uso de la tabulación.	Trazar la gráfica de $f(x) = x\ sen\ x$ 
Unidad de análisis 1	Unidad 2 Funciones trigonométricas.	Uso distribución de puntos. Se hace uso de la	Trazar la gráfica de la función: $f(x) = 3\ Tg\ \pi x$.

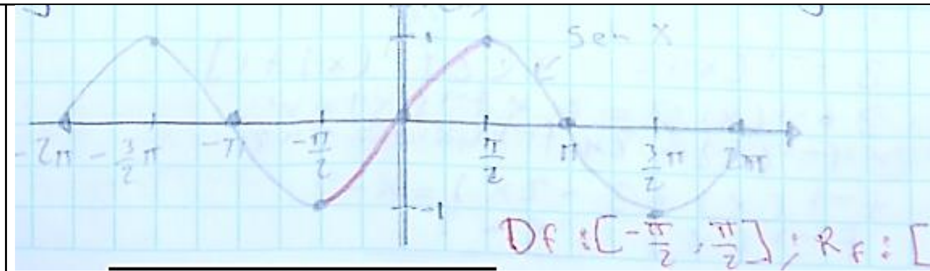
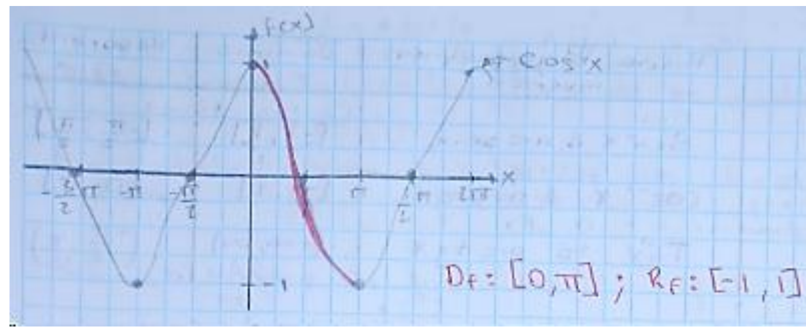
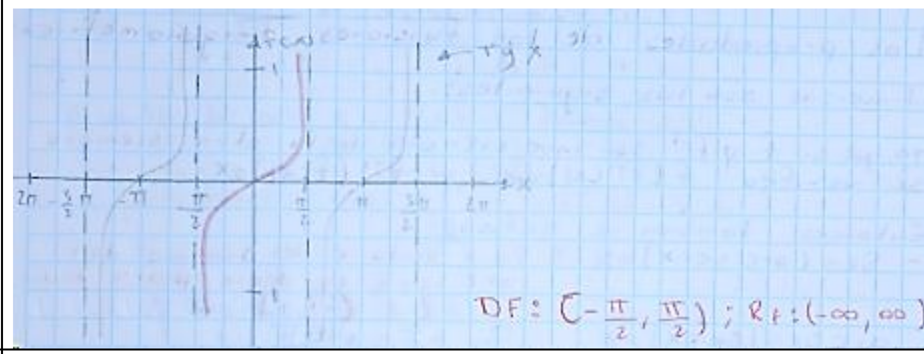
		tabulación.	
Unidad de análisis 1	Unidad 2 Funciones inversas. 24/oct/16	Uso distribución de puntos. Se hace uso de la localización de puntos.	Sea la función $f(x) = x^2$, con Df: R, y sea la colección de parejas ordenadas: f(x)= {(-3,9), (-2,4), (-1,1), (0,0), (1,1), (2,4), (3,9)}. Es función porque no hay parejas ordenadas con el mismo primer elemento y diferente segundo elemento. 

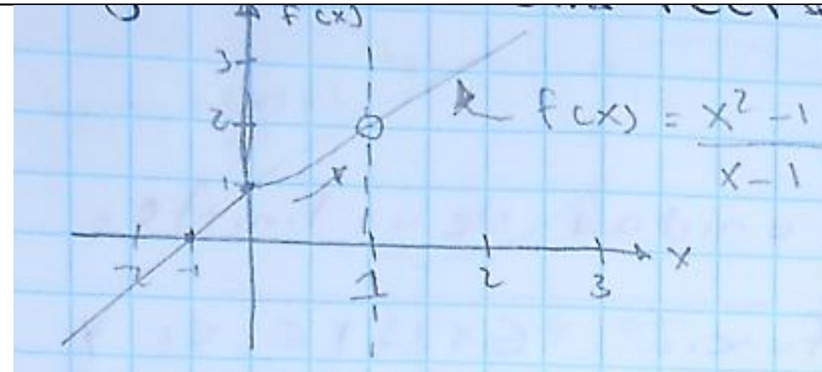
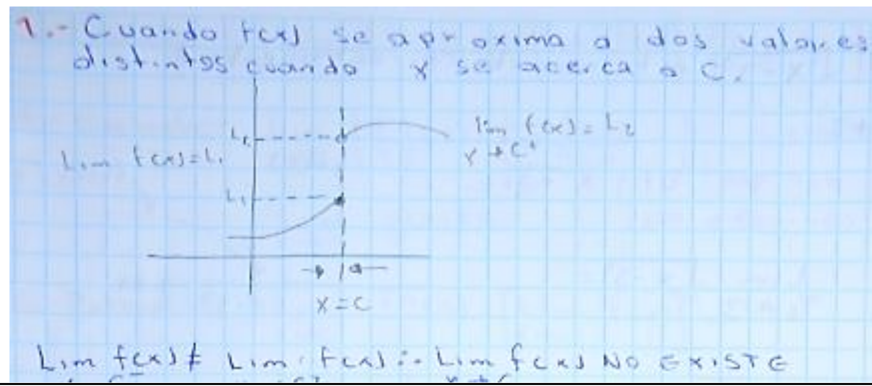
Unidad de análisis 1	Unidad 2 Funciones inversas. 24/oct/16	Uso distribución de puntos. Se hace uso de la localización de puntos.	Deseamos saber si al invertir las parejas ordenadas, obtenemos también una función {(9,-3), (4,-2), (1,-1), (0,0), (1,1), (4,2), (9,3)}. No es función porque hay parejas ordenadas con el mismo primer elemento, pero diferente segundo elemento. 
Unidad de análisis 1	Unidad 2 Funciones inversas. 24/oct/16	Uso distribución de puntos. Se hace uso de la localización de puntos.	Sea la función $f(x) = x^3$, con Df:R F(x) = {(-3,-27), (-2,-8), (-1,-1), (0,0), (1,1), (2,8), (3,27)}

			 Si es monótona, si tiene inversa.
Unidad de análisis 1	Unidad 2 Funciones inversas. 24/oct/16	Uso distribución de puntos.	Invirtiendo las parejas ordenadas {(-27,-3), (-8,-2), (-1,-1), (0,0), (1,1), (8,2), (27,3)} 
Unidad de análisis 1	Unidad 2	Uso distribución de	Veamos si $f(x) = x^2$ tiene una inversa si limitamos los valores de x a

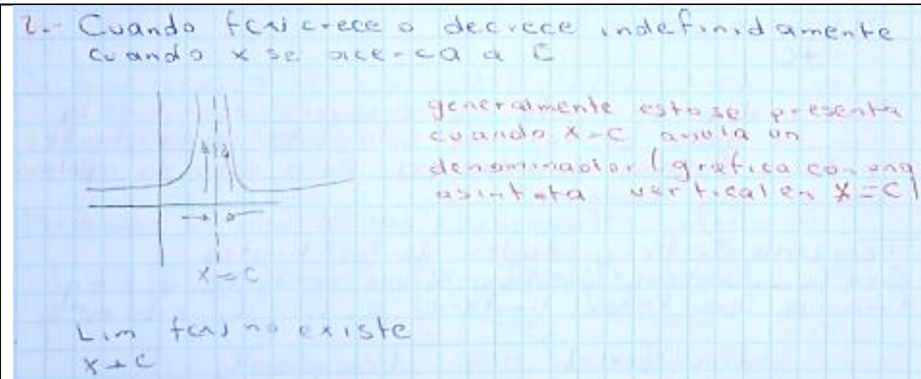
	Funciones inversas. 24/oct/16	puntos. Se hace uso de la localización de puntos.	x≥0 (ó x≤o) f(x)= {(0,0), (1,1), (2,4), (3,9)} 
Unidad de análisis 1	Unidad 2 Funciones inversas. 24/oct/16	Uso distribución de puntos. Se hace uso de la localización de puntos.	Invirtiendo las parejas ordenadas obtenemos: {(0,0), (1,1), (4,2), (9,3)} 

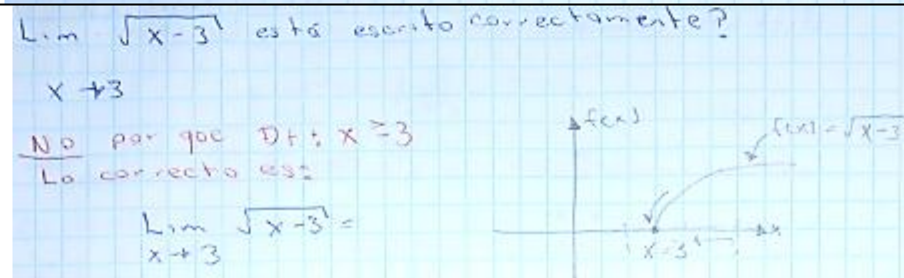
Unidad de análisis 1	Unidad 2 Funciones inversas. 25/oct/16	Uso distribución de puntos. Se hace uso de la localización de puntos para explicar la simetría.	Las gráficas de f y f^{-1} son simétricas con respecto a la gráfica de la función identidad I(x)=x. Esta propiedad se llama propiedad reflexiva de la inversa. 
Unidad de análisis 1	Unidad 2 Funciones trigonométricas inversas. 25/oct/16	Uso distribución de puntos. Porque siempre se localizan los puntos conocidos de las funciones trigonométricas.	En primer lugar, ninguna de las seis funciones trigonométricas tiene inversa en su dominio natural, porque todas son periódicas y, por lo tanto, no son uno a uno. Entonces para poder definir a las funciones trigonométricas inversas, es necesario primero restringir sus dominios a un intervalo donde sí sean uno a uno pero, sin embargo, tomen todos los valores de su recorrido.

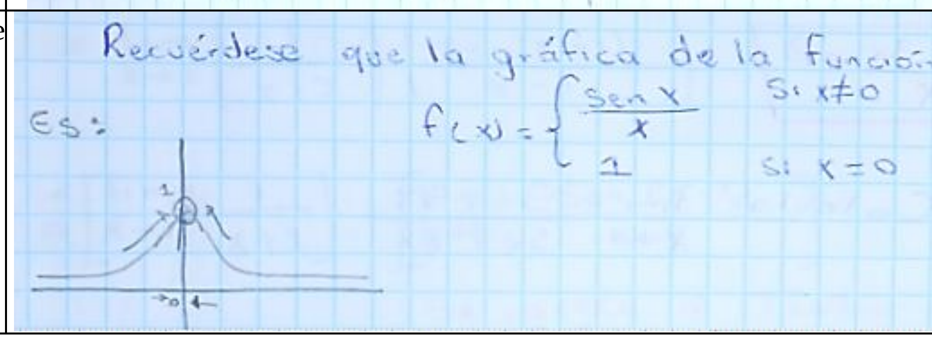
			  
Unidad de análisis 1	Unidad 3 Límites y continuidad.	Uso distribución de puntos.	Ejemplo: la función $f(x) = \frac{x^2-1}{x-1}$ $\lim_{x\to 1} \frac{x^2-1}{x-1} = 2$ La gráfica es una recta con un hueco en el punto (1,2)

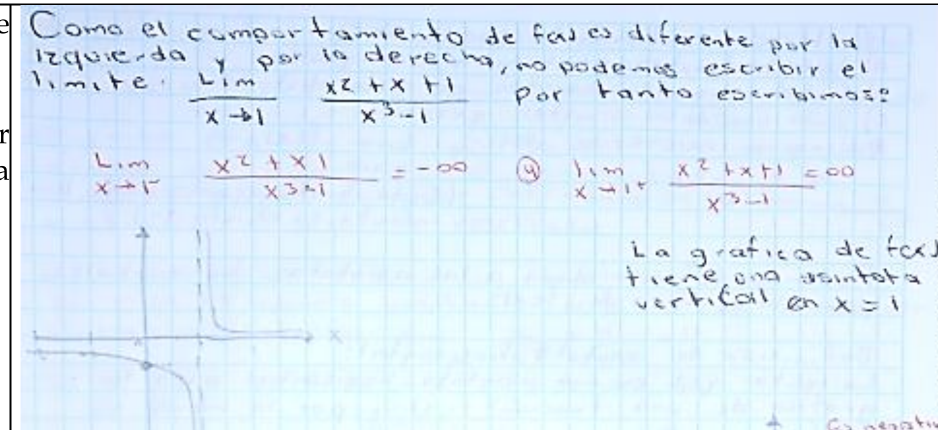
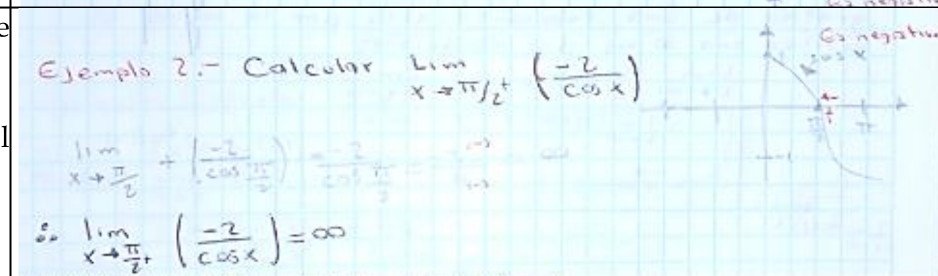
			
Unidad de análisis 1	Unidad 3 Límites y continuidad.	Uso distribución de puntos.	Las principales causas de inexistencia de un límite 

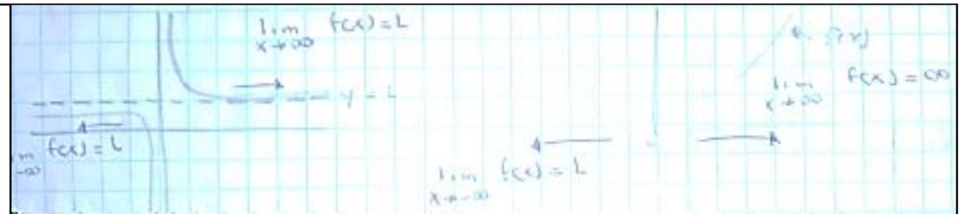
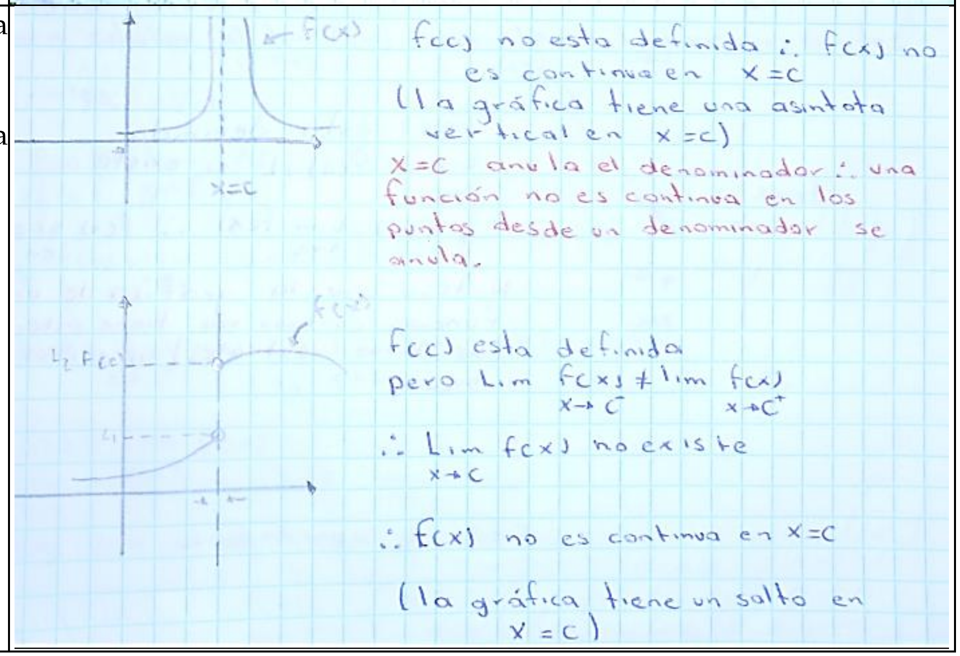
<table>
<tr><td>Unidad de análisis 1</td><td>Unidad 3

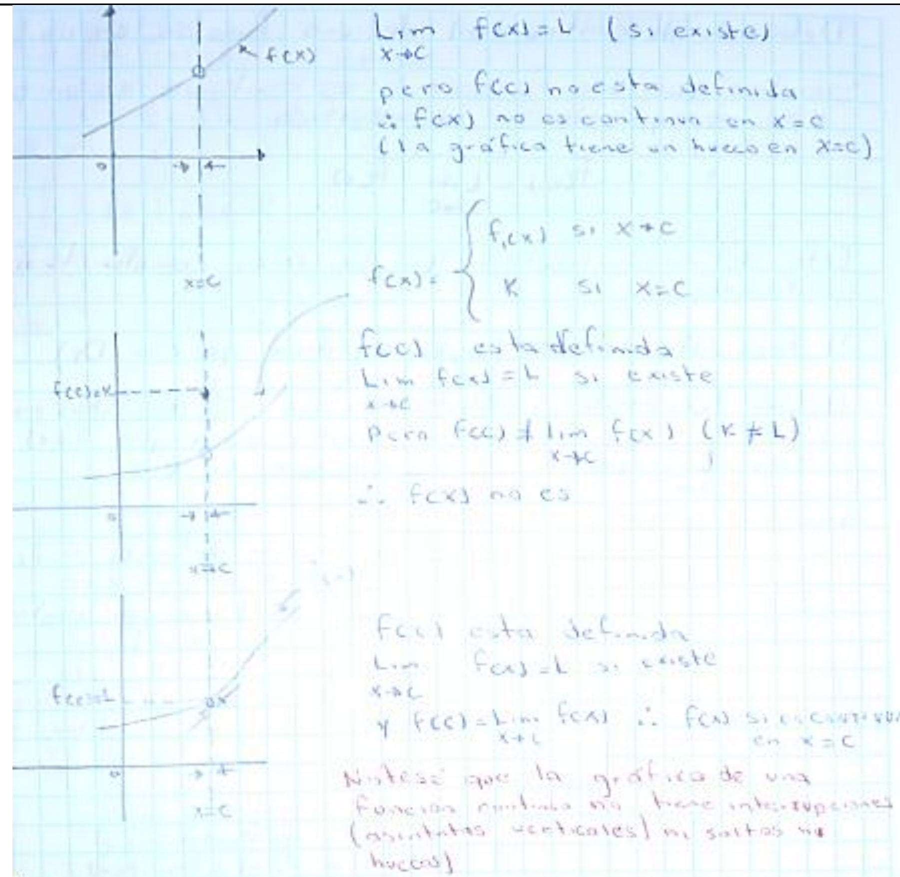
Límites y continuidad.</td><td>Uso distribución de puntos.</td><td>
</td></tr>
<tr><td>Unidad de análisis 1</td><td>Unidad 3

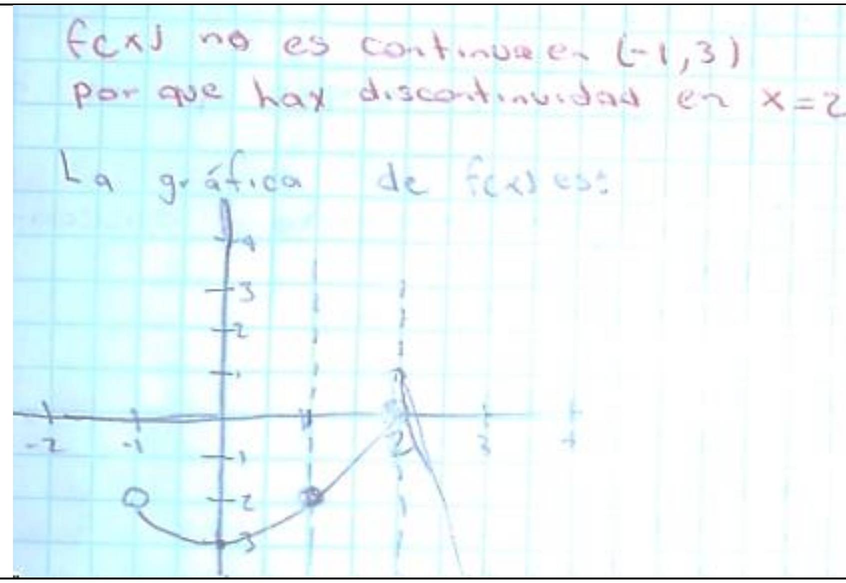
Límites y continuidad.</td><td>Uso distribución de puntos.</td><td>
</td></tr>
<tr><td>Unidad de análisis 1</td><td>Unidad 3

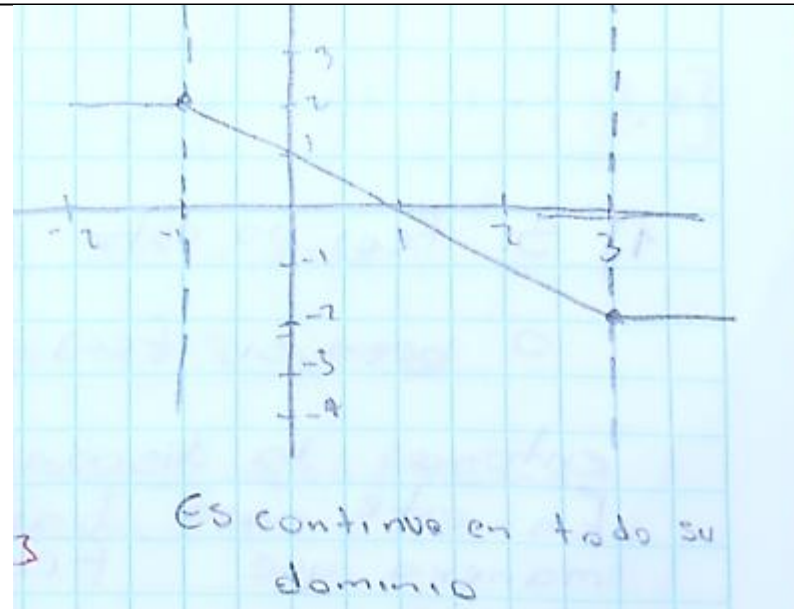
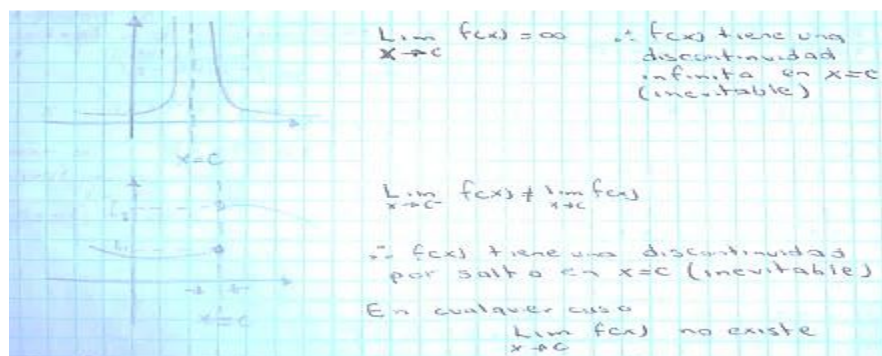
Límites de funciones trigonométricas.</td><td>Uso distribución de puntos.</td><td>
</td></tr>
</table>

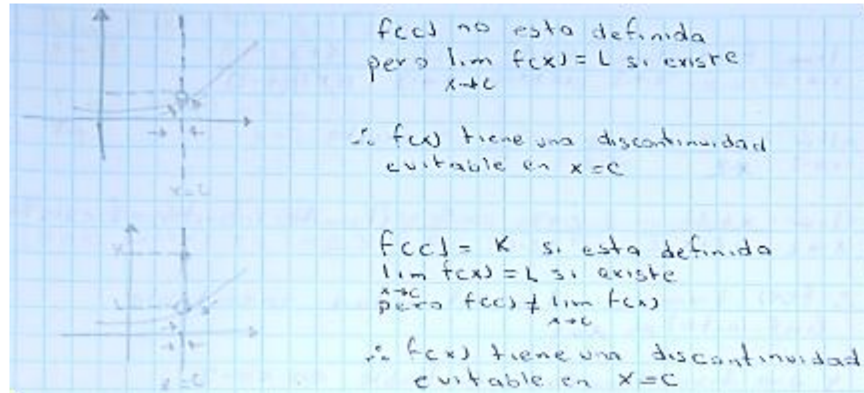
Unidad de análisis 1	Unidad 3 Límites infinitos.	Uso distribución de puntos. Se procede a encontrar un los valores para después graficar.	
Unidad de análisis 1	Unidad 3 Límites en el infinito.	Uso distribución de puntos. Se grafica dado el punto de continuidad.	
Unidad de análisis 1	Unidad 3 Límites en el infinito.	Uso análisis de la curva. Dado que la gráfica se analiza de acuerdo a la asíntota.	Definición de asíntota horizontal: La recta y=L es una asíntota horizontal para la gráfica de una función f(x) si por lo menos se verifica una de las dos condiciones $\lim_{x\to-\infty} f(x) = L$ ó $\lim_{x\to\infty} f(x) = L$

			
Unidad de análisis 1	Unidad 3 Continuidad de funciones.	Uso análisis de la curva. Porque lo que interesa es la continuidad.	

Unidad de análisis 1	Unidad 3 Continuidad de funciones.	Uso análisis de la curva. Dado que la gráfica se hace para ver la continuidad.	

Unidad de análisis 1	Unidad 3 Continuidad de funciones.	Uso distribución de puntos. Se utiliza la distribución de puntos para graficar.	
Unidad de análisis 1	Unidad 3 Continuidad de funciones.	Uso análisis de la gráfica. Dado que se analiza por intervalos.	Ejemplo: hallar a y b de modo que la siguiente función sea continua en todo su dominio. $f(x) = \begin{cases} 2\ si\ x \leq -1 \\ ax + b\ si -1 < x < 3 \\ -2\ si\ x \geq 3 \end{cases}$

			
Unidad de análisis 1	Unidad 3 Clases de discontinuidades. 24/nov/16	Uso análisis de la curva. Dado que se grafica con el propósito de ver la discontinuidad.	Las discontinuidades pueden ser de dos tipos, evitables o inevitables. Si el límite f(x) no existe, entonces la discontinuidad es inevitable. 

Unidad de análisis 1	Unidad 3 Clases de discontinuidades. 24/nov/16	Uso análisis de la curva. Grafican para hacer un análisis del límite.	Si f(c) no está definida pero $\lim_{x \to c} f(x)$ si existe o bien, si $f(c) \neq \lim_{x \to c} f(x)$, entonces la discontinuidad en x=c es evitable. 

Resumiendo la tabla anterior podemos ver que predomina la distribución de puntos tanto por unidad, y por semestre, con esto podemos ver la similitud con el que se abordan las gráficas de funciones en el bachillerato y como se abordan en la materia de Matemáticas I en la carrera de Ingeniería Civil de la Universidad Autónoma de Zacatecas, esto confirma que el conocimiento es tratado como utilitario pero no resulta funcional (Cordero, 2008).

Las tablas siguientes muestran en resumen Los usos de las gráficas que se encontraron en las libretas de Matemáticas I de los estudiantes de primer semestre de la carrera de Ingeniería Civil de la Universidad Autónoma de Zacatecas.

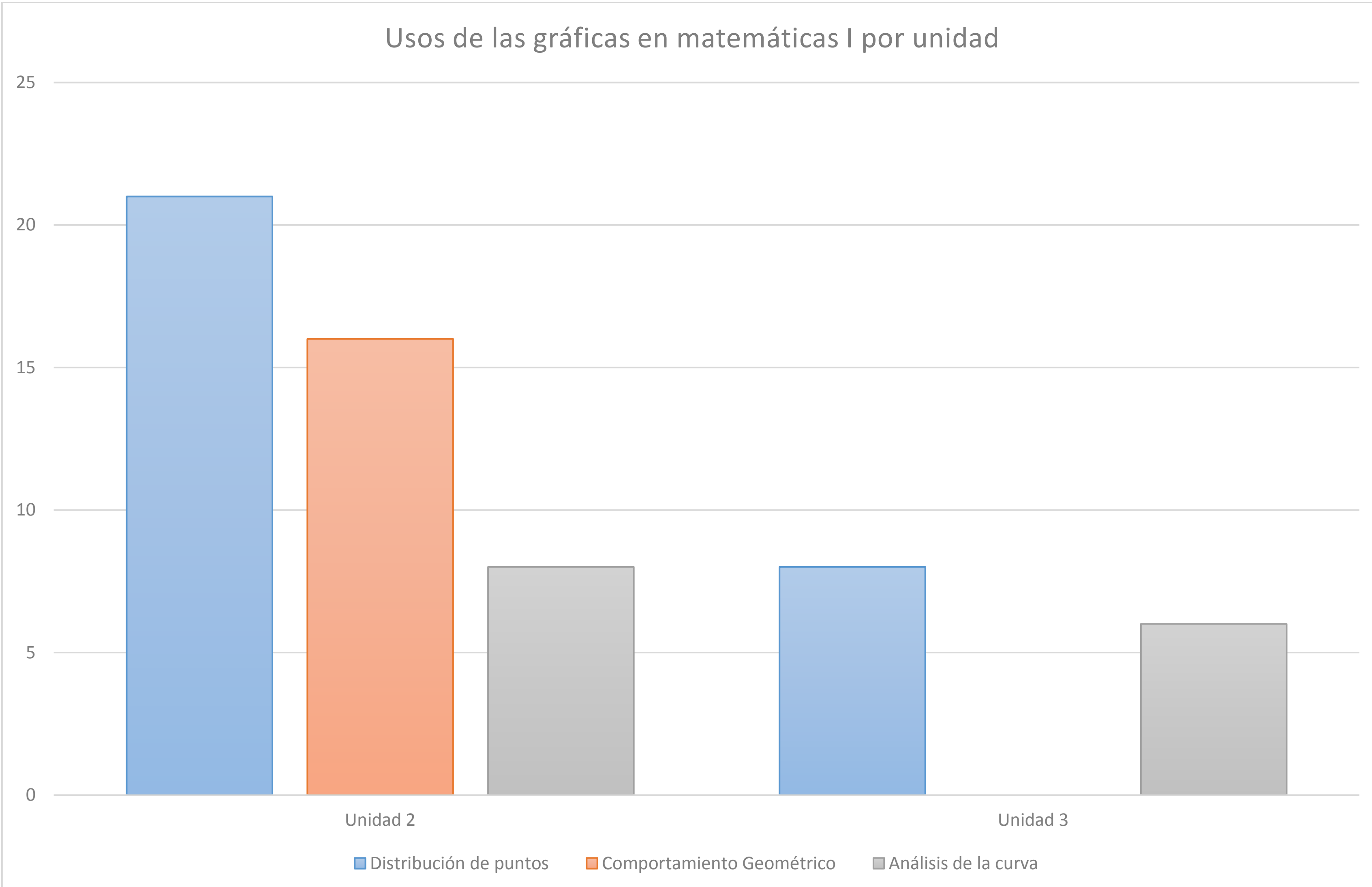


Figura 6. Uso de las gráficas en Matemáticas I por unidad.

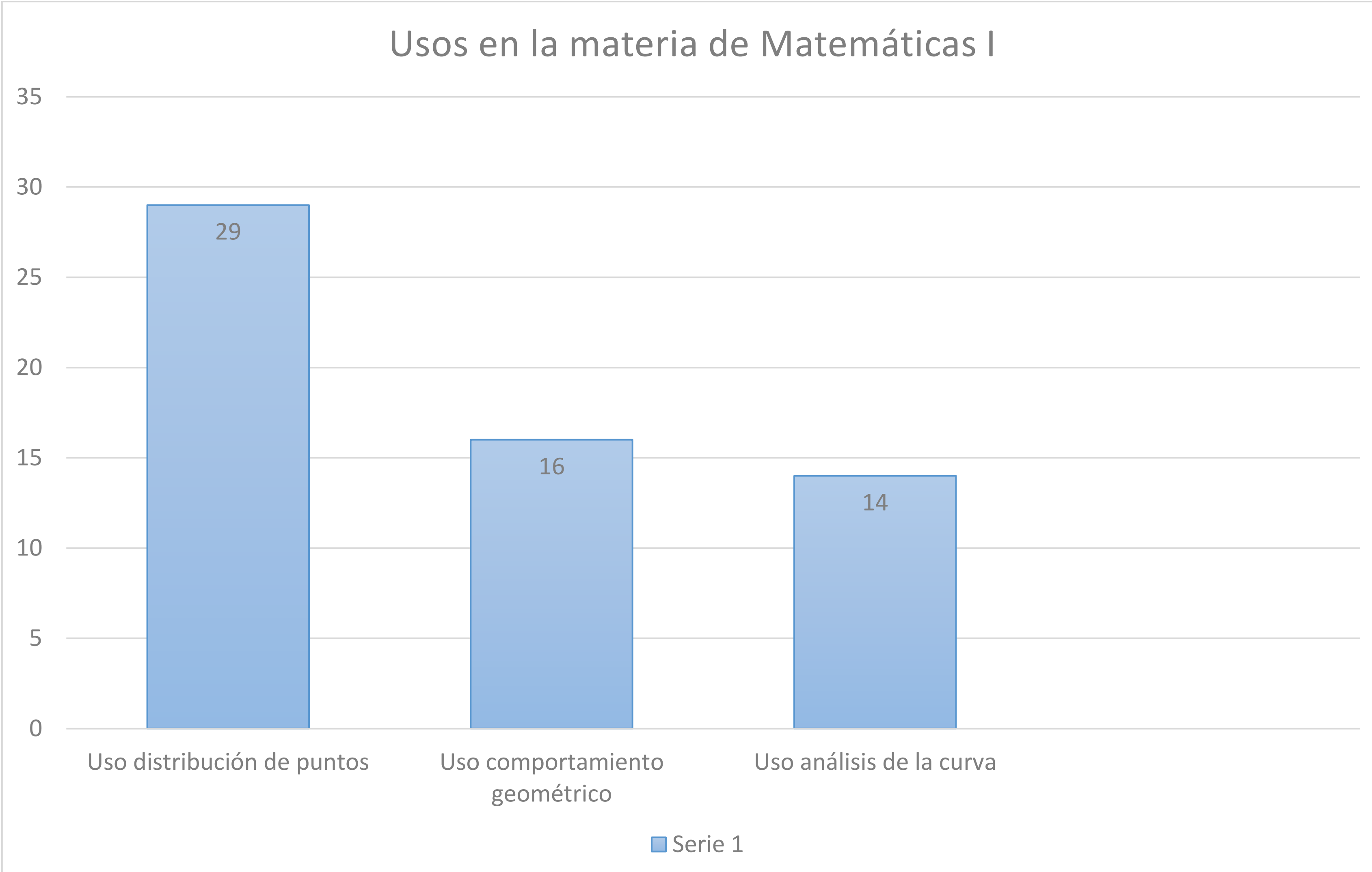


Figura 7. Usos en la materia de Matemáticas I.

Entonces en las gráficas vemos que predomina la distribución de puntos, estos usos van apareciendo principalmente en la introducción de los temas que tienen que ver con gráficas, parece ser que es lo más confiable para introducir una gráfica dado a la costumbre que se tiene a recurrir a esta forma de graficar, entonces cuando aparece algo nuevo como por ejemplo una explicación de cómo es la función lineal o la cuadrática el primer recurso para explicar la gráfica de estas funciones es a través de la distribución de puntos.

Por otro lado, el uso de comportamiento geométrico aparece cuando ya se tiene conocimiento de las gráficas básicas y de esta forma utilizarlas para explicar algunas características de las gráficas, como por ejemplo la pendiente de una recta, o la concavidad de la parábola, las rotaciones y traslaciones, e inclusive para ver si la función es par o impar.

El uso Análisis de la curva, aparece cuando lo que interesa de la gráfica es su comportamiento, por ejemplo, si es creciente o decreciente, si es continua o ver donde puede tener discontinuidades, de manera general o por intervalos.

Entonces en sí el uso de la gráfica se ubica en el papel que desempeña la gráfica en una situación y se manifiesta por sus funcionamientos y formas. Por un lado, el funcionamiento son las ejecuciones, acciones u operaciones que desempeña la gráfica en una situación, mientras que la forma son el tipo de ejecuciones, acciones u operaciones (Cordero y Flores, 2007)

4.3 Análisis de Estructuras Isostáticas

El análisis de este subescenario se hará a través de la adaptación de la caracterización de uso que propone Segura (2017) sobre la matemática que aparece para resolver un problema. Que en este caso será el diseño de una viga.

> Por lo general, "las vigas son barras prismáticas rectas y largas. El diseño de una viga para que soporte de la manera más efectiva las cargas aplicadas es un procedimiento que involucra dos partes: 1) determinar las fuerzas cortantes y los momentos flectores producidos por las cargas, y 2) seleccionar la sección transversal que resista de la mejor manera posible a las fuerzas cortantes y a los momentos flectores". (Beer, *et. al*., 2010, p. 362)

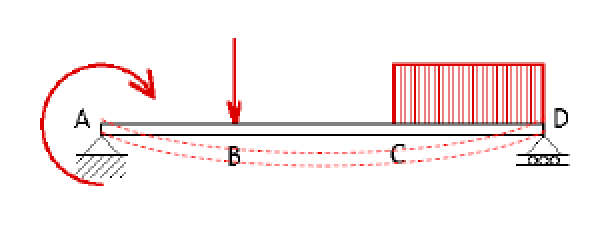


Figura 8. Viga sometida a diferentes cargas.

Las cargas a las que son sometidas las vigas son de dos tipos: cargas puntuales y cargas distribuidas. Una viga puede estar sujeta a cargas concentradas, a una carga distribuida, o a una combinación de ambas cargas como lo muestra la siguiente imagen.

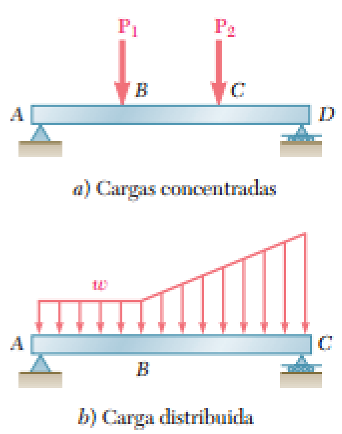


Figura 9. Tipos de carga (Beer, et al., 2010).

Las vigas se clasifican de acuerdo a la forma en la que están apoyadas, como lo muestra la siguiente imagen. La distancia L existente entre los apoyos recibe el nombre de claro.

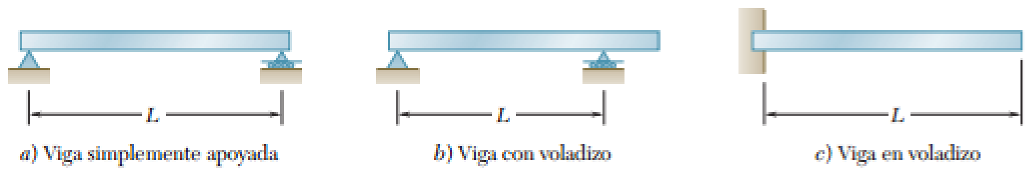


Figura 10. Tipos de apoyos en vigas estáticamente determinadas. (Beer, et. al., 2010).

Al analizar la transcripción del video, se detectó que en este caso el problema a resolver que aparece en este subescenario es el de "Diseño de una viga". Para esto, desde el punto de vista en el escenario escolar, el profesor lo hace en tres momentos. Después de tener el problema en concreto de la viga a diseñar, en este caso una viga con carga uniformemente distribuida simplemente apoyada. Una viga con doble voladizo es una viga simple que se prolonga más allá de ambos apoyos. Suponiendo una carga uniformemente distribuida, las proyecciones para las cuales los momentos sobre los apoyos son iguales y opuestos al momento a la mitad del claro son aproximadamente 1/3 del claro.

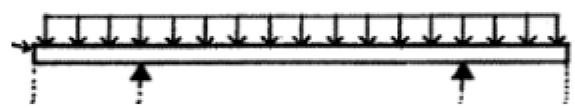


Figura 11. Viga con dos voladizos.

En primer lugar, se tienen que determinar la carga axial, la fuerza cortante y el momento flexionante de cada tramo de la viga, donde el objetivo principal es hacer los diagramas de estas funciones. En segundo lugar, viene la graficación de los diagramas de fuerza cortante y momento flexionante. Y por último la interpretación de lo que se obtuvo a través de la graficación.

A continuación se transcribe parte de los episodios en los que se da evidencia de cómo se va construyendo primeramente el esquema y posteriormente se da una interpretación.

4.3.1 Determinar la carga axial, la fuerza cortante y el momento flexionante

Lo primero que empiezan a hacer es encontrar las reacciones de los apoyos (las reacciones son las fuerzas que se producen en los apoyos respecto a la carga de la viga). Para esto el profesor empieza dictando el problema.

P: El encabezado del problema es el mismo que los anteriores, terminar los diagramas de carga axial, fuerza cortante y momento flexionante en la viga que se muestra. [el profesor comienza dibujando una viga en el pizarrón, simplemente apoyada con dos voladizos]

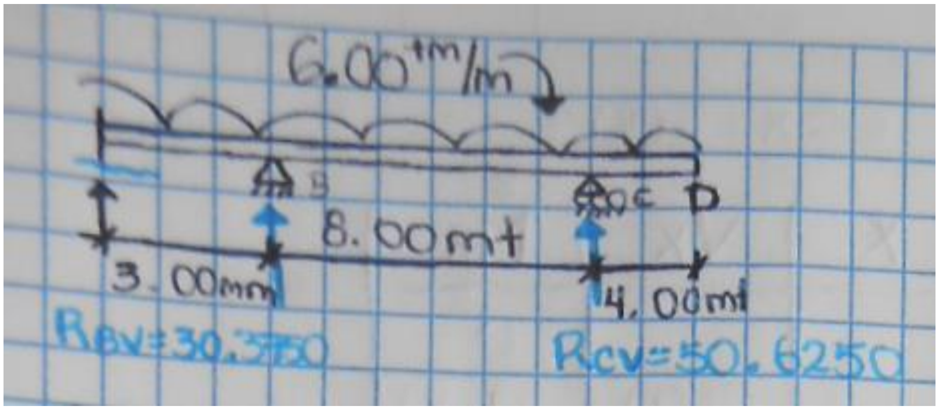


Figura 12. Evidencia 1.

P: Como la que tenemos ahí. [refiriéndose a la viga del pizarrón]. Y empieza el primero.

E: La flexión en…

P: La flexión en A ¿cuál es la respuesta?

E: Tres.

P: En este caso, cuando las cargas las juntamos así [señala la viga], cuando no ponemos rectangulito, es lo mismo a una carga uniformemente distribuida ¿ok? Entonces ¿qué reacciones tenemos en B? [empieza a dibujar las reacciones] vertical ¿y?

E: La horizontal.

P: La horizontal… ¿En C?

E: La vertical [y el profesor las dibuja en el pizarrón]

P: ¿Qué hago para encontrar las reacciones?

E: Hace falta un momento.

P: ¿En dónde?

E: En B.

P: en B… ¿En B?

Todos: Sí en B.

P: Ok. Entonces hacemos suma de momentos en B ¿qué vamos a obtener? [se escuchan murmullos de los estudiantes].

P: ¿Qué vamos a obtener? [empieza a escribir en el pizarrón la suma de momentos].

E: Esteeeeeeeeee.

P: ¿Hacia la izquierda positivo? [le pone signo positivo hacia la izquierda en la suma de momentos].

E: ¿Puedo pasar? [el profesor solo afirma con la cabeza].

P: ¿Qué hacemos?

P: Estamos aquí [señalando el apoyo en B]… Haber otra vez.

E: [El estudiante empieza a hacer la operación en la calculadora]…por seis…serían 18 ¿está bien?

P: ¿Positivo? Seis por cuatro [escribe en el pizarrón].

E: Por tres.

P: Por tres ¿Por cuánto?

E: Por tres [el profesor niega con la cabeza].

E: No por 1.5 [el profesor afirma con la cabeza].

P: ¿Qué más? … ¿más?

E: No, menos.

P: Menos… ¿qué? … ¿por cuánto?

E: Por cuatro [el profesor niega con la cabeza].

P: Por ocho.

E: Por ocho.

P: ¿Por? [señala algo en la viga], luego, más, más, las reacciones en vertical ¿Por cuánto?

P: ¿Por cuánto?

P: Menos seis, ¿por cuánto?

E: Por cuatro.

P: Por cuatro.

E: Por dos.

P: [Se da la vuelta hacia los estudiantes y explica]. Dos si estuviera haciendo la suma de momentos en el apoyo, no la estoy haciendo ahí, la estoy haciendo en B.

E: ¡Ah de veras!... ocho… cuatro… ¡seis!

P: Entonces aquí, para ver B tendríamos de ocho, más.

E: Dos.

P: Les quepan… diez… ok… entonces vamos a tener… dieciocho por uno punto cinco ¿cuánto es? ¿veintisiete?

E: Sí, veintisiete.

P: Sí… menos… cuarenta y ocho por cuatro.

E: ciento noventa y dos [el profesor escribe].

P: ¡Aahhhh!, aquí serían diez [apuntando la operación que están haciendo], diez por… seis sesenta ¿por cuatro? ¿doscientos cuarenta?

E: Doscientos cuarenta, sí.

P: ¿Las destas si van aquí?

E: Mmmm.

P: Doscientos cuarenta, más ciento noventa y dos menos veintisiete…entre ocho

E [Entre murmullos] cincuenta por ciento cincuenta… dos cuarenta más ciento y…

P: ¿Cuánto?

E: Ehhhhhhhh, cincuenta punto sesenta y dos … ¿sesenta y tres no?

P: ¿Sesenta y dos qué?

E: Sesenta y dos uno.

P: Sese… ¿sesenta y dos cincuenta?

E: Ajam.

P: [Hace anotaciones en el pizarrón] ¿Qué hacemos ahora?

E: Profe… ¡profe!

P: Sí.

E: ¿Usted ahí en el descanso no le queda menos ciento ochenta y cinco?

P: Otra vez.

E: En ciento noventa y dos.

P: ¿Cuánto?

E: Es que… bueno ahí queda menos.

P: Haber, entonces seis por ocho.

E: Cuarenta y ocho.

P: Por cuatro.

E: Ciento noventa y dos.

E: No, pero…

P: Estas dos son sumas [señalando las operaciones del pizarrón], entonces le resto está. Queda negativo, pasa positivo divido y [hace ademanes de que las operaciones están bien]… ¿está bien?

E: Sí.

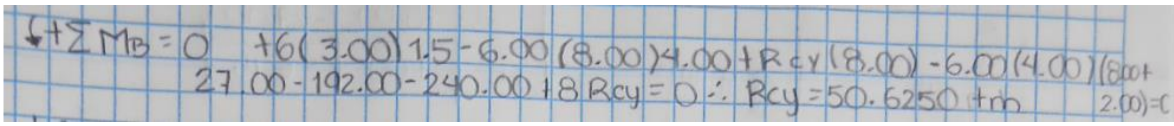


Figura 13. Evidencia 2.

P: Después voy a las verticales ¿qué tenemos? [y vuelve a hacer operaciones en el pizarrón]… menos.

P: ¡Puedo hacerlo por partes o todo!

E: Todo.

P: ¿Cuánto es?

E: Seis por quince.

P: Entonces seis por quince ¿cuánto es? ¿noventa?

E: Sí, noventa.

P: Menos cincuenta punto sesenta y dos cincuenta [50.6250]

E: Treinta y nueve punto treinta y siete.

P: ¿Cuánto es?

E: Treinta y nueve punto treinta y siete.

P: ¿Treinta y nueve? [escribe en el pizarrón].

E: Punto trescientos setenta y cinco.

P: Ok.

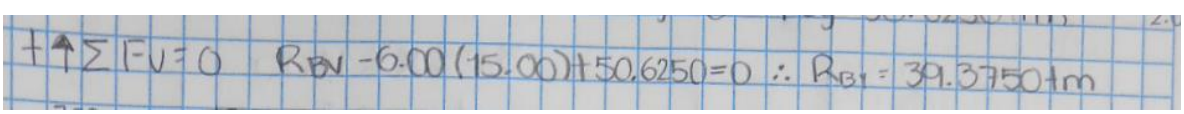


Figura 14. Evidencia 3

P: ¿Las reacciones horizontales cuánto valen? Cero ¿verdad?, no hay. Ok.

E: Profe [levanta la mano].

P: Si.

E: Cuando saca las sumas…

P: ¿Las qué?

E: Bueno porque ahí nomás…

P: ¿esta? [señala las operaciones antes hechas].

E: ¡Ey!

P: Haber, si hacemos suma de momentos aquí [señala uno de los apoyos], ¿qué tengo? ¿La carga de esto [señala la primera sección de la viga] es igual a quién? A seis por tres… la carga ¿cuánto es su brazo de palanca?

E: ¿La mitad?

P: Uno punto cinco.

E: ¡Ah!

P: Y luego ésta, [señala la segunda sección de la viga] seis por ocho… por cuatro.

E: ¡Ah ya ya ya!

P: Y luego ésta, [señala la tercera sección de la viga] seis por cuatro y es dos, más éstos ocho es diez… ¿ok?

E: ¡Gracias!

P: ¿Estamos ahí?

E: Sí.

P: ¿Estamos bien? Vamos a sacar las reacciones.

E: Sí.

P: Fíjense bien… ayer decíamos que nosotros también podemos para sacar las reacciones, determinar una carga equivalente… ok…vamos a ver. Entonces, si yo quiero utilizar una carga equivalente. ¿Qué voy a tener? [dibuja otra vez la misma viga con una carga puntual en el centro]. Voy a decir que esa carga está aquí [y señala la carga]. ¿Cuánto valdría la carga equivalente?

E: Noventa.

P: Noventa… y ¿dónde está localizada?

E: En equis [x].

P: ¿En dónde está localizada?

E: En el centro.

P: ¿En el centro de qué?

E: De los apoyos.

P: De todo, ¡nooo!

E: ¡Ah!

P: El centro de todo, es quince… es seis por quince ¡todo! ¿en dónde? A la mitad ¿de dónde? De todo el claro ¿cuánto vale el claro?

E: Quince.

P: Quince, entonces serían…

E: Siete punto cinco.

P: A siete punto cinco de aquí [señala el extremo izquierdo de la viga] porque está en el centro del claro ¿de acuerdo?

E: Ajá

P: Ahora… con referencia a los apoyos ¿cuánto tendríamos? ¿cuánto sería esta distancia? [señala la distancia del apoyo a la carga].

E: Cuatro… cuatro punto cinco.

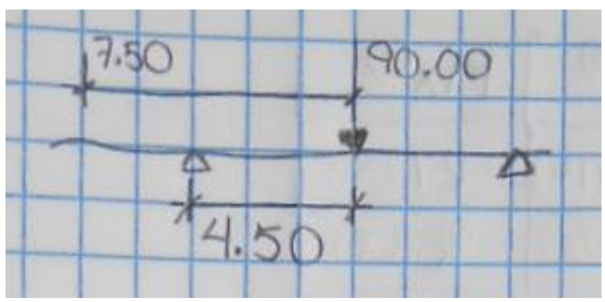


Figura 15. Evidencia 4.

P: Cuatro punto cinco ¿ok? Entonces también puedo encontrar reacciones de esta carga de noventa [señala la carga equivalente]… ubicada a cuatro punto cinco ¿sí? Vamos a ver… ¿Qué tendríamos ahí, si hago suma de momentos aquí? [señala el primer apoyo] ¿qué sería? [empieza a hacer cálculos] ¿sí?... más… aquí una reacción se me va a quitar… ¿noventa por cuatro punto cinco?

E: Cuatrocientos cinco.

P: De a ocho.

E: Cincuenta punto cinco.

P: La reacción en B ¿es igual a quién? A Noventa menos cincuenta punto sesenta y dos cinco [50.625].

E: Treinta y nueve punto trescientos setenta y cinco [39.375].

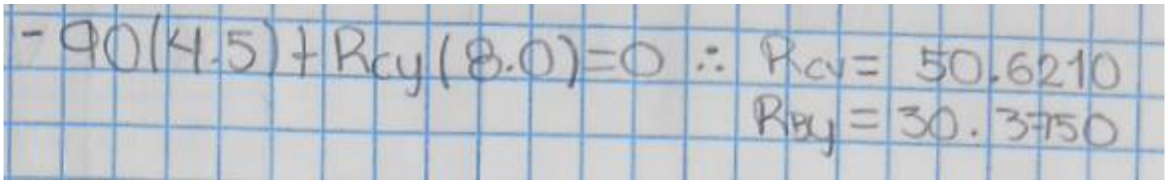


Figura 16. Evidencia 5.

P: Treinta y nueve punto setenta y cinco [39.375] tiene que ser… ok, haber. Entonces el segundo procedimiento es mucho más sencillo, ¿de acuerdo? Pero solamente me sirve para encontrar reacciones… no me sirve para encontrar diagramas, ¿por qué? Porque los diagramas de esta viga [señala la viga con la carga equivalente] aquí valen cero. Aquí no hay cargas… y sería nada más un diagrama entre entre apoyos… y la viga no tiene entre apoyos. La viga tiene desde los extremos, hasta… todo lo largo de la historia de la barra… entonces con cuidado ahí. Para reacciones es válido cargas equivalentes… ¿ok? ¿no? Lo hacemos normal como lo tenemos ahí ¿estamos? Ok. ¿Qué tenemos ahora pues? Entonces ahora mi problema era [empieza a dibujar otra vez la misma viga] una viga con una carga puntual en, ¿la carga cuánto?

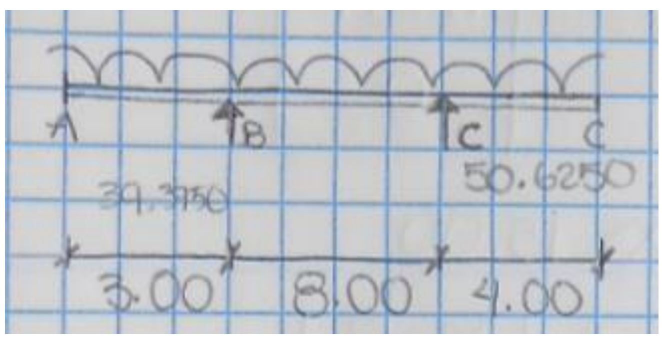


Figura 17. Evidencia 6.

E: Treinta punto trescientos setenta y cinco [30. 375].

P: Otra reacción acá que vale.

E: Cincuenta punto sesenta y dos cinco [50.625].

P: Para una carga que vale.

E: Diez.

4.3.2 Determinar el cortante y el momento flexionante por tramos

P: Los claros [y empieza a poner los datos en la viga] … ok ¿**cuántos tramos de discontinuidad en la carga tenemos?**

E: Tres.

P: Entonces, primer tramo ¿desde dónde?

E: De A a B

P: No, o sea ¿cuánto vale? ¿el rango cuánto vale?

E. Tres.

P: ¿Qué valores le voy a dar a las ecuaciones en ese tramo?

E: De cero a tres.

P: Desde cero menor igual que equis menor igual que tres [lo escribe en el pizarrón] ¿qué hacemos? ¿qué hacemos? Contamos todo lo que tengamos entre A y B. ¿qué voy a tener ahí? [empieza a dibujar] una carga que vale seis, una distancia que ¿vale? Equis… llámese punto ¿qué? No voy a poner ahorita, no voy a poner carga en esta. Porque la carga que sea toda vale cero. Si a la viga le pongo una carga después… inclinada o lo que sea, bueno pues entonces… Ya no voy a poner ahorita carga axial… Entonces, ¿qué tenemos aquí? Una fuerza cortante que va hacia arriba y… un momento [los va poniendo en el ejemplo del pizarrón]. ¿Qué tenemos? ¿para la fuerza cortante qué voy a obtener? Para cortante ¿qué tengo para cortante?

E: Tres equis [3x].

P: ¿Seis por equis?

E: Seis equis [6x].

E: Más B equis [Bx].

P: Más… ¿equis es igual a qué?... se pudo borrar el verde…no hubo conflicto [risa grupal].

P: ¿Para el momento qué tengo?

E: Seis por equis [6x].

P: Seis por equis [6x].

E: Por equis sobre dos.

P: Luego ordenar su palanca que es equis sobre dos… ¿el signo?

E: Positivo.

P: ¿Qué más? … ¿Luego el momento en equis [Mx] es igual a quién?

E: Equis al cuadrado.

P: ¿A quién?

E: tres equis cuadrada

P: A tres equis cuadrada ¿ok?... ¿estamos así?

E: Si

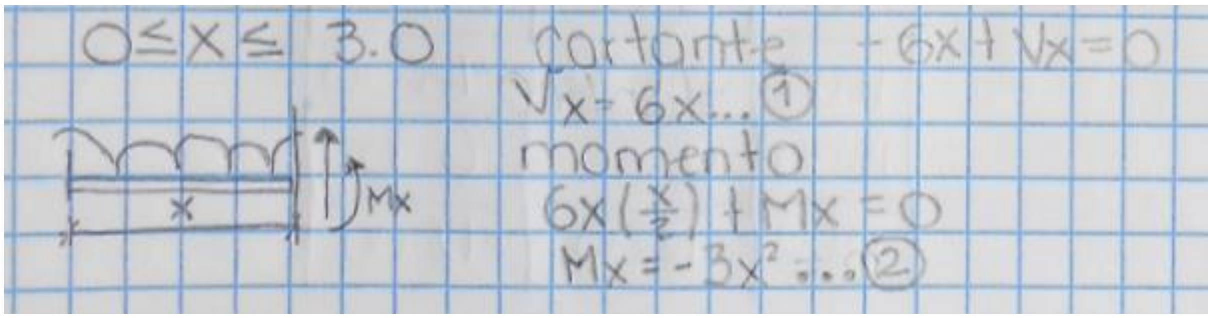


Figura 18. Evidencia 7.

P: ¿A la integral le vamos a dar valores ahorita?… hasta que tengamos todas las ecuaciones. ¿Qué sigue?... ¿Qué sigue?

E: Cero menos…

P: ¡En cero, en cero iría ese tramo!

E: Ah entonces tres… bueno de…

P: Tres.

E: Tres menor igual que, menor igual que ocho.

P: ¿Quién? de equis ¿menor igual que quién?

E: Ocho [el profesor niega con la cabeza] once.

P: Once… equis está desde cero hasta once, no puede tener valores desde cero hasta tres, pero el tramo de todos los esfuerzos que están interviniendo están desde tres hasta once ¿de acuerdo? ¿ok? Ok, entonces vamos a cortar ¿qué tenemos ahí? [empieza a dibujar otra vez la viga]. Tenemos una reacción ahora ¿parece que una reacción verdad? Que vale ¿cuánto?

E: Treinta punto treinta y siete cinco [30.375].

P: Esta distancia… de aquí a aquí ¿vale? [dibuja una línea que abarca la distancia de un extremo al otro de la viga].

E: ¿Ocho? ¿cinco?

P: Equis, ese es el valor que le puedo dar a equis ¿esta distancia de aquí a aquí vale? [señala la distancia de la reacción al segundo apoyo] ¿cuánto vale?

E: Equis menos A ¿no?

P: ¿Cuánto vale?... esta distancia de aquí [vuelve a señalar la misma distancia]

E: Ocho menos equis [el profe niega con la cabeza] equis entre dos

P: No.

E: ¡Ah!... equis menos A.

P: Equis menos ¿qué?

E: A.

P: ¿Dónde tengo A? [cruzándose de brazos] [como reacción risas de los estudiantes]

E: En su corazón.

P: ¿Cuánto vale?

E: ¿Siete?

P: No…equis menos tres… ¿A quién le quito tres? ¿qué voy a tener ahí? Fuerzas [anota una fuerza cortante y un momento] ¿qué tenemos ahí para el cortante? Para el cortante ¿los quieren arreglar para abajo?

E: Sí

P: [En el pizarrón anota menos 6x] Más [escribe otros términos]

E: Más B.

E: ¿Ahí es treinta y nueve no profe?

P: ¡No sé!, ¿este no es treinta? No pasa nada… ¿veintinueve treinta y siete cincuenta? [un estudiante asiente con la cabeza y el profesor corrige en todos los lugares donde había puesto 30]. ¿Las operaciones estaban bien no?

E: Sí

P: Ok ¿cuánto vale… el cortante en equis? [Escribe la cortante en equis Vx] ¿cuánto vale? [y escribe 6x-29.3750].

E: Treinta ¿no? [los demás alumnos lo corrigen por la corrección anterior]

P: Ya checamos allá… ok ¿para el momento qué voy a tener? estoy aquí [señala el segundo apoyo] ¿para momento qué voy a tener? seis por equis.

E: Seis equis.

P: ¿Por equis sobre dos?

E: Sí.

P: Menos.

E: Menos veintinueve punto treinta y siete cincuenta [29.3750].

P: ¿Por?

E: Equis menos tres.

P: Más.

E: El momento en equis [Mx].

P: ¿Mx es igual a quién? [despeja Mx], ¿entonces?

E: Es tres, es tres cerrado ¿no?

P: ¿Qué pasó?

E: Es tres cerrado… el equis cuadrada.

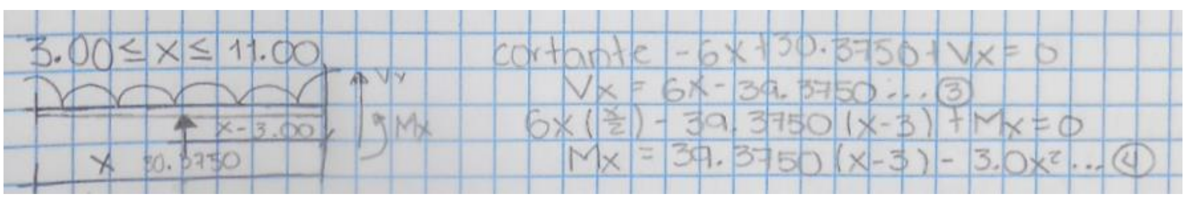


Figura 19. Evidencia 8.

P: Ok… para el siguiente tramo ¿qué vamos a hacer?... ¿desde dónde hasta dónde es?

E: Desde… desde once… desde once hasta… desde once igual a equis, hasta quince.

P: No lo vamos a hacer hasta quince, pero ahí en ese tramo ¿qué ocurre?... pues que el tramo pude haberlo hecho de derecha a izquierda… porque no tengo cargas, o sea, está muy sencillo como… como el primer tramo… Entonces en cuestiones prácticas lo voy a hacer de allá para acá [señalando el sentido de derecha a izquierda], porque es más fácil, no hay cargas ni nada ¿ok? En nuestro caso lo vamos a hacer… desde ese lado ok ¿qué voy a tener ahí?... corto y ¿qué tenemos? [empieza a dibujar otro tramo de viga]. Una reacción aquí que vale ¿treinta y nueve qué? [coloca una reacción hacia arriba más o menos a la mitad de la viga].

E: Treinta y siete cincuenta [37.50].

P: Y otra reacción acá ¿qué vale? [coloca otra reacción en el extremo derecho de la viga].

E: Cincuenta punto sesenta y dos cincuenta [50.6250].

P: Hacemos el corte [hace el corte de viga y pone el cortante y el momento]. Ok entonces… tengo que dibujar las referencias de las cargas ok, las referencias de las cargas… Esta distancia aquí ¿cuánto es?

E: ¿Equis menos once?

P: Equis menos once. Esto vale equis menos once [la distancia de la reacción al corte]. Esta distancia de aquí ¿cuánto vale? [la distancia de la primer reacción al corte].

E: Equis… equis menos… equis menos tres.

P: Equis menos tres. Y luego esta distancia de aquí ¿cuánto vale? [Refiriéndose a toda la distancia del corte de la viga].

E: Equis.

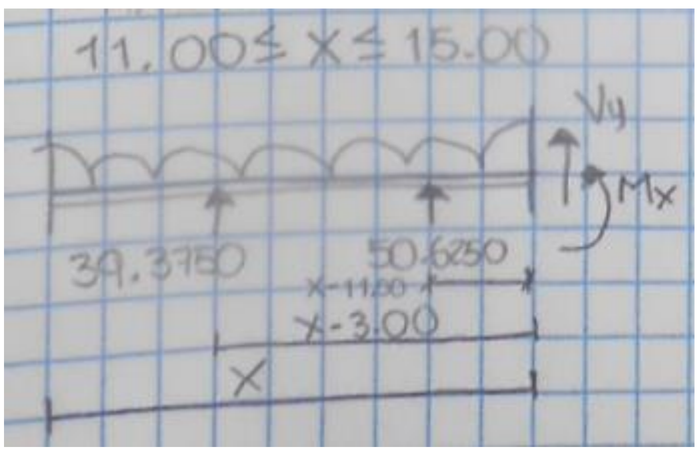


Figura 20. Evidencia 9.

P: Ok. Ecuaciones para cortante. ¿Qué tengo para cortante?

E: Menos seis equis.

P: ¿Qué tengo para cortante?

E: Menos seis equis.

P: Menos seis equis… ¡noventa!, ¡noventa!

E: Sí…ajá.

P: Ok… ¿qué más?

E: Vx [Ecuación del cortante].

P: ¿Vx es igual a quién?

E: Seis equis menos… noventa.

P: Para el momento, ¿qué tengo para momento? Estamos aquí [señala el corte de la viga].

E: Seis equis [6x].

P: Si quieren esos seis equis por equis entre dos, tres equis cuadrada ¿ok?

E: Sí.

P: Aaaa positivo. Tres equis cuadrada, toda esa influencia de acá, y luego ¿qué?

E: Menos… menos treinta y nueve punto treinta y siete cincuenta

P: ¿Por cuánto?

E: Por equis menos tres… menos cincuenta punto sesenta y dos… por equis menos once.

P: Por equis ¿menos?

E: Once, más Mx.

P: ¿Más?

E: Mx [momento flexionante].

P: ¿Mx es igual a quién?

E: A menos tres equis cuadrada… más treinta y nueve punto treinta y siete cincuenta [39.3750].

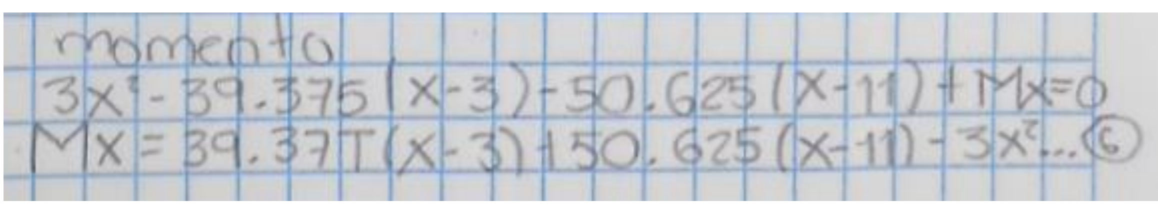


Figura 21. Evidencia 10.

4.3.3 Graficación de los diagramas del cortante y el momento.

4.3.3.1 Graficación del primer segmento

P: Ok ¿estamos?... Entonces esas son las ecuaciones que hemos generado, que nos van a permitir describir el comportamiento de la estructura, para la fuerza cortante y momento flexionante ok… ¿Qué hay que hacer ahora? ¿qué vamos a hacer ahora? A darle valores para cada uno de los segmentos y saber cuál es la información que voy a tener de cada uno de los segmentos. [Empieza a dibujar los ejes donde después graficará] ok, entonces para las ecuaciones uno y dos. Para las ecuaciones uno y dos… ¿desde dónde? [realiza una tabla, que se muestra después de hacer todos los cálculos].

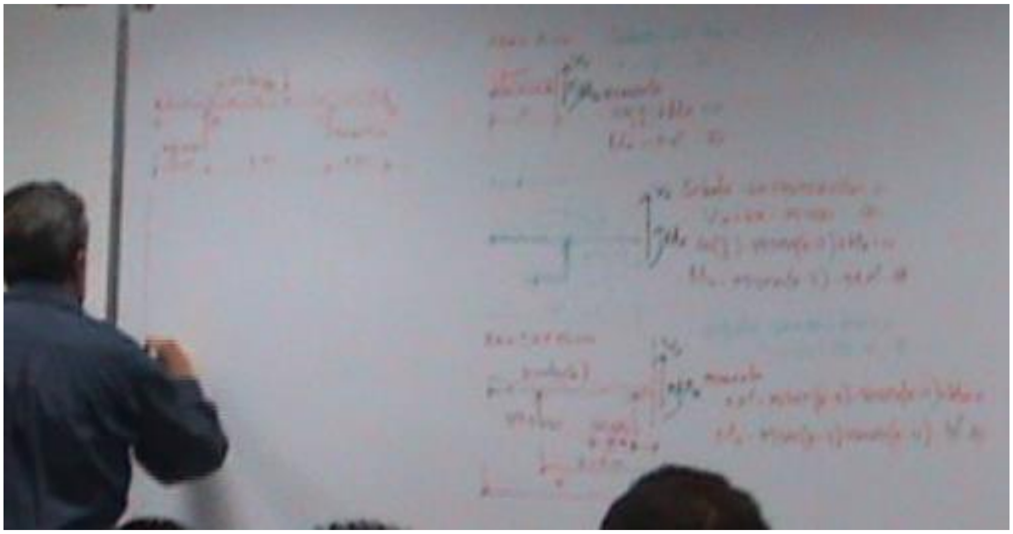


Figura 22. Evidencia 11.

E: De uno a tres.

P: Si equis es igual con cero, ¿cuánto vale el cortante?

E: Cero.

P: Si equis es igual con cero, ¿cuánto vale el momento?

E: Cero.

P: En otro tramo en la discontinuidad de la carga desde el límite. Si equis es igual con tres ¿cuánto vale el cortante?

E: Dieciocho.

P: ¿Cuánto vale el momento?

E: Menos veintisiete.

P: No sé, sería… tres por tres.

E: Nueve.

P: Por tres.

E: Veintisiete.

P: ¿Negativo verdad?

E: Sí.

P: Si yo dibujo, entonces tengo, equis igual con cero para el cortante [señala en el diagrama los ejes como Vx y Mx y pone un punto se podría decir que en equis igual con cero], equis igual con tres para cortante [coloca otro punto donde más o menos es el tres]. Equis igual con cero para el momento [coloca el punto en cero en el eje del Mx]. Equis igual con tres para momento... ¿veintisiete, verdad? [y lo ubica en el diagrama]. ¿Es lo que tengo ahí verdad?

E: Sí.

P: ¿Qué hacemos para saber cómo es la concavidad de la curva?

E: Sustituimos.

P: Haber no sustituimos ¿qué hacemos?

E: Le damos valores...

P: Le damos un valor... intermedio del segmento, entonces ¿cuál es un valor intermedio del segmento?

E: Uno punto seis... no uno punto cinco.

P: Si equis vale uno punto cinco ¿cuánto vale el cortante?

E: Nueve.

P: Si equis es igual con uno punto cinco ¿cuánto vale el momento?

E: Ahhhhh... seis punto setenta y cinco... menos seis punto setenta y cinco.

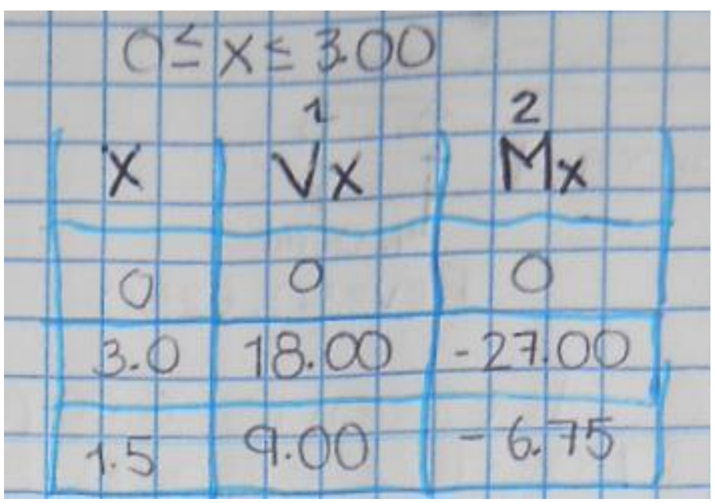


Figura 23. Evidencia 12.

P: ¿Sí?... Entonces... Le voy a dar un valor intermedio al segmento, aquí así [dibuja una línea vertical cruzando los ejes del cortante y momento], si yo le doy un valor intermedio, en uno punto cinco, entonces el cortante vale nueve ¿verdad?

E: Mmmmji.

P: Si esto es... entonces esto es la mitad [dibuja una línea horizontal sobre el primer segmento del eje cortante y ubica otro punto para luego trazar una recta] ¿de acuerdo? Y entonces la representación de la ecuación matemática [Señala la función cortante], es una línea recta... carga constante, cortante una recta. ¿Cuánto vale el momento?... Haber aquí sería trece punto cinco en la mitad, no es trece punto cinco, es la cuarta parte... entonces en ese punto el momento es ese [y ubica un punto sobre el primer segmento pero en el eje del momento] ¿cómo es? Así [dibuja el segmento de parábola que pasa por el punto que puso en equis igual a cero y el que acababa de ubicar] no hay otra posibilidad más que esa porque ahí le di el valor intermedio. Entonces ¿la carga es cómo? Constante, ¿el cortante?

E: Recta.

P: Lineal, ¿flexionante? [señalando el momento] una parábola... una ecuación de segundo grado [y señala la función de momento flexionante] ¿ok?

E: Sí.

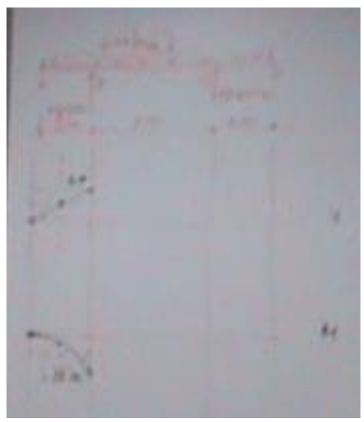


Figura 24. Evidencia 13.

P: Como podemos observar, no requiero de mayor información ahí, porque... los puntos están bien definidos, entonces en ese segmento no hay más.

E: Ok.

4.3.3.2 Graficación del segundo segmento

P: ¿Qué vamos a hacer ahora? ¿qué hacemos ahora?

E: Ahora... este... de tres a once.

P: Ahora tenemos... ¿desde qué?

E: De tres a once.

P: Desde tres, menor igual que equis.

E: Menor igual que once.

P: Menor igual que once... ¿Qué ecuaciones son las que voy a utilizar?

E: La tres y cuatro.

P: Tres y cuatro... y no le puedo dar valores menores a equis más los que estén en ese segmento... ok ¿qué valor puede tener equis?

E: Tres.

P: El primer valor... tres.

E: Tres.

P: El valor de la frontera es tres... si equis es igual con tres de la ecuación tres, ¿cuánto vale... cuánto vale el cortante?

E: Menos veintiuno punto noventa y siete.

P: ¿Menos?

E: Veintiuno punto noventa y siete.

P: ¿Noventa y siete cinco?

E: Ajam.

P: ¿Cuánto vale el momento? Haber, estoy en la ecuación cuatro, aquí ya tomamos el valor de tres, ¿cuánto vale está ecuación? [señala la ecuación cuatro].

E: Cero.

P: Cero... dela te tres ¿cuánto me da esto?

E: Menos veintisiete.

P: Veintisiete... ok, ¿estamos?

E: Sí

P: ¿Qué tengo ahora?

E: Once ¿no?

P: Menores de once...si equis es igual con once en la ecuación cuatro ¿cuánto vale el cortante?

E: Treinta y seis punto seiscientos veinticinco.

P: ¿Todos estamos ahí? Sí... si equis es igual con once ¿cuánto vale el momento? Haber, si es con once esto ¿cuánto vale?

E: ¡Cero!, no, pero es en la cuatro.

P: En esta... ¿en esta? [señala la ecuación cuatro].

E: Sí.

P: Ok, si equis es igual con once ¿cuánto vale esta?

E: Trescientos quince.

P: Ocho por treinta y nueve.

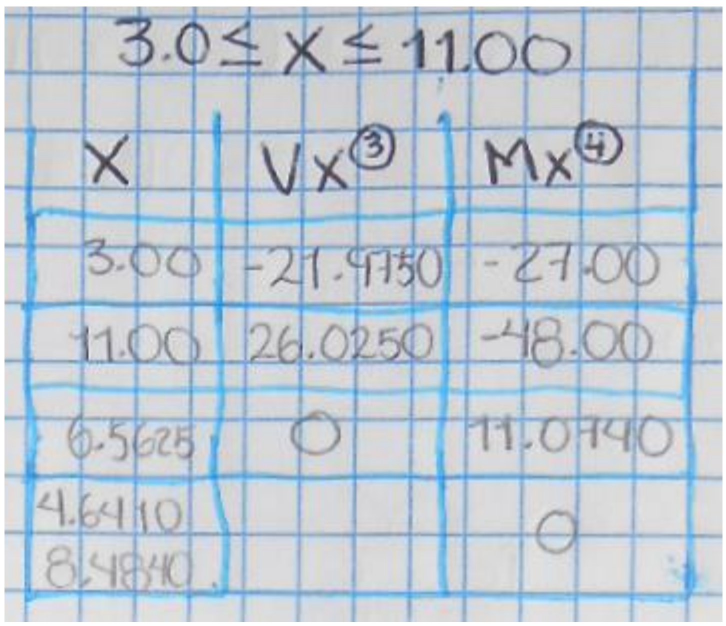
E: Trescientos quince.

P: Menos ¿esto sería qué? ¿ciento veintiuno por tres no? Trescientos sesenta y tres

E: Menos cuarenta y ocho.

P: ¿Cerrado así?

E: Sí.



$3.0 \leq X \leq 11.00$

X	Vx 3	Mx 4
3.00	-21.9750	-27.00
11.00	26.0250	-48.00
6.5625	0	11.0740
4.6410 8.4840		0

Figura 25. Evidencia 14.

P: Ok, entonces si graficamos fíjense bien... en el cortante... en la reacción hay una carga... concentrada que es la reacción, entonces una carga que cambia bruscamente el comportamiento de la viga.

E: Ajá.

P: Y entonces aquí... cuando le doy valores de tres acá me daba dieciocho... del otro lado infinitamente cercano del lado derecho ¿me va a dar? ¿veintiuno?

E: Sí.

P: ¿Menos verdad? ¿veintiuno qué?

E: Noventa y siete cincuenta.

P: Entonces este valor de aquí [marca una línea vertical siguiendo la graficación, en el eje donde va la reacción] tendrá que ser el equivalente de la reacción. Entonces veintiuno punto noventa y siete cincuenta más dieciocho tendrán que ser los treinta y nueve ¿de acuerdo? ok. Entonces estoy en el otro lado, estoy en el otro punto... Ahora equis vale once... entonces el cortante ¿cuánto va a valer?

E: Veintiséis.

P: Ahora, vuelve a cambiar de signo otra vez...

E: Sí

P: ¿Veintiséis qué?

E: Punto cero doscientos cincuenta.

P: Punto cero...

E: Doscientos cincuenta.

P: Eso es lo que tengo ahí... ¿Estamos de acuerdo?

E: Sí.

P: Para momentos, mom, si equis es igual con tres, el momento vale menos veintisiete. Si equis es igual con once, el momento vale menos cuarenta y dos.

E: Ocho.

P: ¿Menos qué?

E: Cuarenta y ocho.

P: No tengo más, esa es la información que saqué de la tabla y las ecuaciones... ¿qué hago ahora?

E: El valor medio.

P: ¿Qué hago?

E: El punto medio.

P: Mmm no... haber, pudiera ser el valor intermedio pero son valores pues ¿qué? de ociosos, le voy a dar el valor intermedio y no me va dar la información que requiero, ¿qué requiero ahí? ¿qué observo ahí?

E: Aaaaaa uuuuun...

P: ¿Qué observo en el cortante? Por ejemplo.

E: Puede ser una recta ¿no?

P: ¿Qué observo?

E: Una recta no.

P: Está bien, es una recta, pero ¿qué observo? ¿qué ven ustedes ahí? Y cambia de signo, entonces ¿qué me está diciendo?

E: ¿Qué pasa por cero?

P: Que hay un punto donde el **cortante vale cero**.

E: Ah.

P: Entonces si esto es constante esto es una recta y esto una parábola [señala el eje del cortante y el momento respectivamente], entonces esto está así [y dibuja la recta ascendente en el segundo tramo del cortante] ¿Dónde, dónde el cortante vale cero?

E: La evaluamos en cero en la...

P: ¿En cuál ecuación?

E: En la de cortante.

P: ¿Cuál?

E: Tres es igual a...

P: ¿Cuál?

E: En la tres.

P: En la tres... porque es el segmento. Entonces en a tres digo: el cortante vale cero

E: Ajá.

P: En la ecuación tres, porque ese es el segmento que estoy trabajando... ¿Para qué encuentro el cortante cero?

E: Esteeeeee.

P: ¿Por qué me interesa el cortante cero?

E: Porque eso lo podemos sustituir en el de abajo y ya

P: En el de abajo no, tiene nombre [entre risas]

E: Ah este... en el momento.

P: En la ecuación de momento.

E: Y determinar el... pues... para dónde va la parábola.

P: No, haber está bien, pero no. O sea, sí está bien o sea... tomo el valor de equis igual con cero en el cortante, lo sustituyo en la ecuación de momento ¿para qué? [pausa] ¿para qué?

E: ¿Para saber el momento máximo?

P: ¿Por qué?

E: Porque **cuando la cortante es cero el momento es máximo**.

P: ¿Por qué? [risa grupal].

E: Porque es la derivada de... [el profesor asiente con la cabeza].

P: Porque el cortante es la derivada del momento, y cuando la derivada... la igualo con cero, ¿estoy diciendo qué? que la pendiente o la tangente, es horizontal. Cuando derivo e igualo con cero, la tangente me está diciendo ¿cuándo es horizontal, ¿qué me está diciendo? que son... un máximo o un mínimo en la ecuación... Entonces esa es la razón, o sea, no de una manera le estoy dando valores a ver qué sale... ¡no! Tengo cortante cero, para sustituir en el momento, porque el cortante es la derivada, por tanto, la pendiente vale cero, entonces en ese punto es el momento máximo positivo, porque ahí hay un máximo o un mínimo de la ecuación... ok, de lo que estoy graficando ¿estamos? ok... Entonces ahora ¿qué digo? En este tramo digo: el cortante vale cero, y en la ecuación tres voy y despejo, digo aquí, el cortante vale cero ¿en dónde? Esto vale cero [señala la ecuación de momento]. Entonces, ¿dónde vale cero?

E: En seis punto cincuenta y seis veinticinco [6.5625].

P: Seis punto...

E: Cincuenta y seis veinticinco.

P: Ahora voy a despejar el seis. Ahora, si yo grafico aquí el seis, serían tres más esto [señalando la distancia que están por sacar], en realidad ¿esta estancia cuánto vale?

E: Mmmm.

P: Porque la reacción la aviento más del apoyo.

E: Nueve punto...

P: No no no ¿cuánto?

E: Nueve punto cincuenta y seis.

P: No no no. Tres punto.

E: Tres punto cincuenta y seis.

P: Tres punto cincuenta y seis veinticinco [3.5625]. O sea, de aquí a acá vale seis [señalando la distancia anterior] ¿estamos?... ok, ¿cuánto vale el momento? Si me voy a la ecuación cuatro, y sustituyo seis... cincuenta y seis veinticinco menos tres, me da tanto por esto. Menos tres por seis cincuenta y seis veinticinco al cuadrado.

E: Once punto cero siete... once punto cero setenta y dos.

P: ¡Once punto?

E: Cero setenta y cuatro.

P: ¿Cero siete?

E: Cuatro.

P: ¿Signo? ¿signo?

E: Positivo.

P: ¡Positivo! Entonces en este punto en donde el cortante vale cero [traza una línea punteada]. Aquí... seis veintisiete... se convierte en un momento ¿Vale? ¿once punto?

E: Cero siete cuarenta [11.0740].

P: ¿Qué más? ¿qué tengo ahí? ¿qué observo ahí?... ¿qué observo?

E: Una parábola.

P: Bueno si es una parábola, porque tengo una ecuación de segundo grado que tengo allá, tengo equis cuadrada ¿y luego qué? ¡cómo es? ¿cómo es la **concavidad** de la curva?

E: Cambia de signo.

P: Cambia de signo... ¿qué? ¡dos veces! Cambia de signo dos veces ¿qué hago? ¿cómo es la concavidad de la curva?

E: Una parábola.

P. ¿Cómo? ¿Puede ser así? [trazando movimientos en el aire con la mano con forma de w], haber, tengo dos opciones, que sea así [simula el movimiento anterior] o que sea así [simula una parábola abierta hacia abajo] ¿cómo?

E: Esteeeee... está positivo y luego negativo.

P: Haber ¿qué?

E: Cambia de signo varias veces.

P: Sí y ¿luego? Está bien ¿y luego? Cambia de signo y luego qué ¿dónde cambia de signo? ¿dónde?

E: Donde... donde el cortante vale cero.

P: ¡No el cortante ya no tiene nada que ver! Ya déjenlo en paz [risas grupales] ya no tiene nada que ver ¿qué hago? donde cambia de signo ¿cuánto vale el momento?

E: Cero.

P: ¡Cero! ¿qué hago pues? ¿qué? En la ecuación cuatro la igualo con cero, entonces ahora digo: nooo ahora el cortante no, Ahora el momento vale cero ¿en dónde? ah pues vamos a la ecuación cuatro. Vamos a la ecuación cuatro, ok. ¿Qué tengo en la ecuación cuatro? La voy a poner por acá [se va a la parte izquierda del pizarrón donde aún hay espacio] haber denme la ecuación cuatro.

E: Treinta y nueve punto treinta y siete cincuenta.

P: [Empezando a escribir] treinta y nueve punto.

E: Treinta y siete cincuenta.

P. Treinta y siete cincuenta.

E: Por equis menos seis.

P: Sí.

E: Menos tres equis cuadrada.

P: ¿Qué tengo aquí? Esto es igual, a treinta y nueve punto treinta y siete cincuenta de equis [39.3750x] menos, ¿Treinta y nueve punto treinta y siete cincuenta por tres?

E: Ciento dieciocho punto ciento veinticinco.

P: Ahhh, ¿qué es que tengo aquí? Voy a dividir todo entre tres... y cambio de signo. Entonces ¿qué tengo? ¿treinta y nueve punto treinta y siete cincuenta entre tres?

E: Trece punto doce.

P: ¿Trece qué?

E: Trece punto ciento veintitrés... trece punto ciento veinticinco.

P: ¿Más? ¿ciento dieciocho punto ciento veinticinco entre tres?

E: Treinta y nueve punto treinta y siete.

P: Otra vez.

E: Treinta y nueve punto treinta y siete.

P: ¿Cero cero?

E. No, siete cinco.

P: Ok, tengo una ecuación de segundo grado ¿Cuántas raíces tiene?

E: Dos.

P: Sáquenlas, sáquenlas por favor.

E: Cuatro punto seiscientos.

P: Haber entonces aquí tendríamos. Haber ¿equis uno es igual a cuánto?

E: Cuatro punto seiscientos cuarenta y uno.

P: Sí.

E: Y ocho punto cuarenta y ocho... doce diez.

P: Ocho punto cuarenta y ocho diez ¿está bien?

E: Yo tengo ocho punto cuarenta y ocho cuatro.

P: Cuarenta y ocho ¿cuatro?

E: Ajá, cuarenta y ochoooooo cuatro, ¡ajá!

P: ¿Son las raíces?

E: Sí.

P: Haber, cuando tengo la calculadora y la aplicación ahí, no necesariamente te va salir unitario. Entonces directamente lo hago de aquí, de esta de aquí arriba [señalando las ecuaciones de segundo grado]. Es más, desde ésta, si me permite el … ¿sí me explico? Ahhh ¿Por qué se hace aquí? Si no tengo la calculadora, si no la tengo, entonces de aquí es muy fácil, por tanteos, por lo menos encontrar alguno de los valores. Es igual con cero y ¡ya! La equis ¿cuánto vale? está cercano aquí, vale más o menos tanto. Ok, entonces mi primer ¿cuánto vale? Cuatro sesenta y cuatro, voy a ponerlos aquí [En la tabla que elaboró anteriormente] Cuatro sesenta y cuatro y ¿qué?

E: Ocho cuarenta y ocho cuatro.

P: Ok ahí va.

P: Entonces si yo grafico aquí el primer valor dice que vale, esto vale tres, si voy a tener una referencia del apoyo, entonces me dice que esta distancia es ¿Cuánto?

E: Uno punto sesenta y cuatro.

P: ¿Uno punto?

E: Sesenta y cuatro.

P: Sesenta y cuatro ¿qué?

E: Diez.

P: Ok... Del otro lado ¿cuánto van a saber ese valor? Estoy en los puntos donde el momento vale cero El otro vale, me dice que vale.

E: Ocho.

P: Ocho cuarenta y ocho cuarenta... menos once ¿verdad? ¿cuánto es?

E: Menos diez punto...

P: Hacia la mitad, ¿tres punto qué?

E: Cuarenta y ocho cuatro.

P: Así estoy, ¿sí? Entonces, ¿cómo es la concavidad? ¡no es así! [refiriéndose a que no es en forma de pico, o sea que sube y baja].

E: ¡Claro!

P: No, no hay más que una posibilidad, que sea así [refiriéndose a que es cóncava hacia arriba, y la dibuja en el diagrama de momentos]. No hay más que esa posibilidad, y ahí no puedo darle valores intermedios...pero sí me dice: en estos puntos el momento vale cero.

Figura 26. Evidencia 15.

4.3.3.3 Graficación del tercer segmento

P: Las referencias están sobre los apoyos, pero los valores de la ecuación son aquellos que sacamos de aquí ¿de acuerdo? ¿estamos bien? ¿ok?... ¿Qué sigue? Si la carga es...

E: ¡Profe!

P: Sí.

E: Ahí es menos... es dos punto cincuenta y uno seis [2.516], no tres punto cincuenta y ocho

P: Aquí [Señalando la gráfica que acaba de hacer].

E: Sí, en la distancia... dos punto cincuenta y uno seis.

P: Aquí tenemos dos punto cincuenta y seis... Ahorita estamos platicando y están ahí los valores... de a de veras. De a de veras. Entonces tengo que decirles donde los puntos de la fluencia son igual con cero y no los puedo mover un metro, dos metros. Bueno ok... ahhhh ¿qué tenemos ahora? ¿qué tenemos ahora?

E: Tenemos...un segmento de...

P: ¿Qué tenemos? Desde once...

E: Hasta quince.

P: Menor igual que equis, menor igual.

E: Que quince.

P: Que quince [pausa] ¿Qué ecuaciones voy a utilizar?

E: Cinco y seis.

P: Cinco y seis, ok, ¿qué tenemos? ¿equis es igual con quién? Con once, equis es igual con once. ¿Cuánto vale el cortante?

E: Menos veinticuatro.

P: Menos...

E: Veinticuatro.

P: ¿Cuánto vale el momento?... Esto vale, esto vale once... esto vale cero, y si observo, esta ecuación es esta.

E: Ajá.

P: Por lo tanto... da... no sé ¿cuarenta y ocho?

E: Ah sí sí cuarenta y ocho.

P: Equis es igual con quince ¿cuánto vale el cortante?

E: Cero.

P: ¿Cuánto vale el momento? [pausa] ¿cuánto vale?

E: Quince...

P: Que salgan los valores no por conveniencia, ya sabemos cuánto valen, y no los puedes poner como conveniencia tanto. Tienes que darle valores a la ecuación y que te salgan los valores que son ¿cuánto da?

E: Trescientos doce.

P: ¿Cuánto?

P: Aquí quince menos tres da doce, doce por esto [señalando la ecuación de momento].

E: Cero.

P: Cuatro por esto.

E: Cero.

P: Ehhhh doscientos …

E: Cero.

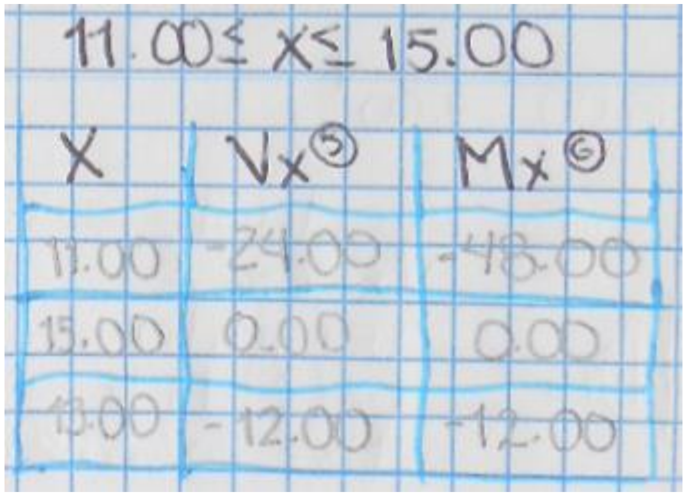


Figura 27. Evidencia 16.

P: Da cero, tiene que dar cero, el extremo del voladizo da cero. Ok. Lo pude haber hecho esta ecuación del lado derecho, y empiezo desde cero hasta... no lo hicimos así. Aquí, equis igual con once ¿cuánto vale el cortante?

E: Veintitre... veinticuatro.

P: Entonces cambia aquí ¿verdad? [grafica una línea vertical desde el último punto hacia abajo con el valor de la reacción].

E: Sí.

P: Y este es el valor de la reacción, de cincuenta... Equis es igual con... con quince ¿cuánto vale el cortante? Cero.

E: Cero.

P: Equis es igual con once, ¿cuánto vale el momento? Cuarenta y ocho.

E: Cero.

P: Equis es igual con quince ¿cuánto vale el momento? [Estas últimas preguntas las hace para ubicar los puntos en los diagramas].

E: Cero.

P: Quiero saber las concavidades, ok, le doy valores intermedios ¿cuánto es valor intermedio.

E: Trece.

P: ¿Cuánto?

E: Trece.

P: ¿Trece?

E: Sí.

P: Serían dos ocho y dos serían cuatro, serían once... trece. ¿Cuánto vale el cortante?

E: Menos doce.

P: De lo que salga en la ecuación, ¿sale la ecuación? ¿sí sale? Tiene que salir, de esta ecuación... seis por trece.

E: Sale...

P: Menos noventa.

E: Menos doce.

P: ¿Cómo es la concavidad? Esta es la mitad [dibuja la línea a la mitad de distancia de la anterior] esta es la mitad [dibuja una línea recta vertical que pasa por la mitad del segmento] doce. ok. ¿Cuánto vale el momento?

E: Menos doce punto cero seis [-12.06].

P: ¿Cuánto?

E: Menos doce punto cero seis.

P: Menos doce. Entonces si nosotros observamos aquí, esto es cuarenta y ocho, a la mitad, esto es veinticuatro [traza sobre los diagramas líneas guía en la sección tres en la parte de momento] ¡no me da veinticuatro! Me da doce, me da la cuarta parte, entonces tiene una concavidad de... [y dibuja la tercera sección del momento con concavidad hacia arriba] ¿ok? [y procede a ponerle los signos a las áreas formadas por los diagramas, y a sombrear] ¿Estamos?

Y el resultado final es el siguiente.

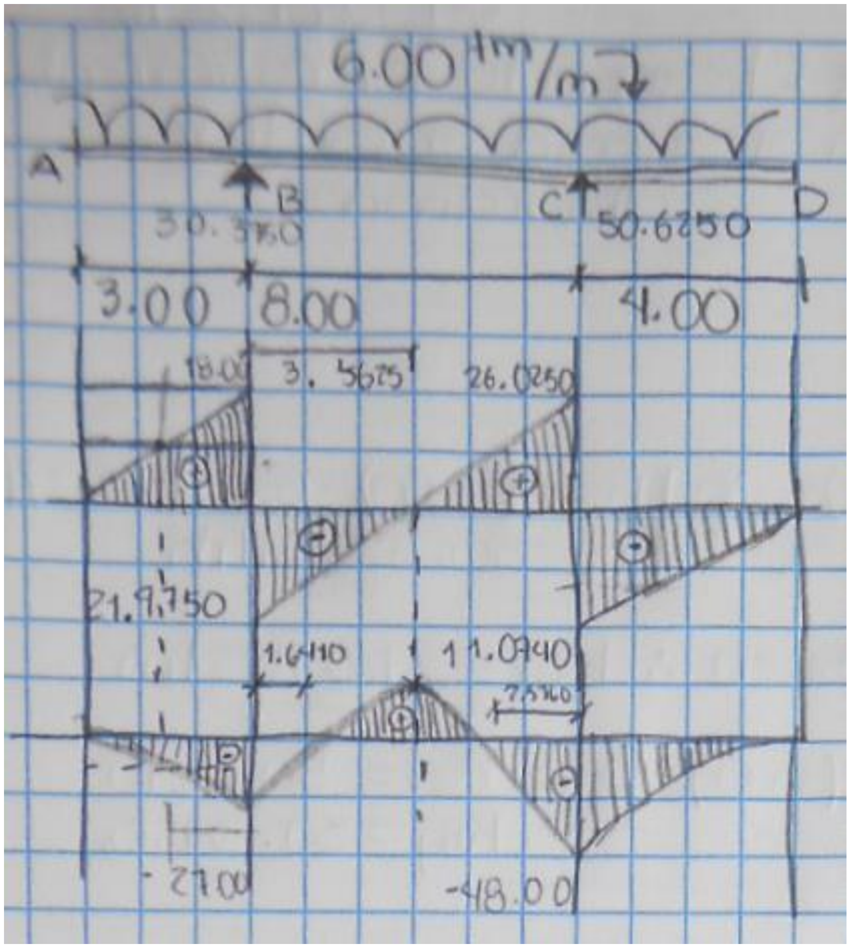


Figura 28. Evidencia 17.

4.3.4 Interpretación.

P: Ah... algunos compañeros nos pidieron que si podrían grabar las clases para... algo, entonces, los noté con un comportamiento muy diferente ¿verdad? Entonces nadie hace relajo, nadie está aventando papeles ni masticando chicles ni pasándose cosas. Entonces a partir de la siguiente clase voy a traer la cámara y esta otra y... [risas grupales] y ¡ya la hicimos no! Está fácil, aunque la tenga apagada. Una vez hice eso en el laboratorio... estaban todos en el laboratorio y arriba puse una cámara, entonces estaban todos de espaldas y nadie pensaba, entonces era un pasadero de: dame y dime... Haber, ahora si pásense y vamos a ver la película. Ya hasta a unos les pusieron que Marlon Brandon y Brat Pitt porque fue el mejor actor de la película, se paraba, hacía y deshacía, entonces después en los exámenes ponía la cámara y nadie se movía de los asientos [risas grupales].

Ah, bueno en condiciones normales de la clase, lo hubiera hecho hasta la mitad, la otra se las hubiera dejado de tarea y ya, verdad?. Pero ahora pues tenía que quedar bien, con el riesgo de que no saliera bien iban a decir "¿qué enseñó?"

E: jaja.

P: Pero bueno, ¿ok? ¿está hasta ahí? Bueno ahorita copean [sic, copian, transcriben al cuaderno]. Vamos a hablar del comportamiento en la viga, para qué todo ese show, para qué me sirve todo esto. Cuando yo insisto mucho que los diagramas me representan el comportamiento de la estructura ¿qué? ¿mm? ¿qué? ¿qué voy a hacer con eso? ¿para qué me sirve esto? Ya, ya lo tengo, y salió, y cerró ¿y? ¿Para qué? Haber es lo primero que ustedes se deben preguntar ¿Para qué? Todo ese show para qué, ¿para qué?

E: Para ver qué pasa cuando las vigas se pandean.

P: Eso no existe, lo voy a hacer... ¿entonces?

E: Ps para saber cómo hacerla.

P: Para saber ¿qué dimensiones va a tener? ¿qué más? Si fuera de concreto

E: El material.

P: Es de concreto.

E: Lo que va a resistir... dónde van los apoyos.

P: Mmmm, los apoyos no los puedo mover... ¡no! Eso no lo puedo mover ¿dónde va quién?

E: Los anillos... las cargas.

P: Bueno los anillos, los estribos y el acero longitudinal. Más adelante vamos a ver que el concreto aguanta mucha compresión, pero no aguanta tensión. Entonces primeramente tengo que observar, a ver, qué va a pasar ahí ¿qué va a pasar con esa viga? Tengo que imaginarme qué va a pasar ¿cómo se va a pandear esa viga? A ver, imagínense aquí, tenemos dos butacas y luego pongo una tabla, ok, ¿ya lo estamos viendo?

E: Sí.

P: Estas son las butacas [haciendo la comparación con los apoyos de la viga analizada en el pizarrón] y luego todos nos ponemos en la orillita y nos sentamos ¿qué pasa con la viga? ¿qué pasa con la, con la...

E: Se.

P: ¿Cómo? Dime cómo se va hacer.

E: ¡Pa arriba!

P: Haber, haber, si estamos todos y nos sentamos ¿en las orillas para dónde?

E: Para abajo.

P: ¡Para abajo! ¿Y luego? ¿los de aquí de en medio?

E: Para abajo.

P: Se hunden ¿y luego? Otra vez para abajo [dibuja las deformaciones que sufriría la viga] ah, lo voy a poner acá [utilizando una parte de pintarrón blanco] ¡Fíjense bien! [Dibuja otra vez la viga] Entonces esto se va a pandear así, ok. Vamos a revisar la viga, donde se estire le voy a poner un signo de más, donde se apachurre le voy a poner un signo de menos. ¿Entonces aquí arriba?

E: Más... menos.

P: ¡Más!

E: Más, menos más [mientras el profesor anota los signos a la viga].

P: ¿Ok? Entonces ¿dónde voy a poner el acero?

E: Esteeee, en los más.

P: ¿Por qué?

E: Porque se estira.

P: Ok se estira ¿y luego qué?

E: Pues ahí no aguanta.

P: No aguanta, entonces el concreto no aguanta. Si yo quisiera hacer el armado... de esa cosa [dibuja una viga rectangular] y aquí así tengo los apoyos. Entonces ¿dónde le voy a poner? Ah pues entonces aquí iría por arriba. Por arriba, y luego baja, viene así y otra vez se viene para arriba [dibuja dónde iría el acero] ¿cuánto? Cuanto me diga aquí [señalando el diagrama de momentos]. Este... es... cincuenta por ciento más que este [compara el diagrama del segundo apoyo con el primero] entonces a lo mejor aquí va una adicional [dibujando otra varilla en la tercera sección de la viga]

Estribos, ¡esto! ¿cuánto? [señalando el diagrama del cortante] aquí poco, [y dibuja dos estribos en la primera sección de la viga] pero en el apoyo ¡muchísimo! Veintiuno y dieciocho. ¿En el otro? Veinticuatro y veintiséis [y los va dibujando] aquí casi nada [refiriéndose a la parte central de la viga]

¡Me sirve para hacer esto! [señalando el armado de la viga que acaba de hacer] más adelante ustedes van a llevar la clase de concreto y demás, ¡pero es entenderlo! Si al cortante le cambio el signo ¿qué pasa? no voy a poner los anillos horizontales, entonces en el cortante no me importa el signo. En el momento ¡importa el signo! Si yo pongo las varillas al revés ¡se cae!

E: Ah.

P: ¿Se fijan? Entonces el momento este, el signo... es de suma importancia. Este no [refiriéndose al cortante] este no. Entonces, para eso me sirve todo esto [señalando todo lo del pizarrón] Comportamiento de la estructura. Así se comporta la estructura... ¿Qué más habrá que hacer? Ammm, bueno después de esto hay que sacar los diagramas de los giros, que es la ecuación que sigue, para saber cómo se deforma. Y luego de deflexiones... entonces, de segundo grado, de tercer grado, de cuarto grado... ¿ok? Entonces, de eso se trata, se trata de que yo describa, encuentre, las expresiones gráficas de esas ecuaciones en esos segmentos, y entonces eso me va a representar el comportamiento de la estructura. Cuando yo veo los diagramas, yo sé cuánto le voy a poner, ¿cuántas? No sé, pero la forma sé cómo va a ser ¿de acuerdo?

E: Sí.

P: Fíjense bien en otra cosa... Resulta, resulta que estamos todos aquí [haciendo referencia al ejemplo anterior del supuesto de que estaban en una banca], y no vinieron los de en medio, los de los apoyos no vinieron, y no más vienen los de las orillas, y me siento ¿qué va a pasar?

E: Se va hacer una especie de...

P: Pues eso se hace al revés. Y entonces todas las varillas por dónde van a ir

E: Por aaaaaaarriba.

P: Todas por arriba...

P: ¡No! No vinieron los de las orillas, nada más vinieron los del centro, me voy a sentar ¿ahora qué?

E: Se va pa abajo.

P: Ahora para abajo. ¿Con qué voy a diseñar? Ah bueno pues hoy en los programas de cómputo le pongo una variedad de combinaciones de carga, y luego, determino las envolventes y diseño sobre las envolventes ¿se fijan? ¡porque es así! Porque yo no puedo decir, esta viga está hecha para que vengan todos y se sienten ¿y cuando no viene nadie? ¡No, no, no, no, ahorita no sirve!

E: [Risas].

P: Ya hicimos una estructura, ya hicimos una sala de baile y pues, llegaron los ¿Quiénes? la Chacaloza, y es para la Chacaloza. Entonces cuando va Mijares o no sé quién más, no va nadie. Entonces ¡eh eh, no es para ti! Nomás es para la Chacaloza.

E: [Risas].

P: O sea, no puede ser para que cuando esté lleno, entonces tengo que establecer una serie de combinaciones de carga, para poder encontrar las envolventes y diseñar sobre de eso ¡porque esa es la realidad! Sí me explico. Una sala de baile no la puedo diseñar para que siempre esté llena... o vacía, o a la mitad. La tengo que diseñar para que ocurra lo que ocurra, y yo tengo que prever eso, tengo que pensar en eso. Entonces, ahorita estoy adquiriendo las herramientas para poder representar gráficamente, las ecuaciones del comportamiento de la estructura... Parece muy simple, entonces... va por ahí todo eso, ok.

E: Ok.

P: ¿Tienen preguntas?

E: No.

P: ¿Dudas? Nada ¿seguros?

E: Sí.

P: ¿Qué pasa, si ahora tengo una carga, bueno, una carga aquí en la de aquí?. Bueno, ésta tiene dos componentes, incluye las reacciones, pero ahora aquí, con esta reacción, voy a tener... un diagrama de carga axial, que sería, otro diagrama adicional como característica ¿ok?

E: Sí.

P: Entonces ya lo que sea, todo, todo va a ser lo mismo, lo mismo, barras inclinadas, barras con cargas triangulares, todo va a ser lo mismo ¿ok? [el profesor procede a pasar lista].

4.3.5 Reflexión.

Con esto nos podemos dar cuenta que el proceder del maestro, es en tres etapas. Luego de plantearse el problema a resolver, que en este caso es el análisis del diseño de una viga, lo primero que hace es encontrar las reacciones de la viga con la ayuda de la suma de momentos, para después encontrar las funciones cortante y momento. En esta etapa observamos que la dinámica es mediante cálculos, apoyándose de la Física y las matemáticas que, aunque los objetos a encontrar sean respecto a la ingeniería los medios son puramente procedimentales.

Después de encontrar las reacciones, la función cortante y la del momento flexionante, lo siguiente es encontrar los diagramas que pertenecen al cortante y al momento de acuerdo a los tramos de la viga analizada. Para esto, lo primero que hace es dibujar nuevamente la viga, y poner una especie de ejes que le servirán para ir graficando los diagramas, estos ejes son horizontales y verticales, los horizontales son uno para situar el diagrama del cortante y el segundo para situar el diagrama del momento flexionante. Los ejes verticales los sitúa en la parte donde van los apoyos, entonces el número de ejes verticales dependerá de los apoyos que tenga la viga y en donde éstos estén situados. Luego, de acuerdo a las funciones del cortante y del momento, procede a graficar elaborando una tabla por cada tramo de la viga. Para encontrar los valores que le servirán para realizar los diagramas, primero les da el valor de cero a x y saca los valores del cortante y el momento en ese tramo, después le da el valor que pertenece a donde está situada la otra discontinuidad, o sea, el otro apoyo y vuelve a sacar valores para el cortante y el momento y por último le da un valor intermedio de equis para saber la concavidad de la curva en el caso de que sea cuadrática. En este procedimiento están implícitamente la utilización de la derivada y la integral, ya que, al tener una carga constante, el diagrama de la función cortante será una gráfica lineal y la del momento flexionante una cuadrática, aparte las igualaciones a cero sirven para encontrar los puntos de inflexión. Y este proceso se repite en todos los tramos de la viga hasta completar los diagramas.

Durante la tercera etapa, ya que tiene los diagramas, viene el momento de la interpretación, que en sí es el propósito que tienen los diagramas, con esto, **ellos pueden ver el comportamiento de la viga y por lo tanto pueden tomar decisiones respecto a su diseño y construcción**.

Entonces, tanto el diagrama del cortante y del momento les sirven para decidir dónde poner el acero de refuerzo en la viga, mientras que el diagrama del cortante sirve para ver donde pondrán los estribos (anillos), el diagrama del momento flexionante sirve para ver dónde poner el acero longitudinal. En el diagrama del cortante, ya que el acero de refuerzo, que en este caso son los estribos, están situados de manera vertical, el signo del diagrama no importa, lo que en sí les dice el diagrama es, dónde deben poner los estribos más juntos. En cambio, en el diagrama de momento si importa el signo del diagrama, ya que el signo positivo indica donde la viga se estira, y el signo menos indica donde la viga se contrae, por lo tanto, el acero longitudinal irá en las partes donde el diagrama sea positivo, porque en el caso de que el acero longitud se ponga al revés la viga se colapsa.

En el siguiente diagrama se pueden ver los momentos en que el profesor va impartiendo el tema de vigas, identificando la matemática que se usa para la construcción de los diagramas del cortante y del momento.

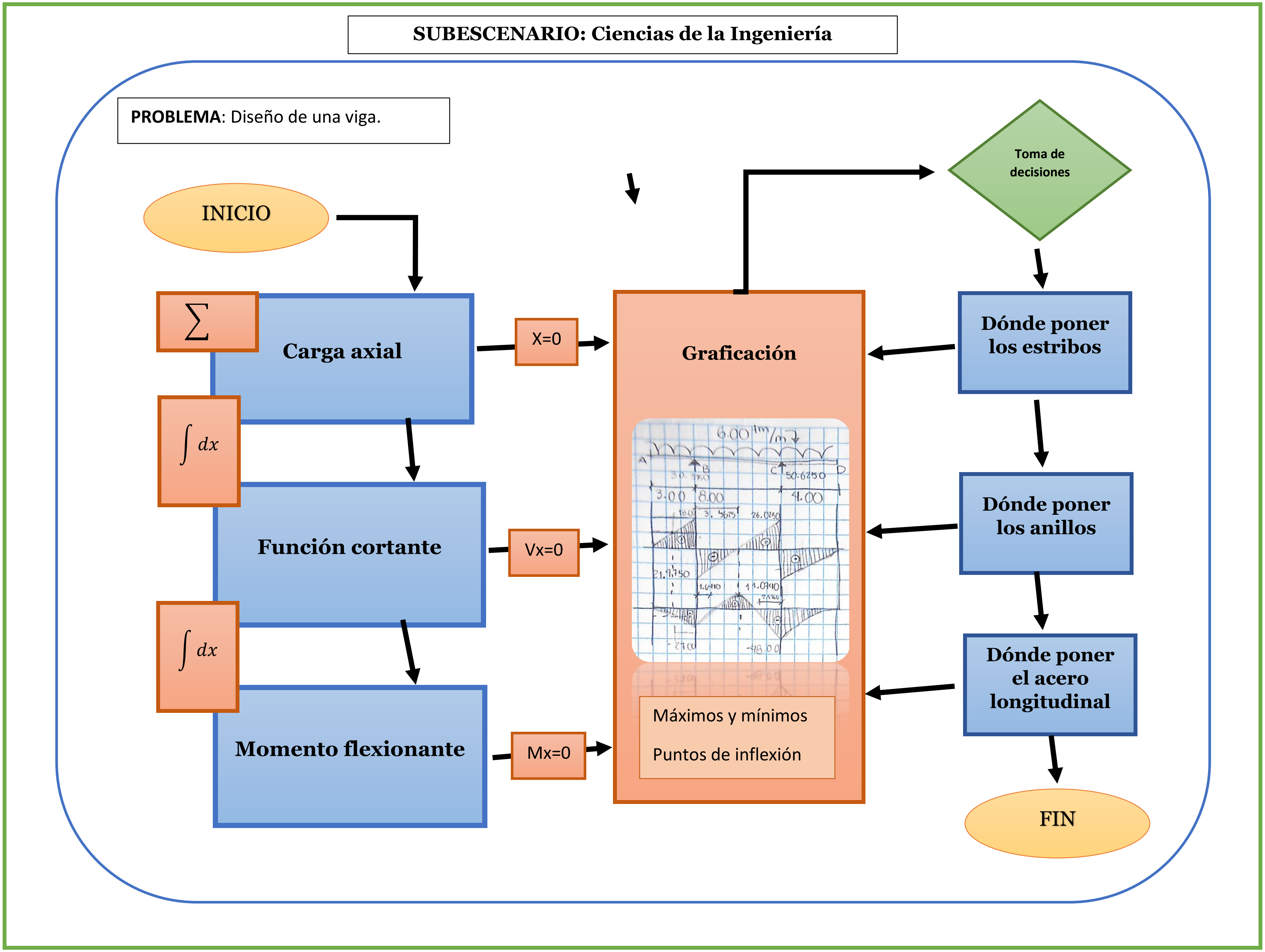


Figura 29. Diagrama sobre los usos encontrados en el subescenario de Estructuras isostáticas.

Como hallazgos relevantes tenemos una caracterización del uso de la matemática a través del análisis de un episodio conformado por dos clases.

Se miran, en el esquema anterior, dos ejes en los que en uno aparecen elementos propios de la ingeniería civil (azul) y otro en el que lo que guía el eje es la matemática misma (naranja). Hay momentos en los que las acciones están dirigidas a la conformación de elementos propios de la construcción de vigas y otros en los que parecen olvidarse de ellos y se dedican a tratar aspectos de la matemática misma, para finalmente constituir un elemento de toma de decisión: el esquema de la viga con las gráficas en ejes alineados. En este sentido, las gráficas usadas vienen a ser un elemento clave en la práctica profesional del ingeniero civil.

Nota metodológica

En este caso, se usa una herramienta diferente para caracterizar el uso a la usada en los apuntes de clase de Matemáticas I, la decisión de usar dos estuvo motivada por una entrevista inicial hecha a la profesora de la materia, la idea original era encontrar elementos que sustituyeran a una grabación de clase y que nos permitirían aspectos relativos a:

1) Didáctica del tema. ¿Cómo enseña y qué hace en la sesión donde aborda las funciones lineal y cuadrática?, y ¿cuándo enseña las derivadas de las mismas?

2) El papel del profesor. Sobre lo que hace el profesor de Matemáticas I y su relación con la ingeniería.

En el caso primero, una de las preguntas detonantes fue:

¿En el caso de las funciones lineales y cuadráticas, hay alguna aplicación en particular? (en ningún caso se pregunta sobre la ingeniería civil, pues es posible que el desfase esté justamente en usar contextos, pero no que se ligan o no se perciben que estén ligados con la ingeniería). Si no se menciona alguno relativo a la ingeniería civil, puede cuestionarse.

Se transcribe a continuación parte de la entrevista, correspondiente a esta pregunta detonante:

E: Ok, eh, tengo una duda también acerca de cómo eh… ¿hay algún tipo de aplicaciones de la derivada que se hagan en esta, en esta materia?

Profesora: En este curso a pesar de que el libro si las incluye, pero no nos metemos mucho en las aplicaciones por cuestiones de tiempo, tenemos que cubrir un programa en un plazo corto de tiempo sí.

Profesora: Aquí la finalidad es que ellos se enseñen a, pues a hacer el análisis de las funciones, a saber cómo resolver una derivada, cómo interpretar sus resultados en términos de, pues de cualquier problema donde necesiten de, de ella como herramienta.

E: Entonces está enfocada más bien a que, digamos a que entiendan la parte conceptual, más que la aplicación de…

Profesora: Sí, ya ellos conforme van avanzando en sus materias, pues ahí sí son básicamente ya problemas de aplicación ya enfocados a las materias específicas, pero ahí tienen que, ya, ya es aplicativo.

E: Ok

Profesora: Aquí es más bien conceptual.

En este momento, la entrevista ya no siguió el curso planeado en el guion de la entrevista, puesto que nos dimos cuenta que la ingeniería civil estaba fuera del curso de Matemáticas I.

El uso de dos herramientas distintas se justifica metodológicamente en términos de lo observado en este segmento de entrevista, se habla de aspectos conceptuales y procedimentales, por lo que es pertinente el uso de la caracterización de usos construida en Cordero, Cen y Suárez (2010).

En este caso, los usos son caracterizados a través de un análisis de libros de texto, y se entienden como patrones en las distintas actividades presentadas en los libros que, a manera de ejes, permiten articular ideas, en este caso fueron: la distribución de puntos, el comportamiento geométrico, análisis de la curva, cálculo de áreas y volúmenes y análisis de la información.

CONCLUSIONES

Desde un inicio la motivación hacia este trabajo, iba relacionado a tener un panorama educativo sobre las matemáticas que trabajan los ingenieros en su etapa de formación, y con esta investigación, al analizar los resultados me doy cuenta de la importancia que tienen las matemáticas en las carreras de ingeniería, pero también que éstas mismas, necesitan especial atención, y sobre todo cuando se utilizan para solucionar problemas propios de sus áreas.

Afortunadamente esta investigación tiene mucho de donde analizarse, y los datos que se recabaron pueden servir para verse de distintas perspectivas. El analizarlo bajo la teoría Socioepistemológica, permite verlo desde lo que ocurre desde dentro de los que intervienen en la Ingeniería Civil, el verlo desde una perspectiva donde tiene que ver el contexto, el usuario y la práctica de referencia ha permitido ver un poco más como es la realidad de las ingenierías, y en este caso en particular la de los ingenieros civiles en formación.

Como podemos ver el uso que les dan los ingenieros a las gráficas, en su etapa escolar tanto en el momento de sus inicios con las materias de ciencias básicas, y luego con las materias de ciencias de la ingeniería difieren respecto al cómo se abordan en cada una. Por un lado vemos que en la materia de matemáticas I el uso predominante es la distribución de puntos, que si bien es una forma de graficar para después poder interpretar las gráficas, al momento de retomarlas en Estructuras Isostáticas, aunque si bien aparece la distribución de puntos, aparece de una forma diferente.

Por tanto, nos damos cuenta que el uso de la graficación tanto en las materias de ciencias básicas que comúnmente les llamamos del tronco común, aunque no totalmente, si difieren de cómo se retoman en las materias de ciencias de la ingeniería.

En matemáticas I los usos que encontramos fueron hacia la distribución de puntos, análisis geométrico y análisis de la curva. Si se hubiera analizado nuestro otro subescenario con esta misma idea de uso con funcionamientos y formas, nos hubiéramos dado cuenta que la aparición de los usos iba a ser la misma, con la diferencia que la frecuencia de aparición iba a ser totalmente al contrario, teniendo como predominación el uso de análisis de la curva, dado que en el subescenario de ciencias de la ingeniería el objetivo es interpretar la gráfica para poder hacer el diseño estructural de la viga. Es de llamar la atención el parecido que tienen los usos con los encontrados en el nivel bachillerato.

Ahora bien, lo rico de analizar el subescenario de ciencias de la ingeniería con la adaptación de Segura (2017), es que nos podemos dar cuenta, que en este escenario el objetivo principal es el diseño de la construcción de una viga y predecir su comportamiento antes de que suceda la construcción, para poder armarla con los requerimientos que propone el estado. Para esto el papel de la graficación es muy importante, y la construcción de los diagramas es crucial para saber que comportamiento tendrá la viga, y como se podrán prevenir los movimientos físicos que tendrá para poder combatirlos.

Pero lo anterior no puede suceder sin las matemáticas. Para llegar a estos diagramas existe una matemática qué si bien es la que se aborda en el tronco común, en este caso en Matemáticas I, se utiliza de una forma práctica y no formal como suele darse en los primeros semestres, por lo que se debe considerar el cómo se le va a impartir a los futuros ingenieros.

Si bien está investigación no es exhaustiva en cuanto a los usos de la matemática en el caso de las materias de especialidad, si es un buen ejemplo de la naturaleza de la misma, se usa para resolver problemas de la ingeniería civil, en este caso la construcción de una viga. El esquema que sintetiza las relaciones entre la matemática y la ingeniería es claro, en el sentido de Segura (2017) muestra las relaciones, pero a diferencia de las caracterizaciones hechas en un ámbito del ejercicio profesional, que mostraban una clara tendencia de la matemática al servicio de la topografía, en este caso podemos intuir la **presencia de dos ejes, uno que está guiado por la necesidad de solucionar un problema y otro, que está relacionado con el dominio de una matemática** para la construcción del esquema que posteriormente se conformará en **un elemento de toma de decisiones**. El posible origen de estas diferencias está en el hecho de que esta investigación está situada en un contexto escolar.

A manera de resumen, los usos presente es los distintos momentos son, en el caso de las materia de ciencias básicas, es la fuerte presencia del uso de puntos, y en el caso de estructuras isostáticas es la idea planteada de manera esquemática sobre el modo en que se relaciona la matemática con los distintos momentos en la resolución de un problema de ingeniería.

En general, esta investigación aporta evidencia del papel de la matemática en la ingeniería, a través de una caracterización de los usos, y va de acuerdo con la literatura especializada, en el sentido de reafirmar esta idea de la desconexión y de que existen pocos marcos de referencia en la escuela, si acaso la matemática misma, que permitan la resignificación de la matemática.

En este mismo sentido y de modo anecdótico, ya que no fue objeto de análisis, encontramos en el libro de texto de Matemáticas I, denominado Cálculo Diferencial, que tiene una sección llamada "Transformaciones gráficas", en la que se analizan transformaciones gráficas de funciones a partir de la variación de parámetros, pero que si uno va a los apuntes de clase se le dedica 2 clases, siendo que desde un punto de vista Socioepistemológico, el estudio de estos comportamientos permitiría construir un universo de formas gráficas necesario para el desarrollo del pensamiento variacional, cabe señalar que el libro fue diseñado *ex profeso* para ese curso y va acorde con el plan de estudios.

Perspectivas a futuro

Como lo dije anteriormente, esta investigación se puede aprovechar todavía más, y creo que con los datos recabados todavía se le puede sacar más provecho. En la materia de Estructuras Isostáticas, la motivación principal era estudiar los diagramas en el análisis de vigas, pero esta materia no solo se trata de vigas, sino también de otro tipo de estructuras, como los marcos, armaduras, cables, que también usan distintos tipos de gráficas.

También se tornan pertinentes los Análisis de otras asignaturas de especialidad de ingeniería civil.

Asimismo, mirar otras prácticas distintas a la graficación, pero que por ejemplo refuercen esta idea de la construcción de elementos que permitan tomar decisiones en la práctica profesional.

Otro elemento que se ha comentado como interesante es el libro de texto, la incorporación de otras fuentes de información, permitiría tener evidencia más sólida, triangulada de los hechos observados.

Un aspecto que permitiría cerrar un ciclo socioepistemológico de investigación sería la conformación de diseños instruccionales que permitan esa conexión entre los distintos subescenarios.

BIBLIOGRAFÍA

Alpers, B. (2010). Studies on the mathematical expertise of mechanical engineers. *Journal of Mathematical Modelling and Application, 1(3*), 2-17.

Briceño, E. (2013). *El uso de la gráfica como instrumento de argumentación situacional con recursos tecnológicos.* Tesis de Doctorado inédita. Departamento de Matemática Educativa. Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del Instituto Politécnico Nacional, México, D.F.

Cantoral, R., Farfán, R. (2003). Matemática Educativa: Una visión de su evolución. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa, 6(1)*, 27-40.

Cantoral, R., & Farfán, R. (2004*). La sensibilité à la contradiction: logarithmes de nombres négatifs et origine de la variable complexe. Recherches en Didactique des Mathématiques, 24(2.3),* 137-168.

Cantoral, R. (2013). *Teoría Socioepistemológica de la Matemática Educativa: Estudios sobre construcción social del conocimiento.* México: Gedisa.

Camarena, P. (2010). *Aportaciones de Investigación al Aprendizaje y Enseñanza de la Matemática en Ingeniería*. Recuperado el 03 de abril de 2015, de http://www.ai.org.mx/eventos/coloquios/ingreso/10/camarena.html

Cen, C., (2006). *Los funcionamientos y formas de las gráficas en los libros de texto: una práctica institucional en el bachillerato*. Tesis de Maestría no publicada, Departamento de Matemática Educativa, Cinvestav-IPN, México

Cordero, F. (2006). La modellazione e la rappresentazione grafica nell'insegnamento-apprendimento della matematica. *La Matematica e la sua Didattica, 20(1)*, 59-79.

Covián, O. (2013). *La formación matemática de futuros profesionales técnicos en construcción***.** Tesis de Doctorado inédita. Departamento de Matemática Educativa. Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del Instituto Politécnico Nacional, México, D.F.

Engelbrecht, J., Bergsten, C., y Kågesten, O. (2012). Conceptual and Procedural Approaches to Mathematics in the Engineering Curriculum: Student Conceptions and Performance. *Journal of Engineering Education, 101, (1),* 138–162.

Hibel, R. (2014). *La evolución del uso de la modelación en un laboratorio de ecuaciones diferenciales en un aula de ingeniería.* Tesis de maestría no publicada, Universidad Autónoma de Zacatecas, México.

Kent, P., & Noss, R. (2002, January). The mathematical components of engineering expertise: The relationship between doing and understanding mathematics. In

Engineering Education 2002: Professional Engineering Scenarios (Ref. No. 2002/056), IEE (Vol. 2). IET.

Lara, G. (2007). *Categorías de Uso de Gráficas en libros de texto de Mecánica de Fluidos* (Doctoral dissertation, Tesis de Maestría no publicada, Cinvestav IPN, DF, México).

Mendoza, J.; Cordero, F. (2014). Matemática funcional en una comunidad de conocimiento. Una situación de acumulación en la formación de ingenieros civiles. En Lestón, Patricia (Ed.), *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa,* 1557-1563. México, DF: Comité Latinoamericano de Matemática Educativa.

Montiel, G. (2005). *Estudio Socioepistemológico*. Tesis de Doctorado inédita. Centro de Investigación en Ciencia Aplicada y Tecnología Avanzada, México, D.F.

Montiel, G. & Buendía, G. (2011). Propuesta metodológica para la investigación socioepistemológica. *Memoria de la XIV Escuela de Invierno en Matemática Educativa,* [443-454].

Romero, C. & Espinosa, A. (2014). Construcción del concepto de razón y razón constante desde la óptica socioepistemológica. *Praxis & Saber, 5(9),* 53-80.

Roth, W. y McGuinn, M. (1997). Graphing: A cognitive ability or practice? *Science Education, 81*, 91-106.

Roth, W. y McGuinn, M. (1998). Inscriptions: Toward a Theory of Representing as social practice. *Review of Educational Research*, *68*, 35-59.

Segura, L. (2017). *Conocimiento Matemático en uso del ingeniero Topógrafo y Fotogrametrista*. Tesis de Maestría inédita. Universidad Autónoma de Zacatecas, Zacatecas, Zacatecas.

Zúñiga, L. (2004). *Funciones cognitivas: un análisis cualitativo sobre el aprendizaje del cálculo en el contexto de la ingeniería*. Tesis de Doctorado inédita. Centro de Investigación en Ciencia Aplicada y Tecnología Avanzada, México, D.F.

Wedelin, D., Adawi, T., Jahan, T. & Andersson, S. (2015). Investigating and developing engineering students' mathematical modelling and problem-solving skill. *European Journal of Engineering Education, 40(5)*, 557-572.